

## ПРИМЕНЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ КРУЧЕНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

We have developed a kinetic theory of torsion creep on the basis of simulation of tangent tensions distribution along the section in time dimension.

**Введение.** В работах [1, 2] изложены основы кинетической теории ползучести твердых тел при осевом растяжении, где предполагается равномерное распределение макроскопических напряжений нормальных сечений с соответствующим перераспределением на межатомные связи. В настоящей работе ставится задача по привязке теории к сдвигу, когда макроскопические касательные напряжения образуют треугольную эпюру распределения в радиальном направлении.

**Основная часть.** С позиций кинетической концепции прочности, которая связывает процессы, происходящие на микроуровне в нагруженных телах, с силами межатомного взаимодействия, ползучесть при растяжении и кручении является следствием этих процессов, т. е. имеет одну природу и должна подчиняться одним закономерностям. Запишем в соответствии с [1, 2] уравнение ползучести для деформации  $\varepsilon$ , которая при кручении рассматривается как угол закручивания:

$$t = \tau_0 \left( \ln \frac{\delta}{\varepsilon} \right) \exp \frac{U_0 - \gamma \delta \sigma_0 / \varepsilon}{k_B T}, \quad (1)$$

где  $t$  – время, необходимое на изменение величины деформации образца при кручении от нуля до некоторого значения  $\varepsilon$ ;  $\tau_0$  – величина, которая по порядку совпадает с периодом колебаний атомов в решетке ( $\sim 10^{-13}$ );  $\delta$  – предельная величина деформации образца, т. е. угла закручивания при котором тело теряет сплошность;  $U_0$  – энергетический параметр процесса ползучести;  $\gamma$  – структурно-чувствительный коэффициент, имеющий размерность объема;  $\sigma_0$  – величина начального касательного напряжения, созданного в начальный момент времени;  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура образца.

Применим кинетическую теорию ползучести к описанию процесса кручения цилиндрических образцов круглого сечения. На рис. 1 сплошными линиями показаны экспериментальные данные по ползучести нейлона при кручении [3]. В опытах определялся угол закручивания круглых цилиндрических образцов на базе 101,6 мм при температуре 298 К. Касательные напряжения в соответствии с нумерацией кривых составляют, МПа: 2,1; 4,2; 6,3; 8,4; 10,5; 12,6. Штриховыми линиями на рис. 1 показаны расчетные кривые ползучести, полученные по теоретической формуле (1) с подстанов-

кой вместо значения деформации  $\varepsilon$  угла закручивания  $\alpha$  при следующих значениях параметров:  $U_0 = 131,31$  кДж/моль;  $\gamma = 0,718$  кДж/(моль · МПа);  $\delta = 100$  град.

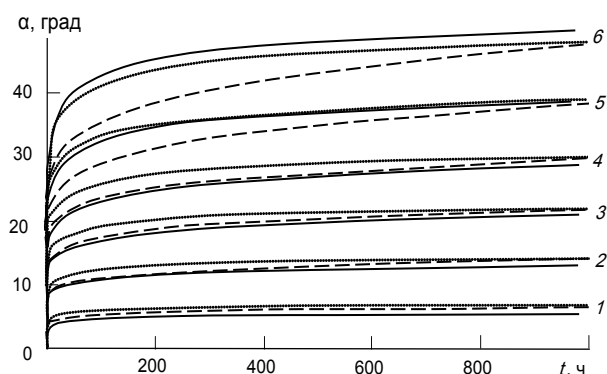


Рис. 1. Кривые ползучести нейлона при кручении

Анализируя результативность применяемой кинетической теории, в первую очередь, отметим удовлетворительное соответствие теоретических и экспериментальных кривых, а также соответствующее повышение деформаций при кручении в зависимости от касательных напряжений. Во-вторых, проведем анализ энергетического параметра  $U_0$ , который будем рассматривать как величину энергии активации процесса ползучести при кручении. Рассматривая ползучесть как результат процесса самодиффузии, связанный с выходом атомов из одного положения равновесия и переходом в другое положение, мы можем ожидать, что величина энергии активации этого процесса будет сопоставима с величинами энергии активации других (аналогичных) процессов. В частности, в случае полимеров таким процессом может быть процесс термической деструкции, при которой выход атомов из положения равновесия вызывается температурой. По данным работы [4], значение энергии активации термической деструкции нейлона с молекулярным весом порядка 30 000 составляет 27 ккал/моль (113 кДж/моль), а для нейлона с молекулярным весом порядка 60 000 энергия активации равна 34 ккал/моль (142 кДж/моль). Очевидно, что используемая кинетическая теория дает приемлемое значение энергии активации ползучести, так как его значение совпадает с экспериментально определенными пределами для этой величины. Это подтверждает предположение

об одинаковости сравниваемых процессов, которые происходят на микроуровне в полимерных образцах, разрушаемых механическим или термическим путем. Близость значений энергии активации  $U_0$ , полученных разными путями, может служить также хорошим аргументом в пользу состоятельности развиваемой кинетической теории.

Дальнейшее развитие кинетической теории может быть связано с улучшением степени совпадения теоретических и экспериментальных кривых. Анализ соответствия теоретических и экспериментальных кривых, приведенных на рис. 1, показывает разницу в скорости роста деформаций ползучести, особенно в начальный период после приложения нагрузки. Объяснение такого поведения материала при кручении может быть связано с тем, что касательные напряжения распределяются по сечению образца неравномерно, например, по треугольной эпюре. Учтем, что в процессе ползучести происходит перераспределение напряжений с разрушенных межатомных связей на неразрушенные. Это меняет картину распределения напряжений по сечению образца и, следовательно, скорость роста деформаций. На такое перераспределение напряжений уже обращалось внимание в работе [3], где качественно показано изменение распределения напряжений и переход от линейной закономерности распределения напряжений к нелинейной.

Мы предлагаем модель ползучести при кручении образца с учетом перераспределения напряжений по сечению за счет разрушения более напряженных связей и нагружения менее напряженных, но более многочисленных межатомных связей при постоянной величине крутящего момента. На рис. 2 показана схема изменения распределения касательных напряжений по круглому сечению радиусом  $r$  в процессе ползучести, принятая в данной модели.

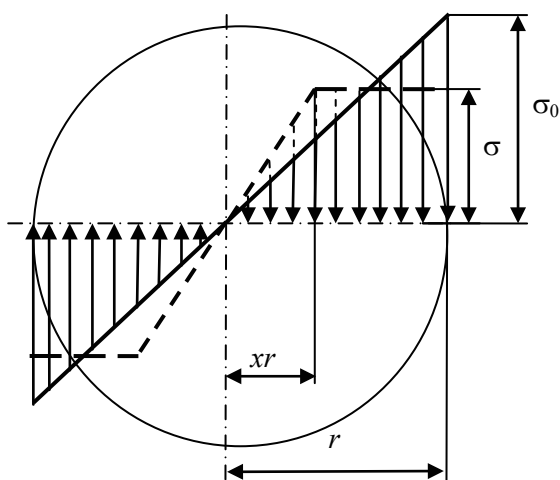


Рис. 2. Схема изменения распределения касательных напряжений при кручении в процессе ползучести

Первоначально эпюра напряжений имеет треугольный вид с максимальным значением  $\sigma_0$ . Далее, по мере деформирования образца, идет уменьшение значений касательных напряжений и их выравнивание по сечению. Штриховыми линиями показана промежуточная эпюра распределения касательных напряжений, когда внешняя часть сечения образца нагружена равномерно распределенными, а внутренняя часть – линейными по радиусу. Отношение размера внутренней части к радиусу  $r$  равно  $x$ . Учтем, что при треугольном распределении напряжений крутящий момент равен  $\sigma\pi r^3/2$ , а при прямоугольном распределении –  $2\sigma\pi x^3/3$  [5]. Тогда для случая, когда на внутренней части круглого сечения радиусом  $xr$  напряжения распределены по треугольнику, а на внешней оставшейся части – по прямоугольнику, крутящий момент запишется в следующем виде:

$$M_k = \frac{2}{3}\sigma\pi r^3 - \frac{2}{3}\sigma\pi x^3 r^3 + \frac{1}{2}\sigma\pi x^3 r^3 = \sigma\pi r^3 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{6}x^3 \right). \quad (2)$$

Принимая  $M_k = \text{const}$ , обозначив начальные напряжения при треугольной эпюре распределения касательных напряжений через  $\sigma_0$ , получим зависимость текущих максимальных напряжений

$$\sigma = \frac{3\sigma_0}{4 - x^3}. \quad (3)$$

Значение  $x^3$  меняется от единицы в начале нагружения до нуля, когда напряжения выравниваются по сечению. Такому изменению величины  $x$  соответствует эмпирическая зависимость от времени в виде  $x^3 = \exp - \mu t$ , которую мы вводим в расчет, записав формулу (1) в виде

$$t = \tau_0 \ln \left( \frac{\delta}{\alpha} \right) \exp \frac{U_0 - 3\gamma\delta\sigma_0/\alpha(4 - \exp - \mu t)}{k_B T}. \quad (4)$$

На рис. 1 точечными линиями показаны кривые ползучести, рассчитанные по формуле (4) с использованием параметров  $U_0$  и  $\delta$ , по которым построены штриховые кривые на рис. 1, и по параметрам  $\gamma = 0,85$  кДж/(моль · МПа) и  $\mu = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$ . Очевидным является то, что введение коэффициента  $\mu$  позволило приблизить теоретические кривые ползучести к экспериментальным, но самое важное – правильно отразить изменение скорости нарастания деформации ползучести во времени, что наглядно демонстрируется на рис. 1 почти идеальной параллельностью теоретических и экспериментальных кривых. Все это может говорить о состоятельности принятой модели изменения касательных напряжений при

кручении в процессе ползучести и возможности применения формулы (4) для соответствующих расчетов.

**Заключение.** Таким образом, в работе развит кинетический подход к ползучести при кручении в условиях неравномерного распределения касательных напряжений на микроуровне расчетного сечения с учетом изменения характера этого распределения во времени. В итоге получено новое уравнение ползучести для условий кручения. Результатами расчетов с использованием полученной зависимости и сравнения их с экспериментальными данными, полученными независимыми исследованиями, подтверждена правильность принятой модели изменения эпюры распределения касательных напряжений в процессе ползучести цилиндрического образца, подверженного воздействию постоянным крутящим моментом.

Сравнение значений энергии активации при ползучести, полученных в результате расчетов по исследуемой зависимости, с аналогичными данными, полученными для условий термической деструкции, показывает их соответствие, что доказывает одинаковую природу этих процессов.

Результативность работы во многом обеспечена тем, что развитие кинетической теории велось на основе классических подходов, выработанных в механике деформируемого твердого тела. Очевидно, что такая связь позволяет не только совершенствовать кинетическую теорию,

но и направлять ее в апробированное русло. Кроме этого, такая связь выводит на новые задачи, например, такую как выявление природы коэффициента  $\mu$  в уравнении (4) и выражение этого коэффициента через параметры, отражающие силы межатомного взаимодействия.

Разрабатываемая кинетическая теория, позволяющая с хорошим приближением описывать экспериментальные данные, направлена на проектирование реальных конструкций, особенно машиностроительных, где кручение как вид напряженного состояния деталей имеет широкое распространение.

### Литература

1. Стеликов, Н. Е. Кинетика деформирования и разрушения твердых тел при ползучести / Н. Е. Стеликов // Весці НАН Беларусі Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2004. – № 3. – С. 60–63.
2. Стеликов, Н. Е. Кинетическая теория ползучести: монография / Н. Е. Стеликов. – Горки: Ред.-изд. отдел БГСХА, 2006. – 104 с.
3. Макклиток, Ф. Деформация и разрушение материалов / Ф. Макклиток, А. Аргон. – М.: Мир, 1970. – 444 с.
4. Мадорский, С. Термическое разложение органических полимеров / С. Мадорский. – М.: Мир, 1967. – 326 с.
5. Соппротивление материалов / А. Ф. Смирнов [и др.]; под ред. А. Ф. Смирнова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1975. – 480 с.