УДК 378:51

В. М. Марченко, д-р физ.-мат. наук, профессор;
И. М. Борковская, канд. физ.-мат. наук; О. Н. Пыжкова, канд. физ.-мат. наук, доцент

УРОВНЕВАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ [1]

The article presents an approach to teaching Math based on a level technology of mathematical instruction process and realized through lectures and recitations for a number of years in the Belarusian State Technological University. The whole course of Mathematics is divided into subjects (units) and levels of their understanding. Then every subject is considered in 3 levels of understanding: the first level is the basic one, the second level contains all the information that provides students with good understanding of the whole subject matter and is sufficient for the students to be able to work with textbooks independently and/or under supervision of the lecturer, the third level is the highest one that concerns the outstanding students specializing in the subject.

Введение. На современном этапе развития образовательных технологий одним из важнейших факторов повышения качества подготовки специалистов в высших учебных заведениях является рационализация учебного процесса посредством оптимальных учебных планов, программ нового поколения, новых форм и методов преподавания.

Поиски эффективных форм учебного процесса с учетом специфики личности обучаемого, предпринимаемые кафедрой высшей математики Белорусского государственного технологического университета (БГТУ) в течение многих лет, привели к разработке уровневой методологии организации учебного процесса по высшей математике. Истоки этой методологии можно найти в работах [1–3]. Учебник [1] является, по-видимому, первым опытом по написанию учебных пособий с несколькими (надо сказать, весьма сложными) уровнями глубины изложения материала; в книге [2] параллельно излагается один и тот же материал на двух уровнях (облегченном и повышенном). Пособие [3] является исторически первым в методическом обеспечении уровневого учебного процесса по математике, разрабатываемого и внедряемого кафедрой высшей математики БГТУ. Дальнейшее развитие методического обеспечения различных форм уровневого преподавания математических дисциплин и контроля их усвоения можно проследить по работам [4–9].

Задачей уровневой методологии учебного процесса является пробуждение у студентов интереса к приобретению знаний, помощь студенту в преодолении трудностей, ускорение процесса адаптации для студентов первых курсов в условиях обучения в вузе, обеспечение организации самостоятельной работы студентов.

Изучение высшей математики, в свою очередь, имеет целью *воспитание* современного инженера, гармонически сочетающего в себе профессиональное мастерство, широкую эрудицию и компетентность, математическую культуру, интеллектуальное развитие и высокий уровень общей культуры личности в целом.

Уровневый подход к преподаванию математических дисциплин направлен на получение будущим специалистом гибких, системных, обобщенных знаний, умений, навыков, приемов исследования и решения математически формализованных задач, а также на формирование у него творческого отношения к делу и стремления к самообразованию, что в дальнейшем определяет способность специалиста реализовать современные требования общества на самом высоком уровне, дает ему возможность быть профессионально мобильным, адаптироваться к новым сферам деятельности и, таким образом, быть востребованным на рынке труда.

Мотивация. Курс высшей математики в вузе базируется на программе курса математики общеобразовательной средней школы. Педагог высшей школы должен сохранить то лучшее, что было заложено в обучаемых в школьные годы, развить уровень математической культуры, который был приобретен учащимися в школе, и обеспечить возможность роста личности в сфере математической деятельности как тех студентов, которые имеют высокий уровень школьной подготовки, так и более слабо подготовленных студентов. Несомненно, здесь необходим индивидуальный, дифференцированный подход к обучению, учитывающий уровень подготовки, способности студентов, их психологические различия. Кроме того, изучение высшей математики как учебного предмета отличается рядом особенностей, предполагает усвоение материала различных уровней абстракции и является трудоемким даже для студентов с хорошей школьной подготовкой. Но ведь среди обучающихся достаточно много студентов с низким уровнем познавательной мотивации и слабой математической подготовкой, очевиден широкий разброс в уровне подготовки первокурсников. Поэтому становится актуальной необходимость

[1] Работа выполнена в рамках сотрудничества с Белостокским техническим университетом (S/WI/1/08).

организации процесса обучения в соответствии с личностно направленной технологией, активизирующей учебную и познавательную деятельность студента, способствующей формированию его математической культуры.

Анализируя причины низкой успеваемости студентов, можно выделить такие факторы (как существенные), как:

– наличие пробелов в знаниях, навыках и, как следствие, *низкий уровень самостоятельности* и неспособность решить поставленную задачу в целом;

– *низкий уровень получения обратной связи* (контролируется в основном результат, а не процесс обучения);

– темп обучения, как правило, не адекватен *уровню обученности* конкретного слушателя (ориентация на среднего студента).

Традиционная методология высшего образования, рассчитанная на абстрактного «среднего» студента, представляется недостаточно гибкой для эффективного ведения учебного процесса с учетом личности обучаемого, его способностей, начального *уровня образования* (в том или ином предмете) и т. п.;

Четкое разграничение материала по уровням трудности и выделение обязательного поля знаний по предмету является мощным стимулом и дополнительной мотивацией к обучению не только для хорошо успевающих студентов, но и для тех, кому трудно (особенно на 1 курсе) усвоить достаточно абстрактный материал высшей математики.

Уровневая методика позволяет успешно проводить корректировку начальных знаний (школьного образования) у первокурсников непосредственно при проведении учебных занятий по курсу высшей математики, что способствует адаптации студента в вузе. Важным достоинством этой методики является ее направленность на работу и ярко выраженной мотивацией к получению хорошего образования, о чем свидетельствует и опыт проведения предметных олимпиад.

Каждый студент осознает и использует свои достоинства, понимает и компенсирует свои недостатки. Благодаря уровневому подходу у студентов развивается умение планировать, анализировать и оценивать свою учебную деятельность.

Принципиальное описание. *Целью* уровневой технологии организации учебного процесса является *создание условий для включения каждого студента в деятельность, соответствующую зоне его ближайшего развития,* обеспечение условий для самостоятельного (и/или под контролем преподавателя) усвоения программного материала в том размере и с той глубиной, которую позволяют индивидуальные особенности обучаемого, что, в свою очередь, имеет целью формирование математической культуры студента как части его культуры в целом. Таким образом, учение – это целенаправленный и мотивированный процесс и задача педагога состоит в том, чтобы включить каждого студента в деятельность, обеспечивающую формирование и развитие познавательных потребностей. Преподаватель переходит с позиции носителя знаний на позицию организатора успешной учебной деятельности студента, в полной мере применяя педагогику сотрудничества, что позволяет добиваться устойчивого интереса и положительного отношения к предмету.

Разработанная сотрудниками кафедры типовая учебная программа по курсу высшей математики для химико-технологических, лесотехнических, полиграфических специальностей [10], составленная на основании образовательных стандартов нового поколения, определяет основные задачи изучения дисциплины, а также устанавливает основные требования к усвоению базовых математических понятий и к умению их применять при исследовании математических моделей производственных процессов.

Программа является первейшей составляющей уровневой организации учебного процесса и содержит модули полноты и глубины изложения материала. При этом в каждом модуле полноты представлено три модуля глубины: базовый, профильный и углубленный. В основу данной учебной программы положен принцип фундаментальной (многоуровневой) математической подготовки студентов с усилением ее прикладной направленности. Программа разработана в соответствии с уровневой технологией обучения, применяемой в БГТУ при методическом обеспечении преподавания математических дисциплин. В уровневой типовой программе по высшей математике материал классифицируется как по его *важности*, так и по *уровню сложности*.

Ниже приводится фрагмент типовой программы.

1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Множества и операции над ними. *Грани числовых множеств**. Основные числовые множества. *Расширенная числовая прямая**. *Элементы математической логики (необходимое и достаточные условия, прямая и обратная теоремы)***. Символы математической логики и их использование. *Понятие математической структуры***.

Отображение, его область определения, *значений** и *график***. *Функция как отображение числовых множеств**. Функция одной переменной, способы ее задания. *Примеры функций нескольких переменных**. Числовые последовательности. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложная и обратная функции. Класс элементарных функций.

Окрестность точки, *окрестность бесконечно удаленной точки**. Предел функции в точке и на бесконечности. Бесконечные пределы. *Предел на языке «$\varepsilon - \delta$»**. Односторонние пределы. Свойства пределов. Предел последовательности *Лемма об ограниченной монотонной последовательности**. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства. Замечательные пределы. Число «е». Раскрытие неопределенностей. *Точки сгущения последовательности***. *Верхний и нижний пределы функции в точке***. *Топологическое определение предела***.

Непрерывность функции в точке и на промежутке. *Односторонняя непрерывность**. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва функций и их классификация. Непрерывность элементарных функций. Теоремы о непрерывных функциях на замкнутом промежутке и *их применение при решении уравнений и неравенств**. *Непрерывные отображения***. *Равномерная непрерывность***. *Теорема о замкнутом графике***. *Полунепрерывные сверху и снизу функции***.

Комплексные числа и действия над ними. Комплексная плоскость. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Формулы Муавра и Эйлера. *Извлечение корня из комплексного числа**. *Понятие о числовых системах с несколькими мнимыми единицами***.

Отметим некоторые принципиальные моменты уровневой технологии организации учебного процесса по математике в ВУЗе. Весь изучаемый программный материал разбивается по темам на блоки, которые классифицируются по трем уровням: А, Б, С.

Материал первого уровня А (базовый) – обязательное поле знаний по предмету – программа-минимум – уровень знаний, необходимый для успешного продолжения обучения.

Второй уровень Б отмечается звездочкой (*) и содержит задания, расширяющие представление студента об изучаемых темах, устанавливает связи между понятиями и методами различных разделов, дает их строгое математическое обоснование, а также примеры применения математических методов при решении прикладных задач. Материал А+Б (профильный) уровней А и Б охватывает всю стандартную программу курса по высшей математике – программу-максимум – и является достаточным для обеспечения самостоятельной (или под контролем преподавателя) работы обучаемого с учебной литературой. Его полное усвоение соответствует высшей оценке на экзамене. Уровень С (необязательный) отмечается двумя звездочками и содержит материал повышенной трудности, расширяющий и углубляющий классическое математическое образование инженера – это и современные разделы математики и ее приложений, и математическое моделирование, и исследование реальных практических задач с учетом выбранной специальности, и нестандартные задачи олимпиадного характера, требующие поиска методов решения, и т. п. Материал А+Б+С трех уровней – углубленная программа – открывает путь исследованиям в области приложений математики. Отметим, что материал более низкого уровня не требует обращения к более высокому уровню.

Последовательность изложения материала и его распределение по семестрам разрабатывается в соответствующей рабочей программе дисциплины с учетом специализации конкретных специальностей, исходя из задач своевременного математического обеспечения общенаучных и специальных дисциплин и сохранения логической стройности и завершенности самих математических курсов. Предполагается, что глубокое овладение основными понятиями и методами высшей математики позволит студентам освоить и те дополнительные ее разделы, которые им понадобятся в будущем.

Методическое обеспечение. Переход на уровневую систему обучения требует серьезной подготовительной работы по методическому обеспечению учебного процесса. На кафедре высшей математики БГТУ разработан ряд [4] трехуровневых методических пособий для проведения аудиторных практических (семинарских) занятий, методических пособий [5] с двумя уровнями консультаций для самостоятельной работы и подготовки к контрольным мероприятиям (первый уровень консультации заключает идею решения задачи, второй, по существу, содержит полное решение), осуществляется разработка контролирующе-обучающих программ на ЭВМ. Имеется опыт написания уровневых учебно-методических пособий по темам, приема экзаменов по уровневым билетам (в том числе и в форме уровневых тестов), а также опыт уровневого чтения лекций.

Направления уровневого методического обеспечения учебного процесса в основном традиционны по содержанию: лекции, практические и лабораторные занятия, контрольные и самостоятельные работы, работа под контролем преподавателя, экзамены (в том числе и в виде тестов) и др., однако организуются они по уровневой методологии (рисунок).

Остановимся подробнее на основных формах учебного процесса с применением уровневой технологии преподавания.

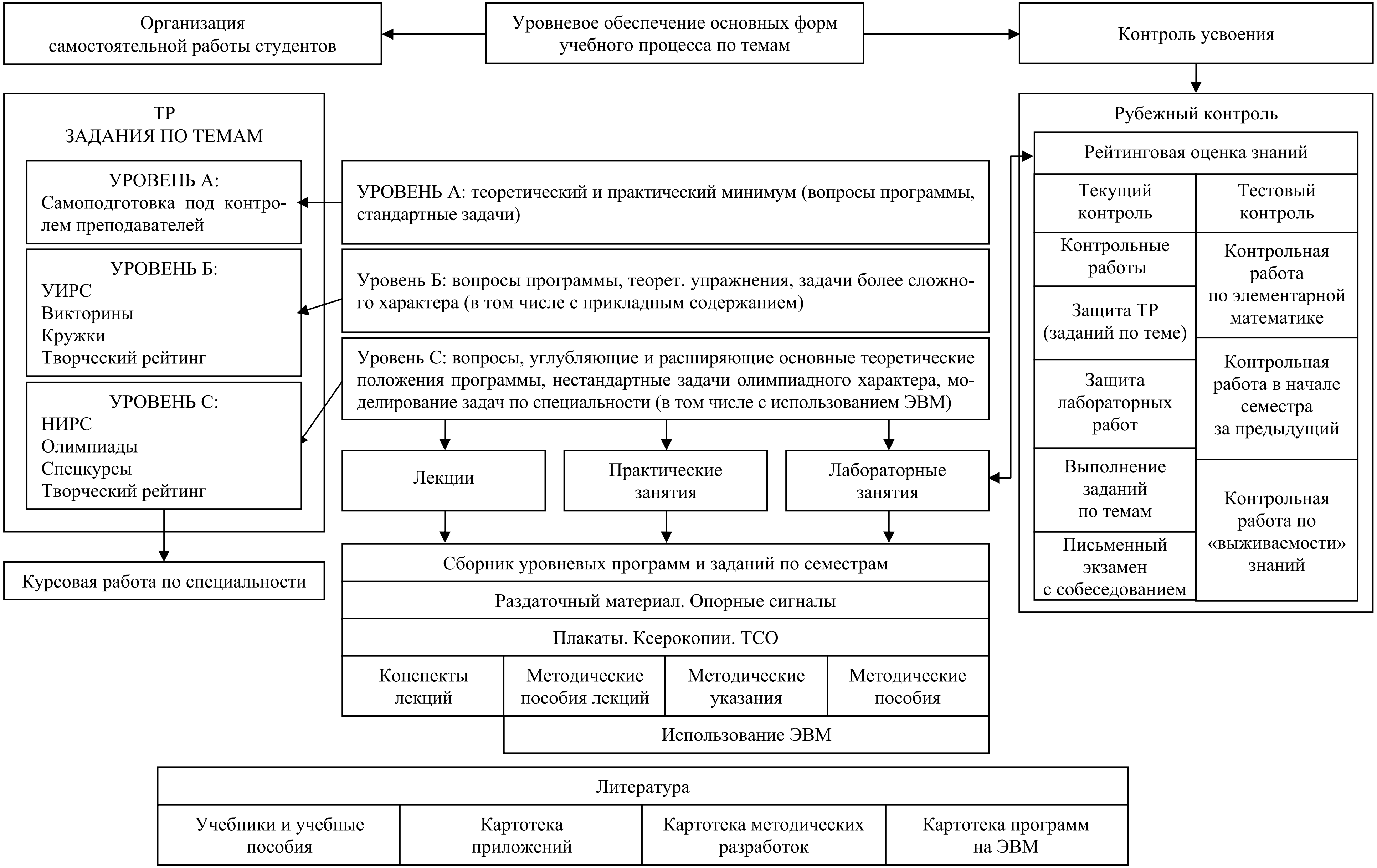

Рисунок. Структура методического обеспечения курса высшей математики

Лекции. Особого рассмотрения заслуживает вопрос о методике уровневого чтения лекций. На лекциях вводятся и поясняются основные математические понятия, подчеркивается роль и специфика математического моделирования в инженерных науках и математического образования в формировании личности специалиста, доказываются математические утверждения – теоремы и излагаются основные математические методы. Математические понятия, утверждения и методы, где это возможно, желательно иллюстрировать на геометрических (математика в картинках) и/или физических объектах, по возможности с учетом будущей специальности обучаемых, что позволяет представить математику как универсальный язык изучения специальных дисциплин – язык «общения цивилизованных инженеров». Рекомендуется уровневое чтение лекций с продуманной системой указания (обозначения) уровней.

Главное внимание, безусловно, следует уделить фундаментальным методам, идеям и алгоритмам математики. Первый уровень сложности содержит мотивацию вводимых понятий, формулировки основных утверждений, комментарии к определениям, свойствам и теоремам, примеры, несложные доказательства с «прозрачной» идеей. Второй уровень включает строгие формулировки, определения, доказательства и материал, дающий возможность иметь более глубокое понимание рассматриваемых тем, расширяющий представление студента о предмете.

Не секрет, что при проработке лекций у многих студентов возникают трудности, если изложение не ведется с учетом уровней важности и сложности материала.

Большинство (средних) студентов, как правило, слушают лекцию до первого непонятного (обычно более сложного – уровень Б) места и, не «схватив» суть здесь, перестают следить и в дальнейшем. На консультации же, пропустив эти места при первом чтении по рекомендации преподавателя, благополучно разбирают затем и всю лекцию. Отсюда вывод: более сложные места следует им объявлять (с помощью продуманных обозначений) сразу же при чтении лекции. Например, формулировка утверждения, его интуитивное или геометрическое обоснование- интерпретация (математика в картинках), примеры применения могут быть даны на уровне А, а строгое математическое обоснование, существенность предложений, контрпримеры и т. д. осуществляются на более формальном уровне Б.

Проиллюстрируем сказанное на примерах.

1А2 (Определение). Объединением (суммой) множеств X и Y называется множество, состоящее из элементов, принадлежащих хотя бы одному из этих множеств. Обозначается $\cup$ (или «+»):

$$\mathrm{X} \cup \mathrm{Y} = \{x | x \in \mathrm{X} \text{ или } x \in \mathrm{Y}\} = \{x : x \in \mathrm{X} \ \vee \ x \in \mathrm{Y}\}.$$

2А+Б+С12 (Теорема Рóлля). Если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a,b]$, дифференцируема на интервале (a,b) и на концах отрезка принимает одинаковые значения $f(a) = f(b)$, то найдется хотя бы одна точка $c \in (a;b)$, в которой производная $f'(c)$ обращается в нуль.

Замечание (**Б**). Утверждение теоремы Ролля остается в силе, если $f(a+0) = f(b-0) = +\infty$ или $f(a+0) = f(b-0) = -\infty$ (см. 1А+Б23).

Здесь приводимое замечание отдельно не выделяется (сравнить ниже с 1Б20), так как имеет ярко выраженный подчиненный 2А+Б+С12 характер.

Дается геометрическая интерпретация 2А+Б+С12 (уровень **А**). Затем приводится строгое доказательство (уровень **Б**) и, наконец, формулируется упражнение (**Б+С**): проверить существенность предположений теоремы.

Такое построение конспекта лекций дает возможность студенту рационально подойти к изучению курса высшей математики. Сначала происходит усвоение главных математических понятий, идей и методов в процессе работы над материалом первого уровня и только после этого осуществляется переход к материалу второго уровня.

Ниже приведен фрагмент лекции.

§ 2. Верхняя и нижняя границы множеств. Символы $\infty, +\infty, -\infty$.

1А19 (*Определение*). Множество (числовое) $A \subset \mathbb{R}$ считается *ограниченным сверху*, если существует число $b \in \mathbb{R}$, называемое *верхней границей множества* A такое, что $a \le b$ для всех $a \in A$.

1Б20 (*Замечание*). Для ограниченного сверху множества A существует бесконечное множество верхних границ, поскольку наряду с b любое число $b_1 > b$ также является верхней границей A. Наименьшая среди таких границ называется *точной верхней границей* множества A и обозначается $\sup A$. Например, множество правильных рациональных дробей ограничено сверху числом $\sup A = 1$. Аналогично определяется нижняя и точная нижняя границы множества A. Обозначается точная нижняя граница символом $\inf A$ (А+Б: дать определение).

Ограниченное сверху (снизу) множество может быть при этом ограничено и снизу (сверху). В этом случае оно называется *ограниченным.*

1Б+С21 (*Теорема*). Всякое непустое множество вещественных чисел, ограниченное сверху (снизу), имеет точную верхнюю (нижнюю) границы.

1Б22 (*Замечание*). Если множество A не ограничено сверху, то по определению полагаем, что $\sup A = +\infty$; если множество A не ограничено снизу, то полагаем $\inf A = -\infty$. Таким образом, $+\infty$ является точной верхней (а $-\infty$ –точной нижней) неограниченного сверху (соответственно снизу) множества. Эти понятия можно ввести иначе более формальным образом.

1А+Б23 (*Определение* – бесконечность). Понятия $\infty, +\infty, -\infty$ вводим как формальные символы, удовлетворяющие следующим условиям (постулатам):

1) $-\infty < x < +\infty, x \in \mathbb{R}$

2) $x + (\pm\infty) = \pm\infty, \forall x \in R$;

3) $\dfrac{x}{\pm\infty} = 0, \forall x \in R$;

4) $x \cdot (\pm\infty) = \begin{cases} \pm\infty, 0 < x < +\infty \\ \mp\infty, -\infty < x < 0 \end{cases}$;

5) $x^{+\infty} = 0, x^{-\infty} = \dfrac{1}{x^{+\infty}} = +\infty, 0 < x < 1$;

6) $x^{+\infty} = +\infty, x^{-\infty} = 0; 1 < x \le +\infty$;

7) $(+\infty)^x = 0, -\infty \le x < 0$;

8) $(+\infty)^x = +\infty, 0 < x \le +\infty$.

9) $|\pm\infty| = |\infty|$

10) $x \pm \infty = \pm\infty, \forall x \in R$

11) $\dfrac{x}{\infty} = 0, \forall x \in R$

12) $x \cdot \infty = \infty, x \ne 0;$

13) $\dfrac{x}{0} = \infty, x \ne 0$

1А+Б24 (*Замечание*). Выражения

$$\infty - \infty,\ 0 \cdot \infty,\ \frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ 1^{\infty},\ \infty^0,\ 0^0$$

и т. п. считаются неопределенными (*неопределенностями*).

Практические занятия. На практических занятиях студенты уточняют и закрепляют лекционный материал, получая разъяснение основных теоретических положений курса, овладевают основными способами, приемами и методами решения математических задач, в том числе и адаптированных к будущей специальности. Рекомендуется уровневая технология методического обеспечения практических занятий, согласно которой каждый студент по каждой теме получает одно из равносильных заданий сразу на *всех* уровнях: А+Б+С, однако к выполнению последующего уровня приступает лишь после выполнения всех заданий предыдущего. При выполнении уровневого задания А+Б+С сильный студент, как и слабый, обязан выполнить стандартные задачи уровня А, при этом, как правило, он это делает гораздо быстрее и зачастую более оригинальным способом. В результате выполнения задания каждый студент оказывается на своем уровне: А, А+Б или А+Б+С. Представляется также полезным на первых занятиях по высшей математике проводить диагностический уровневый тест по элементарной математике, позволяющий определить качество знаний, умений и навыков поступивших абитуриентов. По результатам этого теста студентам, его не прошедшим, можно предложить уровневое задание по элементарной математике. Этот тест целесообразно проводить по тем разделам школьного курса, которые оказываются затем более востребованными в курсе высшей математики, причем задания достаточно готовить в двух уровнях: А и Б. Здесь происходит первоначальное осознание студентом собственных (индивидуальных) способностей.

Обычно уровневое преподавание ассоциируется с раздачей карточек различного уровня сложности: для сильных и для слабых. С нашей точки зрения такое разделение на «сильных» и остальных представляется неправильным. У нас, как уже отмечалось, каждый студент получает сразу задание на всех трех уровнях и, чтобы стать «сильным», он должен быстро справиться со «слабой» частью.

Лабораторные работы. Бурный прогресс средств вычислительной техники и возросшие в связи с этим возможности математического моделирования требуют от современных специалистов знакомства, а во многих специальностях и хорошего владения, передовыми методами прикладной и «компьютерной» математики, что индуцирует проведение лабораторных работ с применением ЭВМ. Выполнение лабораторных работ должно развивать у студентов навыки математического моделирования с учетом избранной специальности, правильной организации вычислений и умение пользоваться вычислительными средствами и методами современной компьютерной математики. Здесь также можно рекомендовать уровневое методическое обеспечение учебного процесса, причем накопленный на кафедре высшей математики опыт свидетельствует, что усвоение материала при выполнении уровневого задания более эффективно, если они выполняются командами из нескольких (обычно двух) студентов.

Самостоятельная работа студентов. Одной из первостепенных задач является совершенствование форм и методов самостоятельной работы студентов, которая играет ведущую роль в развитии их познавательных способностей, готовности к самообразованию, способствует развитию творческих навыков, инициативы, умению организовывать свое время.

Программа курса «Высшая математика» достаточно обширна и строится в основном на базе материала, изученного в предшествующие периоды обучения. Поэтому пробелы «этого периода» в знаниях, умениях и навыках студентов приводят к тому, что успешное продолжение обучения становится затруднительным. Неудачи в обучении могут привести к психологической подавленности студентов, более того, к тому, что некоторым из них придется прервать обучение в выбранном высшем учебном заведении. Одной из главных причин в этом представляется отсутствие у обучаемых навыков самостоятельной работы на фоне постоянной новизны в образовательном процессе, использование специальных методов и форм организации обучения, где самостоятельная работа выдвигается на передний план. В результате возникает серьезная проблема адаптации студентов к обучению, активизации познавательной деятельности и организации самостоятельной работы, что в совокупности направлено на восстановление утраченных знаний и навыков. Поскольку специально выделенных часов на повторение в курсе не предусмотрено, то недостаточно изначально подготовленные студенты на первых занятиях по высшей математике получают «тренажер» – комплекс упражнений по отработке определенных, конкретных умений и навыков «предшествующего периода» обучения. К этому комплексу прилагается специальная разработанная на кафедре справочная литература. Задания тренажера нацелены на обеспечение базового начального уровня – уровня А в реализуемой на кафедре высшей математики БГТУ уровневой организации учебного процесса, что позволяет заложить основы для успешного продолжения обучения. В сущности, система такого подхода направлена на то, чтобы «расшевелить» студента, привить ему вкус к самостоятельной работе, подвести к пониманию того, что значительная часть проблем при переходе к решению задач связана с недостаточно внимательной проработкой теории и, наконец, оказать студентам помощь в разрешении возникающих проблем.

Процесс обучения хорошо и правильно организован, если главным действующим лицом в нем является сам обучаемый. Преподавателю в этом процессе отводится роль, хотя и очень важная, но все-таки второго плана – помочь, во всяком случае – не навредить. На переднем плане, таким образом, в процессе обучения оказывается самостоятельная работа самого обучаемого как важнейшее условие качества (эффективности) обучения.

Отметим основные направления организации самостоятельной работы студентов на кафедре высшей математики БГТУ.

1. Отбор материала и разработка заданий для самостоятельной работы, рассчитанной как на кратковременный, так и на длительный периоды выполнения.

2. Дифференцированный подход при определении заданий на самостоятельную работу путем постепенного усложнения материала, соблюдения посильности в заданиях с учетом объема изучаемой дисциплины и уровня сложности. Постепенный переход от простейших форм учебно-исследовательской работы студентов до высшей формы внеучебной научно-исследовательской работы на старших курсах. Здесь также рекомендуется уровневое методическое обеспечение, причем задания для самостоятельной работы целесообразно выдавать не менее чем на недельный срок (через воскресенье). При этом используется уровневый подход к организации учебного процесса.

3. Определение форм отчетности, объема работы, сроков представления и контроль выполнения и достигнутых результатов (в том числе и с помощью компьютерных средств): опрос на учебном занятии, доклад, промежуточное и итоговое тестирование, контрольная работа, лабораторная работа, коллоквиум, зачет, защита проекта. В организации контроля и самоконтроля знаний студентов важная роль отводится проверочным самостоятельным работам, предназначенным для корректировки знаний в ходе изучения материала. Отметим некоторые способы проведения таких работ:

– самостоятельная работа проводится в аудитории, но с предварительной подготовкой студентов, включая постановку задач, повторения необходимой теории;

– самостоятельная работа выполняется дома, а на занятиях проводится проверка ее результатов;

– самостоятельная работа проводится в аудитории, без предварительной подготовки (а зачастую и без предупреждения) студентов.

4. Тесная связь самостоятельных заданий со специальными дисциплинами, профессиональная направленность.

5. Предоставление студентам доступа к специальной литературе, информационно-техническим ресурсам, позволяющим более профессионально решать и анализировать задачи.

Самостоятельная работа студентов в основном организуется посредством текущих заданий по практическим занятиям, выдачи расчетно-графических заданий (типовых расчетов) по избранным темам курса, теоретических тем, выносимых на самостоятельное обучение, а также в рамках научно-исследовательской работы студентов. Руководство самостоятельной работой осуществляется главным образом через консультации и самоподготовку студентов под контролем преподавателя, что должно обеспечиваться и соответствующими учебными планами.

На консультациях педагог сначала проводит вводные беседы, основное назначение которых – повторение нужного материала, необходимого для успешного выполнения работы, а затем обобщающие беседы, во время которых уточняются непонятные места, исправляются ошибки, допущенные студентом. Здесь представляется востребованной педагогическая поддержка: консультационная помощь преподавателя, а также обсуждение заданий самими обучающимися, групповые и индивидуальные консультации с учетом личностных особенностей и возможностей студентов.

На кафедре разработано методическое обеспечение самостоятельной работы студентов с тремя уровнями консультаций. Первый уровень содержит ответ, во втором – приводится идея решения, в третьем – дается практически полное решение.

Контроль качества обучения. Одной из составных частей уровневой образовательной технологии преподавания математических дисциплин является уровневое тестирование как форма оценивания знаний студентов. В процессе обучения математике можно продуктивно использовать различные формы уровневого тестирования: текущий контроль (как практический, так и теоретический), рубежный контроль (например, когда в начале следующего семестра контролируется усвоение материала предыдущего), итоговый контроль (когда контролируются знания по разделам читаемого курса или по курсу в целом). Более подробно остановимся на уровневой идеологии рубежного и итогового контроля.

Были апробированы две формы контроля. Одна из форм уровневого тестирования такова: на каждое задание теста даются четыре ответа, различающиеся по уровню сложности. Число правильных ответов варьируется от 0 до 4. Студент, отвечая на каждый вопрос предлагаемого ему задания, может указать «да», «нет» или не отвечать вообще. За каждый правильный ответ начисляется балл, при неправильном ответе — отрицательный балл, вопрос без ответа не оценивается. Однако, если студент не выбирает ни один из предложенных вариантов ответа на какое-либо задание, то назначается штраф (обычно равноценный одному неправильному ответу). Это стимулирует развитие (математической) интуиции, поскольку попытка указать правильный ответ не ведет к потере баллов, если указывается не более одного ответа.

Приведем пример уровневого тестового задания.

Функция

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}, x\neq 0\\ 1 \quad , x=0\end{cases} \text{ в точке } x_0=0:$$

а) является непрерывной;

б) является дифференцируемой, причем $f'(0)=\dfrac{1}{2}$;

в) имеет экстремум;

г) меняет выпуклость на вогнутость.

Во второй форме уровневого тестирования правильных ответов от одного до трех, при ответе правильно хотя бы на один и при отсутствии неправильных начисляется балл (лучше 2 балла), при наличии хотя бы одного неправильного ответа – отрицательный балл, полностью правильно выполненное задание оценивается в три балла. При такой форме «угадывать» становится невыгодно.

Обычно данный контроль реализуется в форме экзамена или экзамена-теста. Если речь идет об экзамене, то он осуществляется на основании уровневых билетов, где предлагаются задания двух типов: в заданиях первого типа уровни отмечены (обозначены), в других нет (скрытые уровни). Апробированы различные формы уровневого тестирования, проанализированы их достоинства и недостатки, а также выработаны некоторые принципы тестирования, однако универсальных рецептов, в том числе и уровневого, пока не найдено

Тестирование как форма первичного контроля малоэффективно и нецелесообразно, однако и его применение при вторичном контроле требует большой осторожности и осмотрительности.

Тест целесообразен после обычных контрольных работ как итоговый контроль по теме, как рубежный контроль. Причем хорошо, когда этот тест уровневый, например, на данное задание теста приводится ряд ответов, из которых несколько правильных и которые различаются глубиной понимания контролируемого задания учебного материала. Возможна также «уровневая» система штрафов за отказы отвечать на какие-то задания. Ниже приводится фрагмент теста, который был апробирован в качестве досрочного добровольного экзамена для студентов специальности «Автоматизация…» первого курса Белорусского государственного технологического университета.

1. Степенной ряд $\sum_{n=1}^{+\infty}\dfrac{(x-1)^n}{n}$:

а) имеет область сходимости [0, 2];

b) имеет радиус сходимости 1;

c) сходится абсолютно для $x\in\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3}\right)$;

d) можно дифференцировать, если $x>1$.

2. Дифференциальное уравнение

$$y'=\frac{y-2\sqrt{xy}}{x}$$

является уравнением:

a) однородным;

b) с разделяющимися переменными;

c) линейным;

d) Бернулли.

3. Метод вариации произвольных постоянных для ДУ II порядка относится к:

a) однородному ЛДУ;

b) неоднородному ЛДУ;

c) однородному ЛДУ с постоянными коэффициентами;

d) неоднородному ЛДУ с постоянными коэффициентами.

4. Площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 10x + 25$, $y = -6x + 9$, численно равна:

a) $16\sqrt{15}$, b) $2\int\limits_{0}^{\sqrt{15}} dy \int\limits_{\frac{1}{10}y^2-\frac{5}{2}}^{-\frac{y^2}{6}+\frac{3}{2}} dx$,

c) $2\int\limits_{-\frac{5}{2}}^{0} \sqrt{10x+25}dx + 2\int\limits_{0}^{3}\sqrt{9-6x}dx$,

d) Ваш ответ.

В качестве форм текущего, рубежного и итогового контроля можно рекомендовать опрос по теории, математические диктанты, контрольные (без пользования справочной литературой) и самостоятельные (со справочной литературой) работы, тесты, расчетно-графические задания и др.

Главной формой контроля усвоения курса является итоговый экзамен или зачет (в устной форме, письменной, письменной с последующим устным собеседованием, в форме теста). Для большей эффективности контролирующих мероприятий целесообразно использовать уровневую технологию контроля качества обучения, при этом уровни могут быть скрытые, но непременным условием должно быть наличие в каждом уровневом задании хотя бы одного простого ответа (базового уровня). Например, одним из заданий уровневого экзаменационного билета может быть следующее: найти асимптоты графика функции

$$y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x-1}$$

Здесь неявно присутствуют все уровни. Проверка на наличие наклонной (горизонтальной) асимптоты с применением второго замечательного предела является для студента одним из заданий базового уровня А теории пределов, проверка на наличие (точнее отсутствие) вертикальной (односторонней) асимптоты $x = 1$ (с применением правила Лопиталя) требует от студента более высокого уровня Б владения указанной теорией, и здесь вероятность студенческой ошибки более высокая (студент привык находить вертикальные асимптоты посредством приравнивания знаменателя к нулю). И, наконец, от студента требуется определенная математическая культура, чтобы завершить проверку анализом поведения функции в точках границы области определения, что позволяет квалифицировать прямую $x = 1$ как левостороннюю вертикальную асимптоту графика функции. Несмотря на то, что каждый вопрос этого задания не выше уровня А+Б, полное исследование его в целом следует классифицировать как А+Б+С, при этом психологическое состояние студента (при наличии хотя бы одного ответа базового уровня) является более устойчивым.

Не умаляется в уровневой методологии и роль общения преподавателя со студентом. Приведем пример такой беседы, учитывая, что преподаватель (П) ставит целью выяснить, насколько глубоко усвоил студент (С) свойство непрерывности функции в точке и его связь с другими понятиями математического анализа и беседу изначально начинает (в условиях неопределенности) с низкого уровня.

П – Если предположить, что приращение аргумента Δx функции в точке x_0 является бесконечно малой функцией (при $x \to x_0$), то следует ли отсюда, что и приращение Δy функции является также бесконечно малой функцией (при $x \to x_0$)?

С – Да (в этом случае можно попросить сформулировать определение непрерывности (лучше на языке приращений) и проиллюстрировать различные ситуации на примерах; ожидать в этом случае понимания глубокого уровня представляется делом весьма сомнительным).

С – Нет, не всегда.

П – А когда «да»?

С– если функция непрерывная в этой точке.

П – А если приращение аргумента в точке x_0 является бесконечно малой функцией (при $x \to x_0$), то следует ли отсюда, что и дифференциал dy функции в этой точке является также бесконечно малой функцией (при $x \to x_0$)?

С – Да, следует, если, разумеется, дифференциал существует.

П – Таким образом, имеем две различные бесконечно малые Δy и dy при $x \to x_0$!?

С – Да.

П – Тогда сравните их.

С – Они эквивалентны (здесь можно продолжить: тогда придумайте пример, когда это не так…).

С – Если производная функции в данной точке отлична от нуля, то они эквивалентны. В противном случае дифференциал может оказаться бесконечно малой более высокого порядка малости (приводится пример).

Конечно, уровень студента, правильно ответившего на все вопросы, – уровень А+Б+С – превосходит стандартный уровень среднестатистического отличника.

При уровневой технологии главным образом оценивается не только усвоение учебного материала, содержащегося в лекциях и литературе, но и способность к успешному поиску необходимой научной информации, творческий подход к решению задач, умение синтезировать материалы разных разделов курса, умение проводить первоначальные научные исследования.

Заключение. Уровневый подход к методике преподавания способствует созданию ситуаций успеха в учебно-познавательной деятельности и в целом направляет процесс обучения не только на усвоение информации, но и на формирование самостоятельности студентов, на раскрытие их личностного потенциала, на повышение их внутренней мотивации. Результат обучения оценивается не количеством сообщаемой информации, а качеством ее усвоения и развитием способностей обучаемого к дальнейшему самостоятельному образованию.

Уровневая организация процесса обучения в соответствии с личностно направленной технологией, активизирующей учебную и познавательную деятельность студента, способствующей формированию его математической культуры, представляется чрезвычайно актуальной. Она ориентирована на выполнение важнейшей задачи высшей школы – подготовку специалистов, способных творчески мыслить и самостоятельно работать, определять проблемы и находить пути их решения.

Реализация уровневого методического обеспечения учебного процесса требует существенного пересмотра существующих «нормативов» учебной нагрузки, особенно кафедр, работающих с I курсом. Одним из первоочередных шагов в этом направлении могло бы быть введение в сетке учебных часов на I курсе самоподготовок под контролем преподавателя.

Литература

1. Ильин, В. А. Математический анализ / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов. – М.: Наука, 1979.
2. Мантуров, О. В. Курс высшей математики / О. В. Мантуров, Н. М. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1986.
3. Методическое пособие по разделу «Математическое программирование» курса «Прикладная математика» для студентов спец. 0902 / сост. В. М. Марченко, В. И. Янович. – Минск: БТИ им. С. М. Кирова, 1987.
4. Трехуровневые задания по дисциплине «Высшая математика»: в 4 ч. / сост.: Ж. Н. Горбатович [и др.]. – Минск: БТИ им. С. М. Кирова, 1988–1991. – 4 ч.
5. Методическое пособие по курсу «Высшая математика»: в 5 ч. / сост.: Е. А. Островский, Л. И. Жилевич, М. З. Дубкова. – Минск: БТИ им. С. М. Кирова, 1986–1990. – 5 ч.
6. Марченко, В. М. Методическое обеспечение курса высшей математики по уровневой технологии / В. М. Марченко, В. В. Мухин. – Материалы межвузовской конференции «Образование на рубеже 3-го тысячелетия», Вологда, 2000. – С.152–153.
7. Марченко, В. М. О вступительных экзаменах по математике в Белорусский государственный технологический университет в 2002 г. / М. В. Марченко // Абитуриент. Математика. Физика. – 2002. – № 6. – С. 2–7.
8. Марченко, В. М. Уровневая образовательная технология преподавания математических дисциплин / В. М. Марченко // Межвуз. сб. науч. тр. «Математика и математическое образование. Теория и практика». – Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2004. – Вып. 4. – С. 132–133.
9. Марченко, В. М. Уровневая технология обучения математике / В. М. Марченко, О. Н. Пыжкова, З. Зачкевич: материалы Международной научно-практической конференции «Управление качеством высшего образования в условиях перехода к двухступенчатой системе подготовки кадров». – Минск, 2007. – С. 92–96.
10. Высшая математика: типовая учебная программа для высших учебных заведений по химико-технологическим, лесотехническим, полиграфическим специальностям / сост. В. М. Марченко [и др.]. – Минск: БГТУ, 2009.