Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ. ТЕХНИЧЕСКАЯ ГИДРАВЛИКА

Под ред. проф., д-ра техн. наук И. В. Войтова,
проф., д-ра техн. наук Т. Р. Сосновского

Допущено
Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия
для студентов учреждений высшего образования
по направлению образования «Химическая промышленность»

PROCESY I APARATY INŻYNIERII I TECHNOLOGII CHEMICZNEJ. HYDRAULIKA TECHNICZNA

Pod redakcją prof., dr hab. inż. I. V. Voitova,
prof., dr hab. inż T. R. Sosnowskiego

Zaakceptowane
przez Ministerstwo Edukacji Republiki Białoruś
jako podręcznik dla studentów uczelni wyższych
na kierunku kształcenia “Przemysł chemiczny”

PROCESSES AND MACHINES OF CHEMICAL TECHNOLOGY. TECHNICAL HYDRAULICS

Edited by I. V. Voitau, Professor, PhD DSc (Engineering),
T. R. Sosnowski, Professor, PhD DSc (Engineering)

Allowed by Ministry of Education of the Republic of Belarus
as a training aid for students in higher education
with a degree “Chemical Industry”

Минск 2021

УДК 66.02+532.1(075.8)
ББК 35+30.123я73
П84

А в т о р ы :
А. И. Вилькоцкий, Н. П. Саевич, И. В. Войтов,
Т. Р. Сосновский (Республика Польша,
Варшавский технологический университет),
А. А. Боровик

Р е ц е н з е н т ы :
кафедра технологии и технического обеспечения процессов переработки сельскохозяйственной продукции учреждения образования «Белорусский государственный аграрный технический университет» (заведующая кафедрой кандидат технических наук, доцент *А. Б. Торган*, эксперт от кафедры доктор технических наук, профессор *В. Я. Груданов*);
генеральный директор Республиканского унитарного предприятия «Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по продовольствию» доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, заслуженный деятель науки Республики Беларусь *З. В. Ловкис*

П84 **Процессы и аппараты химической технологии. Техническая гидравлика** : учеб. пособие для студентов учреждений высшего образования по направлению «Химическая промышленность» / А. И. Вилькоцкий [и др.] ; под ред. И. В. Войтова, Т. Р. Сосновского. – Минск : БГТУ, 2021. – 400 с.
ISBN 978-985-530-881-3.

В данном учебном пособии рассматриваются основы технической гидравлики: физические свойства веществ и материалов, гидростатика, гидродинамика однофазных и многофазных потоков, машины для перемещения жидкостей и газов.

Каждая глава пособия включает в себя теоретическую часть с основными понятиями, определениями, расчетными зависимостями. Приводятся конструкции основных аппаратов, методы выполнения расчетов процессов и аппаратов. Также имеются типовые примеры расчетов изучаемых процессов.

Предлагаемое учебное пособие будет полезно не только студентам и магистрантам химико-технологического профиля обучения, но и широкому кругу читателей, занимающихся расчетами и проектированием по курсу процессов и аппаратов химической технологии, а также техническому персоналу предприятий химической и близких к ней отраслей промышленности.

УДК 66.02+532.1(075.8)
ББК 35+30.123я73

ISBN 978-985-530-881-3

© УО «Белорусский государственный технологический университет», 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

SPIS TREŚCI

CONTENTS

Предисловие **7**
Wprowadzenie **8**
Preface **9**

Введение **11**
Wstęp **11**
Introduction **11**

Глава 1. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ И МАТЕРИАЛОВ **13**
Rozdział 1. WŁAŚCIWOŚCI FIZYCZNE SUBSTANCJI I MATERIAŁÓW **13**
Chapter 1. PHYSICAL PROPERTIES OF SUBSTANCES AND MATERIALS **13**
1.1. Плотность и удельный вес 19
1.2. Вязкость 27
1.3. Поверхностное натяжение 36
1.4. Сжимаемость и температурное расширение капельных жидкостей 41
1.5. Теплоемкость 44
1.6. Теплопроводность 44
1.7. Вопросы для самоподготовки и самоконтроля 45

Глава 2. ГИДРОСТАТИКА **47**
Rozdział 2. HYDROSTATYKA **47**
Chapter 2. HYDROSTATICS **47**
2.1. Основные определения 49
2.2. Дифференциальные уравнения равновесия Эйлера 50
2.3. Основное уравнение гидростатики 53
2.4. Практическое применение основного уравнения гидростатики 58
2.4.1. Сообщающиеся сосуды 58
2.4.2. Измерение давления и перепада давлений 61
2.4.3. Определение объема жидкости в резервуарах 67
2.4.4. Сила давления жидкости на различные поверхности 69
2.4.5. Хранение жидкостей и газов 82
2.4.6. Гидравлические машины 84
2.4.7. Расчет гидрозатворов 86
2.5. Вопросы для самоподготовки и самоконтроля 88

Глава 3. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ 89
Rozdział 3. PODSTAWY HYDRODYNAMIKI 89
Chapter 3. THE BASICS OF HYDRODYNAMICS 89
3.1. Основные понятия и определения 91
3.2. Режимы движения жидкости 96
3.3. Основные уравнения гидродинамики 101
3.3.1. Уравнение неразрывности (сплошности) потока 101
3.3.2. Дифференциальные уравнения движения Эйлера 107
3.3.3. Дифференциальные уравнения движения Навье – Стокса 110
3.3.4. Уравнение Бернулли 113
3.4. Практические приложения уравнения Бернулли 116
3.4.1. Трубка полного напора (трубка Пито) 116
3.4.2. Трубка Пито – Прандтля 118
3.4.3. Дроссельные приборы для измерения расхода 119
3.4.4. Ротаметр 126
3.4.5. Истечение жидкости из отверстий резервуаров 127
3.5. Движение жидкостей по трубам и аппаратам 141
3.5.1. Распределение скоростей по сечению трубы для ньютоновских жидкостей в ламинарном режиме. Уравнение Гагена – Пуазейля 141
3.5.2. Распределение скоростей жидкости по сечению трубы для ньютоновских жидкостей в турбулентном режиме 148
3.5.3. Движение неньютоновских жидкостей 153
3.6. Основы теории подобия 153
3.6.1. Теоремы подобия 154
3.6.2. Типы подобия 156
3.6.3. Гидродинамическое подобие. Основные критерии гидродинамического подобия. Критериальные уравнения 159
3.6.4. Приближенное моделирование. Автомодельность 163
3.6.5. Модифицированные и производные критерии подобия 164
3.6.6. Метод размерностей 165
3.7. Гидравлическое сопротивление при движении жидкости 168
3.7.1. Потери давления на трение 169
3.7.2. Потери давления на местных сопротивлениях 180
3.7.3. Суммарные потери давления 185
3.8. Вопросы для самоподготовки и самоконтроля 186

Глава 4. ГИДРОДИНАМИКА ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ 189
Rozdział 4. HYDRODYNAMIKA PRZEPŁYWÓW DWUFAZOWYCH 189
Chapter 4. HYDRODYNAMICS OF TWO-PHASE FLOWS 189
4.1. Гидродинамика двухфазных систем с дисперсной твердой фазой 191
4.1.1. Движение тел в жидкостях 191
4.1.2. Движение газа через зернистые слои 211
4.2. Гидродинамика двухфазных газожидкостных потоков 238
4.2.1. Структура газожидкостных потоков в каналах 238
4.2.2. Барботаж 242

4.2.3. Пленочное течение жидкости 261
4.2.4. Диспергирование жидкостей в газовую фазу 277
4.3. Вопросы для самоподготовки и самоконтроля 282

Глава 5. ТРАНСПОРТИРОВКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ 283
Rozdział 5. TRANSPORT CIECZY I GAZÓW 283
Chapter 5. TRANSPORT OF LIQUIDS AND GASES 283
5.1. Трубопроводы 285
5.1.1. Классификация трубопроводов 285
5.1.2. Элементы трубопроводов 286
5.1.3. Расчет трубопроводов 291
5.1.4. Гидравлический удар 302
5.2. Насосы 304
5.2.1. Классификация насосов 305
5.2.2. Основные параметры работы насосов и насосных установок 306
5.2.3. Центробежные насосы 316
5.2.4. Поршневые насосы 338
5.2.5. Насосы других типов 354
5.2.6. Области применения насосов 364
5.3. Компрессорные машины 366
5.3.1. Классификация и области применения компрессорных машин 366
5.3.2. Элементы теории компрессорных машин 367
5.3.3. Поршневые компрессоры 369
5.3.4. Ротационные компрессоры 377
5.3.5. Центробежные компрессорные машины 381
5.3.6. Осевые вентиляторы и компрессоры 386
5.3.7. Регулирование производительности компрессорных машин 388
5.3.8. Сравнение и области применения компрессорных машин 392
5.4. Вопросы для самоподготовки и самоконтроля 394

Список литературы 395
Literatura uzupełniająca 395
References 395

Об авторах 397
O autorach 398
About the authors 399

ПРЕДИСЛОВИЕ

Техническая гидравлика – это один из основных разделов курса процессов и аппаратов химической технологии (ПиАХТ). Его роль в подготовке инженеров-химиков огромна. Без знаний основ технической гидравлики невозможно правильно рассчитать, а позже спроектировать трубопроводы, теплообменники, массообменные аппараты. Дисциплина ПиАХТ обычно преподается на начальных курсах, поэтому в предлагаемом пособии авторы старались использовать по возможности простой математический аппарат. Это является существенной особенностью данного учебного пособия.

В основу учебного пособия положены лекции, читаемые авторами на протяжении многих лет в Белорусском государственном технологическом университете и Варшавском технологическом университете. Авторы постарались максимально учесть и сблизить методологии изложения материала, используемые в этих учреждениях образования.

Учебное пособие построено в соответствии с программой курса ПиАХТ. Его структура позволяет читателю подойти к рассмотрению каждого конкретного вопроса с общетеоретических и общеинженерных позиций.

Учебное пособие состоит из пяти глав, в которых последовательно рассматриваются физические свойства веществ и материалов (глава 1), основы гидростатики (глава 2), основы гидродинамики (глава 3), гидродинамика двухфазных потоков (глава 4), а также перемещение жидкостей и газов (глава 5).

Каждая глава содержит теоретическую часть, в которой приведены основные понятия, определения, расчетные зависимости, конструкции основных аппаратов, методы проведения гидравлических расчетов процессов и аппаратов. Кроме того, главы включают типовые примеры расчетов, которые позволяют более полно и осмысленно понять суть изучаемых процессов, а также научиться практически проводить основные гидравлические расчеты.

Заканчиваются главы вопросами для самоподготовки, что должно помочь читателю в самостоятельной работе над курсом.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам – генеральному директору Республиканского унитарного предприятия «Научно-практический центр Национальной академии наук Беларуси по продовольствию» доктору технических наук, профессору, члену-корреспонденту Национальной академии наук Беларуси, заслуженному деятелю науки Республики Беларусь Ловкису З. В. и кафедре технологии технического обеспечения процессов переработки сельскохозяйственной продукции БГАТУ (заведующей кафедрой кандидату технических наук, доценту Торган А. Б., эксперту от кафедры доктору технических наук, профессору Груданову В. Я.) за внимание, проявленное при рецензировании рукописи учебного пособия, доброжелательную критику и ценные замечания. Авторы надеются, что предлагаемое пособие будет востребовано студентами, магистрантами и аспирантами, обучающимися по направлению образования «Химическая промышленность», и полезно широкому кругу читателей, изучающих курс процессов и аппаратов химической технологии, а также технологическому персоналу предприятий химической и смежных с ней отраслей промышленности.

Все вопросы читателей, замечания и предложения авторы воспримут с благодарностью.

Минск – Варшава, август 2020 г.

WPROWADZENIE

Hydraulika techniczna jest jednym z głównych działów kursu z zakresu procesów i urządzeń inżynierii i technologii chemicznej. Jego rola w kształceniu inżynierów chemików jest ogromna. Bez znajomości podstaw hydrauliki technicznej niemożliwe jest prawidłowe obliczenie i późniejsze zaprojektowanie rurociągów, wymienników ciepła, urządzeń do wymiany masy, reaktorów chemicznych. Kształcenie z zakresu Procesów i Aparatury Technologii Chemicznej (PATC) jest zwykle prowadzone na kursach podstawowych, dlatego w proponowanym podręczniku autorzy starali się używać możliwie najprostszego aparatu matematycznego. Jest to istotna jego funkcja jako materiału do samokształcenia.

Treść podręcznika opiera się na wykładach prowadzonych przez autorów na Białoruskim Państwowym Uniwersytecie Technologicznym i Politechnice Warszawskiej. Autorzy starali się uwzględnić i połączyć metodologie prezentacji materiału wykorzystywane w obu uczelniach.

Zawartość książki jest zgodna z programem kursu PATC. Jej struktura pozwala czytelnikowi analizować każde z prezentowanych zagadnień wychodząc z ogólnych podstaw teoretycznych i inżynierskich.

Podręcznik składa się z pięciu rozdziałów, w których po kolei omówione zostają: właściwości fizyczne płynów i materiałów (rozdział 1), podstawy hydrostatyki (rozdział 2), podstawy hydrodynamiki (rozdział 3), hydrodynamika przepływów dwufazowych (rozdział 4) oraz przepływ cieczy i gazów (rozdział 5).

Każdy rozdział zawiera część teoretyczną, w której podane są podstawowe pojęcia, definicje, zależności liczbowe, konstrukcje podstawowych aparatów oraz metody przeprowadzania obliczeń z zakresu zagadnień hydrodynamicznych. Ponadto rozdziały zawierają przykłady typowych obliczeń, co pozwala na pełniejsze i łatwiejsze zrozumienie istoty rozważanych procesów, a także pokazuje, w jaki sposób można przeprowadzić podstawowe obliczenia z tej tematyki.

Rozdziały kończą się pytaniami, które powinny pomóc czytelnikowi w samodzielnej nauce i pracą nad kursem.

Autorzy składają gorące podziękowania recenzentom – Dyrektorowi Generalnemu „Centrum Naukowo-Praktycznego Narodowej Akademii Nauk Białorusi ds. Żywności", doktorowi habilitowanemy nauk technicznych, profesorowi, członkowi korespondentowi Narodowej Akademii Nauk Białorusi, zasłużonemu naukowcowi Republiki Białoruś, Z. V. Lovkisowi oraz Katedrze Technologii i Wsparcia Technicznego Procesów Przetwórstwa Rolnego w BPATU (kierownik katedry doktor nauk technicznych docent A. B. Torgan, ekspert katedry doktor habilitowany nauk technicznych, professor V. Y. Grudanov) – za uważne przeczytanie manuskryptu podręcznika, przyjazną krytykę i cenne komentarze. Autorzy mają nadzieję, że niniejszy podręcznik znajdzie uznanie wśród studentów i doktorantów kształcących się w obszarze przemysłu chemicznego, będzie przydatny dla szerokiego kręgu czytelników interesujących się przebiegiem procesów i budową aparatów technologii chemicznej, a także dla personelu technologicznego przedsiębiorstw przemysłu chemicznego i pokrewnych.

Autorzy są otwarci na pytania, komentarze i sugestie czytelników.

Mińsk – Warszawa, sierpień 2020

PREFACE

Technical hydraulics belongs to the basic courses in teaching of chemical engineering (chemical technology) processes and apparatuses. The role of this course in chemical engineers training is enormous. Without the knowledge of the basics of technical hydraulics, it is impossible to correctly design pipelines, heat exchangers, mass transfer devices, chemical reactors, etc. Education in the Processes and Apparatuses of Chemical Technology (PACT) is usually done during the courses of the basic level, hence the proposed handbook uses the simplest possible mathematical apparatus. This is the important function of this textbook as a material for self-study.

The content of the textbook is based on lectures given by the authors at the Belarusian State University of Technology and at the Warsaw University of Technology (Poland). The authors tried to include and combine the educational materials and methodologies used at both universities.

The content of the book is consistent with the program of PACT course. Its structure allows the reader to analyze each of the presented issues on the ground of the general theoretical and engineering foundations.

The textbook consists of five chapters, which discuss: physical properties of fluids and materials (chapter 1), basics of hydrostatics (chapter 2), basics of hydrodynamics (chapter 3), hydrodynamics of two-phase flows (chapter 4) and the flow of liquids and gases (chapter 5).

Each chapter contains a theoretical part which present basic concepts, definitions, derived equations and relationships, basic apparatus designs, and methods of calculations of hydrodynamic problems. In addition, the chapters contain examples of typical calculations, which allows a more complete and easier understanding of the essence of the processes under consideration, and also shows how to perform the basic calculations.

The chapters are concluded with questions that should help the reader self-learning and working on the course.

The authors would like to acknowledge the reviewers – the Director General of the "Scientific and Practical Center for Food of the National Academy of Sciences of Belarus", DSc (Engineering), Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus and distinguished scientist of the Republic of Belarus, Professor Z. V. Lovkis, and the Department of Technology and Technical Support of Agricultural Processes at BSATU (Head of the Department PhD (Engineering), Associate Professor A. B. Torgan, Expert of the Department, DSc (Engineering), Professor V. Y. Grudanov) – for careful reading the manuscript of this textbook, friendly criticism and valuable comments. The authors hope that this textbook will be positively accepted by students and PhD candidates in the field of chemical industry, and will be useful to many readers interested in the chemical engineering processes and apparatuses, as well as to the technological staff of chemical industry and related branches.

The authors will eagerly accept all questions, comments and suggestions from readers.

Minsk – Warsaw, August 2020

ВВЕДЕНИЕ

WSTĘP

INTRODUCTION

В курсе «Процессы и аппараты химической технологии» изучают теорию основных химико-технологических процессов, устройство и принципы действия аппаратов и машин для их проведения, а также методы расчета и моделирования указанных процессов и аппаратов.

Эта дисциплина базируется на таких фундаментальных и общетехнических науках, как математика, физика, термодинамика, механика, физическая химия, гидравлика, а также непосредственно связана с экономикой, природопользованием, безопасностью жизнедеятельности и другими дисциплинами.

В современной химической промышленности осуществляются разнообразные процессы. Проведение таких процессов неразрывно связано с использованием различных текучих сред, включающих жидкости, газы и их смеси, а также смеси жидкостей и газов с твердыми материалами. Изучением свойств и закономерностей текучих сред, прежде всего связанных с их движением, в рамках процессов и аппаратов химической технологии занимается наука, получившая название техническая гидравлика[1].

Техническая гидравлика – это наука, изучающая законы равновесия и движения жидкостей. В отличие от теоретической гидромеханики, которая оперирует сложным и строгим математическим аппаратом, техническая гидравлика при решении различных практических задач использует те или иные упрощающие допущения и предположения, ограничиваясь во многих случаях анализом одномерного движения. Поэтому гидравлические решения зачастую носят приближенный характер. Очень часто они основываются непосредственно на результатах экспериментов (лабораторных и натурных), поэтому в технической гидравлике приводится много различных экспериментальных зависимостей. При решении задач технической гидравлики стремятся к оценке только главных характеристик изучаемого явления и часто оперируют теми или иными осредненными величинами, которые дают достаточно надежную (для решения технических задач) характеристику рассматриваемого явления; например, часто пользуются средними скоростями движения частиц жидкости в том или ином сечении потока.

Однако в настоящее время в научных расчетах, а также иногда и в технических не применяют вышеупомянутых упрощений, а гидравлические расчеты проводят методами CFD (Computer Fluid Dynamics), теоретическими основами которых являются аналитические уравнения теоретической гидромеханики.

Описание характеристик и закономерностей текучих сред невозможно без знания их основных физических свойств. Поэтому в первой главе пособия «*Физические свойства веществ и материалов*» приведены различные зависимости для определения таких важных свойств жидкостей и газов, а также их смесей, как

[1] *Hydravlikos* (греч.) – водяной.

плотность и удельный вес, динамическая и кинематическая вязкость, поверхностное натяжение и объемное расширение, теплоемкость и теплопроводность.

Во второй главе книги «*Гидростатика*» изучаются характеристики и закономерности текучих сред в состоянии покоя. При этом особое внимание уделено практическому применению изучаемого материала для определения давления и силы давления, создаваемых текучей средой на стенки сосудов и аппаратов, для описания работы некоторых приборов, гидравлических машин и устройств, работа которых основана на законах гидростатики. Законы гидростатики одинаково универсальны как для покоящихся, так и для движущихся текучих сред, что значительно повышает актуальность материала, представленного в данной главе.

Большинство современных химико-технологических процессов протекает в движущихся потоках. Это обусловлено не только непосредственной необходимостью перемещения текучих сред из одного места в другое, но и возможностью значительной интенсификации гидромеханических, тепломассообменных и химических процессов путем изменения гидродинамических условий их протекания, что позволяет существенно уменьшить габариты оборудования, увеличить его производительность и удешевить производство. Изучению основных закономерностей движения текучих сред посвящена глава 3 пособия «*Основы гидродинамики*». В этой главе приведены выводы основных уравнений гидродинамики, показано их практическое применение при описании работы некоторых устройств, используемых для определения расхода и скорости. Также рассмотрены основные характеристики движении жидкости в трубах и аппаратах. Даны основы теории подобия, знания которой позволяют исследователю выбрать оптимальный метод проведения эксперимента, способы обработки результатов с их последующим использованием в расчетной практике и проектировании.

Проведение большинства процессов химической технологии связано с использованием не чистых жидкостей или газов, а многофазных систем, закономерности движения которых значительно сложнее, чем однофазных систем. Именно это послужило основанием появления отдельной главы предлагаемой книги «*Гидродинамика двухфазных потоков*», содержащей материал, который либо отсутствует, либо не в полной мере представлен в классических учебниках и учебных пособиях по гидравлике. В этой главе рассматриваются такие широко распространенные в химической технологии процессы, как движение тел в жидкостях, движение газа через зернистые слои, барботаж, пленочное течение и диспергирование жидкостей.

Перемещение текучих сред является целевым, т. е. главным процессом при их движении по трубопроводным сетям. Кроме того, транспортировка текучих сред сопутствует многим другим процессам химической технологии, протекающих, например, в смесителях и сепараторах, тепломассообменных аппаратах (теплообменниках, массообменных колонных аппаратах, сушилках, адсорберах, экстракторах), химических реакторах и др. Причем общая скорость гидромеханических, тепломассообменных и химических процессов в значительной степени зависит и определяется скоростью перемещения текучих сред. Вопросы, связанные с перемещением текучих сред по трубопроводным сетям рассмотрены в главе «*Транспортировка жидкостей и газов*». В этой главе приведены основы расчета трубопроводов, описаны конструкции машин для перемещения газов и жидкостей с указанием их достоинств, недостатков, областей применения и основных рабочих характеристик. Уделено внимание таким важным прикладным вопросам, как совместная работа насосов на трубопроводные сети, определение рабочих характеристик машин для перемещения текучих сред. Даны разнообразные примеры расчетов.

Глава 1
ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ И МАТЕРИАЛОВ

В главе рассмотрены основные понятия и определения, характеризующие текучие среды – капельные и упругие жидкости, смеси капельных и упругих жидкостей, а также суспензии.

Приведены различные методы расчета плотности, удельного веса, динамической и кинематической вязкостей, коэффициентов объемного расширения, удельной теплоемкости и теплопроводности чистых капельных и упругих жидкостей, а также смесей капельных и упругих жидкостей, суспензий.

Также в главе даны типовые примеры расчетов.

Rozdział 1
WŁAŚCIWOŚCI FIZYCZNE SUBSTANCJI I MATERIAŁÓW

W rozdziale wprowadzono główne pojęcia i definicje charakteryzujące właściwości fizykochemiczne płynów (czystych cieczy lub gazów, mieszanin oraz zawiesin). Wskazano różne metody określania gęstości, ciężaru właściwego, lepkości dynamicznej i kinematycznej, napięcia powierzchniowego, współczynników rozszerzalności objętościowej, ciepła właściwego i przewodnictwa cieplnego płynów. Rozdział zawiera również przykłady typowych obliczeń ww. właściwości.

Chapter 1
PHYSICAL PROPERTIES OF SUBSTANCES AND MATERIALS

In this chapter we introduce basic terms and definitions that characterize the properties of fluids (pure liquids and gases, mixtures, suspensions). The methods of determination of fluid density, viscosity (dynamic/kinematic), surface tension, volumetric coefficient of thermal expansion, specific heat capacity and heat conductivity are presented. The chapter also contains examples of the calculation of these properties.

При проведении гидравлических расчетов процессов и аппаратов химической технологии пользуются данными о физико-химических свойствах веществ и материалов (плотность, вязкость, поверхностное натяжение, объемное расширение и т. д.), а также значениями различных параметров, характеризующих состояния этих веществ (давление, температура, скорость, расход и др.). Все эти величины определяются исходя из своей физико-химической сущности, а для их практического применения могут использоваться различные единицы измерения.

На данном уровне развития науки, технологии и техники предпочтительной при проведении расчетов является Международная система единиц (СИ), принятая 11-й Генеральной конференцией по мерам и весам в октябре 1960 г.

В СИ за единицы измерения основных величин приняты единицы линейного размера, массы, времени, количества вещества, температуры.

Линейный размер L (расстояние, длина, ширина, высота, толщина, глубина и др.) является основной характеристикой **физического пространства**. Классическое физическое пространство трехмерное, любая его точка определяется тремя независимыми координатами, например, в декартовой пространственной системе координат это координаты x, y, z. Единицей измерения линейного размера в СИ является **метр.** Также при расчетах широко используются различные внесистемные единицы (дециметры, сантиметры, миллиметры):

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} = 1000 \text{ мм}.$$

Масса m – это величина, характеризующая материальность объекта, его инерционные свойства и полную энергию. Единицей измерения массы в системе СИ является **килограмм**. Часто используют и внесистемные единицы массы (граммы, тонны):

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г} = 0{,}001 \text{ т}.$$

Время τ – форма протекания физических процессов, условие возможности изменения. Это одно из основных понятий техники, мера длительности существования всех объектов, характеристика последовательности смены их состояний в процессах и самих процессов. Единицей измерения времени в СИ является **секунда**. Кроме того, используются внесистемные единицы времени – минуты, часы, сутки и др.:

$$1 \text{ сутки} = 24 \text{ ч} = 1440 \text{ мин} = 86\,400 \text{ с}.$$

Количество вещества υ – это величина, связанная с числом микрочастиц вещества. Единицей измерения количества вещества в СИ является **моль** – это количество вещества, содержащее $6{,}02214076 \cdot 10^{23}$ элементарных структурных единиц, в качестве которых могут выступать атомы, молекулы, ионы, электроны, а также любые другие частицы или группы частиц. Именно с этим связано появление так называемого числа Авогадро $N_A = 6{,}02214076 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. В расчетах часто используют внесистемную единицу киломоль:

$$1 \text{ кмоль} = 1000 \text{ моль}.$$

Температура T (от лат. *temperature*) является мерой кинетической энергии микрочастиц вещества. Основной единицей измерения температуры в системе СИ является Кельвин (К). Системой СИ допускается применение двух температурных шкал: шкалы Кельвина и шкалы Цельсия (°С). При этом $\text{К} = {}^\circ\text{С} + 273{,}15$.

Давление p (от лат. *pressūre* – давление) на поверхность – физическая величина, численно равная силе, действующей на единицу площади поверхности перпендикулярно этой поверхности. В системе СИ измеряется в паскалях (Па). Паскаль равен давлению, вызываемому силой, равной одному ньютону, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м^2. В технических расчетах также используются различные внесистемные единицы измерения давления: бар, миллиметр ртутного столба, миллиметр водяного столба, килограмм-сила на квадратный сантиметр, техническая атмосфера и др. (более подробно см. подгл. 2.3).

Кроме **основных** физических величин используются **производные** физические величины, полученные путем преобразования основных физических величин. К ним относятся:

Площадь поверхности S – это количественная мера оценки любой поверхности, в том числе условных поперечных сечений и различных проекций объемных тел. Площадь поверхности является величиной, производной от линейного размера. В системе СИ размерностью площади поверхности является метр квадратный (м^2).

Объем V является основной мерой оценки физического пространства, занимаемого любым рассматриваемым объектом. Единицей измерения объема в СИ является метр кубический (м^3). Также используются внесистемные единицы объема – литры (дециметры кубические) и миллилитры:

$$1 \text{ л} = 1000 \text{ мл} = 1 \text{ дм}^3 = 0{,}001 \text{ м}^3.$$

Скорость w является одной из основных кинематических характеристик движения и представляет в общем случае производную линейного размера L по времени τ: $w = \dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\tau}$. Размерностью скорости в СИ является метр в секунду (м/с).

Ускорение a (от лат. *acceleration* – ускорение) – это физическая величина, определяющая быстроту изменения скорости тела, т. е. это производная скорости по времени: $a = \dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau}$. Размерностью ускорения в СИ является метр в секунду в квадрате (м/с^2).

Например, тела, свободно падающие по вертикали вблизи поверхности Земли, в случаях, когда испытываемое ими сопротивление воздуха мало, увеличивают свою скорость примерно на 9,81 м/с за каждую секунду, т. е. их ускорение примерно равно 9,81 м/с^2. Данная величина называется **ускорением свободного падения**, а ее среднее значение, равное $g = 9{,}81$ м/с^2, широко используется в технических расчетах.

Сила F (лат. *fortis* – сильный) – физическая величина, являющаяся мерой воздействия на данное тело со стороны других тел или полей. Размерностью силы в системе СИ является ньютон (Н).

Обычно в технической гидравлике используют следующую классификацию сил: массовые (объемные), поверхностные, линейные.

Массовыми называют силы, действующие на каждую частицу внутри данной массы (объема) рабочего тела. Примером массовых сил могут служить силы всемирного тяготения (в частности – вес), инерционные силы. Если источник массовых сил лежит вне тела, то говорят о **внешних** силах (источник веса тела – притяжение Земли); если силы проявляются независимо от внешних воздействий, то это внутренние **массовые** силы (силы инерции). Массовые силы пропорциональны

массе рабочего тела, они могут быть представлены как произведение массы тела на ускорение:

$$F = ma. \tag{1.1}$$

Поверхностными называют силы, действующие на поверхность и пропорциональные ей. Различают **нормальные** и **тангенциальные** поверхностные силы. Первые действуют нормально к поверхности – это **силы давления** (сжатия). Их пропорциональность величине поверхности выражается соотношением

$$F_{\text{н}} = pS, \tag{1.2}$$

где p – давление.

Вдоль поверхности (тангенциально) действуют **силы сдвига** (в технической гидравлике – силы трения). Пропорциональность силы и поверхности здесь выражается соотношением

$$F_{\text{т}} = \tau S, \tag{1.3}$$

где τ – касательное напряжение.

Примером **линейных сил** является **сила поверхностного натяжения**, действующая по периметру П и пропорциональная ему. Для полной силы поверхностного натяжения пропорциональность периметру выразится как

$$F_{\text{л}} = \sigma\Pi, \tag{1.4}$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения.

Следует учитывать, что скорость, ускорение и сила являются **векторными величинами**. В отличие от скалярных, они характеризуются не только модулем (численным значением), но и направлением, и точкой приложения.

Другие физические величины будут рассматриваться в последующих главах по мере необходимости.

Введем некоторые понятия, требуемые для анализа и математического описания гидромеханических процессов.

Сплошная среда. Как известно, все тела (объекты) состоят из микрочастиц вещества: атомов, молекул, ионов, свободных электронов и других дискретных частиц, обладающих массой.

В технической гидравлике и других физических и химических науках используют понятие числа Кнудсена Kn, величина которого определяется из зависимости

$$\text{Kn} = \frac{\bar{L}}{L}, \tag{1.5}$$

где $\bar{L}$ – среднее расстояние между микрочастицами, а в случае газов – средняя длина пути свободного пробега молекул или длина пути между двумя очередными их соударениями, м; L – линейный размер трубопровода, аппарата или обтекаемого твердого тела, м.

Например, для газа, когда число Кнудсена мало $(\text{Kn} < 0{,}01)$, можно не учитывать его молекулярную структуру, а трактовать как сплошную среду (continuum[1]). Это означает, что он заполняет пространство непрерывно, полностью, без пустых

[1] От лат. *continuum* – непрерывное, сплошное.

мест. В противном случае газ является настолько разреженным, что может рассматриваться только в рамках так называемой молекулярной аэродинамики на основе методов статистической механики.

Например, для воздуха при температуре $0\ ^\circ\mathrm{C}$ и давлении $101\,325$ Па, что соответствует нормальным условиям[2], средняя длина пути свободного пробега молекул составляет $\bar{L} = 0{,}06$ мкм $= 0{,}06 \cdot 10^{-6}$ м. А на высоте 200 км от поверхности Земли, где очень низкое давление, а содержание молекул незначительно, эта же величина составляет $\bar{L} = 18$ м.

Следовательно, в большинстве случаев жидкость (газ) можно рассматривать как непрерывную среду, которая состоит не из молекул, а из прилегающих плотно друг к другу элементов, имеющих, например, вид прямоугольных кубиков элементарного объема $\mathrm{d}V = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$. Таким образом, возникает общее понятие элемента жидкости, которое широко используется в технической гидравлике.

Элемент жидкости – это объем с размерами, гораздо меньшими размеров аппарата, трубопровода, обтекаемого твердого тела, но одновременно гораздо бóльшими, чем средняя длина свободного пробега молекул. При комнатных давлении и температуре даже очень маленький объем текучей среды 1 мкм^3 содержит огромное число молекул. Например, для воздуха число это составляет около $2{,}7 \cdot 10^7$, или 27 млн. молекул, а для воды данное значение намного больше.

Понятие сплошной среды делает возможным использование для нее таких параметров, как температура T, давление p, плотность ρ, коэффициент динамической вязкости μ и коэффициент теплопроводности λ.

Модель сплошной среды позволяет описывать макроскопические свойства жидкости как функции положения точек в пространстве и времени и рассматривать их как поля. Это создает возможность введения математических упрощений в исследованиях движения жидкости и применения общих теорем теории поля в механике жидкости. Например, для поля давлений это можно выразить следующим образом:

$$p = f(\tau, x, y, z).$$

Это означает, что давление p является функцией времени τ и пространственных координат (x, y, z).

Модель сплошной среды позволяет описать, как ведет себя элемент жидкости под действием различных сил, как изменяются скорость этого элемента во времени и пространстве, а также давление, температура или концентрация отдельных элементов, если это многокомпонентная смесь.

Такая модель позволяет четко сформулировать законы, описывающие поведение жидкости с помощью алгебраических и дифференциальных уравнений.

В химической технологии принято жидкости, газы, пары, их смеси, а также смеси жидкостей, газов и паров с твердыми частицами называть **жидкостями** (**жидкими средами**).

Это объясняется тем, что в определенных границах изменения давления газы можно рассматривать как несжимаемые ($\rho \approx \mathrm{const}$). Такие изменения давления имеют место, например, во время движения газов с умеренными скоростями, причем за верхнюю границу принимается число Маха, определяемое как отношение скорости потока газа к скорости звука в этой среде, равное приблизительно $\mathrm{Ma} = 0{,}3$.

[2] О понятии «нормальные условия» см. подгл. 2.3.

Это значение числа Ма в случае движения воздуха при температуре 15 °С соответствует скорости $w = 100$ м/с. В химической инженерии, инженерии охраны окружающей среды и большинстве других областей техники такие большие скорости в основном не встречаются, не считая отдельных случаев, например движение жидкости в струйных насосах. Обычно скорость газов значительно меньше, например, скорость воздуха в вентиляционных установках составляет порядка нескольких десятков метров в секунду. Поэтому во всех главах уравнения, описывающие движение жидкости и газа, будут иметь одинаковую форму.

Вопросы движения сжатых газов будут затронуты только в гл. 5.

При выводе основных закономерностей в химической технологии вводят понятие **идеальной жидкости**, которая в отличие от **реальной (вязкой) жидкости** абсолютно несжимаема под действием давления, не изменяет плотности при изменении температуры и не обладает вязкостью.

Реальные жидкости делятся на капельные и упругие. **Капельные** жидкости имеют жидкое агрегатное состояние, практически несжимаемы и обладают очень малым коэффициентом объемного расширения. Объем **упругих** жидкостей (газов и паров) сильно изменяется при изменении температуры или давления.

Рассмотрим основные физические свойства жидкостей и параметры, используемые при описании и расчетах гидромеханических процессов, протекающих в покоящейся и движущейся жидкости.

1.1. ПЛОТНОСТЬ И УДЕЛЬНЫЙ ВЕС

Масса m единицы объема V называется **плотностью**:

$$\rho = \frac{m}{V}. \tag{1.6}$$

Размерность плотности:

$$[\rho] = \left[\frac{m}{V}\right] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Вес G единицы объема жидкости называется **удельным весом**. Если удельный вес есть величина постоянная, то

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g, \tag{1.7}$$

где $g = 9{,}81$ м/с^2 – ускорение свободного падения.

Размерность удельного веса:

$$[\gamma] = \left[\frac{G}{V}\right] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^3}.$$

Относительной плотностью называется отношение плотности вещества ρ к плотности воды $\rho_в$ при +4 °С:

$$\overline{\rho} = \frac{\rho}{\rho_в}, \tag{1.8}$$

где $\rho_в = 1000$ кг/м^3.

Плотность капельных жидкостей мало зависит от изменения давления и температуры. При необходимости изменение плотности жидкости от температуры может быть учтено с помощью формулы Д. И. Менделеева:

$$\rho_t = \rho_{20} - \alpha_\rho (t - 20), \tag{1.9}$$

где ρ_t – плотность жидкости при данной температуре, кг/м^3; ρ_{20} – плотность жидкости при температуре $t = 20$ °С, кг/м^3; α_ρ – поправочный коэффициент, учитывающий изменение плотности с изменением температуры на 1 °С.

Для **твердых веществ** плотность практически не зависит от температуры и в расчетной практике ее можно считать постоянной величиной. Значения $\rho_{тв}$, кг/м^3, приводятся в справочной литературе в виде таблиц. Причем для сыпучих веществ наряду с плотностью материала $\rho_{тв}$ приводятся средние значения насыпной плотности $\rho_{нас}$, кг/м^3:

$$\rho_{нас} = \frac{m}{V_{сл}}, \tag{1.10}$$

где m – масса частиц в слое, кг; $V_{сл}$ – объем слоя, м^3.

Значение насыпной плотности меньше, чем плотность материала, поскольку объем слоя включает не только суммарный объем частиц V, но и объем пустот между ними, что учитывается порозностью[3] слоя ε, м^3/м^3:

$$V_{сл} = \frac{V}{1 - \varepsilon}. \tag{1.11}$$

Значения плотности материала и насыпной плотности слоя связаны соотношением

$$\rho_{тв} = \frac{\rho_{нас}}{1 - \varepsilon}. \tag{1.12}$$

Для идеальных газов[4] справедливо уравнение Клапейрона – Менделеева:

$$pV = \frac{m}{M} RT, \tag{1.13}$$

где p – давление газа, Па; V – занимаемый газом объем, м^3; m – масса газа, кг; M – молярная масса газа, кг/кмоль; $R = 8314 \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ – молярная газовая постоянная; T – температура газа в Кельвинах ($T = t + 273{,}15$, где t – температура газа в градусах Цельсия).

Для идеальных газов уравнение (1.13) можно записать в виде

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} \tag{1.14}$$

или

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0}{T} \frac{p}{p_0} = \frac{M}{22{,}4} \frac{T_0}{T} \frac{p}{p_0}, \tag{1.15}$$

---

[3] Более подробно о порозности см. гл. 4.

[4] **Идеальный газ** – идеализированная модель реальных газов, используемая для выяснения закономерностей, которым подчиняется поведение вещества в газообразном состоянии. У идеального газа молекулы рассматриваются как материальные точки, не взаимодействующие друг с другом на расстоянии, но взаимодействующие друг с другом и со стенками сосуда при столкновениях.

где ρ – плотность газа, кг/м^3; ρ_0 – плотность газа при нормальных условиях ($T_0 = 273{,}15$ К и $p_0 = 101\,325$ Па), кг/м^3; M – молярная масса газа, кг/кмоль; $22{,}4$ м^3/кмоль – объем, занимаемый одним киломолем газа при нормальных условиях.

Подобно идеальным ведут себя реальные газы и пары (**но не капельные жидкости**), если их температуры выше температур сжижения (конденсации), а давления не превышают сотен атмосфер. В противном случае более точное описание состояния реального газа (пара) можно произвести с помощью уравнения Ван-дер-Ваальса:

$$\left(p + \frac{\upsilon_м^2 a}{V^2}\right)(V - \upsilon_м b) = RT\upsilon_м, \tag{1.16}$$

где $\upsilon_м$ – количество вещества, моль; p – давление газа, Па; V – объем газа, м^3; T – температура газа, К; $a, \frac{\text{Па}\cdot\text{м}^6}{\text{моль}^2}$, и $b, \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$, – постоянные в уравнении Ван-дер-Ваальса.

Постоянные a и b можно определить по формулам:

$$b = \frac{27RT_{кр}}{216p_{кр}}; \tag{1.17}$$

$$a = \frac{27bRT_{кр}}{8}, \tag{1.18}$$

где $T_{кр}$, К, и $p_{кр}$, Па, – критические температура и давление соответственно[5].

Количество вещества $\upsilon_м$, моль, определяется как

$$\upsilon_м = \frac{m}{M}, \tag{1.19}$$

где m – масса газа, кг; M – молярная масса газа, кг/кмоль.

Поскольку $m = \rho V$, то уравнение (1.19) примет вид

$$\upsilon_м = \frac{\rho V}{M}, \tag{1.20}$$

где ρ – плотность газа, кг/м^3.

Плотность реального газа $\rho_р$ может быть определена через плотность идеального газа ρ с учетом его коэффициента сжимаемости z:

$$\rho_р = \rho \cdot z. \tag{1.21}$$

Значение коэффициента сжимаемости z в зависимости от приведенной температуры $T_{пр}$ и приведенного давления $p_{пр}$ можно определить по графику (рис. 1.1).

---

[5] **Критическая температура** – это максимальная температура, при которой паровая и жидкая фазы могут находиться в равновесии. Выше критической температуры существование жидкой фазы невозможно, наблюдается единое аморфное состояние. При критической температуре сжижение газа требует наибольшего давления, которое называется **критическим давлением**.

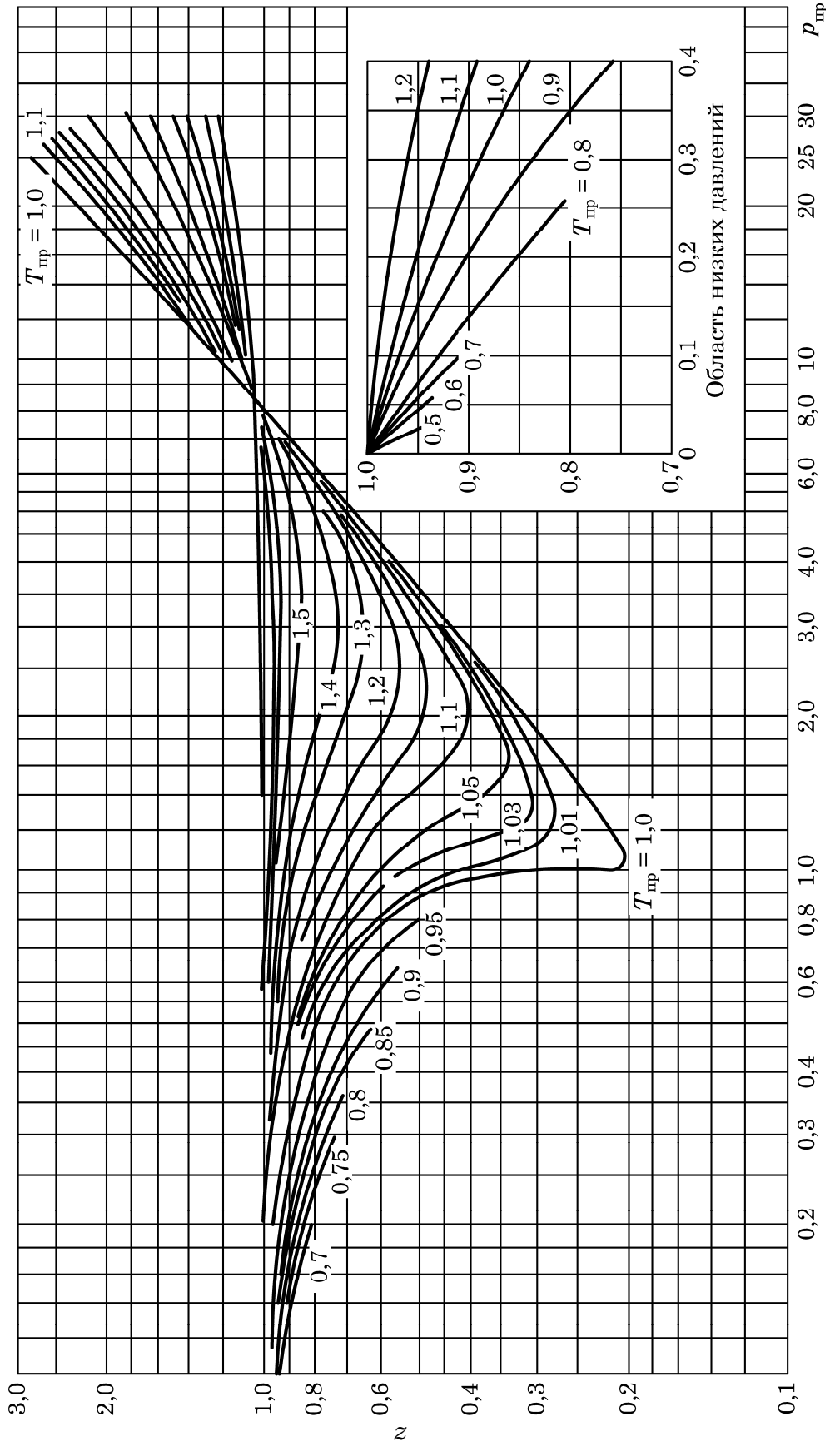


Рис. 1.1. Зависимость коэффициентов сжимаемости z газов от приведенных давлений $p_{пр}$ и температур $T_{пр}$

Приведенную температуру $T_{\text{пр}}$ и давление $p_{\text{пр}}$ можно найти по следующим формулам:

$$T_{\text{пр}} = \frac{T}{T_{\text{кр}}}; \tag{1.22}$$

$$p_{\text{пр}} = \frac{p}{p_{\text{кр}}}, \tag{1.23}$$

где T и p – температура и давление, при которой находится газ; $T_{\text{кр}}$ и $p_{\text{кр}}$ – критические параметры веществ, которые приводятся в справочной литературе.

ПРИМЕР 1.1

Определить массу слоя кристаллического вещества, занимающего объем $V_{\text{сл}} = 5\ \text{м}^3$ и имеющего порозность $\varepsilon = 0{,}42\ \text{м}^3/\text{м}^3$. Плотность частиц кристаллического вещества принять равной $\rho_{\text{тв}} = 2250\ \text{кг}/\text{м}^3$.

Решение

Для сыпучих веществ массу частиц в слое можно определить из формулы (1.10):

$$m = V_{\text{сл}}\rho_{\text{нас}},$$

где $\rho_{\text{нас}}$ – насыпная плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Насыпную плотность определяем через порозность слоя согласно формуле (1.12):

$$\rho_{\text{нас}} = \rho_{\text{тв}}(1-\varepsilon),$$

где $\rho_{\text{тв}}$ – плотность частиц вещества, $\text{кг}/\text{м}^3$; ε – порозность слоя, $\text{м}^3/\text{м}^3$.

Тогда насыпная плотность слоя

$$\rho_{\text{нас}} = 2250 \cdot (1-0{,}42) = 1305\ \text{кг}/\text{м}^3.$$

Масса слоя кристаллического вещества будет равна

$$m = 5 \cdot 1305 = 6525\ \text{кг}.$$

Ответ: $m = 6525$ кг.

ПРИМЕР 1.2

Определить плотность этилена, находящегося под абсолютным давлением $p = 2$ МПа и имеющего температуру $t = 110\ ^\circ\text{C}$, допуская идеальность газа, а также учитывая его реальное состояние. Молярная масса этилена $M = 28{,}1$ кг/кмоль. Критические параметры этилена: температура $T_{\text{кр}} = 282{,}4$ К, давление $p_{\text{кр}} = 50{,}0$ атм.

Решение

Считая этилен идеальным газом, определяем его плотность по модифицированному уравнению Клапейрона – Менделеева (1.15):

$$\rho = \frac{M}{22{,}4}\frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T} = \frac{28{,}1}{22{,}4} \cdot \frac{2\,000\,000}{101\,325} \cdot \frac{273{,}15}{110+273{,}15} = 17{,}652\ \text{кг}/\text{м}^3.$$

Приведенные температуру и давление рассчитываем по формулам (1.22) и (1.23):

$$T_{\text{пр}} = \frac{T}{T_{\text{кр}}} = \frac{110 + 273{,}15}{282{,}4} = 1{,}36;$$

$$p_{\text{пр}} = \frac{p}{p_{\text{кр}}} = \frac{2\,000\,000}{50 \cdot 101\,325} = 0{,}39.$$

По рис. 1.1 значение коэффициента сжимаемости $z = 0{,}98$.

Плотность этилена как реального газа рассчитываем по формуле (1.21):

$$\rho_{\text{р}} = \rho \cdot z = 17{,}652 \cdot 0{,}98 = 17{,}299 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Ответ: $\rho_{\text{р}} = 17{,}299 \text{ кг}/\text{м}^3$.

В химической технологии часто работают не с чистыми газами и жидкостями, а со смесями газов и жидкостей, а также с различными гетерогенными системами – суспензиями, эмульсиями и т. д. Поэтому возникает необходимость определения плотности таких систем.

Плотность смеси газов (паров), состоящей из n компонентов, определяется по правилу аддитивности[6]:

$$\rho_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{n} (\rho_i y_i) = \rho_1 y_1 + \rho_2 y_2 + \ldots + \rho_n y_n, \qquad (1.24)$$

где ρ_i и y_i – плотность, кг/м^3, и объемная (молярная) доля, м^3/м^3 (кмоль/кмоль), i-го компонента в смеси.

Плотность смеси взаимно нерастворимых (неассоциируемых) капельных жидкостей, состоящей из n компонентов[7], приближенно определяется по правилу аддитивности их объемов.

Смеси взаимно нерастворимых жидкостей (типа вода – масло) обладают равновесными свойствами, существенно отличающимися от свойств семейств жидкостей, взаимно растворимых друг в друге. По существу смесь взаимно нерастворимых жидкостей представляет собой не раствор, а механическую смесь – эмульсию одной жидкости в другой. Плотность таких смесей определяют по формуле

$$\rho_{\text{см}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\bar{x}_i}{\rho_i}} = \frac{1}{\frac{\bar{x}_1}{\rho_1} + \frac{\bar{x}_2}{\rho_2} + \ldots + \frac{\bar{x}_n}{\rho_n}}, \qquad (1.25)$$

где $\bar{x}_i$, ρ_i – массовая доля, кг/кг, и плотность, кг/м^3, i-го жидкого компонента.

[6] Аддитивность (лат. *additivus* – прибавляемый) – свойство величин, состоящее в том, что значение величины, соответствующее целому объекту, равно сумме значений величин, соответствующих его частям. Например, аддитивность объема означает, что объем целого тела равен сумме объемов составляющих его частей.

[7] В некоторых случаях такие смеси можно считать эмульсиями. **Эму́льсия** (новолат. *emulsio*; от лат. *emulgeo* – дою, выдаиваю) – дисперсная система, состоящая из микроскопических капель жидкости (дисперсной фазы), распределенных в другой жидкости (дисперсионной среде). Эмульсии могут быть образованы двумя любыми нерастворимыми либо частично растворимыми жидкими компонентами. Одна из первых изученных эмульсий – молоко. В нем капли молочного жира распределены в водной среде.

Плотность суспензии[8] может быть найдена как

$$\rho_{\text{сусп}} = \frac{1}{\dfrac{\bar{x}}{\rho_{\text{тв}}} + \dfrac{(1-\bar{x})}{\rho_{\text{ж}}}}, \tag{1.26}$$

где $\bar{x}$ – массовая доля твердой фазы, $\dfrac{\text{кг твердой фазы}}{\text{кг суспензии}}$; $\rho_{\text{тв}}$ и $\rho_{\text{ж}}$ – плотности твердой и жидкой фаз соответственно, $\text{кг}/\text{м}^3$.

ПРИМЕР 1.3

Определить плотность газовой смеси, находящейся под абсолютным давлением $p = 0{,}2$ МПа и имеющей температуру $t = 40$ °С. Состав смеси: водород (H_2) – 70% об.; азот (N_2) – 30% об. Молярные массы: водорода $M_{(\text{H}_2)} = 2$ кг/кмоль; азота $M_{(\text{N}_2)} = 28$ кг/кмоль. Компоненты газовой смеси считать идеальными газами.

Решение

Плотности компонентов заданной газовой смеси определяем по модифицированному уравнению Клапейрона – Менделеева (1.15):

$$\rho_{(\text{H}_2)} = \frac{M_{(\text{H}_2)}}{22{,}4}\frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T} = \frac{2}{22{,}4}\cdot\frac{200\,000}{101\,325}\cdot\frac{273{,}15}{40+273{,}15} = 0{,}154 \text{ кг}/\text{м}^3;$$

$$\rho_{(\text{N}_2)} = \frac{M_{(\text{N}_2)}}{22{,}4}\frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T} = \frac{28}{22{,}4}\cdot\frac{200\,000}{101\,325}\cdot\frac{273{,}15}{40+273{,}15} = 2{,}152 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Для газов объемная доля равна молярной, следовательно: $y_{(\text{H}_2)} = 0{,}7$ кмоль/кмоль, $y_{(\text{N}_2)} = 0{,}3$ кмоль/кмоль.

Тогда плотность газовой смеси найдем по правилу аддитивности – формула (1.24):

$$\rho_{\text{см}} = \rho_{(\text{H}_2)} y_{(\text{H}_2)} + \rho_{(\text{N}_2)} y_{(\text{N}_2)} = 0{,}154\cdot 0{,}7 + 2{,}152\cdot 0{,}3 = 0{,}753 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Ответ: $\rho_{\text{см}} = 0{,}753 \text{ кг}/\text{м}^3$.

ПРИМЕР 1.4

Массовая доля октана в жидкой бинарной смеси октан – вода составляет $\bar{x}_1 = 0{,}69\,\dfrac{\text{кг октана}}{\text{кг смеси}}$. Смесь имеет температуру $t = 10$ °С. Рассчитать плотность данной жидкой смеси. Плотности жидкостей при $t = 10$ °С: октана $\rho_1 = 710 \text{ кг}/\text{м}^3$; воды $\rho_2 = 999 \text{ кг}/\text{м}^3$. Жидкости считать взамно нерастворимыми.

[8] **Суспензия** представляет собой неоднородную систему, состоящую из сплошной фазы – жидкости и распределенной в ней твердой фазы.

Решение

Поскольку октан и вода являются практически взаимо нерастворимыми капельными жидкостями, то плотность смеси таких жидкостей можно найти по правилу аддитивности их объемов (1.25):

$$\rho_{см} = \frac{1}{\frac{\bar{x}_1}{\rho_1} + \frac{\bar{x}_2}{\rho_2}},$$

где $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ – массовые доли октана и воды в смеси, кг/кг; ρ_1 и ρ_2 – плотности октана и воды при температуре $t = 10$ °С.

Поскольку смесь бинарная, то массовая доля воды в смеси

$$\bar{x}_2 = 1 - \bar{x}_1 = 1 - 0{,}69 = 0{,}31 \frac{\text{кг воды}}{\text{кг смеси}}.$$

Тогда плотность жидкой смеси

$$\rho_{см} = \frac{1}{\frac{0{,}69}{710} + \frac{0{,}31}{999}} = 779{,}9 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_{см} = 779{,}9$ кг/м^3.

ПРИМЕР 1.5

Определить плотность водной суспензии каменного угля, если массовая доля твердой фазы $\bar{x} = 0{,}15$, а температура суспензии $t = 30$ °С. Плотность воды при температуре $t = 30$ °С: $\rho_ж = 995$ кг/м^3. Плотность каменного угля $\rho_{тв} = 1350$ кг/м^3.

Решение

Плотность суспензии можно определить по формуле (1.26):

$$\rho_{сусп} = \frac{1}{\frac{\bar{x}}{\rho_{тв}} + \frac{1 - \bar{x}}{\rho_ж}},$$

где $\bar{x}$ – массовая доля каменного угля, кг/кг; $\rho_{тв}$ и $\rho_ж$ – плотности каменного угля и воды соответственно, кг/м^3.

Тогда

$$\rho_{сусп} = \frac{1}{\frac{0{,}15}{1350} + \frac{1 - 0{,}15}{995}} = 1035{,}9 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_{сусп} = 1035{,}9$ кг/м^3.

1.2. ВЯЗКОСТЬ

При движении реальной жидкости в отличие от идеальной в ней возникают силы внутреннего трения, оказывающие сопротивление движению. Эти силы действуют между соседними слоями жидкости, перемещающимися друг относительно друга[9]. Свойство жидкости оказывать сопротивление усилиям, вызывающим относительное перемещение ее частиц, называется **вязкостью**.

Рассмотрим слой жидкости, находящийся между двумя параллельными горизонтальными пластинами (рис. 1.2, *а*). Для того чтобы перемещать верхнюю пластину относительно нижней в горизонтальной плоскости с постоянной скоростью, нужно прилагать некоторую постоянную касательную силу T, так как вязкая жидкость оказывает сопротивление такому перемещению. Соответственно, в жидкости при наличии указанного перемещения возникнут и будут существовать касательные напряжения между отдельными ее слоями.

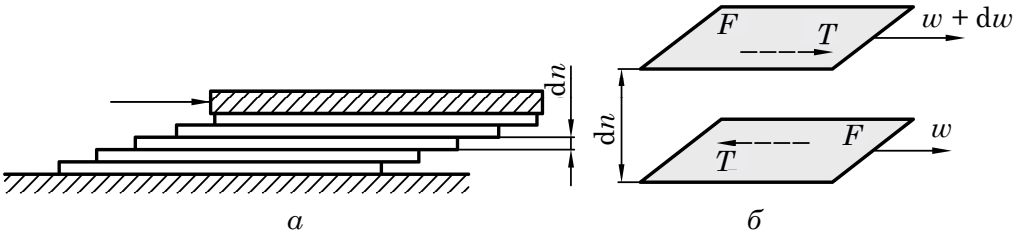


Рис. 1.2. К определению вязкости

Весь слой жидкости, расположенной между пластинами, при этом можно представить состоящим из бесконечно большого числа элементарных слоев толщиной $\mathrm{d}n$ каждый. Очевидно, напряжения сдвига будут возникать между любыми соседними элементарными слоями вследствие трения между ними вдоль поверхности соприкосновения слоев. На рис. 1.2, *б* представлены два таких параллельных слоя площадью F каждый, причем расположенный выше слой движется со скоростью $(w+\mathrm{d}w)$, большей, чем скорость расположенного ниже слоя, на бесконечно малую величину $\mathrm{d}w$.

Экспериментально установлено, что касательная сила T, которую нужно приложить к верхнему слою для его равномерного сдвига относительно нижнего (или противоположно направленная сила T, с которой нижний слой сопротивляется перемещению верхнему), пропорциональна **градиенту скорости** $\dfrac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}n}$. Градиент скорости характеризует быстроту изменения скорости по направлению нормали между слоями.

Величина силы T может быть определена по уравнению

$$|T| = \mu F \left|\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}n}\right|, \tag{1.27}$$

где μ – коэффициент пропорциональности, который называется **коэффициентом динамической вязкости**[10]; F – площадь соприкосновения слоев; $\mathrm{d}n$ – элементарная длина нормали между слоями.

---

[9] Физически силы трения представляют собой силы взаимодействия (притяжения и отталкивания) между микрочастицами вещества. Эти силы совершают работу, идущую на увеличение внутренней энергии, которая чаще всего выражается в нагреве вещества.

[10] Очень часто его называют **динамической вязкостью** или просто **вязкостью**.

Отношение величины $|T|$ к поверхности соприкосновения слоев обозначают через τ и называют напряжением внутреннего трения (иногда используют термин **напряжение сдвига** или **касательное напряжение**).

Учитывая формулу (1.27), можем записать

$$\tau = \frac{|T|}{F} = \mu \left| \frac{\partial w}{\partial n} \right|. \tag{1.28}$$

Последнее уравнение получило название **закона внутреннего трения Ньютона**. Жидкости, подчиняющиеся этому закону, называются **ньютоновскими** (вода, минеральные масла, керосин, бензин, глицерин). Согласно этому закону, напряжение внутреннего трения, возникающее между слоями жидкости при ее течении, прямо пропорционально градиенту скорости.

Графическая интерпретация уравнения (1.28) представлена на рис. 1.3 в виде линейной зависимости между напряжением сдвига τ и градиентом скорости $\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}n}$. Прямая проходит через начало координат с тангенсом угла наклона, равным коэффициенту динамической вязкости μ.

Размерность коэффициента динамической вязкости можем определить из уравнения (1.28):

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{\frac{[w]}{[n]}} = [\tau] \cdot \frac{[n]}{[w]} = \text{Па} \cdot \frac{\text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}}} = \text{Па} \cdot \text{с}.$$

Коэффициент динамической вязкости является важным параметром, характеризующим свойства ньютоновских жидкостей. Значения коэффициента μ являются функцией давления и температуры. Вязкость капельной жидкости в области умеренных давлений (до 2 МПа) практически не зависит от давления. Влиянием давления на вязкость газов в области умеренных давлений (до 1 МПа) также можно пренебречь. В то же время зависимость вязкости от температуры весьма существенная как для жидкостей, так и для газов.

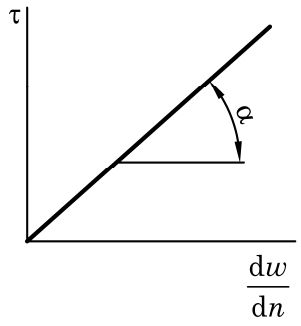


Рис. 1.3. К определению вязкости ньютоновской жидкости

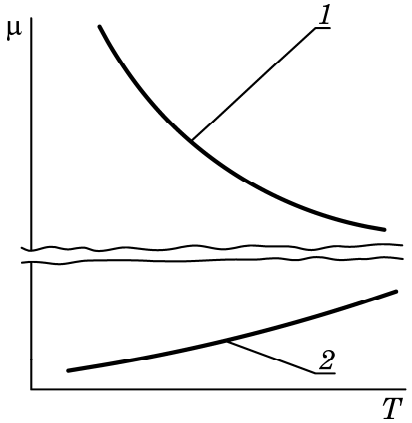


Рис. 1.4. Зависимость вязкости от температуры: *1* – для жидкости; *2* – для газа

Вязкость жидкости уменьшается с ростом температуры (рис. 1.4, линия *1*). Это объясняется тем, что в жидкостях молекулы находятся близко друг от друга и их

движение сравнительно малоинтенсивно, поэтому касательные напряжения обуславливаются главным образом силами молекулярного сцепления. При повышении температуры расстояния между молекулами возрастают, следовательно, силы сцепления уменьшаются.

Зависимость $\mu = f(T)$ для жидкостей можно описать уравнением

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + A(T - 273{,}15) + B(T - 273{,}15)^2}, \tag{1.29}$$

где A и B – постоянные для данной жидкости; μ_0 – коэффициент динамической вязкости при температуре 0 °С.

Например, для воды эти значения составят: $\mu_0 = 17{,}89 \cdot 10^{-4}$ Па · с; $A = 0{,}0337$ и $B = 0{,}00022$.

Как изменяется вязкость жидкости с ростом температуры при атмосферном давлении, иллюстрируют следующие данные: изменение температуры воды от 0 до 100 °С вызывает более чем 6-кратное уменьшение коэффициента динамической вязкости.

Вязкость газов растет с ростом температуры, потому что растет кинетическая энергия молекул и число соударений между молекулами. Из молекулярно-кинетической теории для газов вытекает следующая зависимость:

$$\mu \sim T^{1/2}. \tag{1.30}$$

В то же время многочисленные экспериментальные данные демонстрируют, что зависимость вязкости газа от температуры несколько большая, чем это вытекает из кинетической теории.

Это хорошо иллюстрируется формулой Сазерленда (Sutherland), которая широко применяется в расчетной практике:

$$\mu = \mu_0 \frac{273{,}15 + C}{T + C}\left(\frac{T}{273{,}15}\right)^{3/2}, \tag{1.31}$$

где μ_0 – вязкость газа при 0 °С и атмосферном давлении; C – постоянная Сазерленда для данного газа.

При нормальных условиях коэффициент динамической вязкости газов составляет порядка 10^{-5} Па · с. Например, для воздуха при температуре 0 °С он составляет $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ Па · с, а при температуре 750 °С – $4{,}26 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Экспериментальные измерения показывают, что большинство капельных жидкостей, типа воды, разбавленных водных растворов, органических растворителей и т. п., при комнатных температурах имеют значения вязкости примерно в 50 раз больше, чем вязкости большинства газов и паров.

Значения вязкости для различных жидкостей и газов при различных температурах представлены в справочной литературе.

Практическое применение также находят внесистемные единицы измерения динамической вязкости, меньшие, чем Па · с, например:

$$1\ \text{П}(\text{пуаз}) = 1 \cdot 10^{-1}\ \text{Па} \cdot \text{с};$$

$$1\ \text{сП}(\text{сантипуаз}) = 1 \cdot 10^{-2}\ \text{П} = 1 \cdot 10^{-3}\ \text{Па} \cdot \text{с}.$$

Например, для воды при $20\,^{\circ}\text{C}$ коэффициент динамической вязкости $\mu = 1\,\text{сП} = 1\cdot10^{-3}\ \text{Па}\cdot\text{с}$.

В расчетной практике также часто используется понятие **кинематическая вязкость**. Кинематическая вязкость ν связана с динамической вязкостью соотношением

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \tag{1.32}$$

Размерность кинематической вязкости в СИ – метры квадратные в секунду ($\text{м}^2/\text{с}$), но в тоже время часто используют единицы меньшие, чем эта:

$$1\ \text{Ст}\ (\text{стокс}) = 1\cdot10^{-4}\ \text{м}^2/\text{с} = 1\ \text{см}^2/\text{с};$$

$$1\ \text{сСт}\ (\text{сантистокс}) = 1\cdot10^{-2}\ \text{Ст} = 1\cdot10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

Для смеси нормальных (неассоциированных) жидкостей значение динамической вязкости $\mu_{\text{см}}$, $\text{Па}\cdot\text{с}$, можно определить по формуле Аррениуса:

$$\mu_{\text{см}} = 10^{\sum_{i=1}^{n} x_i \lg \mu_i} = 10^{x_1 \lg \mu_1 + \ldots + x_n \lg \mu_n}, \tag{1.33}$$

где n – число компонентов смеси; x_i – молярная доля i-го компонента смеси, $\frac{\text{кмоль компонента}}{\text{кмоль смеси}}$; μ_i – коэффициент динамической вязкости i-го компонента смеси, $\text{Па}\cdot\text{с}$.

Для бинарной смеси, состоящей из жидкостей A и B, связь молярной доли компонента A $\left(x_A, \frac{\text{кмоль компонента } A}{\text{кмоль смеси}}\right)$ и массовой доли компонента A $\left(\bar{x}_A, \frac{\text{кг компонента } A}{\text{кг смеси}}\right)$ можно определить из соотношений:

$$x_A = \frac{\dfrac{\bar{x}_A}{M_A}}{\dfrac{\bar{x}_A}{M_A} + \dfrac{1-\bar{x}_A}{M_B}}; \tag{1.34}$$

$$\bar{x}_A = \frac{M_A x_A}{M_A x_A + M_B (1 - x_A)}, \tag{1.35}$$

где M_A и M_B – молярные массы компонентов A и B бинарной жидкой смеси, кг/кмоль.

Вязкость эмульсии $\mu_{\text{э}}$, $\text{Па}\cdot\text{с}$, при объемной доле дисперсной фазы не более 0,5 определяют по формуле

$$\mu_{\text{э}} = \mu_{\text{с}}\left[1 + 2{,}5\varphi\left(\frac{\mu_{\text{д}} + 0{,}4\mu_{\text{с}}}{\mu_{\text{д}} + \mu_{\text{с}}}\right)\right], \tag{1.36}$$

где $\mu_{\text{с}}, \mu_{\text{д}}$ – динамическая вязкость сплошной и дисперсной фаз соответственно, $\text{Па}\cdot\text{с}$; φ – объемная доля дисперсной фазы в эмульсии, $\frac{\text{м}^3 \text{ дисперсной фазы}}{\text{м}^3 \text{ эмульсии}}$.

Определить динамическую вязкость газовой смеси $\mu_{см}$, Па·с, можно с помощью приближенной формулы аддитивности:

$$\mu_{см} = \frac{M_{см}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{y_i M_i}{\mu_i}} = \frac{M_{см}}{\frac{y_1 M_1}{\mu_1} + \frac{y_2 M_2}{\mu_2} + \ldots + \frac{y_n M_n}{\mu_n}}, \quad (1.37)$$

где $M_{см}$ – молярная масса газовой смеси, кг/кмоль; n – число компонентов газовой смеси; y_i – молярная (объемная) доля i-го компонента газовой смеси, $\frac{\text{кмоль компонента}}{\text{кмоль смеси}}\left(\frac{\text{м}^3 \text{ компонента}}{\text{м}^3 \text{ смеси}}\right)$; M_i – молярная масса i-го компонента газовой смеси, кг/кмоль; μ_i – коэффициент динамической вязкости i-го компонента газовой смеси, Па·с.

Молярная масса газовой смеси, состоящая из n компонентов, определяется по зависимости

$$M_{см} = \sum_{i=1}^{n} M_i y_i = M_1 y_1 + M_2 y_2 + \ldots + M_n y_n, \quad (1.38)$$

где n – число компонентов газовой смеси; y_i – молярная доля i-го компонента газовой смеси.

Коэффициент динамической вязкости суспензий $\mu_{сусп}$, Па·с, зависит от объемной доли дисперсной твердой фазы в них $\varphi_{тв}$, $\frac{\text{м}^3 \text{ твердой фазы}}{\text{м}^3 \text{ суспензии}}$, и может быть рассчитан по следующим корреляционным зависимостям:

– при $\varphi_{тв} < 0{,}4$ можно использовать формулу А. И. Бачинского:

$$\mu_{сусп} = \mu_{ж}\left(1 + k\varphi_{тв}\right), \quad (1.39)$$

где $\mu_{ж}$ – динамическая вязкость жидкой фазы, Па·с; k – коэффициент, зависящий от $\varphi_{тв}$, при $\varphi_{тв} < 0{,}1$ $k = 2{,}5$, а при $0{,}1 < \varphi_{тв} < 0{,}4$ $k = 4{,}5$;

– при $0{,}5 < \varphi_{тв} < 0{,}9$ можно использовать формулу Хатчека (Hatschek):

$$\mu_{сусп} = \frac{\mu_{ж}}{1 - \varphi_{тв}^{1/3}}. \quad (1.40)$$

Объемная доля $\varphi_{тв}$ (объемная концентрация) выражается через объем твердой фазы $V_{тв}$, м^3, и объем жидкости $V_{ж}$, м^3, в суспензии:

$$\varphi_{тв} = \frac{V_{тв}}{V_{тв} + V_{ж}}. \quad (1.41)$$

Связь объемной доли $\varphi_{тв}$, $\frac{\text{м}^3 \text{ твердой фазы}}{\text{м}^3 \text{ суспензии}}$, твердой фазы в суспензии с ее массовой долей $\bar{x}$, $\frac{\text{кг твердой фазы}}{\text{кг суспензии}}$, описывается уравнениями:

$$\varphi_{тв} = \frac{\dfrac{\bar{x}}{\rho_{тв}}}{\dfrac{\bar{x}}{\rho_{тв}} + (1-\bar{x})\dfrac{1}{\rho_{ж}}}; \qquad (1.42)$$

$$\bar{x} = \frac{\rho_{тв}\varphi_{тв}}{\rho_{тв}\varphi_{тв} + \rho_{ж}(1-\varphi_{тв})}, \qquad (1.43)$$

где $\rho_{тв}$, $\rho_{ж}$ – плотности твердой и жидкой фаз в суспензии соотвественно, кг/м^3.

ПРИМЕР 1.6

Массовая доля октана в жидкой бинарной смеси октан – вода составляет $\bar{x}_1 = 0{,}69\,\dfrac{\text{кг октана}}{\text{кг смеси}}$. Смесь имеет температуру $t = 10\,°\text{C}$. Рассчитать динамическую вязкость данной жидкой смеси. Динамические вязкости чистых компонентов жидкой смеси при $t = 10\,°\text{C}$: октана $\mu_1 = 0{,}61 \cdot 10^{-3}$ Па·с; воды $\mu_2 = 1{,}31 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Молярная масса октана $M_1 = 114$ кг/кмоль; молярная масса воды $M_2 = 18$ кг/кмоль.

Решение

Система взаимно нерастворимых октана и воды является смесью нормальных (неассоциированных) жидкостей. Поэтому динамическую вязкость такой жидкой смеси можно определить по уравнению (1.33):

$$\mu_{см} = 10^{x_1 \lg\mu_1 + x_2 \lg\mu_2},$$

где μ_1 и μ_2 – динамические вязкости октана и воды соответственно, Па·с; x_1 и x_2 – молярные доли октана и воды в жидкой смеси соответственно, кмоль/кмоль.

Пересчитаем заданную массовую долю октана $\bar{x}_1 = 0{,}69\,\dfrac{\text{кг октана}}{\text{кг смеси}}$ в молярную долю x_1, используя формулу (1.34):

$$x_1 = \frac{\dfrac{\bar{x}_1}{M_1}}{\dfrac{\bar{x}_1}{M_1} + \dfrac{1-\bar{x}_1}{M_2}}.$$

$$x_1 = \frac{\dfrac{0{,}69}{114}}{\dfrac{0{,}69}{114} + \dfrac{0{,}31}{18}} = 0{,}26\,\frac{\text{кмоль}}{\text{кмоль}}.$$

Для бинарной смеси молярная доля воды в жидкой смеси

$$x_2 = 1 - x_1 = 1 - 0{,}26 = 0{,}74\,\frac{\text{кмоль}}{\text{кмоль}}.$$

Динамическая вязкость жидкой смеси составит

$$\mu_{см} = 10^{0,26\cdot\lg\left(0,61\cdot10^{-3}\right)+0,74\cdot\lg\left(1,31\cdot10^{-3}\right)} = 1,074\cdot10^{-3}\ \text{Па}\cdot\text{с}.$$

Ответ: $\mu_{см} = 1,074\cdot10^{-3}\ \text{Па}\cdot\text{с}$.

ПРИМЕР 1.7

Определить динамическую вязкость газовой смеси, находящейся под абсолютным давлением $p = 0,2$ МПа и имеющей температуру $t = 40$ °С. Состав смеси: водород (H_2) – 70% об.; азот (N_2) – 30% об. Молярные массы компонентов газовой смеси: водорода $M_{(H_2)} = 2$ кг/кмоль; азота $M_{(N_2)} = 28$ кг/кмоль. Динамические вязкости компонентов газовой смеси при температуре $t = 40$ °С составляют: водорода $\mu_{(H_2)} = 9,5\cdot10^{-6}$ Па·с; азота $\mu_{(N_2)} = 18,5\cdot10^{-6}$ Па·с.

Решение

Так как давление газовой смеси соответствует области умеренных давлений (не превышает 1 МПа), то его влиянием на вязкость можно пренебречь.

Коэффициент динамической вязкости газовой смеси найдем по приближенной формуле аддитивности (1.37):

$$\mu_{см} = \frac{M_{см}}{\dfrac{y_{(H_2)}M_{(H_2)}}{\mu_{(H_2)}} + \dfrac{y_{(N_2)}M_{(N_2)}}{\mu_{(N_2)}}},$$

где молярная масса смеси

$$M_{см} = M_{(H_2)}y_{(H_2)} + M_{(N_2)}y_{(N_2)}.$$

Для газов объемная доля в смеси равна молярной, следовательно, $y_{(H_2)} = 0,7$ кмоль/кмоль, $y_{(N_2)} = 0,3$ кмоль/кмоль.

Тогда уравнение для определения вязкости газовой смеси можно записать в следующем виде:

$$\mu_{см} = \frac{M_{(H_2)}y_{(H_2)} + M_{(N_2)}y_{(N_2)}}{\dfrac{y_{(H_2)}M_{(H_2)}}{\mu_{(H_2)}} + \dfrac{y_{(N_2)}M_{(N_2)}}{\mu_{(N_2)}}}.$$

$$\mu_{см} = \frac{2\cdot0,7 + 28\cdot0,3}{\dfrac{0,7\cdot2}{9,5\cdot10^{-6}} + \dfrac{0,3\cdot28}{18,5\cdot10^{-6}}} = 16,29\cdot10^{-6}\ \text{Па}\cdot\text{с}.$$

Ответ: $\mu_{см} = 16,29\cdot10^{-6}\ \text{Па}\cdot\text{с}$.

ПРИМЕР 1.8



Определить динамическую вязкость водной суспензии каменного угля, если массовая доля твердой фазы $\bar{x}_т = 0{,}15$, а температура суспензии $t = 30$ °С. Динамическая вязкость воды при температуре $t = 30$ °С равна $\mu_ж = 0{,}801 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Плотность каменного угля следует принять равной $\rho_{тв} = 1350$ кг/м^3.

Решение

Поскольку вид формулы для расчета коэффициента динамической вязкости зависит от объемной доли $\varphi_{тв}$ твердой фазы в суспензии, то вначале по уравнению (1.42) найдем объемную долю $\varphi_{тв}$:

$$\varphi_{тв} = \frac{\dfrac{\bar{x}}{\rho_{тв}}}{\dfrac{\bar{x}}{\rho_{тв}} + (1-\bar{x})\dfrac{1}{\rho_ж}} = \frac{\dfrac{0{,}15}{1350}}{\dfrac{0{,}15}{1350} + (1-0{,}15)\cdot\dfrac{1}{995}} = 0{,}1151 \text{ м}^3/\text{м}^3.$$

Так как $0{,}1 < \varphi_{тв} < 0{,}4$, то коэффициент динамической вязкости суспензии определяем по формуле (1.39):

$$\mu_{сусп} = \mu_ж (1 + 4{,}5\varphi_{тв}).$$

Тогда

$$\mu_{сусп} = 0{,}801 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + 4{,}5 \cdot 0{,}1151) = 1{,}22 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Ответ: $\mu_{сусп} = 1{,}22 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

Некоторые процессы химической технологии связаны с перемещением жидкостей, которые в отличие от обычных вязких жидкостей не подчиняются закону внутреннего трения Ньютона (уравнение (1.27)). Эти жидкости называются **неньютоновскими**. Примером таких жидкостей являются шламы, пасты, концентрированные растворы, некоторые масла при отрицательных температурах, парафинистые нефтепродукты при низких температурах, эмульсии, коллоидные растворы, гудрон, асфальт, целлюлозно-бумажная масса, суспензии.

Неньютоновские жидкости можно разделить на три большие группы.

К **первой группе** относятся так называемые **стационарные неньютоновские жидкости**. Для этих жидкостей $\tau = f\left(\dfrac{dw}{dn}\right)$ *не зависит от времени*.

Ко **второй группе** относятся неньютоновские жидкости, у которых зависимость τ от $\dfrac{dw}{dn}$ *изменяется во времени*.

К **третьей группе** относятся **вязкоупругие**, или **максвелловские, жидкости**, которые текут под воздействием напряжения τ, но после снятия напряжения частично восстанавливают свою форму подобно упругим твердым телам.

Рассмотрим более подробно жидкости, относящиеся к этим группам.

Стационарные неньютоновские жидкости, составляющие **первую группу**, в зависимости от вида функции $\tau = f\left(\frac{dw}{dn}\right)$ (кривой течения) подразделяют на следующие виды.

1. **Бингамовские пластичные жидкости**, которые при малых напряжениях сдвига τ лишь несколько деформируются и начинают течь только при увеличении τ до некоторого значения τ_0, называемого **пределом текучести**. Предполагается, что началу течения соответствует разрушение ранее относительно прочной структуры жидкости, а при $\tau > \tau_0$ бингамовские жидкости текут подобно ньютоновским жидкостям. При обратном уменьшении напряжения до $\tau < \tau_0$ структура этих жидкостей обратимо восстанавливается.

Для бингамовских жидкостей, к числу которых относятся очень густые суспензии, пасты и шламы, уравнение кривой течения имеет вид:

$$\tau - \tau_0 = \mu_п \frac{dw}{dn}, \qquad (1.44)$$

где $\mu_п$ – коэффициент пропорциональности, называемый **пластической вязкостью**.

Зависимость (1.44) на рис. 1.5 изображается линией *2* с тангенсом угла наклона к оси абсцисс, равным $\mu_п$.

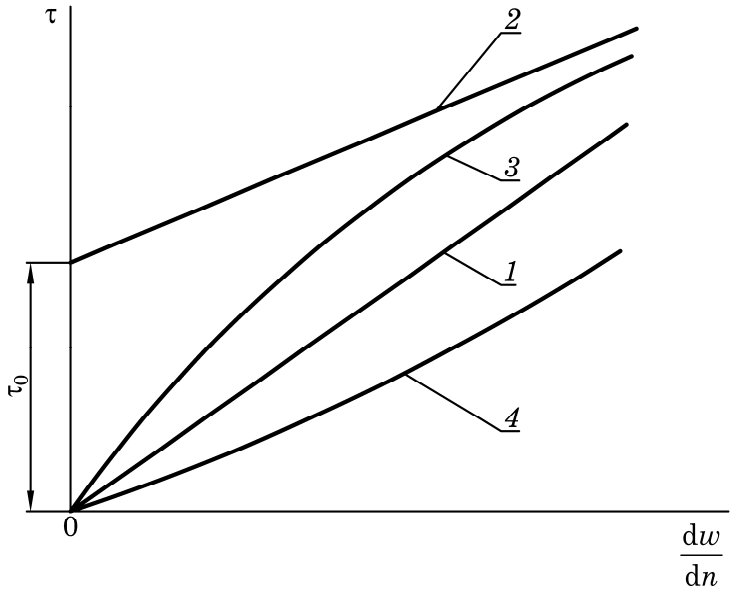


Рис. 1.5. Зависимость между напряжением и скоростью сдвига (кривые течения):
1 – ньютоновские жидкости; *2* – бингамовские жидкости;
3 – псевдопластичные жидкости; *4* – дилатантные жидкости

2. **Псевдопластичные жидкости**, которые начинают течь, как и ньютоновские, уже при самых малых напряжениях τ. Для этих жидкостей отношение напряжения сдвига к градиенту скорости, называемое **кажущейся вязкостью** $\mu_к$, зависит от величины τ (кривая *3* на рис. 1.5). Значения $\mu_к$ снижаются с возрастанием $\frac{dw}{dn}$, и кривая течения постепенно переходит в прямую с постоянным предельным наклоном μ_∞ (вязкость при бесконечно большом сдвиге).

3. **Дилатантные жидкости** в отличие от псевдопластичных характеризуются возрастанием $\mu_к$ с увеличением $\frac{dw}{dn}$ (кривая *4* на рис. 1.5). Дилатантные жидкости менее распространены, чем псевдопластичные, и обычно представляют собой суспензии с большим содержанием твердой фазы.

Для **второй группы** неньютоновских жидкостей, часто называемых **нестационарными**, также используют понятие **кажущейся вязкости** $\mu_к$. В этом случае величина $\mu_к$ определяется не только величиной градиента скорости $\frac{dw}{dn}$, но и временем сдвига, т. е. предысторией жидкости.

В соответствии с характером влияния продолжительности сдвига на структуру жидкости различают **тиксотропные** и **реопектантные** жидкости.

Для **тиксотропных жидкостей** с увеличением времени воздействия постоянного напряжения сдвига структура разрушается и текучесть возрастает. Но после снятия напряжения сдвига структура жидкости постепенно восстанавливается, и она перестает течь. К числу таких жидкостей относятся, например, многие краски, благодаря тиксотропным свойствам которых облегчается их нанесение на поверхность и замедляется стекание по вертикальной поверхности. Также можно наблюдать явление тиксотропии у молочных продуктов (простокваша, кефир, сливки и др.), вязкость которых уменьшается при взбалтывании.

Реопектантные жидкости отличаются тем, что их текучесть с увеличением продолжительности воздействия напряжения сдвига снижается.

К **третьей группе** неньютоновских жидкостей (**вязкоупругие,** или **максвелловские**) относятся некоторые смолы и вещества тестообразной консистенции.

Кажущаяся вязкость неньютоновских жидкостей обычно значительно превышает вязкость воды.

1.3. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ

Поверхностное натяжение тесно связано с такими явлениями, как создание свободной поверхности жидкости, формирование капель, движение жидкости в капиллярах.

Свободная поверхность имеет характер тонкой равно напряженной пленки, устойчивой к растяжению.

В результате поверхностного натяжения возможно удержание на поверхности жидкости различных мелких твердых тел, плотность которых значительно больше плотности жидкости (например, металлическая игла, мелкие монеты на поверхности воды).

В случае криволинейной поверхности действие сил поверхностного натяжения должно быть уравновешено разницей давлений, например давлением внутри мыльного пузыря или капли жидкости, которое больше давления окружающей среды. Прочность свободной поверхности обусловлена силами сцепления (когезии), которые действуют между соседними молекулами жидкости.

Рассмотрим две произвольные молекулы жидкости (рис. 1.6), одна из которых находится внутри жидкости (молекула *A*), а вторая – на поверхности жидкости (молекула *B*).

Силы сцепления, которые действуют на молекулу A, уравновешивают друг друга. В то время как на молекулы, находящиеся на свободной поверхности (молекула B) эти силы действуют односторонне. Отсюда и возникает упомянутое состояние напряжения в поверхностном слое, а силы, вызывающие это напряжение, носят название **сил поверхностного натяжения**.

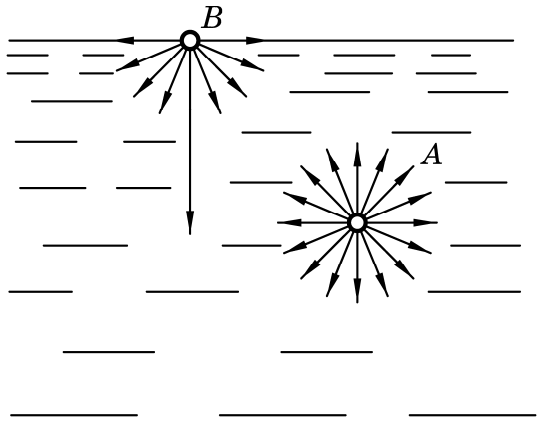


Рис. 1.6. К определению поверхностного натяжения

Силы поверхностного натяжения распределены по всей свободной поверхности и направлены по нормали к ней внутрь жидкости. Поэтому эти силы стремятся свести эту поверхность к минимуму. Если капельная жидкость не находится в каком-либо сосуде, а значит, ее форма не определяется поверхностью сосуда, то под действием сил поверхностного натяжения она стремится принять форму с минимальной свободной поверхностью. Вот почему, например, при свободном диспергировании жидкости ее многочисленные капли имеют форму, близкую к шару, который, как известно, имеет минимальную поверхность при заданном объеме. И наоборот, при создании новой свободной поверхности жидкости следует затратить некоторую энергию, идущую на преодоление действия сил поверхностного натяжения.

Величину поверхностного натяжения σ, Н/м, можно определить из выражения

$$\sigma = \frac{F}{l}, \tag{1.45}$$

где F – сила поверхностного натяжения, Н, действующая на контуре длиной l, м, ограничивающем поверхность жидкости.

В то же время σ – энергия, которую необходимо затратить, чтобы получить единицу новой свободной поверхности жидкости. В этом случае размерность поверхностного натяжения джоуль на метр квадратный (Дж/м^2).

Изменение свободной энергии ΔE, Дж, поверхности капельной жидкости связано с изменением площади ΔS, м^2, свободной поверхности этой жидкости соотношением

$$\Delta E = \sigma \Delta S, \tag{1.46}$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения, Дж/м^2.

Тогда

$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S}. \tag{1.47}$$

Значения σ для различных жидкостей определяют из справочной литературы в зависимости от их температуры. Так, например, для воды при температуре 20 °С величина $\sigma = 72{,}8 \cdot 10^{-3}$ Н/м. С ростом температуры величина σ уменьшается.

Давление p, Па, сферической поверхности, обусловленное силами поверхностного натяжения, определяется по формуле

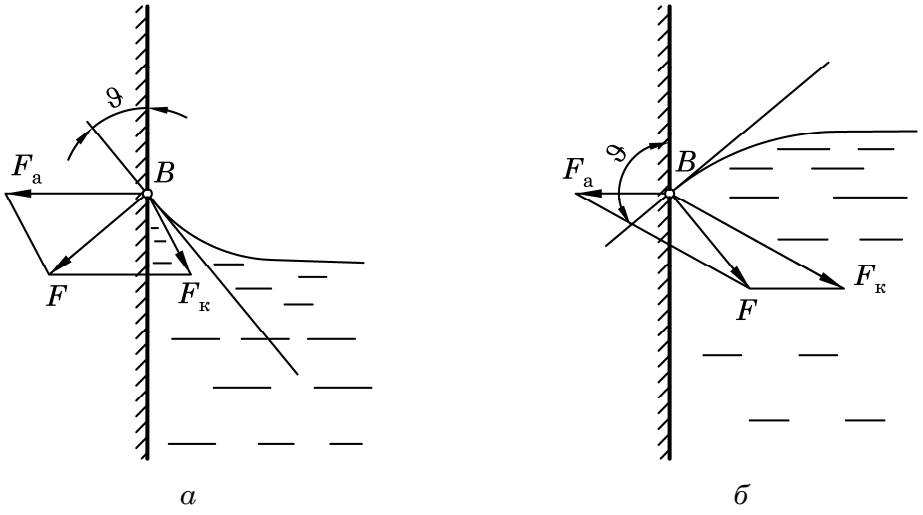
$$p = \frac{2\sigma}{R}, \tag{1.48}$$

где R – радиус сферической поверхности, м; σ – поверхностное натяжение, Н/м.

Если жидкость находится в контакте с твердым телом (например, стенками сосуда) может наблюдаться два случая (рис. 1.7) в зависимости от соотношения между силами адгезии[11] $F_а$ и когезии[12] $F_к$.

1. Поверхность жидкости вблизи стенки имеет вогнутую форму (мениск вогнут) – в этом случае говорится о смачиваемой поверхности. Силы адгезии $F_а$ в данном случае больше сил когезии $F_к$, а угол контакта имеет значение $0 < \vartheta < 90°$ – рис. 1.7, *а*.

2. Поверхность жидкости вблизи стенки имеет выпуклую форму (мениск выгнут) – этот случай относится к несмачиваемой поверхности. Силы адгезии $F_а$ тогда меньше сил когезии $F_к$, а угол контакта имеет значение $90° < \vartheta < 180°$ – рис. 1.7, *б*.



а *б*

Рис. 1.7. Состояние свободной поверхности жидкости при контакте с твердой стенкой:
а – смачиваемая (гидрофильная) поверхность;
б – несмачиваемая (гидрофобная) поверхность

На рис. 1.7 рассмотрены только силы $F_а$ и $F_к$, силой тяжести пренебрегаем, поскольку ее величина значительно меньше.

Упрощая, можно сказать, что на элемент жидкости B действуют только упомянутые две силы либо их сумма F, направление которой нормально к свободной поверхности жидкости в точке B.

Угол смачивания ϑ зависит от свойств жидкости и поверхности стенки. Например, для воды в стеклянном сосуде $\vartheta = 0°$, а для ртути при тех же самых условиях $\vartheta = 129°$.

Углы смачивания жидкости и твердых тел можно наблюдать также в случаях, показанных на рис. 1.8.

---

[11] **Адгезия** (от лат. *adhaesio* – прилипание) – сцепление поверхностей разнородных твердых и (или) жидких тел.

[12] **Когезия** (от лат. *cohaesus* – связанный, сцепленный) – связь между одинаковыми молекулами (атомами, ионами) внутри тела в пределах одной фазы.

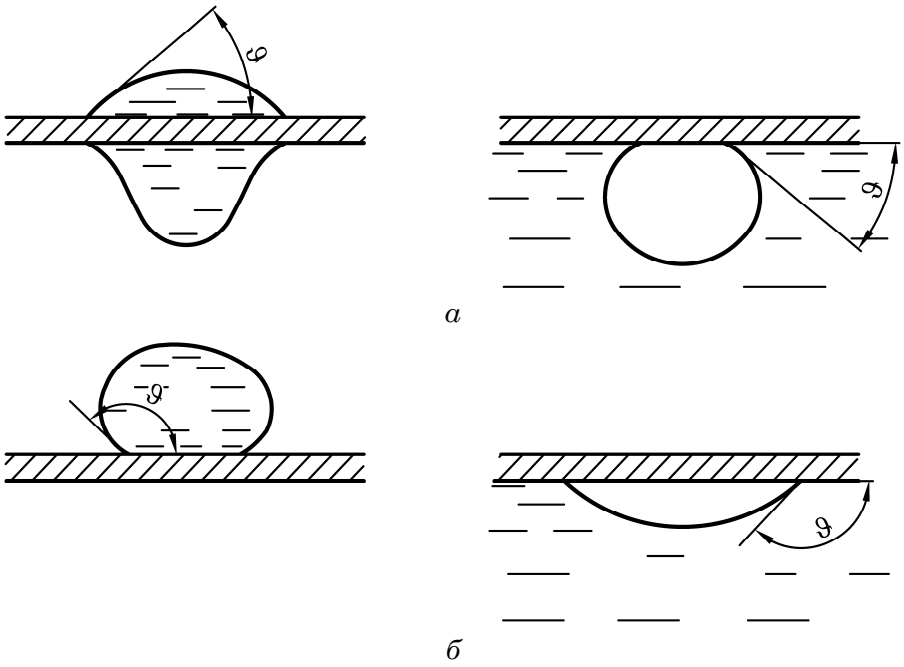


Рис. 1.8. Форма капель и пузырей в зависимости от угла смачивания:
а – смачиваемая поверхность; *б* – несмачиваемая поверхность

Для смачиваемой поверхности с небольшим углом ϑ форма капли жидкости на твердой поверхности и под ней, а также форма пузыря в этой жидкости принимают вид, показанный на рис. 1.8, *а*. А для несмачиваемой поверхности с большим углом ϑ форма капли жидкости, а также форма пузыря в этой жидкости принимают вид, показанный на рис. 1.8, *б*. При этом следует отметить, что капля жидкости под твердой поверхностью удерживаться не сможет.

В тонких трубках, называемых **капиллярами** (от лат. *capillaris* – волосяной), в случае смачиваемой поверхности происходит поднятие уровня жидкости (рис. 1.9, *а*) либо понижение уровня жидкости в случае несмачиваемой поверхности (рис. 1.9, *б*).

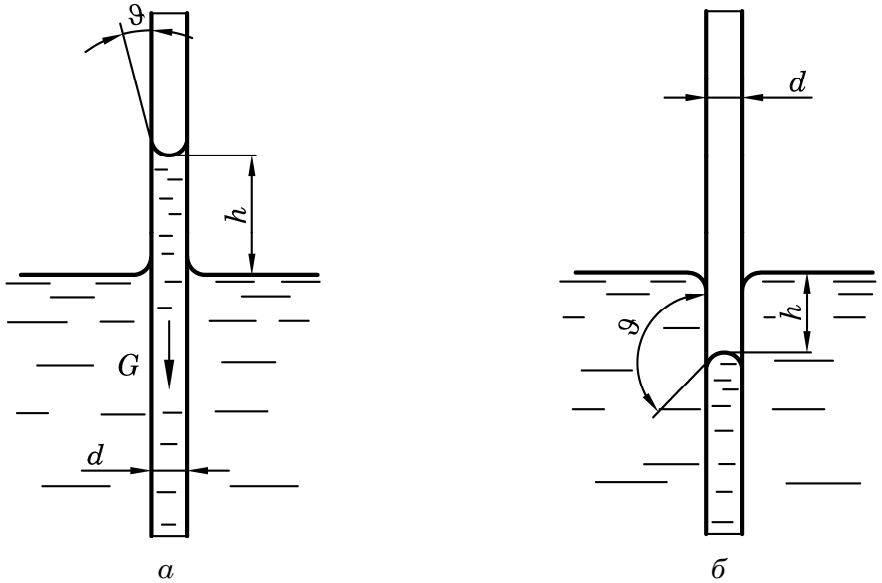


Рис. 1.9. Изменение уровня жидкости в капиллярах:
а – смачиваемая поверхность; *б* – несмачиваемая поверхность

Рассматривая равновесие сил на рис. 1.9, *а*, можно сказать, что вес столба жидкости G высотой h, находящегося в капилляре диаметром d, уравновешен вертикальной составляющей силы поверхностного натяжения:

$$G = \pi d\sigma \cdot \cos\vartheta.$$

Учитывая, что $G = \frac{\pi d^2}{4}\rho g h$, запишем

$$\frac{\pi d^2}{4}\rho g h = \pi d\sigma \cdot \cos\vartheta.$$

Отсюда можем получить выражение для высоты поднятия (понижения) жидкости в капиллярах, известное как формула Д. Жюрена:

$$h = \frac{4\sigma \cdot \cos\vartheta}{\rho g d}. \qquad (1.49)$$

Например, высота поднятия воды h в стеклянном капилляре диаметром d при 20 °С $h = \frac{30}{d}$, для ртути при тех уже условиях $h = \frac{10}{d}$.

На основании уравнения (1.49) можно сделать вывод, что в капиллярах могут возникать значительные поднятия или опускания жидкости. Явлением капиллярности объясняется движение соков в растениях, движение жидкости в стенах, всасывание жидкости губчатыми телами или бумагой.

Следует отметить, что в отличие от чистых жидкостей смеси могут обладать ярко выраженными нелинейными характеристиками. Даже небольшие концентрации органических веществ могут существенно повлиять на величину поверхностного натяжения таких жидких смесей $\sigma_{см}$.

ПРИМЕР 1.9



Пузырек газа сферической формы находится в слое жидкости у самой ее поверхности. Определить диаметр пузырька, если жидкость – вода, находящаяся при температуре $t = 20$ °С, а избыточное давление газа в пузырьке $p_{изб} = 100$ Па. При температуре $t = 20$ °С коэффициент поверхностного натяжения воды $\sigma = 72{,}8 \cdot 10^{-3}$ Н/м.

Решение

В общем случае давление газа в пузырьке является суммой внешнего давления жидкости и сил поверхностного натяжения.

Так как пузырек расположен у поверхности жидкости, то избыточное давление газа в нем обусловлено только силами поверхностного натяжения, поскольку гидростатическое давление столба жидкости практически отсутствует, а атмосферное давление снаружи пузырька уравновешивается давлением газа изнутри. Следовательно, радиус пузырька можно выразить из формулы (1.48):

$$R = \frac{2\sigma}{p_{изб}},$$

$$R = \frac{2 \cdot 72{,}8 \cdot 10^{-3}}{100} = 1{,}46 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1{,}46 \text{ мм}.$$

Следовательно, диаметр пузырька будет равен

$$d = 2R = 2 \cdot 1{,}46 = 2{,}92 \text{ мм}.$$

Ответ: $d = 2{,}92$ мм.

ПРИМЕР 1.10

Определить высоту подъема воды в стеклянной трубке (капилляре) с внутренним диаметром $d = 1$ мм при температуре воды $t = 20$ °С. Как изменится уровень жидкости в капилляре при ее нагреве до $t = 80$ °С? Свойства воды при температуре $t = 20$ °С: коэффициент поверхностного натяжения $\sigma_{20} = 72{,}8 \cdot 10^{-3}$ Н/м; плотность $\rho_{20} = 998$ кг/м^3. Свойства воды при температуре $t = 80$ °С: коэффициент поверхностного натяжения $\sigma_{80} = 62{,}6 \cdot 10^{-3}$ Н/м; плотность $\rho_{80} = 972$ кг/м^3.

Решение

Высоту поднятия определяем по формуле (1.49) с учетом, что для воды в стеклянном капилляре $\cos\vartheta = 1$:

$$h = \frac{4\sigma \cdot \cos\vartheta}{\rho g d} = \frac{4\sigma}{\rho g d}.$$

Высота подъема воды при $t = 20$ °С:

$$h_{20} = \frac{4 \cdot 72{,}8 \cdot 10^{-3}}{998 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}001} = 0{,}0297 \text{ м}.$$

Высота подъема воды при $t = 80$ °С:

$$h_{80} = \frac{4 \cdot 62{,}6 \cdot 10^{-3}}{972 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}001} = 0{,}0263 \text{ м}.$$

Следовательно, с увеличением температуры воды от 20 до 80 °С высота капиллярного поднятия ее уменьшится на величину

$$\Delta h = h_{20} - h_{80} = 0{,}0297 - 0{,}0263 = 0{,}0034 \text{ м} = 3{,}4 \text{ мм}.$$

Ответ: $\Delta h = 3{,}4$ мм.

1.4. СЖИМАЕМОСТЬ И ТЕМПЕРАТУРНОЕ РАСШИРЕНИЕ КАПЕЛЬНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Сжимаемость – свойство капельной жидкости изменять свой объем под действием давления. Это изменение учитывается коэффициентом объемного сжатия (коэффициентом сжимаемости) β_V, Па$^{-1}$, представляющим собой относительное изменение объема жидкости, приходящимся на единицу давления:

$$\beta_V = \frac{\Delta V}{V}\frac{1}{\Delta p}, \tag{1.50}$$

где ΔV – изменение объема жидкости, м^3; V – первоначальный объем жидкости, м^3; Δp – изменение давления, Па.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, представляет собой **объемный модуль упругости жидкости** E, Па:

$$E = \frac{1}{\beta_V}. \tag{1.51}$$

Сжимаемость капельных жидкостей очень незначительна, поэтому их в большинстве практических случаев можно считать несжимаемыми. Например, для воды при температуре 20 °С и давлении 1 МПа коэффициент объемного сжатия β_V составляет всего $5{,}05 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Однако в некоторых случаях даже такая небольшая величина β_V может оказывать существенное влияние. Например, если принять среднюю глубину Мирового океана равной 3700 м и вычислить объем слоя воды, который получился бы, если бы вода была абсолютно несжимаема, то уровень Мирового океана был бы на 30 м выше существующего.

С ростом давления сжимаемость жидкостей уменьшается, с ростом же температуры увеличивается. Исключение составляет лишь вода, для которой коэффициент объемного сжатия при малых давлениях с ростом температуры сначала уменьшается, достигает минимума при 50 °С, а затем увеличивается.

Температурное (тепловое) расширение – изменение объема жидкости с изменением температуры – характеризуется коэффициентом температурного расширения β_t, К$^{-1}$, равным отношению относительного изменения объема к изменению температуры:

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V}\frac{1}{\Delta T}, \tag{1.52}$$

где ΔT – изменение температуры жидкости, К.

Температурное расширение связано с тем, что с ростом температуры увеличивается скорость движения (колебания) микрочастиц вещества, вследствие чего силы притяжения между микрочастицами уменьшаются, а расстояния между ними увеличиваются.

Коэффициент температурного расширения β_t входит в уравнение, связывающее плотность капельной жидкости ρ и ее температуру t:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta_t (t - t_0)}, \tag{1.53}$$

где ρ_0 – плотность жидкости при температуре t_0.

ПРИМЕР 1.11



Водовод диаметром $d = 0{,}5$ м и длиной $l = 1$ км подготовлен к гидравлическим испытаниям и полностью заполнен водой при атмосферном давлении. Определить дополнительный объем воды, который необходимо подать в водовод, чтобы повысить давление в нем до $\Delta p = 5{,}0$ МПа. Деформацией трубопровода пренебречь. Коэффициент объемного сжатия воды $\beta_V = 5{,}0 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$.

Решение

Объем жидкости в полностью заполненном водоводе составит

$$V_{\text{в}} = \frac{\pi d^2}{4} l = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5^2}{4} \cdot 1 \cdot 10^3 = 196{,}2 \text{ м}^3.$$

Дополнительный объем воды ΔV, который необходимо подать в водовод для повышения давления в нем, находится из формулы (1.50):

$$\beta_V = \frac{\Delta V}{V} \frac{1}{\Delta p} = \frac{\Delta V}{V_{\text{в}} + \Delta V} \frac{1}{\Delta p},$$

где $V = V_{\text{в}} + \Delta V$ – объем жидкости в водоводе при увеличении давления в нем до Δp, м^3.

Тогда требуемый добавочный объем воды составит

$$\Delta V = \frac{V_{\text{в}} \beta_V \Delta p}{1 - \beta_V \Delta p} = \frac{196{,}2 \cdot 5{,}0 \cdot 10^{-10} \cdot 5{,}0 \cdot 10^6}{1 - 5{,}0 \cdot 10^{-10} \cdot 5{,}0 \cdot 10^6} = 0{,}493 \text{ м}^3.$$

Ответ: $\Delta V = 0{,}493$ м^3.

ПРИМЕР 1.12

При нагревании толуола от $t_1 = 20$ до $t_2 = 80$ °С его объем увеличился на 1 л. Определить объем толуола после нагревания.

Среднее значение коэффициента температурного объемного расширения жидкого толуола для диапазона температур от 20 до 80 °С принять равным $\beta_t = 1{,}155 \cdot 10^{-3}$ К$^{-1}$.

Решение

Согласно формуле (1.52), изменение объема капельных жидкостей при изменении их температуры связано с коэффициентом температурного объемного расширения β_t:

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V} \frac{1}{\Delta T},$$

где ΔV – изменение объема толуола, м^3, при изменении температуры на величину ΔT, К; V – начальный объем толуола, м^3.

Тогда начальный объем толуола определится как

$$V = \frac{1}{\beta_t} \frac{\Delta V}{\Delta T}.$$

Изменение температуры жидкости

$$\Delta T = t_2 - t_1 = 80 - 20 = 60 \text{ °С} = 60 \text{ К},$$

а изменение ее объема

$$\Delta V = 1 \text{ л} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Следовательно,

$$V = \frac{1}{1{,}155 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{60} = 14{,}43 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Конечный объем толуола (после нагревания) $V_к$ составит

$$V_к = V + \Delta V = 14{,}43 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-3} = 15{,}43 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 15{,}43 \text{ л}.$$

Ответ: $V_к = 15{,}43$ л.

1.5. ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Теплоемкость – это количество теплоты, необходимое для нагревания вещества на один градус. В расчетах наиболее часто используют удельную (массовую) теплоемкость – теплоемкость 1 кг вещества, $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Для газов теплоемкость зависит от процесса, при котором осуществляется теплоотдача, при этом выделяют **изобарную** c_p и **изохорную** c_v теплоемкость. Такое разделение связано со свойством газов сильно расширяться при нагревании, тогда как жидкости и твердые тела расширяются при нагревании незначительно.

Если подводить некоторое количество теплоты к газу при постоянном объеме (изохорный процесс), то теплота будет затрачиваться только на приращение внутренней энергии газа (т. е. увеличивается только температура газа). Если подводить некоторое количество теплоты к газу при постоянном давлении (изобарный процесс), то теплота не только будет затрачиваться на приращение внутренней энергии газа (увеличение его температуры), но и на работу расширения (увеличение его объема). Таким образом, для увеличения температуры газа на 1 К в изобарном процессе понадобится большее количество теплоты, чем в изохорном.

Разница между c_p и c_v отражена формулой Майера:

$$c_p - c_v = R, \tag{1.54}$$

где R – газовая постоянная.

Также

$$\frac{c_p}{c_v} = k, \tag{1.55}$$

где k – показатель адиабаты.

1.6. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Теплопроводность – физическая величина, характеризующая способность тел проводить тепло.

Применяемый в расчетах коэффициент теплопроводности λ показывает количество теплоты Q, проходящее в единицу времени τ между двумя параллельными

единичными площадками $F = 1\ \text{м}^2$, находящимися на расстоянии $\Delta n = 1\ \text{м}$, при разности температур между ними $\Delta t = 1\ ^\circ\text{C}$ (1 К). Размерность теплопроводности в системе СИ:

$$[\lambda] = \frac{[Q]}{[F][\tau]\frac{[\Delta t]}{[\Delta n]}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Теплопроводность зависит от природы вещества, его структуры, температуры и других факторов. Максимальные значения теплопроводности имеют металлы, минимальные – газы.

Капельные жидкости занимают промежуточное положение между металлами и газами, у них коэффициент теплопроводности $\lambda \sim 0{,}06 - 0{,}7\ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. С увеличением температуры теплопроводность жидкостей за исключением воды и глицерина уменьшается.

Коэффициент теплопроводности газов $\lambda \sim 0{,}006 - 0{,}1\ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$. Исключение составляют водород и гелий, у которых теплопроводность в 5–10 раз выше, чем у других газов. С повышением температуры и давления коэффициент теплопроводности газов увеличивается.

1.7. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ И САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое сплошная среда?
2. Дать понятия идеальной и реальной жидкостей, капельной и упругой жидкостей, а также текучих сред.
3. Что такое плотность и удельный вес, динамическая и кинематическая вязкость? Какие факторы влияют на эти свойства?
4. Что такое поверхностное натяжение, сжимаемость и температурное расширение, теплоемкость и теплопроводность? От чего зависят эти свойства?
5. Как определяется плотность идеальных и реальных газов и газовых смесей, капельных жидкостей и смесей жидкостей, а также плотность суспензий?
6. Как определяются динамическая и кинематическая вязкости капельных жидкостей и газов, газовых смесей, смесей жидкостей, суспензий и эмульсий?
7. Чем отличается вязкость ньютоновских и неньютоновских жидкостей?
8. Дайте определения коэффициентов поверхностного натяжения и объемного сжатия, температурного расширения.
9. Дайте определения удельной теплоемкости и теплопроводности жидкостей.
10. Чем отличается изобарная теплоемкость газа от изохорной?

Глава 2
ГИДРОСТАТИКА

Во второй главе приведены основные определения гидростатики, даны выводы дифференциальных уравнений равновесия Эйлера и основного уравнения гидростатики. Рассмотрено практическое применение основного уравнения гидростатики при определении объемов жидкости, давления и перепада давления, гидростатических сил, действующих на плоские и криволинейные поверхности, а также условие плавания тел, погруженных в жидкость. Приведены устройство и принцип действия гидравлических машин, гидрозатворов и контрольно-измерительных приборов, в основе работы которых лежат принципы гидростатики. Представлены схемы резервуаров, используемых для хранения жидкостей и газов. Даны типовые примеры расчетов, вопросы для самоподготовки.

Rozdział 2
HYDROSTATYKA

W drugim rozdziale podano podstawowe definicje hydrostatyki, wyprowadzenie równania różniczkowego równowagi Eulera i podstawowego równania hydrostatyki. Przeanalizowano praktyczne zastosowania równania hydrostatyki do określania objętości cieczy, ciśnienia i spadku ciśnienia, sił hydrostatycznych działających na płaskie i zakrzywione powierzchnie, a także stanu ciał zanurzonych w cieczy. Omówiono budowę i zasadę działania maszyn hydraulicznych, zaworów hydraulicznych i oprzyrządowania, opartych na zasadach hydrostatyki. Pokazano przykłady zbiorników używanych do przechowywania cieczy i gazów. W rozdziale zamieszczono przykłady typowych obliczeń, pytania i ćwiczenia do samokształcenia.

Chapter 2
HYDROSTATICS

The second chapter contains the basic definitions of hydrostatics, the derivation of the Euler differential equation and the basic equation of hydrostatics. Practical applications of these equations are shown, e.g., in determination of liquid volume and pressure, the pressure drop, hydrostatic forces acting on flat and curved surfaces, and the state of bodies immersed in liquid. The construction and operation principles of hydraulic machines, hydraulic valves and instrumentation based on the principles of hydrostatics are discussed. Examples of storage tanks for liquids and gases are shown. The chapter also contains examples of typical calculations, the questions and exercises for self-study.

2.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В гидростатике изучается равновесие жидкостей, находящихся в общем случае в состоянии относительного покоя, при котором в движущейся жидкости ее частицы не перемещаются друг относительно друга, а если жидкость находится в некотором сосуде, то и относительно его внутренней поверхности. При этом силы внутреннего трения отсутствуют, что позволяет считать жидкость идеальной.

В состоянии относительного покоя форма объема жидкости не изменяется, поэтому она, подобно твердому телу, перемещается как единое целое.

Жидкость в неподвижном сосуде находится в абсолютном покое (относительно поверхности Земли), который в таком понимании является частным случаем относительного покоя.

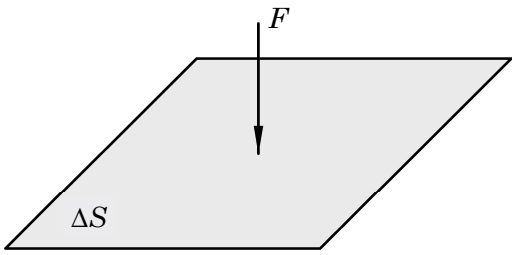


Рис. 2.1. К понятию давления

Также жидкость может находиться в относительном покое и в перемещающемся относительно Земли сосуде (например, в цистерне), и внутри вращающегося с постоянной угловой скоростью барабана центрифуги, и т. д. В приведенных случаях покой рассматривают относительно стенок движущегося сосуда.

В жидкости, которая находится в относительном покое, действуют поверхностные и массовые силы.

Если выделить в покоящейся жидкости площадку ΔS, то независимо от ее положения в пространстве жидкость будет давить на нее с силой F, направленной по нормали к этой площадке (рис. 2.1). Отношение $\frac{F}{\Delta S}$ называют **средним гидростатическим давлением**.

В общем случае величина силы F может меняться по поверхности ее приложения на величину ΔF. Тогда гидростатическое давление[1] в данной точке p (или просто давление) будет равняться пределу или производной:

$$p = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}S}. \qquad (2.1)$$

Из формулы (2.1) следует, что размерность давления в СИ:

$$\left[p\right] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Гидростатическое давление в данной точке одинаково по всем направлениям, в противном случае происходило бы перемещение жидкости внутри занимаемого ею объема.

Соотношение между силами, действующими на жидкость, частицы которой находятся в состоянии покоя относительно друг друга и стенок сосуда, выражается дифференциальными уравнениями равновесия Эйлера.

[1] Иногда используют сокращенный термин **статическое давление.**

2.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ЭЙЛЕРА

Выделим в объеме жидкости элементарный параллелепипед объемом $\mathrm{d}V$ с ребрами $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$ и $\mathrm{d}z$, параллельными осям x, y и z декартовой системы координат соответственно (рис. 2.2). При этом частицы жидкости находятся в состоянии покоя относительно друг друга и стенок сосуда. Сам сосуд при этом покоится либо движется равномерно и прямолинейно относительно Земли. Примем также, что температура во всем объеме жидкости не меняется $(t = \mathrm{const})$, поэтому плотность среды также является величиной постоянной $(\rho = \mathrm{const})$.

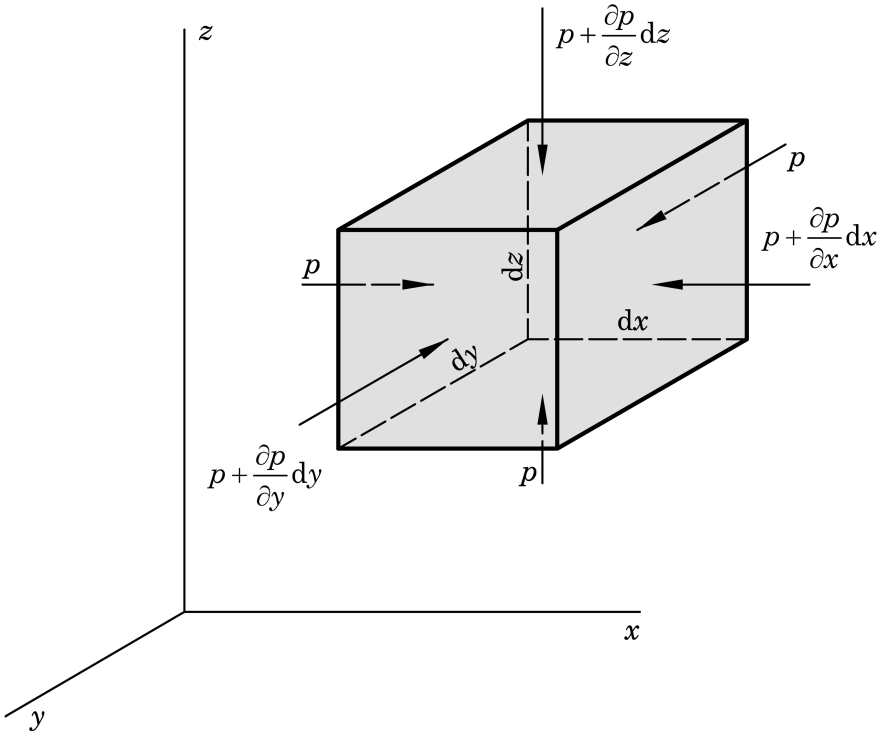


Рис. 2.2. К выводу дифференциальных уравнений равновесия Эйлера

Элементарная сила тяжести, действующая на этот параллелепипед, выражается уравнением

$$\mathrm{d}\vec{G} = \vec{g}\mathrm{d}m, \tag{2.2}$$

где $g = 9{,}81\ \text{м}/\text{с}^2$ – ускорение свободного падения; $\mathrm{d}m$ – масса элементарного параллелепипеда, причем

$$\mathrm{d}m = \rho\mathrm{d}V = \rho\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{2.3}$$

Сила тяжести направлена вниз, параллельно оси z, поэтому при выбранном положительном направлении оси z сила тяжести будет проектироваться на эту ось со знаком минус, т. е.:

$$\mathrm{d}G = -\rho g\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{2.4}$$

Сила гидростатического давления на любую из граней параллелепипеда равна произведению гидростатического давления p на площадь этой грани. При этом давление p является функцией координат x, y, z, т. е.

$$p = f(x, y, z).$$

Рассмотрим сумму проекций на ось z сил, действующих на данный элементарный параллелепипед.

Сила гидростатического давления действует на нижнюю грань параллелепипеда по нормали к ней, и ее проекция на ось z равна

$$\mathrm{d}F_z^{\text{н}} = p\mathrm{d}S, \tag{2.5}$$

где $\mathrm{d}S$ – площадь нижней грани элементарного параллелепипеда.

Так как $\mathrm{d}S = \mathrm{d}x\mathrm{d}y$, то уравнение (2.5) можно записать как

$$\mathrm{d}F_z^{\text{н}} = p\mathrm{d}x\mathrm{d}y. \tag{2.6}$$

Если изменение гидростатического давления в данной точке в направлении оси z равно $\frac{\partial p}{\partial z}$, то по всей длине ребра $\mathrm{d}z$ изменение давления составит $\frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z$.

Тогда гидростатическое давление на противоположную (верхнюю) грань равно $\left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z\right)$, а проекция на ось z силы гидростатического давления, действующей на верхнюю грань элементарного параллелепипеда, составит:

$$\mathrm{d}F_z^{\text{в}} = -\left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}S = -\left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y. \tag{2.7}$$

Проекция равнодействующей силы гидростатического давления на ось z:

$$\mathrm{d}F_z = \mathrm{d}F_z^{\text{н}} - \mathrm{d}F_z^{\text{в}}. \tag{2.8}$$

Подставляя выражения для проекций сил из уравнений (2.6) и (2.7) в формулу (2.8), получим выражение для равнодействующей силы гидростатического давления в проекции на ось z:

$$\mathrm{d}F_z = p\mathrm{d}x\mathrm{d}y - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = -\frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{2.9}$$

Учитывая формулы (2.4) и (2.9), запишем выражение для суммы проекций внешних сил (силы тяжести и сил гидростатического давления), действующих на элементарный параллелепипед в проекции на ось z:

$$\mathrm{d}G + \mathrm{d}F_z = -\rho g\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z - \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \left(-\rho g - \frac{\partial p}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{2.10}$$

Согласно основному принципу статики, сумма проекций на оси координат всех сил, действующих на элементарный параллелепипед, находящийся в равновесии, равна нулю:

$$\mathrm{d}G + \mathrm{d}F_z = 0 \tag{2.11}$$

или с учетом выражения (2.10):

$$\left(-\rho g - \frac{\partial p}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 0. \tag{2.12}$$

Так как объем параллелепипеда $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \mathrm{d}V$, формула (2.12) примет вид

$$-\left(\rho g + \frac{\partial p}{\partial z}\right)\mathrm{d}V = 0. \tag{2.13}$$

Очевидно, что $\mathrm{d}V \neq 0$, поэтому приравняем к нулю выражение, стоящее в скобках:

$$\rho g + \frac{\partial p}{\partial z} = 0. \tag{2.14}$$

Проекции силы тяжести на оси x и y равны нулю. Следовательно, выражения для проекций на оси x и y равнодействующих внешних сил гидростатического давления принимают вид:

$$\mathrm{d}F_x = -\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z; \tag{2.15}$$

$$\mathrm{d}F_y = -\frac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{2.16}$$

Поэтому условия равновесия действующих на параллелепипед внешних сил в проекциях на оси x и y можно записать как:

$$-\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 0; \tag{2.17}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = 0. \tag{2.18}$$

С учетом того, что $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \mathrm{d}V \neq 0$, формулы (2.17) и (2.18) примут вид:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = 0; \tag{2.19}$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = 0. \tag{2.20}$$

Таким образом, условия равновесия элементарного параллелепипеда будут представлены системой, в которую войдут уравнения (2.14), (2.19) и (2.20):

$$\begin{cases} -\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ -\dfrac{\partial p}{\partial y} = 0, \\ -\rho g - \dfrac{\partial p}{\partial z} = 0. \end{cases} \tag{2.21}$$

Уравнения (2.21) представляют собой **дифференциальные уравнения равновесия Эйлера**.

Для получения закона распределения давления во всем объеме покоящейся жидкости следует проинтегрировать уравнения системы (2.21). После интегрирования этих уравнений можно получить **основное уравнение гидростатики**, широко используемое в инженерной практике.

2.3. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ГИДРОСТАТИКИ

Из системы уравнений (2.21) следует, что давление в покоящейся жидкости изменяется только по вертикали (вдоль оси z), оставаясь одинаковым во всех точках любой горизонтальной плоскости, так как изменения давлений вдоль осей x и y равны нулю. В связи с тем что в системе уравнений (2.21) частные производные $\frac{\partial p}{\partial x}$ и $\frac{\partial p}{\partial y}$ равны нулю, частная производная $\frac{\partial p}{\partial z}$ может быть заменена на полную производную $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}$, и, следовательно, третье уравнение системы (2.21) примет вид

$$\rho g + \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = 0. \tag{2.22}$$

Тогда, разделяя переменные, получим

$$\mathrm{d}p = -\rho g \mathrm{d}z. \tag{2.23}$$

Левую часть уравнения (2.23) следует проинтегрировать по p, а правую по z, учитывая, что $\rho = \mathrm{const}$ и $g = \mathrm{const}$:

$$\int \mathrm{d}p = -\rho g \int \mathrm{d}z. \tag{2.24}$$

После интегрирования получим

$$p = -\rho g z + C, \tag{2.25}$$

где C – константа интегрирования, определяемая начальными условиями.

Разделив уравнение (2.25) на ρg, получим

$$z + \frac{p}{\rho g} = \frac{C}{\rho g}. \tag{2.26}$$

Поскольку $\frac{C}{\rho g}$ – величина постоянная, то уравнение (2.26) примет вид

$$z + \frac{p}{\rho g} = \mathrm{const}. \tag{2.27}$$

Для двух произвольных горизонтальных плоскостей 1–1 и 2–2 покоящейся жидкости (рис. 2.3) уравнение (2.27) можно записать в виде

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}. \tag{2.28}$$

Выражения (2.27) и (2.28) носят название основного **уравнения гидростатики**.

В уравнении (2.28): z_1 и z_2 – высоты расположения двух точек *1* и *2* внутри покоящейся однородной капельной жидкости над произвольно выбранной горизонтальной плоскостью отсчета (плоскостью сравнения 0–0), а p_1 и p_2 – гидростатические давления в этих точках.

Член z в уравнении гидростатики (2.27), представляющий собой высоту расположения данной точки над произвольно выбранной плоскостью сравнения, называется **нивелирной высотой** или **геометрическим напором**.

Величину $\frac{p}{\rho g}$ в уравнении (2.27) называют **пьезометрическим напором**.

Сумма нивелирной высоты и пьезометрического напора называется **полным гидростатическим напором**. Согласно основному уравнению гидростатики (2.27), для каждой точки покоящейся жидкости полный гидростатический напор есть величина постоянная.

Члены основного уравнения гидростатики имеют определенный энергетический смысл. Нивелирная высота характеризует удельную потенциальную энергию положения данной точки над выбранной плоскостью сравнения (рис. 2.3), а пьезометрический напор – удельную потенциальную энергию давления в этой точке. Сумма указанных энергий равна общей потенциальной энергии, приходящейся на единицу веса жидкости.

Основное уравнение гидростатики представляет собой частный случай закона сохранения энергии и гласит, что удельная потенциальная энергия во всех точках покоящейся жидкости есть величина постоянная.

При проведении инженерных расчетов удобно одну из плоскостей сравнения связывать со свободной поверхностью жидкости, т. е. тогда точка *1* лежит на поверхности жидкости, а точка *2* находится внутри жидкости (рис. 2.4). Умножив левую и правую части уравнения (2.28) на ρg, получим

$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2, \tag{2.29}$$

где p_1 – гидростатическое давление на свободной поверхности жидкости; z_1 – высота расположения свободной поверхности над плоскостью сравнения 0–0; p_2 – гидростатическое давление на высоте z_2 над плоскостью сравнения; $\rho g z_2$ – давление столба жидкости высотой z_2.

Уравнение (2.29) можно представить в виде

$$p_2 = p_1 + \rho g(z_1 - z_2).$$

С учетом того, что $z_1 - z_2 = h$, где h – высота столба жидкости в емкости над точкой *2*, и гидростатическое давление на свободной поверхности жидкости p_1 равно давлению газа на жидкость $p_г$, последнее выражение примет вид

$$p_2 = p_г + \rho g h.$$

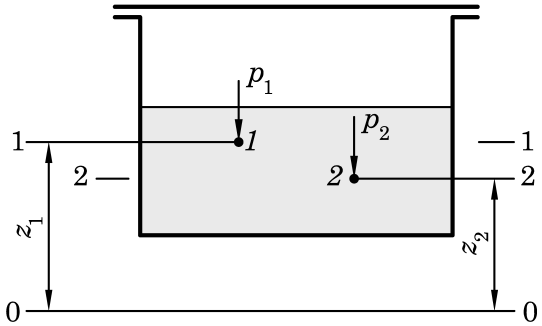


Рис. 2.3. К основному уравнению гидростатики

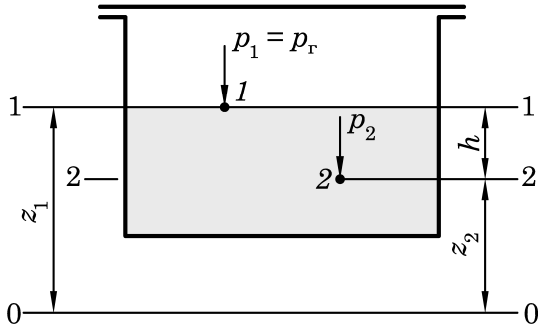


Рис. 2.4. Схема, поясняющая закон Паскаля

Таким образом, для любой точки, находящейся внутри жидкости на глубине h, гидростатическое давление будет равно

$$p = p_{\text{г}} + \rho g h, \tag{2.30}$$

где $p_{\text{г}}$ – давление газа на жидкость; $\rho g h$ – давление, создаваемое столбом жидкости высотой h.

Уравнение (2.30) является выражением **закона Паскаля**, согласно которому давление, создаваемое в любой точке покоящейся несжимаемой жидкости, передается одинаково всем точкам ее объема. Действительно, в соответствии с уравнением (2.30) при любом изменении давления газа $p_{\text{г}}$ на поверхности жидкости давление p в любой точке внутри жидкости изменится на столько же.

Давление, определяемое по уравнению (2.30), называют **полным гидростатическим** или **абсолютным** давлением.

При расчетах удобно отсчитывать давление от условного нуля, за который принимают барометрическое (атмосферное) давление – давление столба атмосферного воздуха в данном месте Земли в данный момент времени $p_{\text{бар}}$.

Барометрическое давление является одним из термодинамических параметров состояния атмосферы, оно изменяется в зависимости от места и времени. Атмосферное давление, равное давлению столба ртути высотой 760 мм при температуре 0 °С, называется **нормальным атмосферным давлением**. $p_0 = 101\,325$ Па. Его величина, выраженная в других внесистемных единицах измерения давления: 1,01325 бар (бар[2]); 760 мм рт. ст. (миллиметр ртутного столба); 10,33 м вод. ст. (метр водного столба); 1,033 кгс/см^2 (килограмм-сила на сантиметр квадратный); 1,03 ат (техническая атмосфера); 1,00 атм (физическая атмосфера).

Взаимосвязь между различными размерностями давления представлена в таблице.

Соотношение между единицами давления

Величина	Паскаль, Па	Бар, бар	Техническая атмосфера, ат	Физическая атмосфера, атм	Миллиметр ртутного столба, мм рт. ст.	Метр водного столба, м вод. ст.
1 Па	1	10^{-5}	$10{,}197 \cdot 10^{-6}$	$9{,}8692 \cdot 10^{-6}$	$7{,}5006 \cdot 10^{-3}$	$1{,}0197 \cdot 10^{-4}$
1 бар	10^5	1	1,0197	0,98692	750,06	10,197
1 ат	98066,5	0,980665	1	0,96784	735,56	10
1 атм	101325	1,01325	1,033	1	760	10,33
1 мм рт. ст.	133,32	$1{,}3332 \cdot 10^{-3}$	$1{,}3595 \cdot 10^{-3}$	$1{,}3158 \cdot 10^{-3}$	1	$13{,}595 \cdot 10^{-3}$
1 м вод. ст.	9806,65	$9{,}806665 \cdot 10^{-2}$	0,1	0,096784	73,556	1

Если абсолютное давление p больше барометрического, то можно вычислить **избыточное давление**:

$$p_{\text{изб}} = p - p_{\text{бар}}. \tag{2.31}$$

[2] От греч. βάρος – тяжесть.

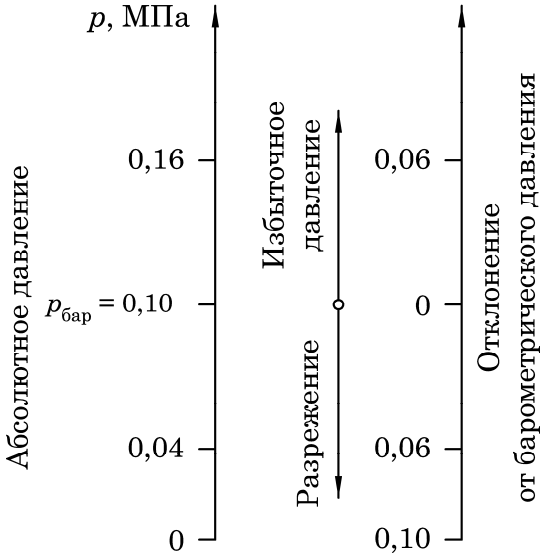


Рис. 2.5. Иллюстрация взаимосвязи между разрежением, избыточным и абсолютным давлением

Таким образом, величина избыточного давления показывает, насколько давление в данной точке больше барометрического.

Если абсолютное давление p меньше барометрического, то используют понятие **разрежения** (вакуума[3]).

Значение разрежения равно:

$$p_{разр} = p_{бар} - p. \qquad (2.32)$$

То есть величина $p_{разр}$ показывает, насколько давление в данной точке меньше барометрического.

Взаимосвязь между избыточным давлением, разрежением и абсолютным давлением проиллюстрирована на рис. 2.5.

Например, барометрическое (атмосферное) давление составляет $p_{бар} = 0,1$ МПа $(\approx 1$ ат$)$. Тогда избыточное давление $p_{изб} = 0,06$ МПа $(\approx 0,6$ ат$)$, согласно формуле (2.31), соответствует абсолютному давлению $p = p_{бар} + p_{изб} = 0,1 + 0,06 = 0,16$ МПа $(\approx 1,6$ ат$)$.

В случае если величина разрежения составляет $p_{разр} = 0,06$ МПа $(\approx 0,6$ ат$)$, то из формулы (2.32) абсолютное давление будет соответствовать $p = p_{бар} - p_{разр} = 0,1 - 0,06 = 0,04$ МПа $(\approx 0,4$ ат$)$.

Для измерения избыточного давления в технике, как правило, применяют приборы, называемые манометрами, а для измерения разрежения – вакуумметрами.

ПРИМЕР 2.1

Определить массу пропана в газовом баллоне объемом $V = 50$ л, если подсоединенный к нему манометр показывает $p_{ман} = 1,2$ МПа. Температура газа $t = 20$ °С, барометрическое давление $p_{бар} = 0,1$ МПа. Плотность пропана при нормальных условиях $\rho_0 = 2,019$ кг/м^3.

Решение

Масса пропана в баллоне

$$M = \rho V,$$

где ρ – плотность пропана в баллоне, кг/м^3.

Считая пропан идеальным газом, определяем его плотность по модифицированному уравнению Клапейрона – Менделеева (1.15):

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0} \frac{273,15}{t + 273,15},$$

[3] Вакуум (от лат. *vacuum* – пустота) – устаревший термин, использование которого в научно-технической литературе не рекомендуется современным стандартом.

где p – абсолютное давление газа в баллоне, Па; $p_0 = 101\,325$ Па – давление при нормальных условиях.

Учитывая, что $p_{изб} = p_{ман}$, абсолютное давление газа определим согласно формуле (2.31):

$$p = p_{изб} + p_{бар} = p_{ман} + p_{бар}.$$

$$p = 1{,}2 \cdot 10^6 + 0{,}1 \cdot 10^6 = 1{,}3 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Тогда плотность пропана

$$\rho = 2{,}019 \cdot \frac{1{,}3 \cdot 10^6}{101\,325} \cdot \frac{273{,}15}{20 + 273{,}15} = 24{,}137 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Масса пропана в баллоне

$$M = 24{,}137 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 1{,}207 \text{ кг}.$$

Ответ: $M = 1{,}207$ кг.

ПРИМЕР 2.2

Плотность воздуха в емкости составляет $\rho = 0{,}2$ кг/м^3. Температура газа $t = 20$ °С, барометрическое давление $p_{бар} = 0{,}1$ МПа. Определить: а) абсолютное давление воздуха в емкости; б) каким прибором (манометром или вакуумметром) следует контролировать давление газа в емкости; в) показания прибора для контроля давления воздуха. Плотность воздуха при нормальных условиях $\rho_0 = 1{,}293$ кг/м^3.

Решение

Считая воздух идеальным газом, его абсолютное давление можно выразить из модифицированного уравнения Клапейрона – Менделеева (1.15):

$$p = p_0 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{T}{T_0} = p_0 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{t + 273{,}15}{273{,}15},$$

где $p_0 = 101\,325$ Па – давление при нормальных условиях.

$$p = 101\,325 \cdot \frac{0{,}2}{1{,}293} \cdot \frac{20 + 273{,}15}{273{,}15} = 16\,820 \text{ Па}.$$

Так как абсолютное давление газа меньше барометрического ($p < p_{бар}$), то в емкости разрежение (вакуум). Следовательно, для измерения величины разрежения используем вакуумметр.

Показания вакуумметра, согласно формуле (2.32), составят:

$$p_{разр} = p_{бар} - p = 0{,}1 \cdot 10^6 - 16\,820 = 83\,180 \text{ Па}.$$

Ответ: а) $p = 16\,820$ Па; б) вакуумметр; в) $p_{разр} = 83\,180$ Па.

2.4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ ГИДРОСТАТИКИ

Основное уравнение гидростатики (закон Паскаля) применяют для расчета давления на дно и стенки сосудов, гидростатических машин (гидравлический пресс), гидрозатворов, для определения уровней жидкости в сообщающихся сосудах, измерения давления, перепада давлений и др.

2.4.1. Сообщающиеся сосуды

Рассмотрим два открытых сообщающихся сосуда (рис. 2.6, *а*), заполненных однородной жидкостью с плотностью ρ.

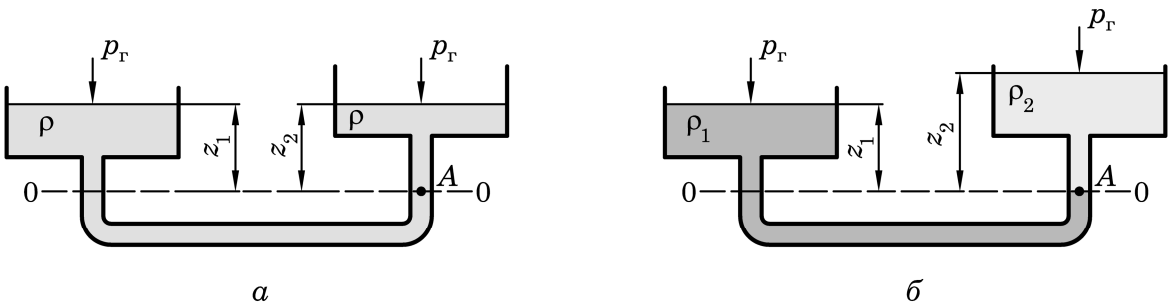


Рис. 2.6. Сообщающиеся сосуды:
а – однородная жидкость; *б* – разнородные (несмешивающиеся) жидкости

Выберем произвольную горизонтальную плоскость сравнения 0–0 и точку A внутри жидкости, лежащую в этой плоскости.

Согласно уравнению (2.30), абсолютное давление в точке A можно определить как давление, создаваемое жидкостью в левом сосуде:

$$p_A = p_г + \rho g z_1,$$

или как давление, создаваемое жидкостью в правом сосуде:

$$p_A = p_г + \rho g z_2.$$

Приравнивая правые части последних уравнений, запишем

$$p_г + \rho g z_1 = p_г + \rho g z_2.$$

Либо после сокращения

$$z_1 = z_2. \tag{2.33}$$

Аналогичный результат можно получить и для закрытых сообщающихся сосудов, в которых давления над свободной поверхностью жидкости одинаковы.

Таким образом, в открытых или закрытых, находящихся под одинаковым давлением сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью, уровни ее располагаются на одной высоте, независимо от формы и поперечного сечения сосудов.

Этот принцип используется, чтобы контролировать уровень жидкости в аппаратах как открытых, так и закрытых (находящихся под любым давлением) с помощью водомерных трубок.

Водомерная трубка прозрачна в области измерения уровня жидкости и соединена обоими своими концами с аппаратом таким образом, что один ее конец всегда находится в жидкости, а второй – над ее поверхностью (рис. 2.7).

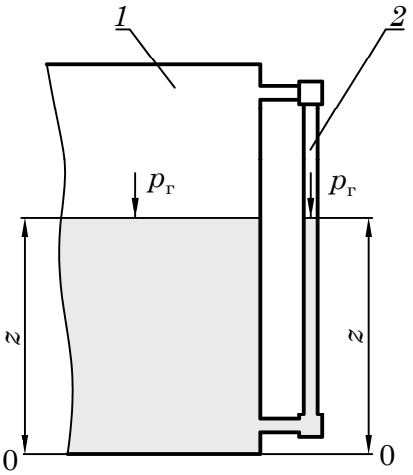


Рис. 2.7. Водомерная трубка:
1 – аппарат; *2* – водомерная трубка

Поскольку абсолютное давление газа над жидкостью в аппарате и жидкостью в водомерной трубке одинаково, то будут одинаковы и уровни жидкости в них.

Рассмотрим случай, когда сообщающееся сосуды заполнены двумя несмешивающимися разнородными жидкостями (см. рис. 2.6, *б*). Сосуд слева заполнен жидкостью с плотностью ρ_1, а справа – жидкостью с плотностью $(\rho_1 > \rho_2)$. Если провести плоскость сравнения 0–0 через границу раздела жидкости (точка *A*), то по аналогии со случаем, проиллюстрированном на рис. 2.6, *а*, можем записать

$$p_г + \rho_1 g z_1 = p_г + \rho_2 g z_2.$$

После сокращения запишем

$$\rho_1 z_1 = \rho_2 z_2 \tag{2.34}$$

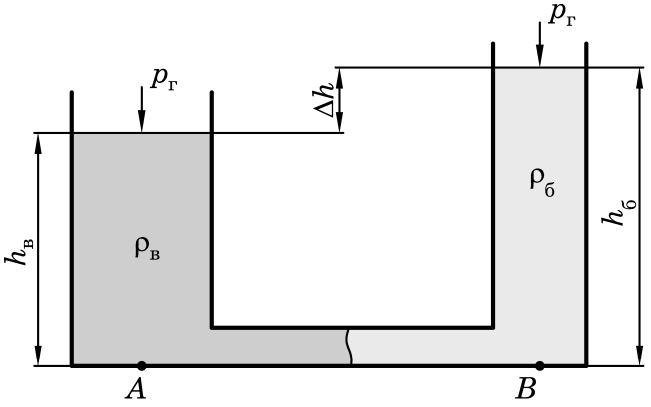
либо

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \tag{2.35}$$

Следовательно, в сообщающихся сосудах высоты уровней разнородных жидкостей над поверхностью их раздела обратно пропорциональны плотностям этих жидкостей.

ПРИМЕР 2.3

В открытые сообщающиеся сосуды налиты вода и бензин. Определить плотность бензина, если уровень воды в сосуде относительно его дна $h_в = 150$ мм, а уровень бензина выше на $\Delta h = 60$ мм. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3.



Решение

Выберем одну точку A на уровне дна в сосуде с водой, а другую точку B в сосуде с бензином. Для двух точек горизонтальной плоскости покоящейся жидкости гидростатическое давление одинаковое. Следовательно, абсолютные давления в точках A и B одинаковы $p_A = p_B$ или в развернутом виде

$$p_{\text{г}} + \rho_{\text{в}} g h_{\text{в}} = p_{\text{г}} + \rho_{\text{б}} g h_{\text{б}},$$

после сокращения

$$\rho_{\text{в}} h_{\text{в}} = \rho_{\text{б}} h_{\text{б}},$$

где $\rho_{\text{б}}$ – плотность бензина, кг/м^3; $h_{\text{б}} = h_{\text{в}} + \Delta h$ – уровень бензина относительно дна сосуда, м.

Отсюда плотность бензина

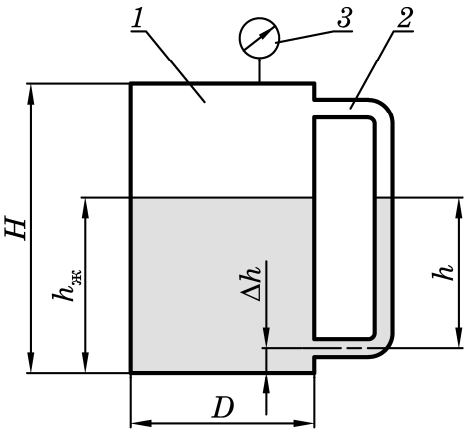
$$\rho_{\text{б}} = \rho_{\text{в}} \frac{h_{\text{в}}}{h_{\text{в}} + \Delta h}.$$

$$\rho_{\text{б}} = 1000 \cdot \frac{0{,}15}{0{,}15 + 0{,}06} = 714{,}3 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho_{\text{б}} = 714{,}3$ кг/м^3.

ПРИМЕР 2.4

Жидкость хранится под азотной подушкой[4] в вертикальной цилиндрической емкости высотой $H = 6$ м и диаметром $D = 3$ м. Манометр, установленный на плоской крышке, показывает давление 0,07 МПа. Уровень жидкости в водомерной трубке $h = 4$ м, ось нижнего штуцера для подсоединения водомерной трубки находится на $\Delta h = 0{,}2$ м выше плоского днища емкости. Определить степень заполнения емкости жидкостью. Объемом жидкости в водомерной трубке пренебречь.



1 – емкость; *2* – водомерная трубка; *3* – манометр

Решение

Степень заполнения емкости представляет собой отношение объема жидкости в ней $V_{\text{ж}}$ к объему всей емкости V:

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{ж}}}{V}.$$

[4] В технологическом оборудовании, взаимодействующем со взрывоопасными жидкими средами, изоляция от кислорода (воздуха) обеспечивается «инертным газом», например азотом, который инертен по отношению к этой жидкости. В таком случае используют термин «азотная подушка».

Для сосудов постоянного поперечного сечения можно записать

$$\varepsilon = \frac{h_{ж} S}{HS} = \frac{h_{ж}}{H},$$

где $h_{ж}$ – уровень жидкости в сосуде относительно его дна, м; S – площадь дна сосуда, м^2.

Емкость и водомерная трубка представляют собой сообщающиеся сосуды, в которых находится одна и та же жидкость, под одинаковым избыточным давлением. Следовательно, уровень жидкости в емкости будет равен $h_{ж} = h + \Delta h = 4 + 0{,}2 = 4{,}2$ м.

Тогда степень заполнения емкости составит

$$\varepsilon = \frac{4{,}2}{6} = 0{,}7.$$

Замечание: в некоторых случаях в условиях задачи могут быть приведены избыточные данные, которые не используются при решении задачи, как, например, в данном примере диаметр емкости и показания манометра.

Ответ: $\varepsilon = 0{,}7$.

2.4.2. Измерение давления и перепада давлений

Уравнение Паскаля (2.30) можно записать в виде

$$h = \frac{p - p_{г}}{\rho g}. \qquad (2.36)$$

Эта формула демонстрирует возможность измерения давления в метрах жидкостного столба. Уравнение (2.36) лежит в основе измерения давления жидкостными пьезометрами, манометрами и вакуумметрами.

2.4.2.1. Пьезометр

Для измерения гидростатического давления применяют пьезометры[5].

Термин «пьезометр» ввели в начале XIX в. английские физики Я. Перкинс и Г. Х. Эрстед.

Пьезометр – открытая (чаще всего прозрачная) трубка, присоединенная к сосуду (аппарату, трубопроводу) (рис. 2.8). Чтобы исключить влияние сил поверхностного натяжения на точность измерения, внутренний диаметр пьезометров должен быть не менее 8–10 мм.

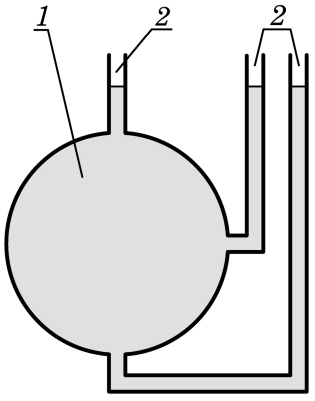
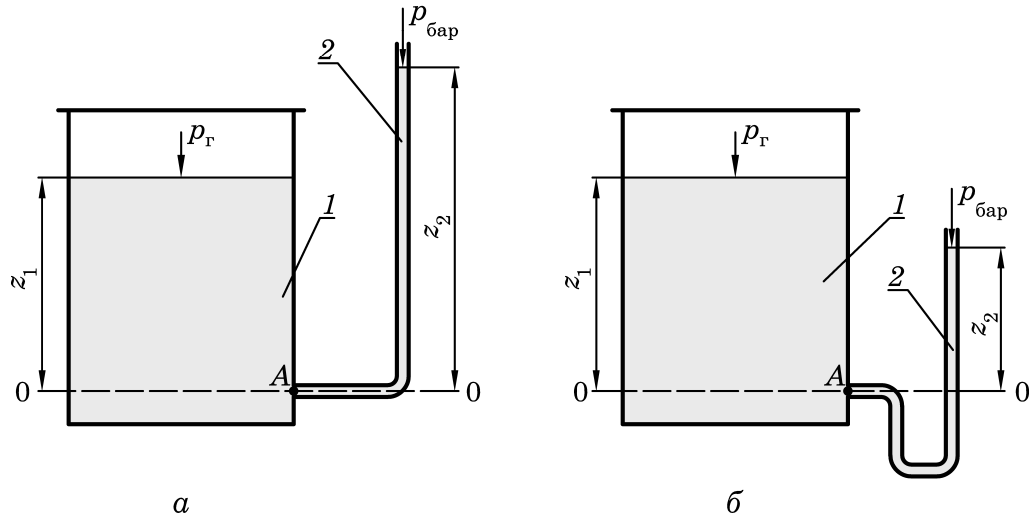


Рис. 2.8. Примеры использования пьезометров: *1* – сосуд; *2* – пьезометры

Как показано на рис. 2.8, уровень поднятия жидкости в трубках пьезометра не зависит от точки их подсоединения.

Рассмотрим случай, когда абсолютное давление газа в аппарате (сосуде) $p_{г}$ выше барометрического $p_{бар}$, т. е. аппарат работает под избыточным давлением, что проиллюстрировано на рис. 2,9, *а*. В состоянии равновесия абсолютные давления p жидкости в точке A со стороны сосуда и пьезометра должны быть равными.

[5] От греч. *piézo* – сжимаю и *metreo* – измеряю.



а *б*

Рис. 2.9. Использование пьезометра для определения давления газа над жидкостью в сосуде, работающем под избыточным давлением (*а*) и разрежением (*б*):
1 – сосуд; *2* – пьезометр (обратный пьезометр)

Абсолютное давление в точке A со стороны сосуда p_A равно

$$p_A = p_г + \rho g z_1, \tag{2.37}$$

а со стороны пьезометра

$$p_A = p_{бар} + \rho g z_2. \tag{2.38}$$

Из уравнений (2.37) и (2.38) можем выразить абсолютное давление газа над жидкостью в сосуде:

$$p_г = p_{бар} + \rho g \left(z_2 - z_1\right). \tag{2.39}$$

Величина $\rho g \left(z_2 - z_1\right)$ характеризует избыточное давление газа над жидкостью в сосуде по отношению к барометрическому давлению.

Величину z_2 называют **пьезометрической высотой**, соответствующей избыточному давлению в точке A.

Если абсолютное давление газа в аппарате $p_г$ ниже барометрического $p_{бар}$, т. е. аппарат работает под разрежением (рис. 2.9, *б*), то абсолютное давление в точке A можно также определить с помощью трубки *2*, которую при этом называют **обратным пьезометром**.

Для данного случая также можно записать уравнения (2.37), (2.38) и получить формулу (2.39). Причем $z_2 < z_1$ и слагаемое $\rho g \left(z_2 - z_1\right)$ в уравнении (2.39) будет иметь отрицательный знак и характеризовать разрежение газа над жидкостью в сосуде.

Отметим, что пьезометрические трубки можно использовать не только для определения давления в статических средах, но и статического давления в движущихся средах.

2.4.2.2. Дифманометр (U-образный дифференциальный манометр)

Этот прибор предназначен для определения разности статических давлений Δp в разных точках жидкости (рис. 2.10).

Дифманометр имеет две сообщающиеся вертикальные трубки (ветви), которые заполнены измерительной (манометрической) жидкостью плотностью $\rho_м$.

Ветви дифманометра подсоединяются к точкам замера давлений p_1 и p_2 соответственно. Если эти давления не равны, то в дифманометре создается перепад уровней манометрической жидкости h, который и фиксируется по шкале.

Согласно основному уравнению гидростатики, абсолютные давления p_A и p_B для двух точек A и B, находящихся в разных ветвях дифманометра, но лежащих на одной горизонтальной плоскости 0–0, будут равны

$$p_A = p_1 + \rho_м g h;$$

$$p_B = p_2,$$

или

$$p_1 + \rho_м g h = p_2.$$

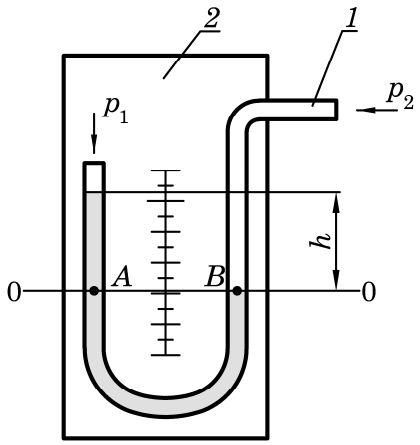


Рис. 2.10. U-образный дифференциальный манометр:
1 – стеклянная трубка;
2 – доска со шкалой

Тогда искомую разность давлений $\Delta p = p_2 - p_1$ можно будет рассчитать по формуле

$$\Delta p = \rho_м g h. \qquad (2.40)$$

2.4.2.3. Микроманометр

Для более точного измерения небольших разностей давлений, соответствующих нескольким миллиметрам столба манометрической жидкости, применяют наклонные дифференциальные манометры (микроманометры) (рис. 2.11).

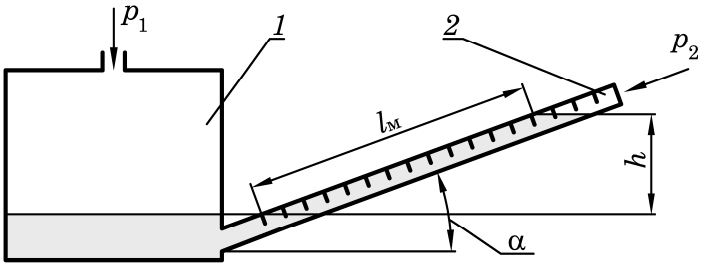


Рис. 2.11. Схема чашечного микроманометра:
1 – чаша; *2* – измерительная трубка

Принцип действия этого прибора аналогичен дифманометру. Измеряемая прибором разность давлений $\Delta p = p_1 - p_2$ составит

$$\Delta p = \rho_м g h,$$

где $\rho_м$ – плотность манометрической жидкости; h – перепад уровней манометрической жидкости в микроманометре по вертикали.

Перепад уровней манометрической жидкости в микроманометре можно выразить через угол наклона измерительной трубки α:

$$h = l_м \sin\alpha,$$

где $l_м$ – показания прибора (часть длины наклонной трубки *2* со шкалой, заполненной манометрической жидкостью).

С учетом этого величина Δp составит

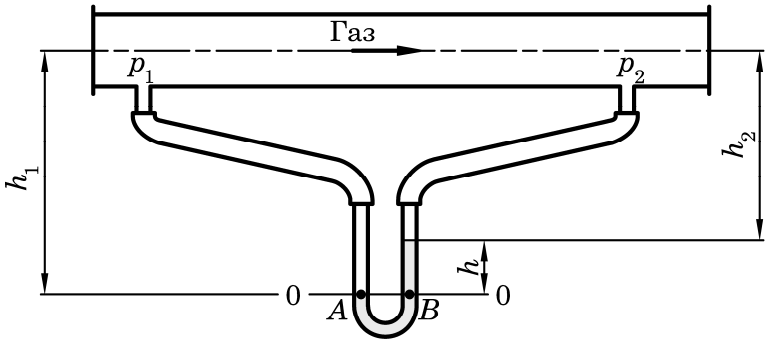
$$\Delta p = \rho_м g \cdot l_м \sin\alpha. \qquad (2.41)$$

Так как $l_м > h$, то точность рассматриваемого прибора выше, чем U-образного дифманометра.

Точность измерения перепада давления прибором можно регулировать, за счет изменения угла α. При неизменном измеряемом перепаде давлений Δp уменьшение α приводит к росту $l_м$, т. е. к увеличению точности прибора.

ПРИМЕР 2.5

По горизонтальному трубопроводу проходит газ $(\rho = 1{,}2$ кг/м$^3)$. Разность уровней ртути в дифманометре, подсоединенного к двум точкам трубопровода, $h = 30$ мм. Определить разность давлений в этих точках. Плотность манометрической жидкости (ртути) в дифманометре $\rho_м = 13\,600$ кг/м^3.



Решение

Расположим нивелирную плоскость 0–0 по уровню ртути в левой ветви дифманометра. Тогда для двух точек, лежащих на этой плоскости в левой (точка A) и правой (точка B) ветвях, из условия равенства давлений запишем

$$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2 + \rho_м g h.$$

Заменим h_2 на $(h_1 - h)$ и выразим требуемую разность давлений:

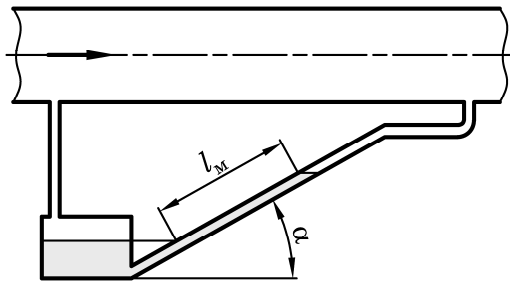
$$p_1 - p_2 = h(\rho_м - \rho) g.$$

$$p_1 - p_2 = 0{,}030 \cdot (13600 - 1{,}2) \cdot 9{,}81 = 4002 \text{ Па}.$$

Ответ: $p_1 - p_2 = 4002$ Па.

ПРИМЕР 2.6

Определить изменение давления газа на участке трубопровода, если показания подсоединенного к нему чашечного спиртового микроманометра составляют $l_м = 80$ мм. Относительная плотность спирта $\bar{\rho}_м = 0{,}8$. Трубка микроманометра расположена под углом $\alpha = 30°$ к горизонту.



Решение

Перепад давлений, измеряемый чашечным микроманометром, можно определить по формуле (2.41):

$$\Delta p = \rho_м g l_м \sin\alpha,$$

где $\rho_м$ – плотность манометрической жидкости в микроманометре, кг/м^3.

Плотность манометрической жидкости (спирта):

$$\rho_м = \overline{\rho}_м \cdot 1000 = 0{,}8 \cdot 1000 = 800 \text{ кг/м}^3.$$

Тогда изменение давления газа будет равно

$$\Delta p = 800 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}08 \cdot \sin 30 = 313{,}9 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p = 313{,}9$ Па.

ПРИМЕР 2.7



Жидкость с плотностью $\rho = 1230$ кг/м^3 находится в открытом резервуаре. Манометр, присоединенный к стенке резервуара на уровне его дна, показывает давление $p_{ман} = 0{,}31$ кгс/см^2. Определить уровень жидкости в резервуаре.

Решение

Уровень жидкости в резервуаре можно определить по уравнению (2.36):

$$h = \frac{p - p_г}{\rho g}, \qquad \text{(а)}$$

где p – абсолютное давление жидкости в плоскости дна резервуара, Па; $p_г$ – абсолютное давление газа над жидкостью в резервуаре, Па.

Абсолютное давление жидкости на уровне дна p определяем по формуле (2.31), используя показания манометра $(p_{ман} = p_{изб})$.

$$p = p_{бар} + p_{изб} = p_{бар} + p_{ман}. \qquad \text{(б)}$$

Абсолютное давление газа над жидкостью в открытом резервуаре равно барометрическому давлению $p_г = p_{бар}$.

Тогда, подставляя в уравнение (а) значение p из уравнения (б), уровень жидкости в резервуаре определится как

$$h = \frac{p_{бар} + p_{ман} - p_{бар}}{\rho g} = \frac{p_{ман}}{\rho g}.$$

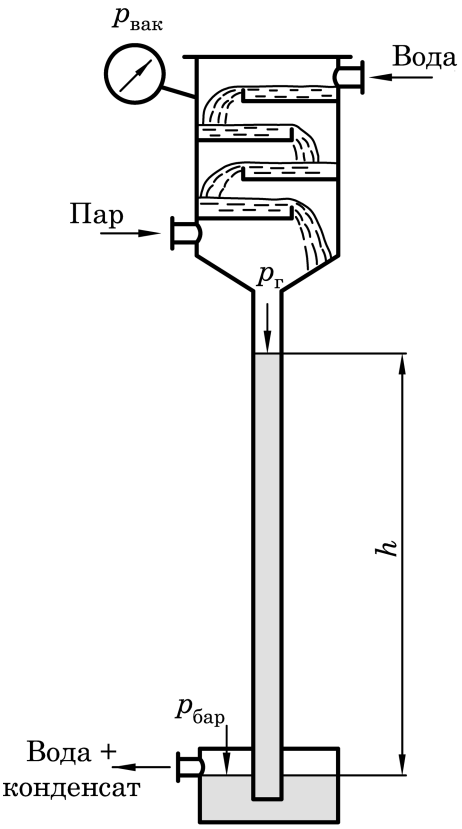
$$h = \frac{0{,}31 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4}{1230 \cdot 9{,}81} = 2{,}52 \text{ м}.$$

Ответ: $h = 2{,}52$ м.

ПРИМЕР 2.8



Вакуумметр, установленный на барометрическом конденсаторе, показывает разрежение (вакуум), равное $p_{вак} = 60$ кПа. Определить: а) абсолютное



давление в барометрическом конденсаторе; б) на какую высоту поднимается вода в барометрической трубе. Плотность воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3. Барометрическое давление $p_{бар} = 710$ мм рт. ст.

Решение

Абсолютное давление в барометрическом конденсаторе определим, используя формулу (2.32):

$$p_г = p_{бар} - p_{вак}.$$

$$p_г = 710 \cdot 133{,}3 - 60\,000 = 34\,643 \text{ Па}.$$

Высоту столба воды в барометрической трубе можно определить из уравнения (2.30):

$$p_{бар} = p_г + \rho g h.$$

Откуда

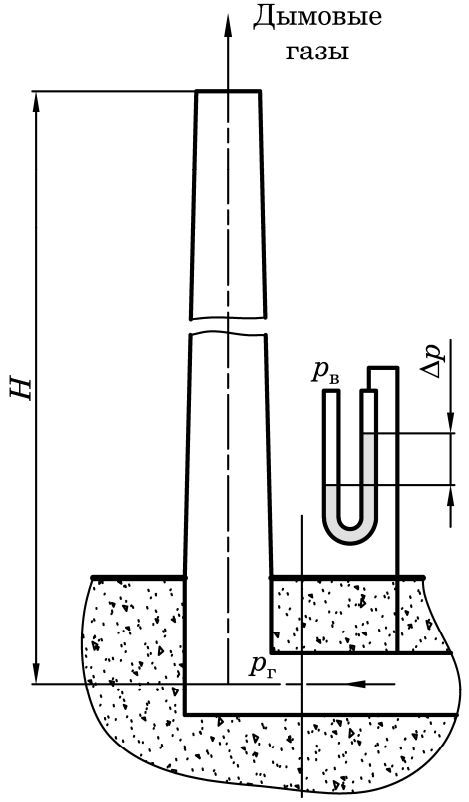
$$h = \frac{p_{бар} - p_г}{\rho g} = \frac{p_{вак}}{\rho g}.$$

$$h = \frac{60\,000}{1000 \cdot 9{,}81} = 6{,}12 \text{ м}.$$

Ответ: а) $p_г = 34\,643$ Па; б) $h = 6{,}12$ м.

ПРИМЕР 2.9

Определить разрежение, создаваемое в дымовой трубе, если высота трубы $H = 100$ м, средняя температура уходящих через нее газов $t_г = 220$ °С, температура окружающего воздуха $t_в = 25$ °С. Плотности газов и воздуха при нормальных условиях соответственно равны: $\rho_{0\,г} = 1{,}27$ кг/м^3; $\rho_{0\,в} = 1{,}29$ кг/м^3. Барометрическое давление $p_{бар} = 710$ мм рт. ст.



Решение

Разрежение, создаваемое дымовой трубой, равно разности давлений окружающего трубу воздуха $p_в$ и дымовых газов $p_г$ у основания трубы:

$$\Delta p = p_в - p_г = \left(p_{бар} + \rho_в g H\right) -$$

$$-\left(p_{бар} + \rho_г g H\right) = H\left(\rho_в - \rho_г\right) g,$$

где $p_{бар}$ – барометрическое давление, Па; H – высота дымовой трубы, м.

По формуле (1.15) плотности воздуха и дымовых газов при рабочих условиях:

$$\rho_{\text{в}} = \rho_{0\,\text{в}} \frac{273{,}15}{t_{\text{в}} + 273{,}15} \cdot \frac{p_{\text{бар}}}{760} = 1{,}29 \cdot \frac{273{,}15}{25 + 273{,}15} \cdot \frac{710}{760} = 1{,}104 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{\text{г}} = \rho_{0\,\text{г}} \frac{273{,}15}{t_{\text{г}} + 273{,}15} \cdot \frac{p_{\text{бар}}}{760} = 1{,}27 \cdot \frac{273{,}15}{220 + 273{,}15} \cdot \frac{710}{760} = 0{,}657 \text{ кг/м}^3.$$

Тогда разрежение, создаваемое дымовой трубой, равно

$$\Delta p = 100 \cdot (1{,}104 - 0{,}657) \cdot 9{,}81 = 438{,}5 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p = 438{,}5$ Па.

2.4.3. Определение объема жидкости в резервуарах

В промышленности часто хранят большие объемы жидкости в резервуарах естественного (пещеры, полости земной коры, высохшие русла рек и озер и др.) либо искусственного происхождения (цистерны, газгольдеры[6], закрытые бассейны, хранилища нефти, нефтепродуктов и др.).

Рассмотрим метод определения объема жидкости в резервуаре, находящемся под атмосферным давлением. В этом случае абсолютное давление газа над жидкостью $p_{\text{г}}$ будет равно барометрическому $p_{\text{бар}}$. В резервуар *1* (рис. 2.12) опускают близко к днищу трубку *2*, по которой можно подавать газ (воздух, азот и т. д.). Избыточное давление газа в трубке $p_{\text{ман}}$ измеряется манометром *3*.

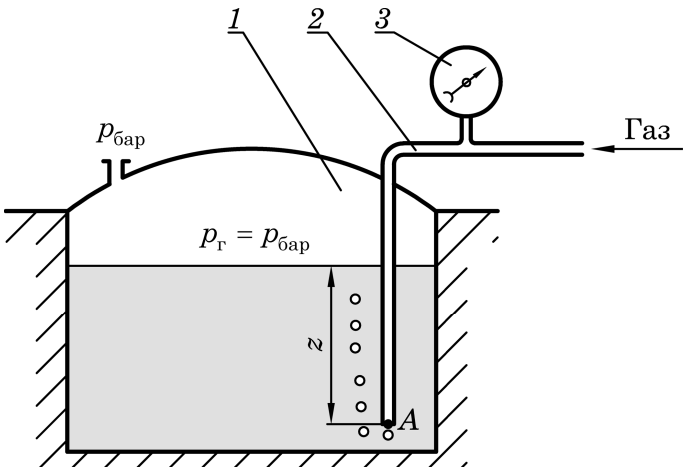


Рис. 2.12. К определению объема жидкости в резервуаре:
1 – резервуар; *2* – трубка для подачи газа; *3* – манометр

При подаче газа в трубку *2* он выдавливает из нее жидкость и показания манометра *3* начинают возрастать. Как только газ преодолеет давление столба жидкости высотой z и в виде пузырьков начнет проходить через слой жидкости в резервуаре, показания манометра $p_{\text{ман}}$ стабилизируются. При этом абсолютное давление p в открытом конце измерительной трубки (точка A) в соответствии с уравнением (2.30) равно

$$p = p_{\text{г}} + \rho g z = p_{\text{бар}} + \rho g z.$$

[6] Газгольдер – резервуар для хранения газообразных веществ. Более подробно – см. п. 2.4.5.

С другой стороны, абсолютное давление в точке A можно определить, используя показания манометра

$$p = p_{\text{бар}} + p_{\text{ман}},$$

откуда высота столба жидкости в резервуаре

$$z = \frac{p_{\text{ман}}}{\rho g}. \tag{2.42}$$

Зная плотность жидкости ρ в резервуаре, высоту столба жидкости z (которая практически равна уровню жидкости в резервуаре) и площадь его поперечного сечения S, легко определить объем V и массу m находящейся в нем жидкости:

$$V = Sz = S\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g}; \tag{2.43}$$

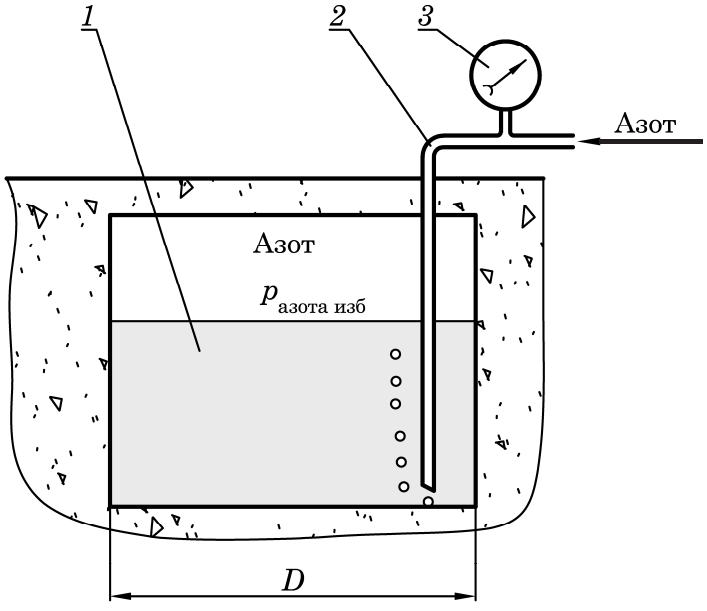
$$m = V\rho = S\frac{p_{\text{ман}}}{g}. \tag{2.44}$$

Уравнение (2.43) справедливо для резервуаров с постоянным горизонтальным сечением. Для резервуаров с переменным сечением необходимо знать зависимость $S = f(z)$.

Подобным образом можно определить уровень жидкости и в закрытых резервуарах. Но при этом в расчетных формулах следует учесть давление над уровнем жидкости, которое может отличаться от барометрического (см. пример 2.10).

ПРИМЕР 2.10

В подземном хранилище в виде вертикальной цилиндрической емкости *1* находится огнеопасная жидкость под азотной подушкой. Избыточное давление азота $p_{\text{азота изб}} = 5$ кПа. Диаметр емкости $D = 6$ м. Определить объем хранимой жидкости, если максимальные показания манометра *3*, установленного на трубке *2*, в момент подачи азота в емкость составили $p_{\text{ман}} = 0{,}5$ бар. Плотность жидкости $\rho = 900$ кг/м^3.



1 – емкость; *2* – трубка для подачи газа; *3* – манометр

Решение

Для открытой, т. е. сообщающейся с атмосферой емкости, объем жидкости можно определить по формуле (2.43):

$$V = S\frac{p_{\text{ман}}}{\rho g},$$

где $S = \frac{\pi}{4}D^2 = 0{,}785D^2$ – площадь поперечного сечения емкости, м^2; $p_{\text{ман}}$ – максимальные показания манометра в момент подачи газа, Па; ρ – плотность жидкости, кг/м^3.

Если газ над жидкостью изначально находится под избыточным давлением $p_{\text{азота изб}}$, то это учитывается следующим образом:

$$V = S\frac{p_{\text{ман}} - p_{\text{азота изб}}}{\rho g}.$$

По условию задачи: $p_{\text{ман}} = 0{,}5$ бар $= 5\cdot10^4$ Па; $p_{\text{азота изб}} = 5$ кПа $= 5\cdot10^3$ Па; $S = 0{,}785\cdot6^2 = 28{,}26$ м^2.

Тогда объем хранимой жидкости будет равен

$$V = 28{,}26\cdot\frac{5\cdot10^4 - 5\cdot10^3}{900\cdot9{,}81} = 144{,}04 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = 144{,}04$ м^3.

2.4.4. Сила давления жидкости на различные поверхности

Поскольку в промышленности широко используются различные аппараты и сосуды, содержащие жидкость и газ под различным давлением (емкости для хранения жидкостей и газов, реакторы, отстойники и т. д.), то актуальной задачей является их расчет и проектирование. Важным параметром таких расчетов является определение сил давления, действующих на поверхности сосудов и аппаратов, с целью определения толщины их стенок и выбора конструкционных материалов.

2.4.4.1. Определение силы давления жидкости на плоские поверхности

Зная закон распределения гидростатического давления в жидкости, можно найти силу давления жидкости на стенки сосуда, в котором она находится.

Пусть плоская жесткая стенка сосуда наклонена к горизонту под углом α и имеет смоченную площадь поверхности S (рис. 2.13):

$$S = LB, \tag{2.45}$$

где L – длина стенки; B – ширина стенки.

Давление на свободной поверхности жидкости (абсолютное давление газа над жидкостью) – $p_{\text{г}}$, плотность жидкости – ρ. Выделим на глубине h элементарную поверхность площадью dS.

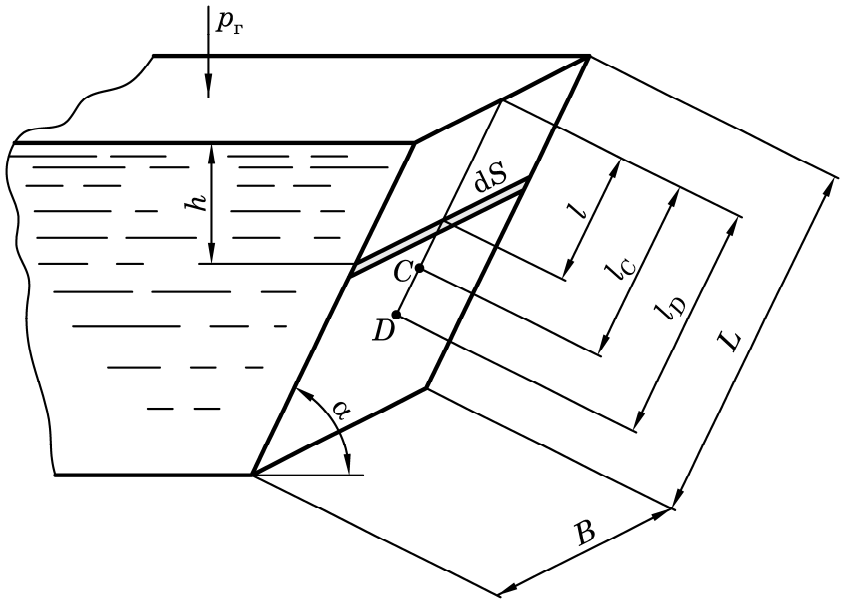


Рис. 2.13. Схема к определению силы давления жидкости на плоскую стенку

Гидростатическое давление на элементарную поверхность $\mathrm{d}S$, согласно уравнению Паскаля (2.30):

$$p = p_г + \rho g h.$$

Элементарная сила давления жидкости $\mathrm{d}F$ на данную бесконечно малую поверхность направлена по нормали к стенке и определится по уравнению:

$$\mathrm{d}F = \left(p_г + \rho g h\right)\mathrm{d}S. \tag{2.46}$$

Сила давления жидкости на всю стенку определится как интеграл уравнения (2.46) по всей смоченной площади плоской стенки:

$$F = \int_S \left(p_г + \rho g h\right)\mathrm{d}S = p_г \int_S \mathrm{d}S + \rho g \int_S h\,\mathrm{d}S,$$

или

$$F = p_г S + \rho g \int_S h\,\mathrm{d}S. \tag{2.47}$$

Высоту h в уравнении (2.47) можно определить из соотношения

$$h = l \sin\alpha. \tag{2.48}$$

Учитывая уравнение (2.48), интеграл в правой части уравнения (2.47) можно представить в виде

$$\int_S h\,\mathrm{d}S = \int_S l \sin\alpha\ \mathrm{d}S = \sin\alpha \int_S l\,\mathrm{d}S. \tag{2.49}$$

При этом

$$\int_S h\,\mathrm{d}S = \sin\alpha\ l_C S = h_C S, \tag{2.50}$$

где h_C – глубина погружения центра тяжести смоченной площади S стенки (точка C).

Таким образом,

$$F = p_{\text{г}} S + \rho g h_C S = \left(p_{\text{г}} + \rho g h_C \right) S. \qquad (2.51)$$

Величина, стоящая в скобках в уравнении (2.51), представляет собой гидростатическое давление в точке C. Следовательно, сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению смоченной площади стенки на гидростатическое давление в ее центре тяжести.

Сила давления жидкости на плоскую стенку направлена по нормали к стенке, так как она является результирующей сил $\mathrm{d}F$, действующих на бесконечно малые поверхности $\mathrm{d}S$ и направленных по нормали к ним. Сила давления жидкости на стенку характеризуется точкой ее приложения, называемой **центром давления** (точка D).

Расстояние от точки D до края смоченной поверхности можно определить по уравнению

$$l_D = l_C + \frac{I_0}{l_C S}, \qquad (2.52)$$

где I_0 – момент инерции поверхности[7] площадью S относительно оси, проходящей через центр масс этой поверхности.

Уравнение (2.52) показывает, что точка приложения силы давления расположена ниже центра масс стенки поверхности.

Если необходимо определить силу давления на **горизонтальную плоскую поверхность** (дно) (рис. 2.14), то формула (2.51) примет вид

$$F_{\text{дн}} = \left(p_{\text{г}} + \rho g h \right) S_{\text{дн}}, \qquad (2.53)$$

где h – высота столба жидкости над горизонтальной поверхностью; $S_{\text{дн}} = LB$ – площадь дна.

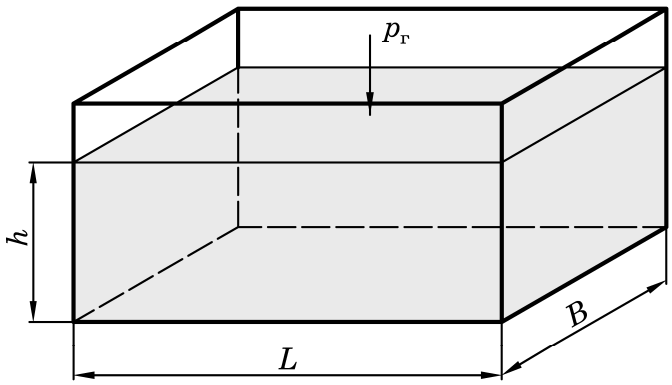


Рис. 2.14. Схема к определению силы давления жидкости на дно и вертикальные стенки

В случае расчета вертикальных плоских поверхностей (например, стенок бассейна, имеющего форму параллелепипеда) угол $\alpha = 90°$ (рис. 2.14), $\sin\alpha = 1$, формула (2.51) примет вид

[7] **Момент инерции** – скалярная физическая величина, мера инертности тела при его вращении вокруг оси. Характеризуется распределением масс в теле. В системе СИ размерность момента инерции – килограмм на метр квадратный ($\text{кг} \cdot \text{м}^2$).

$$F_{ст} = \left(p_г + \rho g \frac{h}{2} \right) S_{ст}, \tag{2.54}$$

где h – высота столба жидкости; $S_{ст}$ – смоченная площадь вертикальной стенки.

Гидростатический парадокс. Рассмотрим силу давления однородной жидкости плотностью ρ на плоское дно сосудов различной формы, изображенных на рис. 2.15. Примем, что площадь дна $S_{дн}$ у всех сосудов и уровень жидкости h в них одинаковы.

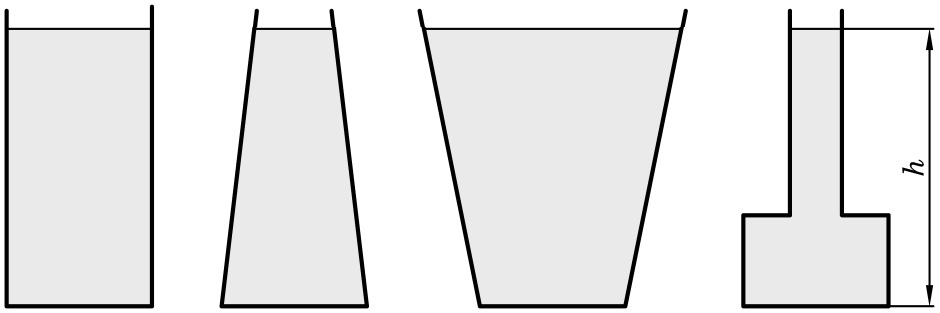


Рис. 2.15. Сила давления на дно сосудов различной формы

Несмотря на разную форму сосудов, а следовательно, и различный объем жидкости, находящейся в них, давление на дно каждого из них, согласно закону Паскаля (2.30), будет одинаковым. А поскольку площадь дна у сосудов также одинакова, то и силы давления на дно каждого сосуда будут равны и могут быть определены по формуле (2.53).

ПРИМЕР 2.11

Открытый резервуар в виде параллелепипеда предназначен для хранения $V = 60$ м^3 воды. Определить силы давления жидкости на стенки и дно резервуара, если ширина дна $B = 4$ м, а длина $L = 5$ м. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Влиянием атмосферного давления пренебречь.

Решение

Определим высоту уровня воды в резервуаре:

$$h = \frac{V}{BL} = \frac{60}{4 \cdot 5} = 3 \text{ м}.$$

Площадь дна:

$$S_{дн} = BL = 4 \cdot 5 = 20 \text{ м}^2.$$

Площади смоченных стенок резервуара:

$$S_{ст\,1} = Bh = 4 \cdot 3 = 12 \text{ м}^2;$$

$$S_{ст\,2} = Lh = 5 \cdot 3 = 15 \text{ м}^2.$$

Сила давления на плоское горизонтальное дно резервуара определяется по формуле (2.53):

$$F_{\text{дн}} = \left(p_{\text{г}} + \rho g h\right) S_{\text{дн}},$$

где $p_{\text{г}}$ – атмосферное давление, Па; ρ – плотность воды, кг/м^3.

Так как резервуар открытый, то атмосферное давление одинаково воздействует как со стороны жидкости, так и с другой стороны поверхности стенки $\left(p_{\text{г}} = 0\right)$. Тогда расчетная формула упрощается:

$$F_{\text{дн}} = \rho g h S_{\text{дн}}.$$

$$F_{\text{дн}} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3 \cdot 20 = 588\,600 \text{ Па}.$$

Сила давления жидкости на вертикальную плоскую стенку определится согласно формуле (2.54) с учетом $p_{\text{г}} = 0$:

$$F_{\text{ст}} = \rho g \frac{h}{2} S_{\text{ст}}.$$

Сила давления жидкости на стенку шириной 4 м:

$$F_{\text{ст1}} = \rho g \frac{h}{2} S_{\text{ст1}} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{3}{2} \cdot 12 = 176\,580 \text{ Па}.$$

Сила давления жидкости на стенку шириной 5 м:

$$F_{\text{ст2}} = \rho g \frac{h}{2} S_{\text{ст2}} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{3}{2} \cdot 15 = 220\,725 \text{ Па}.$$

Ответ: $F_{\text{дн}} = 588\,600$ Па; $F_{\text{ст1}} = 176\,580$ Па; $F_{\text{ст2}} = 220\,725$ Па.

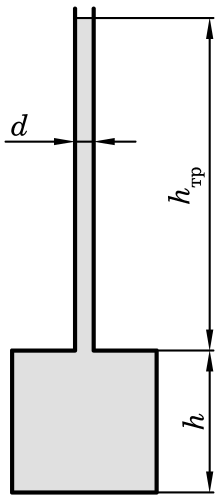
ПРИМЕР 2.12

Сосуд, имеющий форму куба, полностью заполнен водой. Внутренний объем сосуда составляет $V = 1$ м^3. Определить, во сколько раз увеличится сила давления воды на дно сосуда, если к его верхней крышке присоединить трубку внутренним диаметром $d = 2$ см и наполнить ее водой на высоту $h_{\text{тр}} = 5$ м. Влиянием атмосферного давления пренебречь.

Решение

Для сосуда в виде куба его высота, а соответственно, и уровень жидкости в нем до присоединения трубки составят

$$h = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{3} = 1 \text{ м}.$$



Тогда сила давления жидкости на дно сосуда, согласно формуле (2.53), без учета атмосферного давления определится следующим образом:

$$F_{\text{дн1}} = \rho g h S_{\text{дн}},$$

где $S_{\text{дн}}$ – площадь дна, м^2.

После присоединения трубки сила давления составит

$$F_{\text{дн2}} = \rho g \left(h + h_{\text{тр}}\right) S_{\text{дн}}.$$

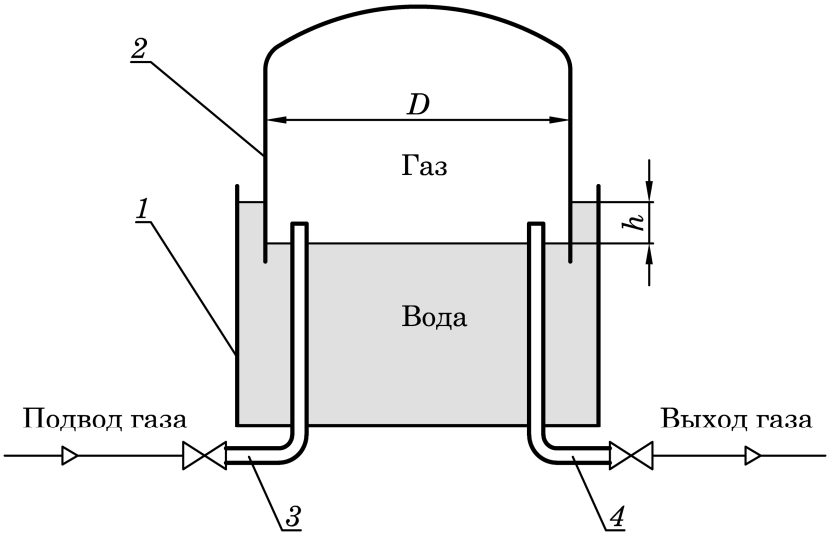
Следовательно, сила давления увеличится:

$$\frac{F_{\text{дн2}}}{F_{\text{дн1}}} = \frac{\rho g\left(h + h_{\text{тр}}\right)S_{\text{дн}}}{\rho g h S_{\text{дн}}} = \frac{h + h_{\text{тр}}}{h} = \frac{6}{1} = 6 \text{ раз}.$$

Ответ: сила давления увеличится в 6 раз.

ПРИМЕР 2.13

Колокол газгольдера (емкости для хранения газа) диаметром $D = 7$ м имеет вес $G = 40$ кН. Пренебрегая потерей в весе погруженной в воду части колокола, определить: а) абсолютное давление газа в колоколе; б) разность уровней воды h под колоколом газгольдера и в его корпусе. Плотность воды принять равной $\rho = 1000$ кг/м^3. Барометрическое давление $p_{\text{бар}} = 0{,}098$ МПа.



1 – корпус; *2* – колокол; *3*, *4* – трубопроводы

Решение

Газ в газгольдере находится под избыточным давлением $p_{\text{изб}}$. Следовательно, он воздействует на верхнюю часть колокола и на жидкость под ним с силой F, величина которой равна

$$F = p_{\text{изб}} S,$$

где $p_{\text{изб}}$ – избыточное давление газа в колоколе, Па; S – площадь зеркала жидкости под колоколом, м^2.

Колокол газгольдера будет находиться в равновесии, когда сила F будет равна весу колокола, т. е.

$$F = G.$$

Следовательно, избыточное давление газа в колоколе будет равно

$$p_{\text{изб}} = \frac{F}{S} = \frac{G}{S}.$$

Площадь зеркала жидкости под колоколом

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 7^2}{4} = 38{,}47 \text{ м}^2.$$

Тогда избыточное давление газа в колоколе

$$p_{\text{изб}} = \frac{40 \cdot 10^3}{38{,}47} = 1040 \text{ Па}.$$

Абсолютное давление газа в колоколе, согласно формуле (2.31), можно определить как

$$p_{\text{г}} = p_{\text{изб}} + p_{\text{бар}} = 1040 + 0{,}098 \cdot 10^6 = 99\,040 \text{ Па}.$$

Избыточное давление, с которым газ давит на поверхность жидкости под колоколом, должно быть уравновешено давлением столба воды высотой h. Следовательно,

$$p_{\text{изб}} = \rho g h.$$

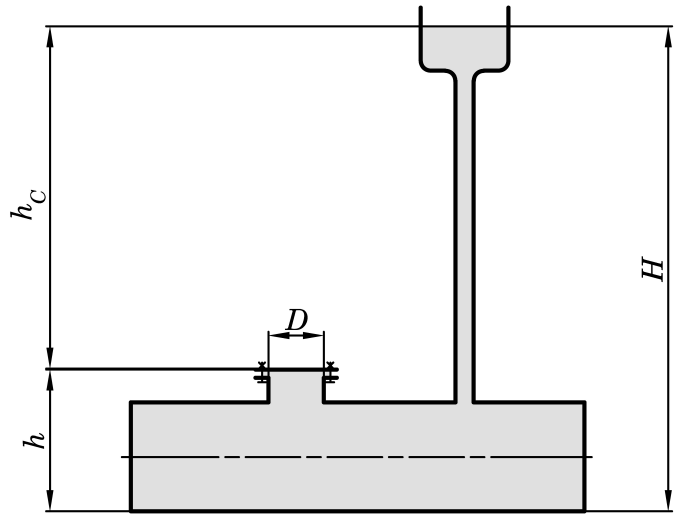
Тогда разность уровней воды составит

$$h = \frac{p_{\text{изб}}}{\rho g} = \frac{1040}{1000 \cdot 9{,}81} = 0{,}106 \text{ м}.$$

Ответ: а) $p_{\text{г}} = 99\,040$ Па; б) $h = 0{,}106$ м.

ПРИМЕР 2.14

Котел системы водяного отопления имеет лаз для осмотра диаметром $D = 0{,}8$ м. Лаз закрыт плоской крышкой, прикрепленной 10 болтами. Определить минимальный диаметр болтов, приняв допустимое напряжение на разрыв болта $[\sigma] = 100$ МПа. Уровень воды в расширительном сосуде находится на высоте $H = 20$ м от дна котла, а крышка лаза расположена на высоте $h = 3$ м от этого же дна. Плотность воды принять равной $\rho = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3$.



Решение

Определим силу давления воды на плоскую горизонтальную крышку лаза, используя формулу (2.53), без учета давления атмосферного воздуха

$$F = \rho g h_C S,$$

где h_C – глубина погружения центра тяжести смоченной площади S крышки, м; $S = 0{,}785D^2$ – смоченная площадь крышки, м^2.

Глубина погружения центра тяжести крышки составит

$$h_C = H - h = 20 - 3 = 17 \text{ м}.$$

Сила давления воды на крышку будет равна

$$F = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 17 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}8^2 = 83\,785 \text{ Н}.$$

В то же время сила давления воды, воспринимаемая болтами, работающими на разрыв, составляет

$$F = nS_б[\sigma],$$

где n – число болтов, шт.; $S_б = 0{,}785d_б^2$ – площадь поперечного сечения одного болта диаметром $d_б$, м^2.

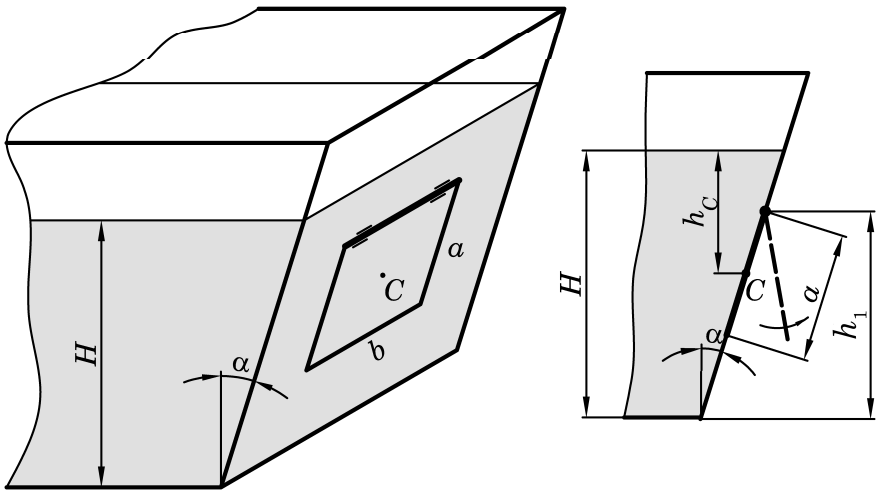
Откуда необходимый диаметр болтов равен:

$$d_б = \sqrt{\frac{F}{n \cdot 0{,}785 \cdot [\sigma]}} = \sqrt{\frac{83\,785}{10 \cdot 0{,}785 \cdot 100 \cdot 10^6}} = 0{,}0103 \text{ м} = 10{,}3 \text{ мм}.$$

Ответ: $d_б = 10{,}3$ мм.

ПРИМЕР 2.15

Прямоугольная плоская крышка (клапан) размещена в стенке открытой емкости, которая наклонена под углом 30° к вертикали. Она должна открыться, когда сила давления со стороны жидкости, которая находится в емкости, превысит 1000 Н. Ось крепления крышки проходит по ее верхнему краю и расположена на высоте $h_1 = 1$ м над дном емкости. Размеры крышки: $a = 0{,}3$ м; $b = 0{,}4$ м. При каком уровне жидкости в емкости крышка откроется? Плотность жидкости принять равной $\rho = 1200$ кг/м^3.



Решение

Силу давления на плоскую стенку со стороны жидкости можно определить из уравнения (2.51) без учета барометрического давления, так как атмосферный газ воздействует с обеих сторон стенки:

$$F = \rho g h_C S,$$

где h_C – глубина погружения центра тяжести смоченной площади S крышки (точка C).

Согласно рисунку, глубину погружения центра тяжести крышки можно определить как

$$h_C = H - h_1 + \frac{a}{2}\cos\alpha.$$

Сила давления жидкости на крышку составит

$$F = \rho g\left(H - h_1 + \frac{a}{2}\cos\alpha\right)ab,$$

откуда можем выразить высоту расположения уровня жидкости в емкости:

$$H = \frac{F}{\rho g a b} + h_1 - \frac{a}{2}\cos\alpha.$$

$$H = \frac{1000}{1200 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4} + 1 - \frac{0{,}3}{2} \cdot \cos 30^\circ = 1{,}58 \text{ м}.$$

Ответ: $H = 1{,}58$ м.

2.4.4.2. Определение силы давления жидкости на криволинейные поверхности

На практике часто встречаются емкости с криволинейными стенками, представляющими собой поверхности вращения (сферу, цилиндр, конус, параболоид и эллипсоид вращения), которые расположены горизонтально или вертикально, иногда под наклоном.

Определение значения, направления и точки приложения силы давления жидкости на криволинейную стенку усложняется тем, что силы давления, действующие на каждую элементарную площадку, имеют разные направления.

В этом случае результирующая сила давления определяется как

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2}, \tag{2.55}$$

где F_x и F_z – горизонтальная и вертикальная составляющие результирующей силы давления.

Определим силу давления столба жидкости F на криволинейную стенку цилиндрической формы, проекция которой на плоскость xz – линия AB (рис. 2.16).

Выделим на криволинейной стенке на глубине h элементарную поверхность площадью $\mathrm{d}S$. Элементарная сила гидростатического давления жидкости на эту элементарную поверхность $\mathrm{d}F$ будет направлена перпендикулярно касательной к этой поверхности и составит

$$\mathrm{d}F = \rho g h \mathrm{d}S. \tag{2.56}$$

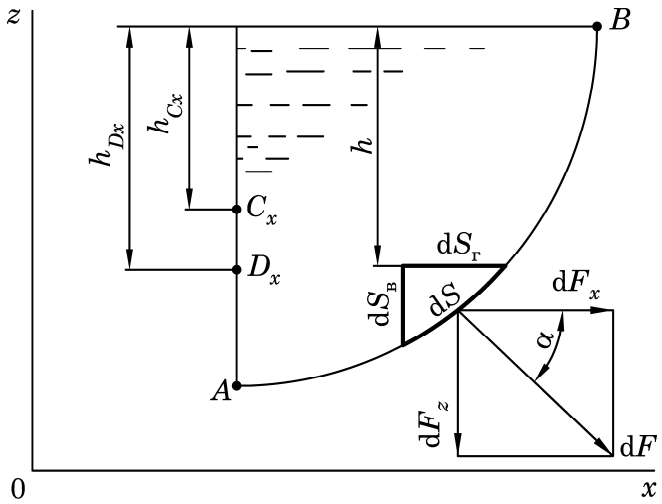


Рис. 2.16. Схема к определению силы давления жидкости на криволинейную поверхность

Разложим силу dF на две взаимно перпендикулярные составляющие: горизонтальную

$$dF_x = dF\cos\alpha \tag{2.57}$$

и вертикальную

$$dF_z = dF\sin\alpha. \tag{2.58}$$

В уравнениях (2.57) и (2.58) α – угол между направлением силы F и горизонтальной осью x.

Ввиду того что элементарная поверхность dS является величиной бесконечно малой, то можно считать ее плоской.

Тогда ее вертикальная и горизонтальная проекции примут вид

$$dS_в = dS\cos\alpha; \tag{2.59}$$

$$dS_г = dS\sin\alpha. \tag{2.60}$$

С учетом уравнений (2.56), (2.57) и (2.59) выражение для горизонтальной составляющей силы давления F_x будет иметь вид

$$dF_x = \rho g h dS\cos\alpha = \rho g h dS_в. \tag{2.61}$$

Интегрируя уравнение (2.61) по площади проекции $S_в$, получаем

$$F_x = \rho g \int\limits_{S_в} h dS_в = \rho g h_{Cx} S_в,$$

где $S_в$ – площадь вертикальной проекции смоченной поверхности криволинейной стенки; h_{Cx} – глубина погружения центра тяжести площади $S_в$.

Таким образом, горизонтальная составляющая силы давления на стенку определяется как сила давления на плоскую стенку, представляющую собой вертикальную проекцию смоченной поверхности криволинейной стенки.

Точка приложения горизонтальной составляющей силы давления лежит на оси симметрии вертикальной проекции $S_в$ на глубине, равной

$$h_{dx} = h_{Cx} + \frac{I_0}{h_{Cx} S_в}, \tag{2.62}$$

где I_0 – момент инерции площади $S_в$ относительно горизонтальной оси, проходящей через ее центр масс.

Если избыточное давление газа на поверхности жидкости составляет $p_г$, то глубина погружения центра тяжести h_{Cx} должна быть дополнительно увеличена на величину $h_{доп}$:

$$h_{доп} = \frac{p_г}{\rho g}. \tag{2.63}$$

Направление горизонтальной составляющей силы давления наблюдается всегда со стороны жидкости в сторону стенки.

Проводя аналогичные рассуждения, можно записать выражение для вертикальной составляющей силы давления столба жидкости F_z:

$$\mathrm{d}F_z = \rho g h \mathrm{d}S \sin\alpha = \rho g h \mathrm{d}S_г = \rho g \mathrm{d}V, \tag{2.64}$$

где $\mathrm{d}V = h\mathrm{d}S_г$ – элементарный объем жидкости, основание которого $\mathrm{d}S_г$ – горизонтальная проекция элементарной площадки $\mathrm{d}S$, а высота – глубина погружения этой поверхности h.

Интегрируя уравнение (2.64) в пределах объема V, заключенного между плоскостью свободной поверхности жидкости, криволинейной стенкой и вертикальной поверхностью, проходящей по контуру смоченной криволинейной стенки, получаем

$$F_z = \rho g \int_V \mathrm{d}V = \rho V g. \tag{2.65}$$

Таким образом, вертикальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную стенку равна силе тяжести жидкости в объеме V.

Если избыточное давление газа на поверхности жидкости составляет $p_г$, то объем жидкости V в формуле (2.65) должен быть дополнительно увеличен на величину $V_{доп}$:

$$V_{доп} = h_{доп} S_г, \tag{2.66}$$

где $h_{доп} = \frac{p_г}{\rho g}$ – высота столба жидкости, эквивалентная $p_г$; $S_г$ – площадь проекции криволинейной стенки на горизонтальную плоскость.

Точка приложения вертикальной составляющей силы давления лежит в центре масс жидкости в сосуде.

Результирующая сила давления жидкости на криволинейную стенку определяется по формуле (2.55). Она направлена под углом к горизонту

$$\beta = \mathrm{arctg}\left(\frac{F_z}{F_x}\right). \tag{2.67}$$

Положение точки приложения результирующей силы на криволинейной поверхности обычно находят графическим либо аналитическим способами.

2.4.4.3. Закон Архимеда. Условие плавания тел

Увеличение гидростатического давления по мере погружения в жидкость или газ является причиной возникновения выталкивающей (архимедовой) силы.

Поясним возникновение архимедовой силы.

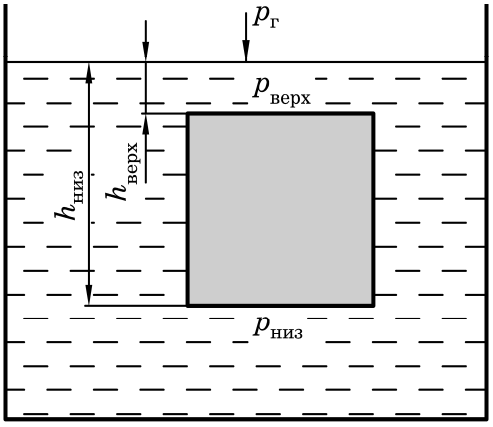


Рис. 2.17. К закону Архимеда

Рассмотрим куб с площадью граней S, который полностью погружен в жидкость (рис. 2.17).

В силу симметрии тела силы давления на его боковые грани уравновешиваются: $\sum F_{бок} = 0$. Так как давление на нижнюю грань $p_{низ} = p_г + \rho_ж g h_{низ}$ больше давления на верхнюю грань $p_{верх} = p_г + \rho_ж g h_{верх}$, то сила давления на нижнюю грань $F_{низ} = p_{низ} S$ больше силы давления на верхнюю грань $F_{верх} = p_{верх} S$.

В результате этого на куб действует выталкивающая сила, называемая силой Архимеда:

$$F_A = F_{низ} - F_{верх} = S\left(p_{низ} - p_{верх}\right) = S\rho_ж g\left(h_{низ} - h_{верх}\right) = \rho g V.$$

Таким образом, на любое тело, погруженное в жидкость, действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости, вытесненной этим телом (закон Архимеда):

$$F_A = \rho g V, \tag{2.68}$$

где F_A – выталкивающая (архимедова) сила; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; V – объем погруженной части тела.

Аналогичные рассуждения можно провести и для тел произвольной формы, для которых также будет справедлива формула (2.68).

Условие плавания тел. Поведение тела, находящегося в жидкости, зависит от соотношения между весом тела G и весом вытесненной им жидкости.

Рассмотрим ниже три возможных состояния тела, полностью погруженного в жидкость.

1. Вес тела больше веса вытесненной жидкости:

$$G > \rho g V. \tag{2.69}$$

Такое тело будет тонуть.

2. Вес тела равен весу вытесненной жидкости:

$$G = \rho g V. \tag{2.70}$$

В этом случае тело будет плавать (т. е. находиться неподвижно в жидкости).

3. Вес тела меньше веса вытесненной жидкости:

$$G < \rho g V. \tag{2.71}$$

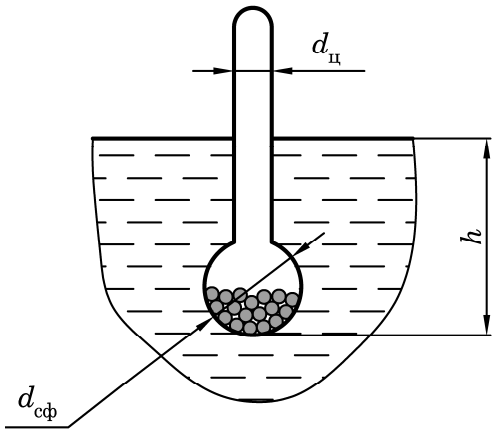
При таком соотношении тело будет всплывать до тех пор, пока не начнет плавать на поверхности жидкости.

Очевидно, что в первом и во втором случаях объем вытесненной жидкости равен объему тела. В третьем случае вес вытесненной телом жидкости равен весу самого тела.

Аналогичные рассуждения можно провести и для тел, находящихся в газовой среде (например, плавание дирижаблей, воздушных шаров).

ПРИМЕР 2.16

Для определения плотности водного раствора этилового спирта используется простейший ареометр, представляющий собой стеклянную трубку, нижняя сферическая часть которой заполнена свинцовой дробью. Диаметр цилиндрической части ареометра $d_{ц} = 8$ мм, диаметр сферической части $d_{сф} = 15$ мм, масса ареометра $m = 6$ г. Определить плотность спиртового раствора, если ареометр погружается в жидкость на глубину $h = 10{,}7$ см.



Решение

Принцип работы ареометра основан на законе Архимеда, согласно которому вес ареометра mg равен весу вытесненной им жидкости $\rho g V$ при его погружении. Отсюда плотность жидкости будет равна

$$\rho = \frac{mg}{Vg} = \frac{m}{V}.$$

Объем вытесненной жидкости равен объему погруженной части ареометра и может быть с достаточной точностью определен как сумма объема сферы $V_{сф}$ и погруженной в жидкость части цилиндра $V_{ц}$:

$$V = V_{сф} + V_{ц} = \frac{\pi d_{сф}^3}{6} + \frac{\pi d_{ц}^2}{4}\left(h - d_{сф}\right).$$

$$V = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}015^3}{6} + \frac{3{,}14 \cdot 0{,}008^2}{4} \cdot \left(0{,}107 - 0{,}015\right) = 6{,}388 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Тогда плотность водного раствора спирта составит

$$\rho = \frac{0{,}006}{6{,}388 \cdot 10^{-6}} = 939{,}2 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: $\rho = 939{,}2$ кг/м^3.

ПРИМЕР 2.17

Стальной пустотелый шар наружным диаметром $d_{ш} = 1$ м и массой $m_{ш} = 500$ кг помещен в воду. Определить состояние шара в воде: утонет, всплывет или будет плавать. Плотность воды принять равной $\rho_{в} = 1000$ кг/м^3.

Решение

Объем воды, вытесненной шаром при его полном погружении:

$$V_{в} = \frac{\pi d_{ш}^3}{6} = \frac{3{,}14 \cdot 1^3}{6} = 0{,}523 \text{ м}^3.$$

Вес вытесненной шаром жидкости

$$G_{в} = \rho_{в} g V_{в} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}523 = 5133{,}9 \text{ Н}.$$

Вес шара

$$G_{ш} = m_{ш} g = 500 \cdot 9{,}81 = 4905 \text{ Н}.$$

Так как вес шара меньше веса вытесненной им жидкости ($G_{ш} < G_{в}$), то в соответствии с формулой (2.71) он всплывет.

Ответ: шар всплывет.

2.4.5. Хранение жидкостей и газов

Разнообразие потребляемого химической промышленностью жидкого и газообразно сырья по свойствам, тоннажу, давлению вызывает необходимость применения различных емкостей для его хранения.

2.4.5.1. Резервуары для жидкостей

Жидкости, применяемые в химической промышленности, хранятся преимущественно в закрытых емкостях.

Небольшие объемы жидкостей (до 100 л) могут содержаться в пластиковых, металлических либо стеклянных емкостях.

Средние объемы до нескольких десятков тысяч литров хранятся в цистернах, которые в большинстве случаев являются цилиндрическими и могут располагаться вертикально или горизонтально. Баки с горючими жидкостями должны храниться на безопасном расстоянии от ближайших строений или даже под землей.

Для хранения **очень больших объемов** жидкостей (до нескольких десятков тысяч кубометров) баки имеют форму усеченного шара или цилиндра.

Некоторые резервуары снабжены неподвижной выпуклой крышкой (рис. 2.18). Пространство между поверхностью жидкости и крышкой заполнено либо воздухом, либо – в случае взрывоопасных жидкостей – защитным газом, например азотом.

Резервуар с плавающей крышкой открыт сверху (рис. 2.19). При этом на поверхности жидкости плавает дисковидная крышка. В результате хранимая жидкость имеет лишь минимальный контакт с атмосферным воздухом через небольшие зазоры между крышкой и стенками резервуара.

Резервуары с плавающими и неподвижными крышками пригодны для хранения горючих жидкостей с низкой упругостью паров (слабоиспаряющихся жидкостей).

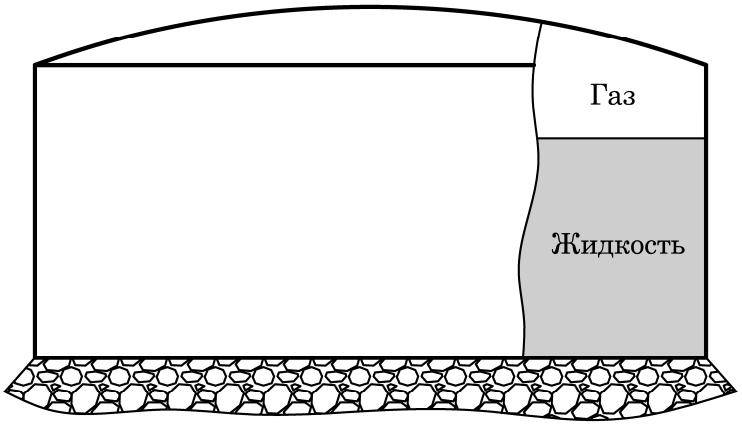


Рис. 2.18. Резервуар для хранения жидкостей
с неподвижной выпуклой крышкой

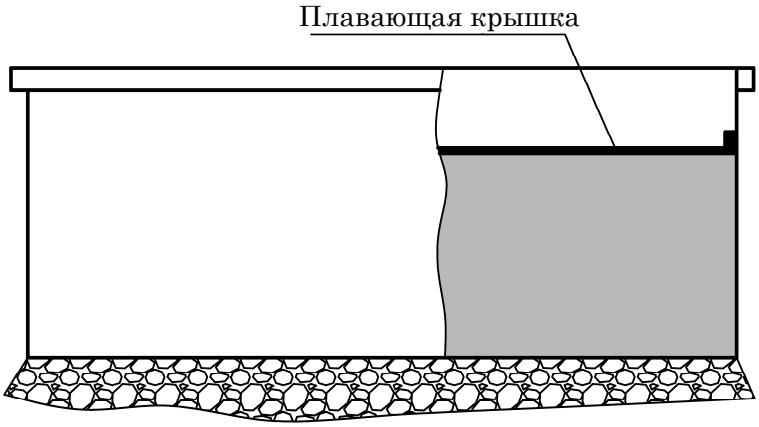


Рис. 2.19. Резервуар для хранения жидкостей
с плавающей крышкой

Сферические резервуары используются для хранения жидкостей с высокой упругостью паров либо для сжиженных газов. Сферическая форма более всего подходит для восприятия избыточного давления.

2.4.5.2. Резервуары для газов

Для хранения различных газов используют разнообразные инженерные сооружения, называемые газгольдерами[8] – сооружения для хранения газов под избыточным давлением.

В зависимости от применяемого давления газгольдеры могут быть разделены на два основных класса:

а) газгольдеры высокого давления, предназначенные для эксплуатации при рабочих давлениях газа от 1,5 до 30 атм и более (рис. 2.20);

б) газгольдеры низкого давления, в которых давление обычно не превышает 1,05 атм.

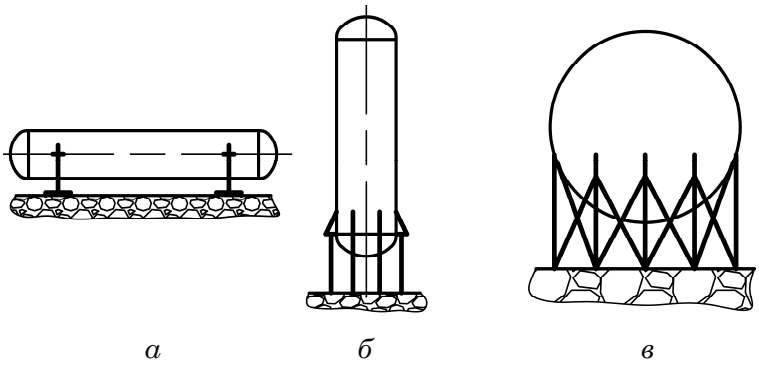


Рис. 2.20. Схемы газгольдеров высокого давления:
а – горизонтальный; *б* – вертикальный; *в* – сферический (шаровой)

Примером газгольдера низкого давления может служить хранилище переменного объема – мокрый газгольдер (рис. 2.21). Он представляет собой вертикальный цилиндрический резервуар *1*, внутри которого плавает колокол *2*. В зависимости от количества поданного газа колокол всплывает над уровнем жидкости на бóльшую или меньшую высоту, образуя необходимый объем. Подача и отвод газа в газгольдер осуществляется трубопроводами *3* и *4*.

[8] От англ. *gas* – газ и *holder* – держатель.

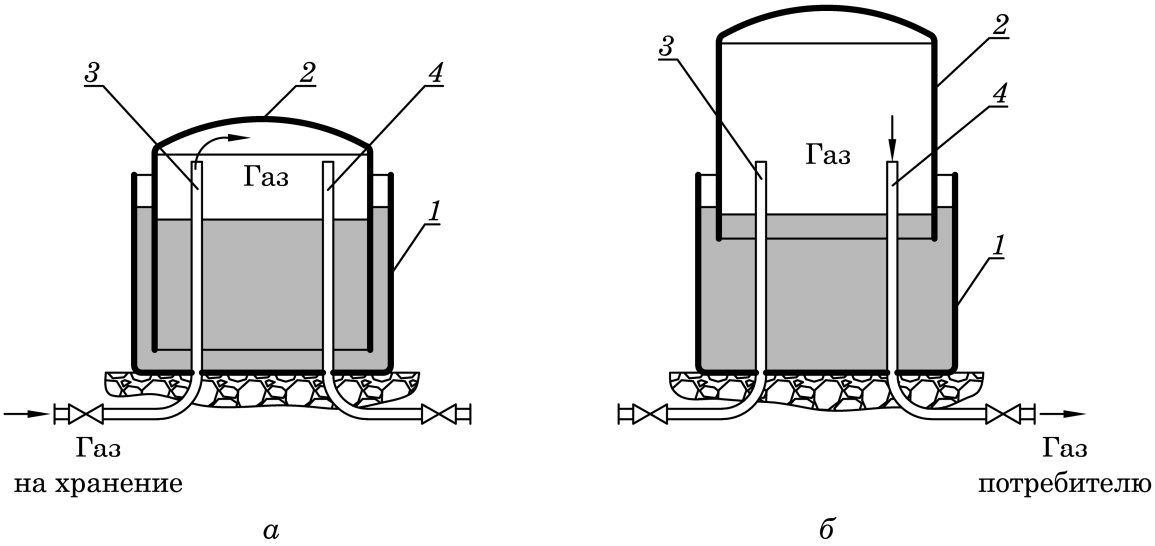


Рис. 2.21. Газгольдер низкого давления:
а – при заполнении газом; *б* – при подаче газа потребителю;
1 – неподвижный резервуар; *2* – подъемный колокол;
3 – трубопровод для подвода газа; *4* – трубопровод для отвода газа

2.4.6. Гидравлические машины

Закон Паскаля применим и для расчета многих гидравлических машин.

Рассмотрим применение закона Паскаля для расчета гидравлического пресса. В общем случае гидравлический пресс состоит из двух цилиндрических камер различного диаметра *1* и *2*, соединенных между собой трубопроводом *3* (каналом) (рис. 2.22) и полностью заполненных рабочей жидкостью (маслом).

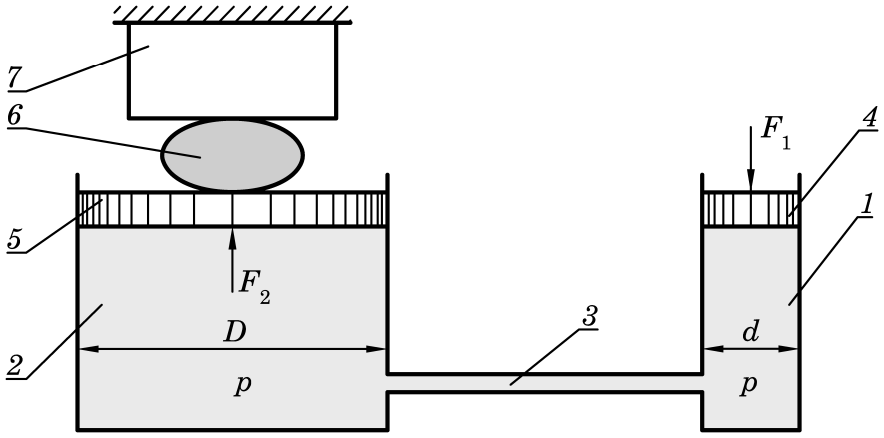


Рис. 2.22. Схема гидравлического пресса:
1, *2* – камеры; *3* – соединительный трубопровод;
4, *5* – поршни; *6* – объект приложения силы сжатия;
7 – неподвижная часть пресса

В камере *1* имеется поршень *4*, а в камере *2* – поршень *5*, которые могут перемещаться. Площадь поперечного сечения меньшего поршня *4* равна S_1, а бóльшего поршня *5* – S_2. Если к поршню *4* приложить силу F_1, то под ним создается среднее давление p, величина которого равна

$$p = \frac{F_1}{S_1}. \tag{2.72}$$

Согласно закону Паскаля, такое же давление p передается на поршень *5*. Это давление, будучи направлено нормально к нижней поверхности поршня *5*, создает силу F_2, действующую на поршень:

$$F_2 = pS_2. \tag{2.73}$$

Сила F_2 передается объекту приложения силы сжатия *6* через поршень *5*.

Таким образом, сжимающая сила F_2, получаемая в гидравлических прессах, равна

$$F_2 = pS_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}. \tag{2.74}$$

Анализируя уравнение (2.74), можно отметить, что сжимающая сила F_2 прямо пропорциональна площади большего поршня S_2 и обратно пропорциональна площади меньшего поршня S_1. Уравнение (2.74) справедливо для состояния покоя идеального гидропресса.

При работе реальных гидравлических прессов между поршнями (уплотнительными кольцами) и внутренними поверхностями соответствующих камер возникают силы трения, приводящие к уменьшению сжимающего усилия F_2. Поэтому уравнение (2.74) для случая реальных гидропрессов принимает вид

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}\eta. \tag{2.75}$$

где η – КПД пресса.

ПРИМЕР 2.18

Определить сжимающее усилие F_2, развиваемое гидравлическим прессом (см. рис. 2.22), если диаметр большого поршня $D = 300$ мм, диаметр малого поршня $d = 30$ мм. Усилие, прилагаемое на малый поршень, $F_1 = 2500$ Н. Весом поршней и трением пренебречь.

Решение

Сжимающее усилие F_2, развиваемое гидравлическим прессом, можно определить по формуле (2.74):

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1} = F_1 \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}} = F_1 \frac{D^2}{d^2},$$

где S_2 и S_1 – площади большого и малого поршней пресса, м^2.

$$F_2 = 2500 \cdot \frac{0{,}3^2}{0{,}03^2} = 250\,000 \text{ Н} = 250 \text{ кН}.$$

Ответ: $F_2 = 250$ кН.

2.4.7. Расчет гидрозатворов

Для того чтобы предотвратить попадание воздуха из атмосферы в аппараты, которые находятся под разряжением, либо наоборот, чтобы газы из аппаратов с избыточным давлением не попадали в атмосферу, применяют гидрозатворные устройства (гидрозатворы).

Пусть в аппарате *1* (рис. 2.23) находится газ под абсолютным давлением $p_г$, которое меньше барометрического (атмосферного) $p_{бар}$. Трубка *2* одним концом присоединена к аппарату *1*, а другой ее конец опущен в жидкость плотностью ρ, которая находится в гидрозатворном стакане *3*. Свободная поверхность жидкости в стакане находится под атмосферным давлением $p_{бар}$, которое больше $p_г$.

Проведем нивелирную плоскость 0–0 по свободной поверхности жидкости в стакане. Выберем на ней точку *A*, которая расположена в трубке, и точку *B*, которая расположена в стакане. Определим высоту h, на которую поднимется жидкость в трубке *2*.

Согласно уравнению (2.30), абсолютное давление

– для точки *A*

$$p_A = p_г + \rho g h; \tag{2.76}$$

– для точки *B*

$$p_B = p_{бар}. \tag{2.77}$$

Так как жидкость находится в равновесии и точки *A* и *B* лежат в одной горизонтальной плоскости 0–0, то

$$p_A = p_B.$$

Следовательно, можем приравнять и правые части уравнений (2.76) и (2.77):

$$p_г + \rho g h = p_{бар}. \tag{2.78}$$

Выражая из последнего значение h, получим

$$h = \frac{p_{бар} - p_г}{\rho g}. \tag{2.79}$$

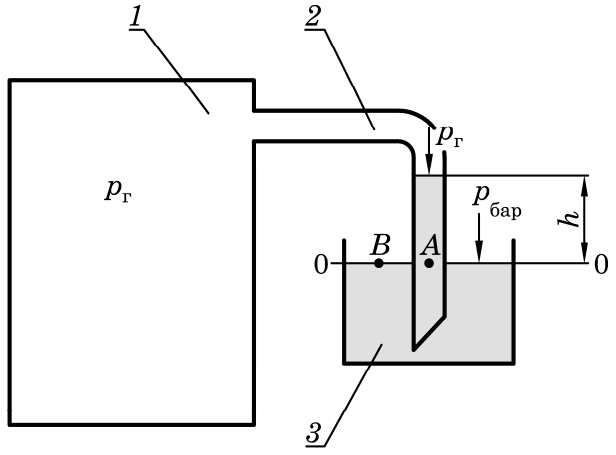


Рис. 2.23. Схема гидрозатвора для аппарата, работающего под разрежением:
1 – аппарат; *2* – трубка;
3 – стакан гидрозатворный

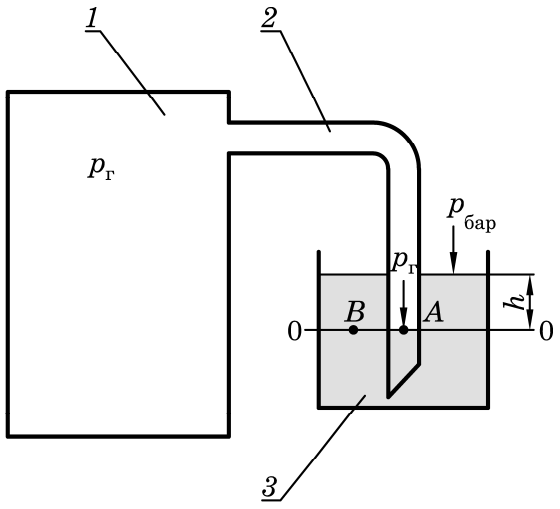


Рис. 2.24. Схема гидрозатвора для аппарата, работающего под избыточным давлением:
1 – аппарат; *2* – трубка;
3 – стакан гидрозатворный

Если абсолютное давление газа в аппарате $p_г$ больше атмосферного $p_{бар}$, то задачей гидрозатвора является удерживание газа в аппарате (рис. 2.24).

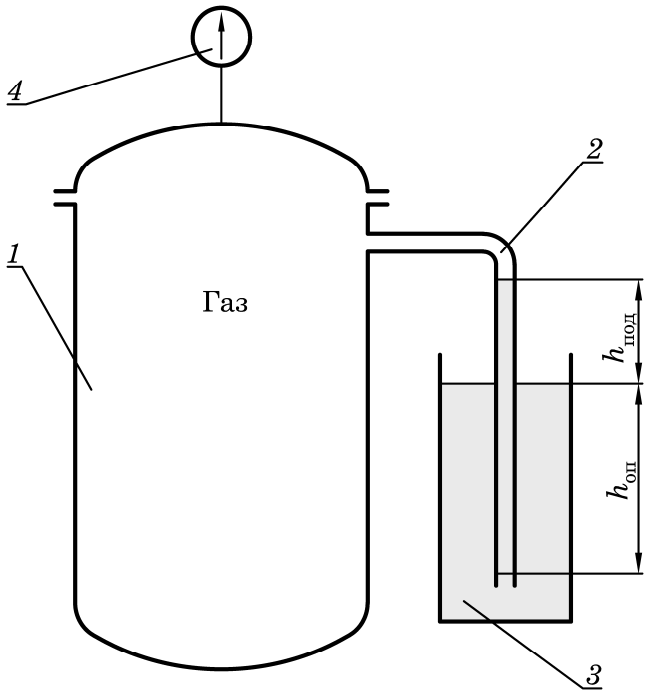
Проведем нивелирную плоскость 0–0 по свободной поверхности жидкости в трубке *2* и выберем две точки *A* и *B*, лежащие на этой плоскости (рис. 2.24).

Проводя аналогичные рассуждения, можно записать уравнение для расчета глубины опускания жидкости в трубке гидрозатвора:

$$h = \frac{p_г - p_{бар}}{\rho g}. \qquad (2.80)$$

ПРИМЕР 2.19

В реакторе периодического действия емкостного типа давление газовой среды может изменяться от избыточного $p_{изб} = 60$ кПа до разрежения $p_{разр} = 30$ кПа. Какой минимальной длины должна быть вертикальная часть трубы водного гидрозатвора, чтобы газы из емкости не попадали в атмосферу либо атмосферный воздух не попадал в емкость? Плотность воды в гидрозатворе принять равной $\rho = 1000$ кг/м^3.



1 – реактор; *2* – трубка гидрозатвора;
3 – стакан гидрозатворный; *4* – мановакуумметр

Решение

Если давление газа в реакторе выше атмосферного, то уровень жидкости в трубке гидрозатвора опустится на величину $h_{оп}$, которую можно определить по формуле (2.80):

$$h_{оп} = \frac{p_г - p_{бар}}{\rho g} = \frac{p_{изб}}{\rho g},$$

где $p_г$ – абсолютное давление газа в реакторе, Па; $p_{бар}$ – барометрическое давление, Па; ρ – плотность жидкости в гидрозатворе, кг/м^3.

$$h_{\text{оп}} = \frac{60 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9{,}81} = 6{,}12 \text{ м}.$$

Если давление газа ниже атмосферного, то уровень жидкости в трубке гидрозатвора поднимется на величину $h_{\text{под}}$, которую можно определить по формуле (2.79):

$$h_{\text{под}} = \frac{p_{\text{бар}} - p_{\text{г}}}{\rho g} = \frac{p_{\text{разр}}}{\rho g}.$$

$$h_{\text{под}} = \frac{30 \cdot 10^3}{1000 \cdot 9{,}81} = 3{,}06 \text{ м}.$$

Тогда общая длина вертикальной части трубки гидрозатвора h должна быть не менее

$$h = h_{\text{под}} + h_{\text{оп}} = 6{,}12 + 3{,}06 = 9{,}18 \text{ м}.$$

Ответ: $h = 9{,}18$ м.

2.5. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ И САМОКОНТРОЛЯ

1. Что представляет собой гидростатическое давление? Приведите единицы измерения гидростатического давления.
2. Дайте определение абсолютного, барометрического, избыточного давления, а также разрежения.
3. Запишите основное уравнение гидростатики. Поясните энергетический смысл слагаемых, входящих в это уравнение.
4. Сформулируйте закон Паскаля.
5. Приведите примеры использования сообщающихся сосудов.
6. Что такое пьезометр и для чего он используется?
7. Приведите примеры устройств для определения перепада давлений.
8. Как определить силу давления жидкости на плоские поверхности?
9. Как определить силу давления жидкости на криволинейные поверхности?
10. Сформулируйте закон Архимеда. Запишите условие плавания тел.
11. Опишите принцип действия гидравлического пресса.
12. Приведите примеры использования гидрозатворов.

Глава 3
ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ

В данной главе приведены основные понятия и определения гидродинамики, дан вывод основных уравнений гидродинамики, в том числе дифференциальных уравнений неразрывности потока и Навье – Стокса, а также уравнение Бернулли, показано практическое применение этих уравнений в химической технике и технологии. Рассмотрены закономерности движения ньютоновских и неньютоновских жидкостей в трубах и аппаратах при различных гидродинамических режимах.

Также в главе даны основы моделирования и теории подобия, сделан вывод критериев подобия, показано их применение в критериальных уравнениях. Описаны методы расчета гидравлического сопротивления при движении жидкостей в трубопроводах и аппаратах. Представлены типовые примеры расчетов.

Rozdział 3
PODSTAWY HYDRODYNAMIKI

W rozdziale wprowadzono podstawowe pojęcia i definicje hydrodynamiki, rozwiązania i wnioski z podstawowych równań hydrodynamiki, w tym z równania ciągłości przepływu, równania Naviera – Stokesa i równania Bernoulliego, wskazując na ich praktyczne zastosowanie w inżynierii i technologii chemicznej. Omówiono prawa ruchu płynów newtonowskich i nienewtonowskich w przewodach i urządzeniach dla różnych reżimów hydrodynamicznych.

Rozdział zawiera także podstawy modelowania i teorii podobieństwa, pokazując ich zastosowanie przy użyciu równań kryterialnych. Pokazano również metody obliczania oporu hydraulicznego podczas przepływu płynów w rurociągach i urządzeniach. Rozdział zawiera przykłady obliczeniowe.

Chapter 3
THE BASICS OF HYDRODYNAMICS

The chapter introduces the basic concepts and definitions of hydrodynamics, the solutions and conclusions from the basic hydrodynamic equations, including the continuity equation, the Navier – Stokes equation and the Bernoulli equation. Practical application of these equations in chemical engineering and technology are highlighted. The motion (flow) of Newtonian and non-Newtonian fluids in pipes and other equipment are discussed for various hydrodynamic regimes.

The chapter also contains the basics of the modeling and the theory of similarity (similitude), showing their use in the form of dimensionless equations. Methods for calculating hydraulic resistance during fluid flow in pipelines and other equipment are also shown. The chapter contains examples of calculations.

3.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Основной задачей гидродинамики как части гидравлики является изучение законов движения жидкостей и газов. Расчеты в области гидродинамики сводятся в основном к нахождению величин, характеризующих движение: расходов, скоростей течений и давлений, возникающих в различных точках движущейся жидкости (газа). Данные величины зависят от положения точек, определяемых координатами x, y, z, и от времени.

Различают следующие виды движения жидкости: установившееся (стационарное) и неустановившееся (нестационарное), напорное и ненапорное.

При **установившемся** движении скорость, ускорение и давление в данной точке потока не меняются с течением времени. При **неустановившемся** скорость, ускорение и давление в точке являются функцией времени.

Установившиеся движения жидкости характерны для непрерывных технологических процессов, неустановившиеся – для периодических, также они кратковременно возникают при пусках, остановках и изменениях режима работы аппаратов непрерывного действия.

Установившееся движение может быть **равномерным** и **неравномерным**. При равномерном движении элементы потока (скорость, давление) не меняются вдоль линии тока. Примером равномерного движения служит движение жидкости в цилиндрической трубе постоянного сечения, а неравномерного – движение в конически сходящейся или расходящейся трубе.

Безнапорным называется такое движение, когда жидкость имеет свободную, т. е. открытую и находящуюся обычно под атмосферным давлением, поверхность. При отсутствии такой поверхности движение называют **напорным**. При напорном движении сечение трубы полностью заполняется жидкостью (рис. 3.1, *а*). Примером безнапорного движения является движение воды в реке или канале, а также в трубе, сечение которой не полностью заполнено жидкостью (рис. 3.1, *б*, *в*).



Рис. 3.1. Примеры напорного и безнапорного движения жидкостей:
а – напорное движение; *б*, *в* – безнапорное движение

Потоком называется движущийся объем жидкости конечных размеров.

Линия тока – это линия внутри потока, в каждой точке (A, B, C, D, E) которой в данный момент времени касательная совпадает с направлением скорости (w_A, w_B, w_C, w_D, w_E) (рис. 3.2). Такая скорость называется **местной** (локальной) скоростью.

Живое сечение – это сечение потока жидкости (в трубопроводе, канале и пр.), перпендикулярное направлению скорости ее течения. При плавно изменяющемся движении жидкости живое сечение считается плоским и равным площади поперечного сечения потока. На рис. 3.1 живые сечения потоков соответствуют затушеванной области.

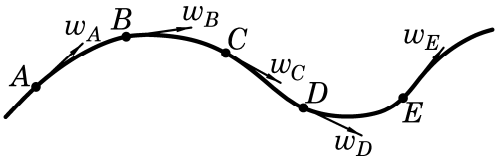


Рис. 3.2. К понятию линии тока

Объемным расходом Q, м^3/с, называется объем жидкости, проходящей через живое сечение потока за единицу времени.

Массовым расходом G, кг/с, называется масса жидкости, проходящая через живое сечение потока за единицу времени.

Средней (среднерасходной) **скоростью** w, м/с, в живом сечении называется условная, одинаковая для всех точек сечения скорость, при которой расход потока будет такой же, как и при различных местных (локальных) скоростях.

Объемный расход Q и средняя скорость однонаправленного установившегося потока w связаны между собой уравнением расхода:

$$Q = wS, \tag{3.1}$$

где S – площадь живого сечения потока.

При известной плотности жидкости ρ для однонаправленного установившегося потока существует связь между G и Q:

$$G = \rho Q, \tag{3.2}$$

или с учетом уравнения (3.1)

$$G = \rho w S. \tag{3.3}$$

В расчетах также используют понятие **массовой скорости** W, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$, которая определяется как массовый расход жидкости через единицу поперечного сечения потока:

$$W = \frac{G}{S}, \tag{3.4}$$

или с учетом уравнения (3.3)

$$W = w\rho. \tag{3.5}$$

К элементам живого сечения кроме его площади S также относят смоченный периметр и гидравлический радиус.

Смоченый периметр П, м, представляет собой сумму линейных размеров той части периметра поперечного сечения трубопровода (канала), которая смачивается жидкостью.

При расчетах следует учитывать, что речь идет о сечении и периметре не канала, а живого сечения потока. Эти понятия совпадают только для каналов, в которых все сечение занято жидкостью (рис. 3.3, *а*), что соответствует напорному движению жидкости.

Если же живое сечение потока составляет некоторую долю сечения канала (рис. 3.3, *б*, *в*), то часть периметра потока, соприкасающегося не со стенкой, а с газом, не включается в смоченный периметр. Эти случаи соответствуют безнапорному движению жидкости[1].

[1] При проведении гидравлических расчетов в курсе ПиАХТ в основном рассматривается напорное движение жидкостей.

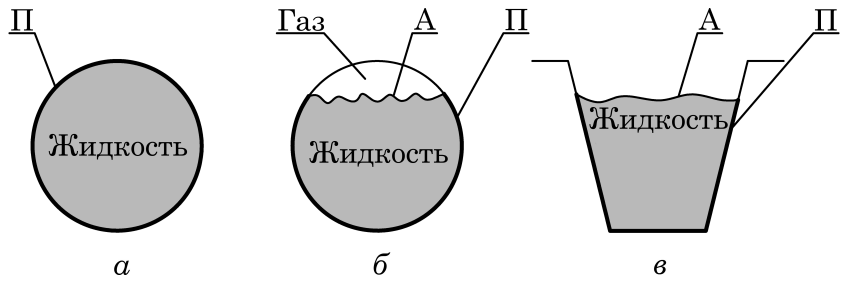


Рис. 3.3. К расчету смоченного периметра:
а – напорное течение; *б, в* – безнапорное движение;
П – смоченный периметр (жирная линия); А – свободная поверхность

Гидравлический радиус $r_г$, м, – отношение площади живого сечения к смоченному периметру:

$$r_г = \frac{S}{П}. \tag{3.6}$$

Например, для напорного потока жидкости, текущего в круглой трубе,

$$S = \frac{\pi d^2}{4};$$

$$П = \pi d,$$

где d – внутренний диаметр трубы, м.

Тогда из уравнения (3.6) получим

$$r_г = \frac{S}{П} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{r}{2},$$

где r – радиус трубы, м.

Следовательно, для круглого сечения потока гидравлический радиус численно равен половине геометрического радиуса окружности трубы или четверти его диаметра. При одинаковых площадях живого сечения круглая форма в сравнении с другими имеет наименьший периметр и наибольший гидравлический радиус.

Гидравлический радиус является одним из важнейших понятий технической гидравлики. Кроме гидравлического радиуса иногда пользуются понятием гидравлического или **эквивалентного диаметра** $d_э$, который представляет собой условный диаметр живого сечения потока любой геометрической формы, которое находится в гидравлически подобных условиях с круглым сечением диаметром d. Эквивалентный диаметр $d_э$, м, определяют как

$$d_э = 4r_г = \frac{4S}{П}. \tag{3.7}$$

Определим значения эквивалентного диаметра для наиболее часто встречающихся на практике различных форм сечений напорных трубопроводов.

Для круглого поперечного сечения

$$d_э = \frac{4S}{П} = \frac{4\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = d, \tag{3.8}$$

т. е. для труб круглого сечения эквивалентный диаметр равен внутреннему диаметру трубы.

Для трубопровода **квадратного поперечного сечения** со стороной a:

$$S = a^2;$$

$$\Pi = 4a.$$

Тогда, используя уравнение (3.7), запишем

$$d_э = \frac{4a^2}{4a} = a. \tag{3.9}$$

Для кольцевого сечения, образованного двумя соосными трубами, с учетом того, что жидкость полностью заполняет кольцевое сечение (рис. 3.4), можем записать

$$S = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right) = \frac{\pi}{4}(D+d)(D-d);$$

$$\Pi = \pi D + \pi d = \pi(D+d),$$

где D – внутренний диаметр наружной (кожуховой) трубы *1*; d – наружный диаметр внутренней трубы *2*.

Тогда, используя зависимость (3.7), можем записать

$$d_э = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{4}(D+d)(D-d)}{\pi(D+d)} = D - d. \tag{3.10}$$

Рассмотрим сечение (рис. 3.5), образованное большой трубой (кожухом) *1* с внутренним диаметром $D_к$, в которой расположен пучок из n параллельных труб *2* с наружным диаметром d, размещенных параллельно оси кожуха. Жидкость движется вдоль труб внутри кожуха, омывая наружную поверхность пучка труб и полностью заполняя это пространство (межтрубное пространство). Для данного сечения можно записать:

$$S = \frac{\pi D_к^2}{4} - \frac{n\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}\left(D_к^2 - nd^2\right);$$

$$\Pi = \pi D_к + n\pi d = \pi(D_к + nd).$$

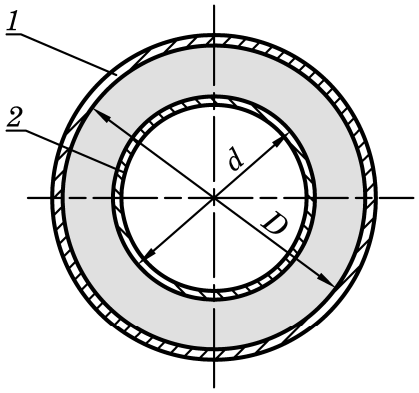


Рис. 3.4. Кольцевое сечение:
1 – наружная труба; *2* – внутренняя труба

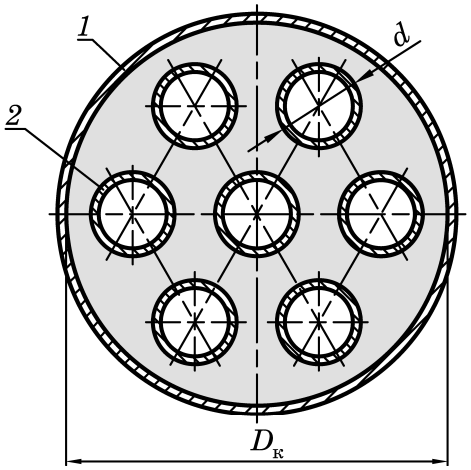


Рис. 3.5. Сечение с пучком труб:
1 – кожух; *2* – трубы

Тогда, используя формулу (3.7), получим

$$d_э = \frac{4\frac{\pi}{4}\left(D_к^2 - nd^2\right)}{\pi\left(D_к + nd\right)} = \frac{D_к^2 - nd^2}{D_к + nd}. \quad (3.11)$$

Аналогичным образом можно получить значения эквивалентных диаметров для других распространенных в инженерной практике сечений.

ПРИМЕР 3.1

По газоходу прямоугольного сечения $a \times b = 0{,}3 \times 0{,}5$ м перемещается газ. Определить эквивалентный диаметр газохода.

Решение

Так как газ занимает все пространство газохода, то площадь сечения потока равна площади поперечного сечения газохода:

$$S = ab.$$

$$S = 0{,}3 \cdot 0{,}5 = 0{,}15 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр

$$\Pi = 2\left(a + b\right).$$

$$\Pi = 2 \cdot \left(0{,}3 + 0{,}5\right) = 1{,}6 \text{ м}.$$

Эквивалентный диаметр, согласно формуле (3.7), определяется как

$$d_э = \frac{4S}{\Pi}.$$

$$d_э = \frac{4 \cdot 0{,}15}{1{,}6} = 0{,}375 \text{ м}.$$

Ответ: $d_э = 0{,}375$ м.

ПРИМЕР 3.2

Определить эквивалентный диаметр межтрубного пространства кожухотрубчатого теплообменника, имеющего 128 труб размером[2] 25×2 мм. Диаметр кожуха $D_к = 0{,}5$ м.

Решение

Эквивалентный диаметр межтрубного пространства можно определить по формуле (3.11):

$$d_э = \frac{D_к^2 - nd^2}{D_к + nd}.$$

Наружный диаметр труб $d = 25$ мм $= 0{,}025$ м. Число труб $n = 128$ шт.

[2] Здесь 25 мм – наружный диаметр трубы; 2 мм – толщина стенки. Более подробно о размерах труб см. пп. 5.1.2.1.

Тогда эквивалентный диаметр будет равен

$$d_э = \frac{0{,}5^2 - 128 \cdot 0{,}025^2}{0{,}5 + 128 \cdot 0{,}025} = 0{,}046 \text{ м}.$$

Ответ: $d_э = 0{,}046$ м.

3.2. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Структуру потока[3] в трубах изучали многие исследователи. Уже в 1839 г. Г. Гаген (G. Hagen) заметил, что скорость и расход воды в трубах малого диаметра (1,4–3 мм) при постоянном уровне в напорном баке существенно зависят от температуры. Более обширные опыты по изучению движения крови в капиллярных сосудах провел в 1841 г. французский врач и физик Жан Луи Мари Пуазейль (Jean-Louis-Marie Poiseuille). Окончательно удалось выяснить причины изменения структуры потока в трубах в 1883 г. британскому физику и инженеру Осборну Рейнольдсу (Osborne Reynolds).

Рейнольдс исследовал стационарное движение капельной жидкости в прямых гладких трубах с помощью разработанного им метода окрашенных струй. Он впервые ввел понятие о режимах течения и установил, что существует два принципиально отличающихся режима течения жидкости: ламинарный и турбулентный.

На рис. 3.6 показана принципиальная схема опыта Рейнольдса. Резервуар *1* установки заполнен жидкостью, уровень которой поддерживается постоянным. К резервуару подсоединена горизонтальная стеклянная труба *2*, снабженная краном *5*, с помощью которого регулируется скорость движения жидкости. Чтобы наблюдать характер движения жидкости в трубе *2*, в нее по трубке *4* изокинетически[4] вводят тонкой струйкой подкрашенную жидкость с теми же физическими свойствами (плотность и вязкость), что и в сосуде.

При небольших скоростях потока в трубе *2* подкрашенная струйка движется вдоль оси трубы, не разрушаясь, в виде четко выраженной тонкой нити (рис. 3.7, *а*). Т. е. поток устойчиво движется в трубе параллельными несмешивающимися струйками, или слоями. Такое параллельно-струйчатое (слоистое) течение было названо **ламинарным**[5].

Увеличение скорости потока в трубе *2* вначале не приводит к каким-либо изменениям в характере течения, однако достигнув определенного значения скорости, поток в трубе скачкообразно меняет свой характер движения. Окрашенная струйка внезапно теряет форму прямой нити, принимает волнообразные очертания и, наконец, полностью размывается. Движение становится беспорядочным, поток все время перемешивается, так как отдельные частицы движутся по сложным траекториям (рис. 3.7, *б*). Такое течение с нестационарным возникновением и разрушением жидкостных образований было названо **турбулентным**[6].

---

[3] Под структурой потока понимают *распределение* локальных (местных) скоростей движения жидкости в пространстве и времени. Причем при установлении структуры потока учитывают как величину, так и направление скоростей.

[4] Т. е. скорость струйки подкрашенной жидкости и скорость жидкости в трубе одинаковы.

[5] От лат. *lamina* – полоска, пластинка.

[6] От лат. *turbulentus* – бурный, беспорядочный.

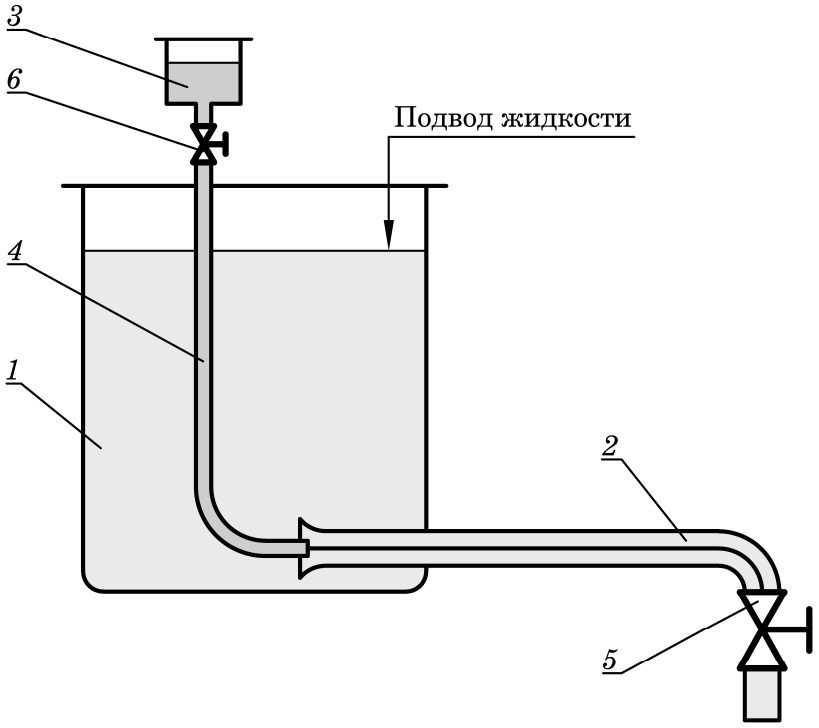


Рис. 3.6. Опытная установка Рейнольдса:
1 – резервуар; *2* – стеклянная труба; *3* – резервуар с красителем;
4 – трубка с красителем; *5* – кран для регулирования расхода жидкости в трубе;
6 – кран для регулирования расхода красителя

Рейнольдс в своих опытах изменял не только скорость, но и диаметр трубопровода, вязкость жидкостей путем их подогрева, охлаждения или замены. При этом он установил, что ламинарный режим тем легче осуществить, чем меньше скорость потока w, диаметр трубопровода d, плотность жидкости ρ и чем больше вязкость жидкости μ. Оказалось, что значения w, d, ρ и μ можно объединить в безразмерный комплекс:

$$\mathrm{Re} = \frac{wd\rho}{\mu}, \tag{3.12}$$

который является важной характеристикой, позволяющей судить о режиме движения жидкости. Величину Re впоследствии назвали **числом (критерием) Рейнольдса**.

При значениях критерия Рейнольдса ниже некоторой критической величины $\mathrm{Re}_{кр}$ (для круглых труб $\mathrm{Re}_{кр} = 2320$) течение жидкости будет преимущественно ламинарным (т. е. ламинарное движение наблюдается при $\mathrm{Re} < 2320$).

Если значение $\mathrm{Re} > 10^4$, то режим течения жидкости будет развитым турбулентным.

В случае если значения критерия Рейнольдса лежат в пределах $2320 < \mathrm{Re} < 10^4$, то в некоторый момент времени режим может быть либо ламинарным, либо турбулентным, причем в другой момент времени возможна смена режима при неизменном значении Re.

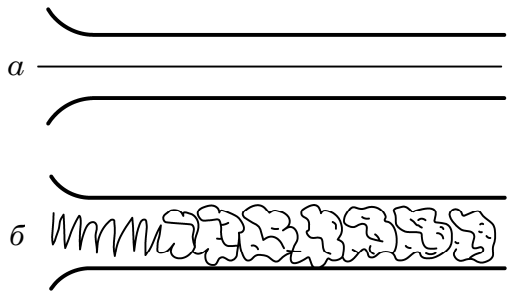


Рис. 3.7. Поведение струйки красителя в случае:
а – ламинарного течения;
б – турбулентного течения

Причины смены режима течения многообразны (например, возникновение вибраций, мелкие загрязнения в движущемся потоке и т. д.) и в основном имеют вероятностный характер. Область неустойчивого характера движения жидкости при $2320 < \mathrm{Re} < 10^4$ в инженерной практике иногда называют **переходным режимом**.

Если поток испытывает возмущения (шероховатые стенки трубы, сужение, или расширение потока, изменение направления потока и др.), критическое значение может существенно снижаться. Это особенно характерно для промышленных аппаратов, имеющих сложную конфигурацию. В этих случаях значения $\mathrm{Re}_{кр}$ определяют экспериментально и для типовых аппаратов приводят в справочной литературе. Следует отметить, что критическое значение $\mathrm{Re}_{кр}$ уменьшается в случае неизотермического потока. Это можно объяснить возникновением конвективных токов жидкости, способствующих дополнительным возмущениям в потоке жидкости.

Для потоков жидкости, сечение которых отличается от круглого, в формулу (3.12) вместо диаметра d подставляют значение эквивалентного диаметра $d_э$:

$$\mathrm{Re} = \frac{w d_э \rho}{\mu} = \frac{w d_э}{\nu}, \tag{3.13}$$

где $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – кинематическая вязкость.

В некоторых случаях ламинарное движение жидкости может сохраняться и при значениях $\mathrm{Re} > 2320$. Например, при движении жидкости по змеевику значение $\mathrm{Re}_{кр}$ выше, чем для прямых труб, и может быть определено по формуле (3.14) либо по графической зависимости, представленной на рис. 3.8.

$$\mathrm{Re}_{кр} = 2300 + 5000\left(1 - e^{-\frac{63d}{D}}\right), \tag{3.14}$$

где d – внутренний диаметр трубы, из которой изготовлен змеевик; D – диаметр витка змеевика.

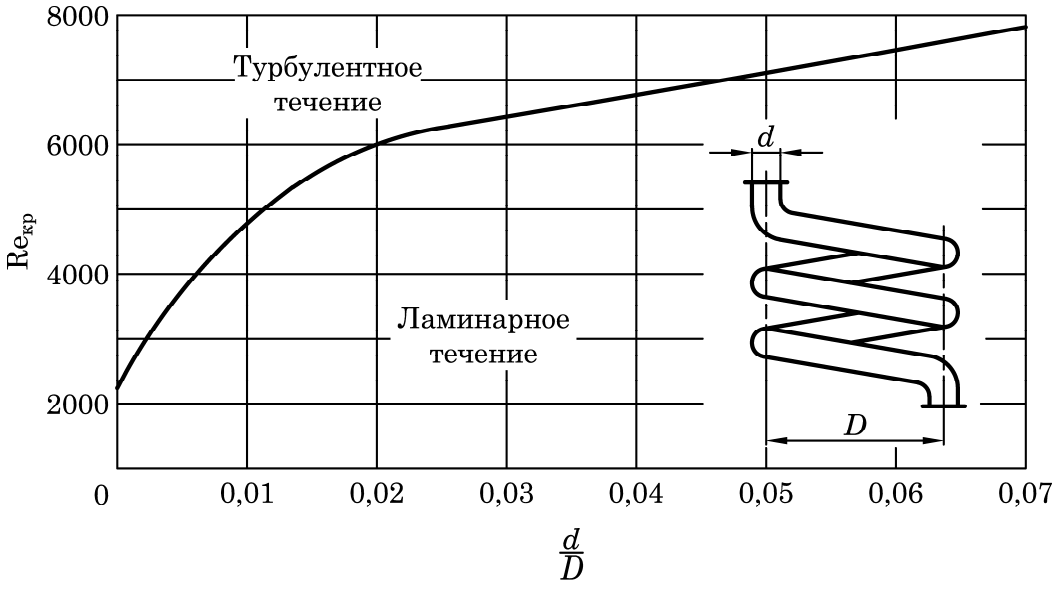


Рис. 3.8. Зависимость $\mathrm{Re}_{кр}$ от параметров змеевика

ПРИМЕР 3.3

В трубном пространстве кожухотрубчатого теплообменника движется газ при абсолютном давлении 50 ат с расходом $G = 5$ кг/с по 32 трубам диаметром 25×2 мм. Определить режим движения газа. Свойства газа при его средней температуре: плотность $\rho = 110$ кг/м^3; вязкость $\mu = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Решение

Объемный расход газа можно определить из выражения (3.2):

$$Q = \frac{G}{\rho}.$$

$$Q = \frac{5}{110} = 4{,}55 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Суммарное поперечное сечение труб, по которым движется поток газа, равно

$$S = n\frac{\pi d^2}{4}.$$

Внутренний диаметр труб $d = 25 - 2 \cdot 2{,}0 = 21$ мм $= 0{,}021$ м. Число труб $n = 32$ шт.

$$S = 32 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}021^2}{4} = 1{,}11 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Скорость газа в трубах вычислим по формуле (3.1):

$$w = \frac{Q}{S};$$

$$w = \frac{4{,}55 \cdot 10^{-2}}{1{,}11 \cdot 10^{-2}} = 4{,}1 \text{ м/с}.$$

Критерий Рейнольдса определяем по уравнению (3.13):

$$\text{Re} = \frac{w d_э \rho}{\mu}.$$

Для труб круглого сечения $d_э = d = 0{,}021$ м.

$$\text{Re} = \frac{4{,}1 \cdot 0{,}021 \cdot 110}{1{,}5 \cdot 10^{-5}} = 631\,400.$$

Поскольку $\text{Re} > 10^4$, то режим движения развитый турбулентный.

Ответ: режим движения развитый турбулентный.

ПРИМЕР 3.4

Определить максимально возможную скорость жидкости в кольцевом пространстве теплообменника (см. рис. 3.4) при сохранении ее ламинарного режима движения. Размеры труб аппарата: кожуховая труба $108 \times 4{,}0$ мм; внутренняя труба $57 \times 3{,}5$ мм. Свойства жидкости при ее средней температуре: плотность $\rho = 960$ кг/м^3; вязкость $\mu = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$ Па · с.

Решение

Максимальное значение критерия Рейнольдса, соответствующее ламинарному режиму движения $\mathrm{Re}_{кр} = 2320$.

Тогда из уравнения (3.13) максимальное значение скорости жидкости будет

$$w = \frac{\mathrm{Re}_{кр}\,\mu}{d_э \rho} = \frac{2320\mu}{d_э \rho}.$$

Эквивалентный диаметр кольцевого сечения определим по уравнению (3.10):

$$d_э = D - d,$$

где D – внутренний диаметр кожуховой трубы, м; d – наружный диаметр внутренней трубы, м.

$$D = 108 - 2 \cdot 4{,}0 = 100 \text{ мм} = 0{,}1 \text{ м}.$$

$$d = 57 \text{ мм} = 0{,}057 \text{ м}.$$

Тогда эквивалентный диаметр кольцевого сечения

$$d_э = 0{,}1 - 0{,}057 = 0{,}043 \text{ м}.$$

Максимальное значение скорости жидкости

$$w = \frac{2320 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}043 \cdot 960} = 2{,}53 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}.$$

Ответ: $w = 2{,}53 \cdot 10^{-2}$ м/с.

ПРИМЕР 3.5

По змеевику, выполненному из трубы с внутренним диаметром $d = 0{,}05$ м, движется жидкость со средней скоростью $w = 0{,}1$ м/с. Диаметр витка змеевика $D = 1$ м. Определить режим течения жидкости по змеевику. Свойства жидкости при ее средней температуре: плотность $\rho = 900$ кг/м^3; вязкость $\mu = 6{,}5 \cdot 10^{-4}$ Па · с.

Решение

Для змеевиков критическое значение критерия Рейнольдса, соответствующее смене режима движения, можно определить по формуле (3.14):

$$\mathrm{Re}_{кр} = 2300 + 5000\left(1 - e^{-\frac{63d}{D}}\right),$$

где d – внутренний диаметр трубы, из которой изготовлен змеевик, м; D – диаметр витка змеевика, м.

$$\mathrm{Re}_{кр} = 2300 + 5000\left(1 - e^{-\frac{63 \cdot 0{,}05}{1}}\right) = 7086.$$

Режим движения жидкости по прямой трубе, из которой выполнен змеевик, определим по формуле (3.13):

$$\mathrm{Re} = \frac{w d_э \rho}{\mu}.$$

Для труб круглого сечения $d_э = d = 0{,}05$ м.

$$\mathrm{Re} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}05 \cdot 900}{6{,}5 \cdot 10^{-4}} = 5954.$$

Поскольку $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{кр}$ $(5954 < 7086)$, то, следовательно, в змеевике сохраняется ламинарный режим движения жидкости.

Ответ: режим движения ламинарный.

3.3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ

К числу основных уравнений гидродинамики относятся:

1) уравнение неразрывности (сплошности) потока;
2) дифференциальные уравнения движения Эйлера;
3) дифференциальные уравнения движения Навье – Стокса;
4) уравнение Бернулли.

Эти уравнения составляют основную теоретическую базу технической гидродинамики.

3.3.1. Уравнение неразрывности (сплошности) потока

Принимаем, что поток жидкости движется неразрывно, без образования пустот, т. е. соблюдается условие **сплошности (неразрывности)**.

Выделим внутри данного потока элементарный параллелепипед объемом $\mathrm{d}V = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, ребра $\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z$ которого параллельны осям x, y, z декартовой системы координат соответственно (рис. 3.9).

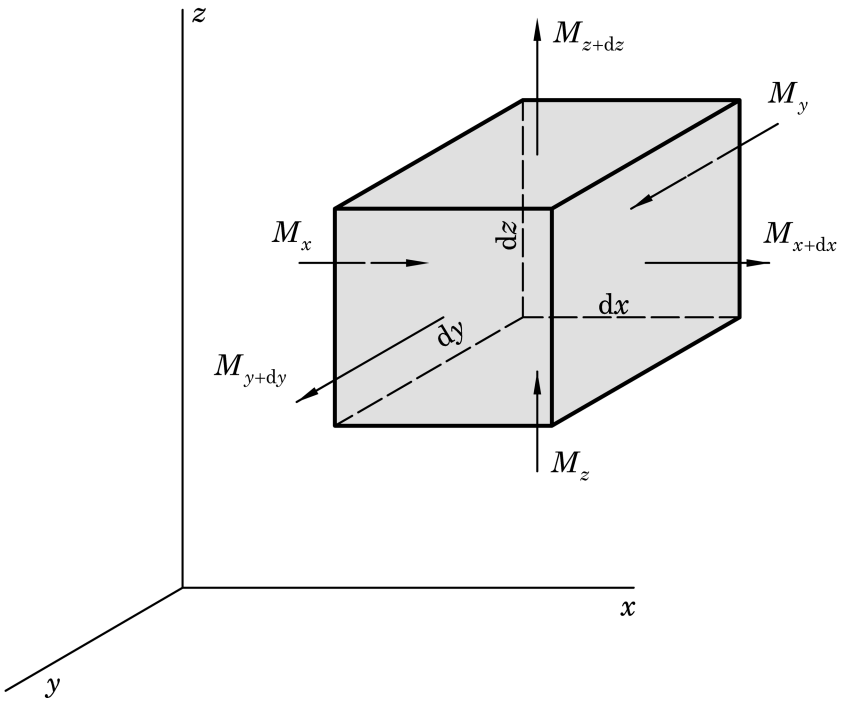


Рис. 3.9. К выводу дифференциального уравнения неразрывности потока

Обозначим проекцию скорости потока на ось x в точках, лежащих на левой грани параллелепипеда площадью $\mathrm{d}S = \mathrm{d}y\mathrm{d}z$, через w_x.

Тогда, согласно уравнению (3.3), массовый расход жидкости, входящей в параллелепипед через эту грань вдоль оси x, составит

$$G_x = \rho w_x \mathrm{d}S = \rho w_x \mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{3.15}$$

Следовательно, за время $\mathrm{d}\tau$ в параллелепипед войдет через левую грань вдоль оси x жидкость, масса которой составит

$$M_x = G_x \mathrm{d}\tau = \rho w_x \mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau. \tag{3.16}$$

В уравнениях (3.15) и (3.16) ρ – плотность жидкости на левой грани параллелепипеда.

На противоположной (правой) грани параллелепипеда скорость и плотность жидкости будут отличаться на величины соответствующих бесконечно малых приращений:

$$w_{x+\mathrm{d}x} = \left(w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x}\mathrm{d}x \right); \tag{3.17}$$

$$\rho_{x+\mathrm{d}x} = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x}\mathrm{d}x \right). \tag{3.18}$$

Тогда через правую грань параллелепипеда вдоль оси x за то же время $\mathrm{d}\tau$ выйдет масса жидкости

$$M_{x+\mathrm{d}x} = \left(\rho + \frac{\partial \rho}{\partial x}\mathrm{d}x \right)\left(w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x}\mathrm{d}x \right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau. \tag{3.19}$$

Перемножая в последнем уравнении слагаемые в скобках, запишем

$$M_{x+\mathrm{d}x} = \left(\rho w_x + \rho \frac{\partial w_x}{\partial x}\mathrm{d}x + w_x \frac{\partial \rho}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial \rho}{\partial x}\mathrm{d}x \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x}\mathrm{d}x \right)\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau. \tag{3.20}$$

Ввиду малого значения члена $\frac{\partial \rho}{\partial x}\mathrm{d}x \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x}\mathrm{d}x$ по сравнению с другими слагаемыми в скобках уравнения (3.20) им можно пренебречь. Кроме того, согласно правилу дифференцирования произведения[7], можем записать

$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial x}\mathrm{d}x + w_x \frac{\partial \rho}{\partial x}\mathrm{d}x = \frac{\partial (\rho w_x)}{\partial x}\mathrm{d}x.$$

С учетом вышесказанного уравнение (3.20) примет вид

$$M_{x+\mathrm{d}x} = \left[\rho w_x + \frac{\partial (\rho w_x)}{\partial x}\mathrm{d}x \right]\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau. \tag{3.21}$$

Приращение массы жидкости в параллелепипеде вдоль оси x за время $\mathrm{d}\tau$ составит

$$\mathrm{d}M_x = M_x - M_{x+\mathrm{d}x} \tag{3.22}$$

---

[7] Правило дифференцирования произведения функций: $(uv)' = u'v + uv'$.

или с учетом уравнений (3.16) и (3.21)

$$\mathrm{d}M_x = \rho w_x \mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau - \left[\rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x}\mathrm{d}x\right]\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau. \tag{3.23}$$

Вынося за скобки $\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau$, уравнение (3.23) запишем в виде

$$\mathrm{d}M_x = \left[\rho w_x - \left(\rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x}\mathrm{d}x\right)\right]\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau, \tag{3.24}$$

или

$$\mathrm{d}M_x = -\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau. \tag{3.25}$$

Применяя аналогичные рассуждения, запишем выражения для приращения массы в элементарном объеме вдоль координатных осей y и z за время $\mathrm{d}\tau$:

$$\mathrm{d}M_y = -\frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau; \tag{3.26}$$

$$\mathrm{d}M_z = -\frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}\tau. \tag{3.27}$$

Общее изменение массы жидкости в параллелепипеде за время $\mathrm{d}\tau$ равно сумме ее приращений вдоль всех осей координат:

$$\mathrm{d}M = \mathrm{d}M_x + \mathrm{d}M_y + \mathrm{d}M_z. \tag{3.28}$$

Подставляя выражения (3.25), (3.26) и (3.27) в формулу (3.28) и учитывая, что $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \mathrm{d}V$, получим

$$\mathrm{d}M = -\left[\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z}\right]\mathrm{d}V\mathrm{d}\tau. \tag{3.29}$$

Вместе с тем изменение массы в полностью заполненном жидкостью объеме параллелепипеда возможно только вследствие изменения плотности жидкости в этом объеме.

Поэтому

$$\mathrm{d}M = \frac{\partial\rho}{\partial\tau}\mathrm{d}V\mathrm{d}\tau. \tag{3.30}$$

Приравнивая правые части выражений (3.29) и (3.30), можем записать:

$$-\left[\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z}\right]\mathrm{d}V\mathrm{d}\tau = \frac{\partial\rho}{\partial\tau}\mathrm{d}V\mathrm{d}\tau. \tag{3.31}$$

Поскольку $\mathrm{d}V \neq 0$ и $\mathrm{d}\tau \neq 0$, сократим левую и правую часть последнего выражения на эти величины. Кроме того, перенося $\frac{\partial\rho}{\partial\tau}$ в левую часть уравнения, окончательно получим

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0. \tag{3.32}$$

Уравнение (3.32) представляет собой **дифференциальное уравнение неразрывности потока для неустановившегося движения сжимаемой жидкости**.

Применяя правило дифференцирования произведений, уравнение (3.32) можно записать в несколько иной форме:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} \rho + \frac{\partial \rho}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial y} \rho + \frac{\partial \rho}{\partial z} w_z + \frac{\partial w_z}{\partial z} \rho = 0 \qquad (3.33)$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho}{\partial x} w_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} w_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} w_z + \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) \rho = 0. \qquad (3.34)$$

В установившемся потоке плотность не изменяется во времени, т. е.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0.$$

Тогда уравнение (3.34) примет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} w_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} w_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} w_z + \left(\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) \rho = 0. \qquad (3.35)$$

Для капельных жидкостей, которые практически несжимаемы, а также для газов в условиях практически изотермического[8] и изобарического[9] потоков при скоростях, значительно меньших скорости звука, $\rho = \text{const}$, а значит:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \qquad (3.36)$$

Уравнение (3.36) является **дифференциальным уравнением неразрывности потока несжимаемой жидкости**.

Для практического применения в инженерных расчетах уравнения (3.35) и (3.36) следует проинтегрировать с учетом начальных, граничных и краевых условий[10].

В промышленности в большинстве случаев используются однонаправленные потоки жидкости (движение по трубопроводам и аппаратам, нередко переменного сечения).

Если площадь поперечного сечения потока неизменна, то для установившегося однонаправленного движения (в направлении оси x) интегрирование уравнения (3.35) даст зависимость

$$\rho w = \text{const}, \qquad (3.37)$$

где w – средняя скорость жидкости.

Если же площадь поперечного сечения потока переменна, то после интегрирования уравнения (3.35) получим

$$\rho w S = \text{const}, \qquad (3.38)$$

где S – площадь поперечного сечения потока.

---

[8] **Изотермический** (или изотермный) поток – поток, имеющий постоянную температуру во всех точках.

[9] **Изобарический** (или изобарный) поток – поток, имеющий постоянное давление во всех точках.

[10] Более подробно об указанных условиях см. в подгл. 3.8.

Для трех различных сечений (1–1, 2–2 и 3–3) трубопровода, в котором движется в установившемся режиме жидкость (рис. 3.10), можно записать:

$$\rho_1 w_1 S_1 = \rho_2 w_2 S_2 = \rho_3 w_3 S_3. \tag{3.39}$$

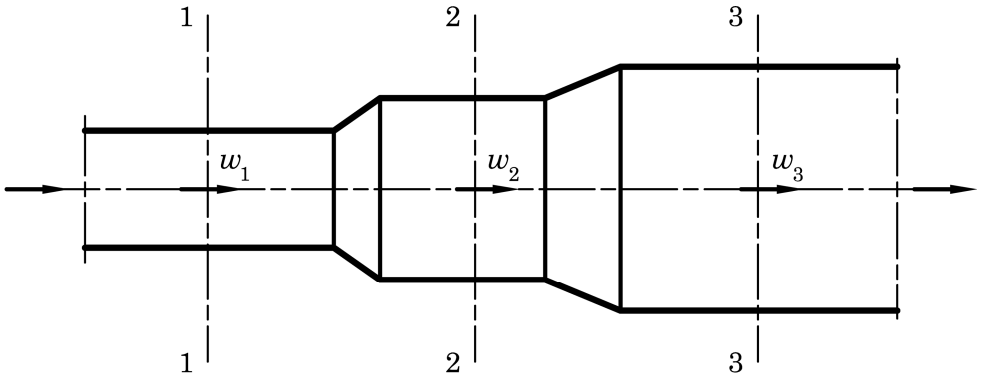


Рис. 3.10. К уравнению постоянства расхода

С учетом формулы (3.3) выражение (3.39) примет вид

$$G_1 = G_2 = G_3 = \text{const}. \tag{3.40}$$

где G_1, G_2, G_3 – массовые расходы жидкости в соответствующих поперечных (живых) сечениях.

Согласно уравнению (3.40), массовый расход жидкости (газа, пара) через начальное поперечное сечение трубопровода равен ее расходу через конечное поперечное сечение трубопровода. Таким образом, уравнение постоянства расхода является частным случаем закона сохранения массы и выражает материальный баланс однонаправленного потока жидкости.

Выражение (3.39) или (3.40) представляет собой **уравнение неразрывности** (сплошности) однонаправленного потока для установившегося движения. Это уравнение называется также **уравнением постоянства расхода**.

Согласно уравнению постоянства расхода, при установившемся однонаправленном движении жидкости, полностью заполняющей трубопровод, через каждое его поперечное сечение проходит в единицу времени одна и та же масса жидкости.

Для капельных жидкостей, а также газов и паров при неизменных температуре и давлении плотность не меняется:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho = \text{const}.$$

Тогда уравнение (3.39) примет более простой вид:

$$w_1 S_1 = w_2 S_2 = w_3 S_3 = \text{const}, \tag{3.41}$$

следовательно

$$wS = \text{const}. \tag{3.42}$$

С учетом уравнения (3.1) зависимость (3.41) будет иметь вид

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = \text{const}. \tag{3.43}$$

где Q_1, Q_2, Q_3 – объемные расходы жидкости в соответствующих поперечных сечениях (рис. 3.10).

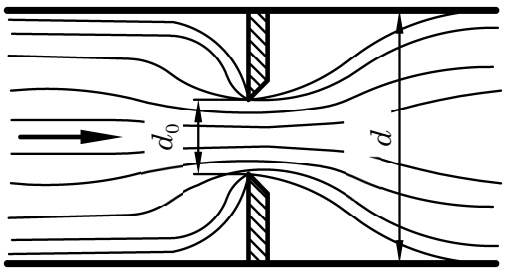
Из уравнения (3.41) следует, что скорости капельной жидкости в различных поперечных сечениях трубопровода обратно пропорциональны площадям этих

поперечных сечений. Т. е. чем больше площадь поперечного сечения однонаправленного потока, тем меньше его средняя скорость.

В некоторых случаях, например при вскипании жидкости вследствие резкого понижения давления, образуется пар, что может привести к разрыву потока. В таких условиях, наблюдаемых иногда при работе насосов, уравнение неразрывности (3.43) потока не выполняется.

ПРИМЕР 3.6

По трубопроводу внутренним диаметром $d = 50$ мм движется жидкость со скоростью $w = 0{,}95$ м/с. В одном из поперечных сечений трубопровода установлена диафрагма с отверстием диаметром $d_0 = 15$ мм. Определить среднюю скорость жидкости в отверстии диафрагмы w_0.



Решение

Так как жидкость практически несжимаема, на основании уравнения неразрывности (3.41) можно записать для двух сечений одного и того же потока:

$$wS = w_0 S_0$$

или в развернутом виде

$$w\frac{\pi d^2}{4} = w_0\frac{\pi d_0^2}{4},$$

где S и S_0 – площади поперечных сечений потока жидкости до диафрагмы и в ее отверстии соответственно, м^2.

Тогда средняя скорость жидкости в отверстии диафрагмы определится как

$$w_0 = w\frac{d^2}{d_0^2}.$$

$$w_0 = 0{,}95\frac{0{,}05^2}{0{,}015^2} = 10{,}56 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w_0 = 10{,}56$ м/с.

ПРИМЕР 3.7

При прохождении через теплообменник температура газа увеличивается с $T_1 = 300$ до $T_2 = 600$ К, а абсолютное давление снижается с $p_1 = 200$ до $p_2 = 190$ кПа. Определить среднюю скорость газа в трубопроводе после теплообменника, если до теплообменника она составляет $w_1 = 5$ м/с. Трубопровод имеет постоянное поперечное сечение.

Решение

Для двух поперечных сечений трубопровода до и после теплообменника на основании уравнения неразрывности потока (3.39) можно записать

$$\rho_1 w_1 S_1 = \rho_2 w_2 S_2$$

или с учетом постоянства поперечного сечения трубопровода $S_1 = S_2$ получим

$$\rho_1 w_1 = \rho_2 w_2,$$

где ρ_1 и w_1 – соответственно плотность газа и его скорость в трубопроводе до теплообменника; ρ_2 и w_2 – соответственно плотность газа и его скорость в трубопроводе после теплообменника.

Отсюда скорость газа в трубопроводе после теплообменника

$$w_2 = w_1 \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

С учетом уравнения Клапейрона – Менделеева (1.16)

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_0 \dfrac{T_0 p_1}{T_1 p_0}}{\rho_0 \dfrac{T_0 p_2}{T_2 p_0}} = \frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_1}.$$

Средняя скорость газа в трубопроводе после теплообменника составит

$$w_2 = w_1 \frac{p_1}{p_2}\frac{T_2}{T_1}.$$

$$w_2 = 5 \cdot \frac{200\,000}{190\,000} \cdot \frac{600}{300} = 10{,}53 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w_2 = 10{,}53$ м/с.

3.3.2. Дифференциальные уравнения движения Эйлера

Рассмотрим установившийся поток идеальной жидкости (не обладающей вязкостью и движущейся без трения) с плотностью ρ.

Как и при выводе дифференциальных уравнений равновесия Эйлера (подгл. 2.2), выделим в потоке жидкости элементарный параллелепипед объемом $\mathrm{d}V = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, ребра $\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z$ которого параллельны осям координат (см. рис. 3.11).

Как было показано ранее (подгл. 2.2), на элементарный параллелепипед действуют внешние силы гидростатического давления и сила тяжести.

Согласно основному принципу динамики, сумма внешних сил $\sum \mathrm{d}\vec{F}$ действующих на движущийся элементарный объем жидкости, равна произведению массы элементарного объема жидкости $\mathrm{d}m$ на его ускорение $\vec{a}$:

$$\mathrm{d}m \cdot \vec{a} = \sum \mathrm{d}\vec{F}. \tag{3.44}$$

В проекции на оси x, y, z уравнение (3.44) примет вид системы:

$$\begin{cases} \mathrm{d}m \cdot a_x = \sum \mathrm{d}F_x; \\ \mathrm{d}m \cdot a_y = \sum \mathrm{d}F_y; \\ \mathrm{d}m \cdot a_z = \sum \mathrm{d}F_z, \end{cases} \tag{3.45}$$

где a_x, a_y, a_z – проекции ускорения на оси координат x, y, z соответственно.

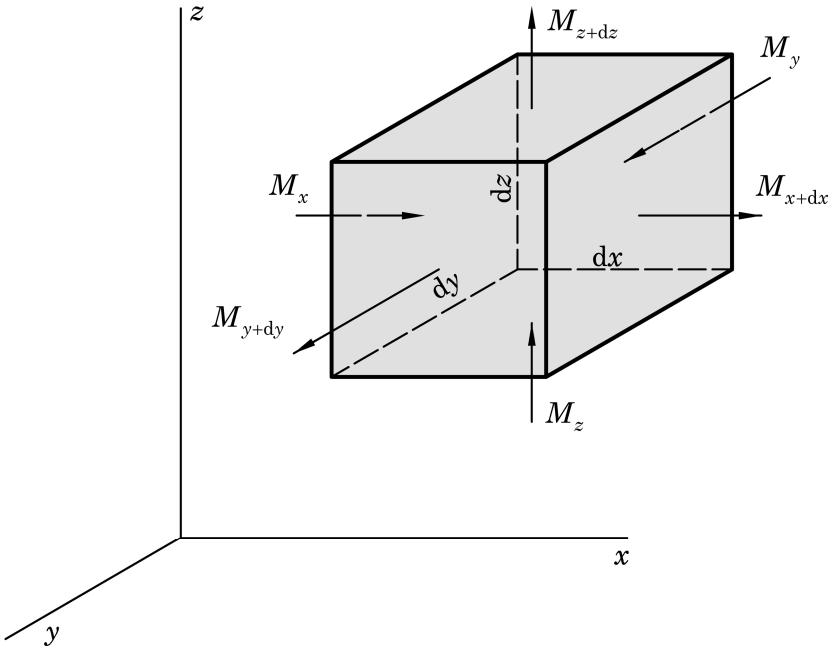


Рис. 3.11. К выводу дифференциальных уравнений движения Эйлера

Масса жидкости в объеме параллелепипеда, согласно уравнению (2.3), определится как

$$\mathrm{d}m = \rho \mathrm{d}V = \rho \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z.$$

Если жидкость движется со скоростью w, то ее ускорение равно производной скорости по времени τ:

$$a = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau}, \tag{3.46}$$

а проекции ускорения на оси координат:

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau}; \\ a_y = \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau}; \\ a_z = \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau}, \end{cases} \tag{3.47}$$

где w_x, w_y, w_z – проекции скорости w на оси координат x, y, z соответственно.

Подставляя в систему (3.45) выражения для a_x, a_y, a_z из системы (3.47), выражение для массы $\mathrm{d}m$, а также выражения для суммы проекций внешних сил гидростатического давления и силы тяжести (см. формулы (2.10), (2.15), (2.16)), получим

$$\begin{cases} \rho \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau} = -\dfrac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z; \\ \rho \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau} = -\dfrac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z; \\ \rho \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau} = \left(-\rho g - \dfrac{\partial p}{\partial z}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \end{cases} \tag{3.48}$$

Так как $\mathrm{d}V = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \neq 0$, то левые и правые части уравнений системы (3.48) сократим на $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$:

$$\begin{cases} \rho \dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau} = -\dfrac{\partial p}{\partial x}; \\ \rho \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau} = -\dfrac{\partial p}{\partial y}; \\ \rho \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau} = -\rho g - \dfrac{\partial p}{\partial z}. \end{cases} \tag{3.49}$$

Полные производные $\dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau}$, $\dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau}$, $\dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau}$ для установившегося движения можно представить в виде суммы соответствующих частных производных:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau} = w_x \dfrac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \dfrac{\partial w_x}{\partial z}; \\ \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau} = w_x \dfrac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \dfrac{\partial w_y}{\partial z}; \\ \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau} = w_x \dfrac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \dfrac{\partial w_z}{\partial z}. \end{cases} \tag{3.50}$$

Система уравнений (3.49) с учетом выражений (3.50) представляет собой **дифференциальные уравнения движения Эйлера для идеальной жидкости в установившемся режиме**.

При неустановившемся движении скорость жидкости изменяется не только в пространстве, но и во времени. Поэтому в систему уравнений (3.50) следует добавить соответствующие члены, характеризующие нестационарность потока. Выражения проекций этих членов на оси x, y, z имеют вид:

$$\frac{\partial w_x}{\partial \tau}, \frac{\partial w_y}{\partial \tau}, \frac{\partial w_z}{\partial \tau}.$$

С учетом этого система уравнений (3.50) примет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau} = \dfrac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \dfrac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \dfrac{\partial w_x}{\partial z}; \\ \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau} = \dfrac{\partial w_y}{\partial \tau} + w_x \dfrac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \dfrac{\partial w_y}{\partial z}; \\ \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau} = \dfrac{\partial w_z}{\partial \tau} + w_x \dfrac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \dfrac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \dfrac{\partial w_z}{\partial z}. \end{cases} \tag{3.51}$$

Система уравнений (3.49) с учетом выражений (3.51) представляет собой дифференциальные **уравнения движения идеальной жидкости Эйлера для неустановившегося потока**.

3.3.3. Дифференциальные уравнения движения Навье – Стокса

При движении реальной (вязкой) жидкости в ее потоке помимо внешних сил давления и тяжести действуют также силы вязкостного трения.

Действие сил трения T на выделенный в потоке вязкой жидкости элементарный параллелепипед (рис. 3.12) проявляется в возникновении на его поверхности касательных напряжений τ.

Рассмотрим относительно простой случай одномерного плоского потока капельной ньютоновской жидкости в направлении оси x, когда проекция скорости w_x зависит только от расстояния z до горизонтальной плоскости отсчета. Также принимаем, что физические свойства жидкой среды (прежде всего коэффициент динамической вязкости μ и плотность ρ) постоянны как во времени, так и в пространстве.

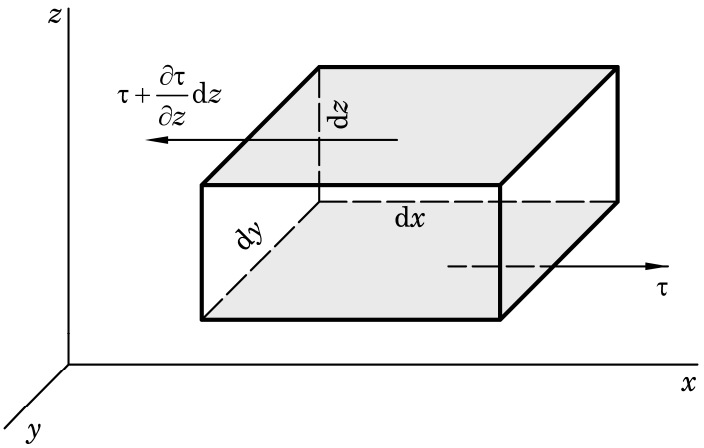


Рис. 3.12. К выводу уравнений Навье – Стокса

Выделим в потоке жидкости элементарный параллелепипед объемом $\mathrm{d}V = \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, где $\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z$ – ребра параллелепипеда, параллельные осям координат x, y, z соответственно.

Касательные напряжения возникают лишь на поверхностях верхней и нижней граней элементарного параллелепипеда. При этом площадь этих граней будет равна

$$\mathrm{d}S = \mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

Пусть касательное напряжение на нижней грани параллелепипеда равно τ. Если скорость изменения касательного напряжения τ в направлении оси z равна $\frac{\partial\tau}{\partial z}$, то по всей длине ребра $\mathrm{d}z$ изменение касательного напряжения составит $\frac{\partial\tau}{\partial z}\mathrm{d}z$. Тогда на верхней грани касательное напряжение будет $\left(\tau + \frac{\partial\tau}{\partial z}\mathrm{d}z\right)$.

Силы трения, приложенные к нижней $\mathrm{d}\vec{F}^{\text{н}}_{\text{тр}}$ и верхней $\mathrm{d}\vec{F}^{\text{в}}_{\text{тр}}$ граням параллелепипеда, обусловлены тем, что более медленные вышележащие слои жидкости затормаживают слой, в котором находится параллелепипед, а более быстрые нижележащие слои «разгоняют» его.

Тогда проекция на ось x элементарной силы вязкостного трения, действующая на нижнюю грань параллелепипеда составит

$$\mathrm{d}F^{\text{н}}_{\text{тр}\,x} = \tau\mathrm{d}S = \tau\mathrm{d}x\mathrm{d}y. \qquad (3.52)$$

Аналогично проекция на ось x силы вязкостного трения, действующая на верхнюю грань параллелепипеда, составит

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x}^{\mathrm{в}} = -\left(\tau + \frac{\partial\tau}{\partial z}\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}S = -\left(\tau + \frac{\partial\tau}{\partial z}\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y. \tag{3.53}$$

Тогда проекция элементарной равнодействующей сил трения на ось x будет

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x} = \mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x}^{\mathrm{н}} + \mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x}^{\mathrm{в}}. \tag{3.54}$$

Подставляя в уравнение (3.54) выражения для $\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x}^{\mathrm{н}}$ и $\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x}^{\mathrm{в}}$ из уравнений (3.52) и (3.53), получим

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x} = \tau\mathrm{d}x\mathrm{d}y - \left(\tau + \frac{\partial\tau}{\partial z}\mathrm{d}z\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = -\frac{\partial\tau}{\partial z}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{3.55}$$

Подставив в это выражение значение касательного напряжения τ и использовав формулу (1.28) для закона внутреннего трения Ньютона $\tau = -\mu\dfrac{\partial w_x}{\partial z}$, получим

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x} = -\frac{\partial\left(-\mu\dfrac{\partial w_x}{\partial z}\right)}{\partial z}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \mu\frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{3.56}$$

В более общем случае трехмерного потока составляющая скорости w_x будет изменяться не только в направлении z, но и в направлениях всех трех осей координат. Тогда проекция равнодействующей сил трения на ось x примет вид

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x} = \mu\left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{3.57}$$

Сумму вторых производных по осям координат называют **оператором Лапласа**:

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} = \nabla^2 w_x. \tag{3.58}$$

Следовательно, проекция равнодействующей сил трения на ось x может быть представлена как

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,x} = \mu\nabla^2 w_x\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{3.59}$$

Используя аналогичные рассуждения, можно получить остальные выражения для проекций равнодействующей сил трения:

– на ось y:

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,y} = \mu\nabla^2 w_y\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z; \tag{3.60}$$

– на ось z:

$$\mathrm{d}F_{\mathrm{тр}\,z} = \mu\nabla^2 w_z\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \tag{3.61}$$

Таким образом, для описания движения реальной вязкой жидкости в правые части дифференциальных уравнений движения Эйлера (3.48), применимых для описания движения лишь идеальных жидкостей, следует добавить соответствующие выражения (3.59)–(3.61) проекций на оси координат сил вязкостного трения:

$$\begin{cases} \rho \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau} = \left(-\dfrac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x \right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z; \\ \rho \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau} = \left(-\dfrac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y \right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z; \\ \rho \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau} = \left(-\rho g - \dfrac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z \right) \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z. \end{cases} \tag{3.62}$$

Поскольку $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \mathrm{d}V \neq 0$, то левые и правые части уравнений системы (3.62) можно сократить на $\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$:

$$\begin{cases} \rho \dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau} = -\dfrac{\partial p}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x; \\ \rho \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau} = -\dfrac{\partial p}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y; \\ \rho \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau} = -\rho g - \dfrac{\partial p}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z. \end{cases} \tag{3.63}$$

Система уравнений (3.63) была получена Навье (1822 г.) и Стоксом (1845 г.) и была названа **уравнениями Навье – Стокса**. Данная система описывает движение вязкой капельной жидкости.

При движении сжимаемой жидкости (газа, пара) в ней дополнительно возникают силы сжатия и растяжения, поэтому уравнения Навье – Стокса принимают вид:

$$\begin{cases} \rho \dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau} = -\dfrac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\nabla^2 w_x + \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\partial \theta}{\partial x} \right); \\ \rho \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau} = -\dfrac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\nabla^2 w_y + \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\partial \theta}{\partial y} \right); \\ \rho \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau} = -\rho g - \dfrac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\nabla^2 w_z + \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\partial \theta}{\partial z} \right), \end{cases} \tag{3.64}$$

где частные производные $\dfrac{\partial \theta}{\partial x}, \dfrac{\partial \theta}{\partial y}$ и $\dfrac{\partial \theta}{\partial z}$ выражают изменения скорости по осям x, y, z, связанные с действием сил сжатия и растяжения, причем

$$\theta = \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z}. \tag{3.65}$$

Производные $\dfrac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}\tau}, \dfrac{\mathrm{d}w_y}{\mathrm{d}\tau}, \dfrac{\mathrm{d}w_z}{\mathrm{d}\tau}$ для установившегося режима движения можно определить с помощью системы уравнений (3.50), а для неустановившегося режима – по уравнениям системы (3.51).

Полное описание движения жидкости в его наиболее общей форме возможно путем решения (интегрирования) дифференциальных уравнений Навье – Стокса (3.63) либо (3.64) совместно с уравнением неразрывности потока (3.34) либо (3.35). Однако уравнения Навье – Стокса не могут быть решены в общем виде, так как число

переменных, входящих в эти уравнения, значительно больше числа полученных уравнений.

Решения этой сложной системы уравнений возможны только для некоторых частных случаев. При этом систему дополняют уравнениями связи, основанными на граничных, начальных и краевых условиях. Но в этом случае полученная система уравнений усложняется настолько, что решить ее строго аналитически, как правило, невозможно. На практике уравнения Навье – Стокса решаются приближенно различными численными итерационными методами с применением компьютеров либо с использованием упрощающих допущений.

3.3.4. Уравнение Бернулли

В расчетной практике использование дифференциальных уравнений движения жидкости Эйлера для однонаправленных потоков (3.49) неудобно, поэтому его приводят к интегральному виду.

Умножим левые и правые части уравнений системы (3.49) соответственно на $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$, $\mathrm{d}z$ и разделим на плотность жидкости ρ:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}w_x = -\dfrac{1}{\rho}\cdot\dfrac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x; \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}w_y = -\dfrac{1}{\rho}\cdot\dfrac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}y; \\ \dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\tau}\mathrm{d}w_z = -g\mathrm{d}z - \dfrac{1}{\rho}\cdot\dfrac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z. \end{cases}$$

Заметим, что производные $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau}$, $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau}$ и $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\tau}$ выражают проекции скоростей w_x, w_y, w_z на соответствующие оси координат. Тогда, складывая левые и правые части уравнений последней системы и проводя соответствующие преобразования, получим

$$w_x\mathrm{d}w_x + w_y\mathrm{d}w_y + w_z\mathrm{d}w_z = -g\mathrm{d}z - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z\right). \qquad (3.66)$$

При этом, учитывая правила дифференцирования функции нескольких переменных, а также суммирование проекции скоростей, левую часть уравнения можем записать в виде

$$w_x\mathrm{d}w_x + w_y\mathrm{d}w_y + w_z\mathrm{d}w_z = \mathrm{d}\left(\frac{w_x^2}{2}\right) + \mathrm{d}\left(\frac{w_y^2}{2}\right) + \mathrm{d}\left(\frac{w_z^2}{2}\right) =$$

$$= \mathrm{d}\left(\frac{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}{2}\right) = \mathrm{d}\left(\frac{w^2}{2}\right),$$

где w – полная скорость.

В правой части уравнения (3.66) выражение $\left(\dfrac{\partial p}{\partial x}\mathrm{d}x + \dfrac{\partial p}{\partial y}\mathrm{d}y + \dfrac{\partial p}{\partial z}\mathrm{d}z\right) = \mathrm{d}p$ представляет собой полный дифференциал давления.

Тогда уравнение (3.66) запишем в виде

$$\mathrm{d}\left(\frac{w^2}{2}\right) = -g\mathrm{d}z - \frac{\mathrm{d}p}{\rho}. \tag{3.67}$$

Разделим обе части этого уравнения на ускорение свободного падения g и перенесем все его члены в левую часть:

$$\mathrm{d}\left(\frac{w^2}{2g}\right) + \mathrm{d}z + \frac{\mathrm{d}p}{\rho g} = 0.$$

Сумму дифференциалов заменим дифференциалом суммы, учитывая, что $\rho = \mathrm{const}$:

$$\mathrm{d}\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right) = 0.$$

Интегрируя последнее уравнение, получим

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g} = \mathrm{const}. \tag{3.68}$$

Данное уравнение широко используется в расчетной практике и носит название **уравнения Бернулли для идеальной жидкости**.

Для потока идеальной жидкости в трубе уравнение Бернулли, составленное для двух произвольных поперечных сечений 1–1 и 2–2 относительно произвольной горизонтальной плоскости сравнения 0–0 (рис. 3.13), записывается в следующем виде[11]:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}. \tag{3.69}$$

В выражениях (3.68) и (3.69) все слагаемые выражены в единицах длины и представляют собой:

z – **геометрический напор**, т. е. расстояние от произвольной горизонтальной плоскости сравнения 0–0 до рассматриваемой точки потока (сечения потока), которое представляет собой удельную потенциальную энергию положения в данной точке (данном сечении);

$\frac{p}{\rho g}$ – **пьезометрический напор**, либо **напор давления**, характеризующий удельную потенциальную энергию давления в данной точке (данном сечении);

$\frac{w^2}{2g}$ – **скоростной (динамический) напор**, который характеризует удельную кинетическую энергию в данной точке (данном сечении).

Сумма $z + \frac{p}{\rho g}$ – называется **статическим напором**, и выражает полную удельную потенциальную энергию в данной точке (данном сечении).

---

[11] Строго говоря, скорости w и давления p неодинаковы в различных точках любого поперечного сечения (более подробно см. подгл. 3.5). Поэтому уравнение (3.69) относится не к сечениям в целом, а к любой паре сходственных точек в этих сечениях (например, к точкам, лежащим на оси трубопровода). Однако для большинства расчетов в технической гидравлике с достаточной степенью точности можно принять средние значения w и p, а соответственно, средние значения z для обоих сечений.

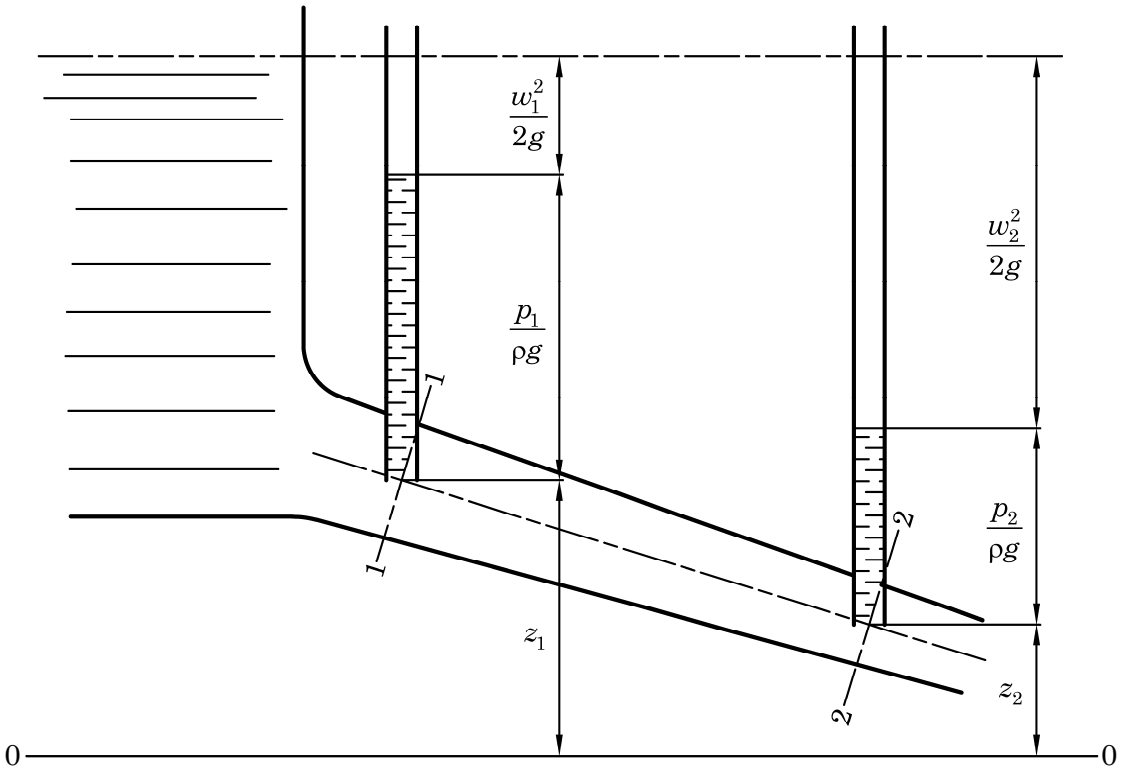


Рис. 3.13. Схема к уравнению Бернулли для идеальной жидкости

Сумма $z+\frac{p}{\rho g}+\frac{w^2}{2g}$ называется полным **гидродинамическим напором** и выражает сумму удельных потенциальной и кинетической энергий в данной точке (данном сечении).

Следовательно, согласно уравнению Бернулли, для всех поперечных сечений установившегося потока идеальной жидкости полный гидродинамический напор остается неизменным. Другими словами, сумма скоростного $\frac{w^2}{2g}$ и статического $z+\frac{p}{\rho g}$ напоров не меняется при переходе от одного поперечного сечения потока к другому.

Вместе с тем из уравнения Бернулли в соответствии с энергетическим смыслом его членов следует, что при установившемся движении идеальной жидкости сумма ее потенциальной и кинетической энергии для каждого из поперечных сечений потока также остается неизменной.

При изменении поперечного сечения трубопровода и соответственно скорости движения жидкости происходит превращение энергии: при сужении трубопровода часть потенциальной энергии давления переходит в кинетическую и, наоборот, при расширении трубопровода часть кинетической энергии переходит в потенциальную, но общее количество энергии остается постоянным.

При движении реальной вязкой жидкости в ней действуют силы внутреннего трения и трения жидкости о стенки трубы. Эти силы оказывают сопротивление движению жидкости. На преодоление возникающего гидравлического сопротивления необходимо расходовать некоторую часть энергии потока, которая необратимо теряется и которую можно выразить через потерянный напор $h_{\text{пот}}$.

Поэтому для реальной вязкой жидкости уравнение (3.69) принимает вид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + h_{\text{пот}}, \tag{3.70}$$

где $h_{\text{пот}}$ – потери напора между сечениями 1–1 и 2–2.

Умножив уравнение (3.70) на ρg, получим уравнение Бернулли для реальной жидкости в несколько ином виде:

$$\rho_1 g z_1 + p_1 + \frac{\rho_1 w_1^2}{2} = \rho_2 g z_2 + p_2 + \frac{\rho_2 w_2^2}{2} + \Delta p_{\text{пот}}, \tag{3.71}$$

где $\Delta p_{\text{пот}}$ – потери давления на трение и местные сопротивления между сечениями 1–1 и 2–2.

3.4. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БЕРНУЛЛИ

Рассмотрим применение уравнения Бернулли для определения скоростей и расходов, а также времени истечения жидкостей из резервуаров.

3.4.1. Трубка полного напора (трубка Пито)

Трубка Пито служит для измерения полного напора потока жидкости. Пусть жидкость движется в напорном трубопроводе, в который опущена изогнутая под прямым углом трубка *2*. Трубка устанавливается отверстием против движения потока жидкости (рис. 3.14).

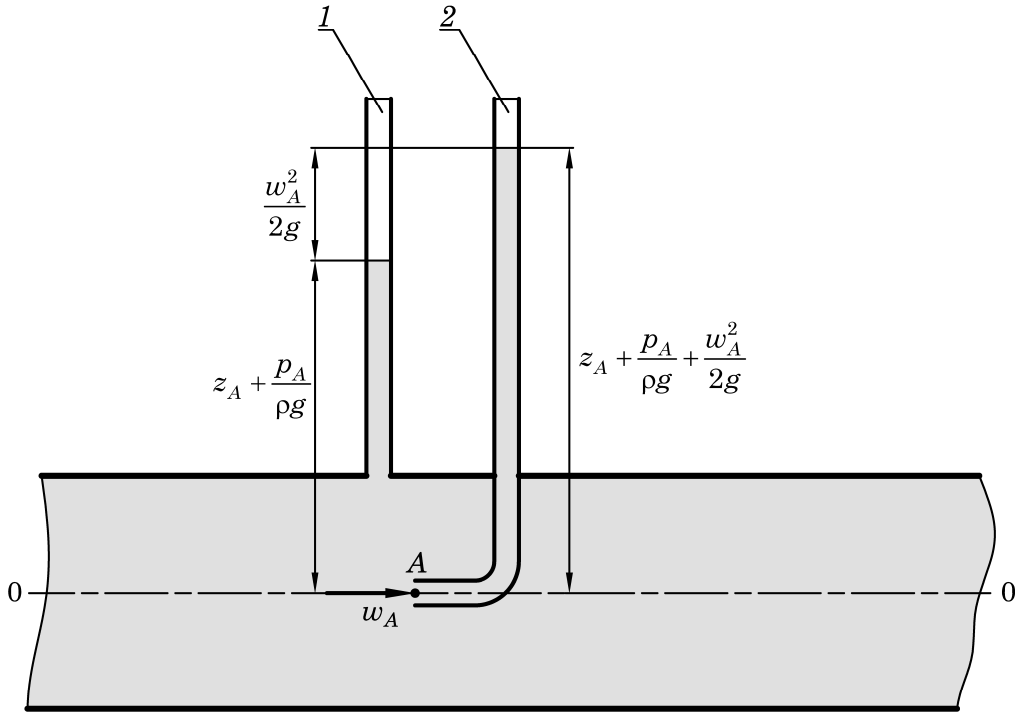


Рис. 3.14. Определение локальной скорости в потоке жидкости с использованием трубки Пито:
1 – пьезометрическая трубка; *2* – трубка Пито (трубка полного напора)

Такую трубку использовал французский ученый, инженер-гидротехник Анри Пито (Henri Pitot) в 1732 г. для измерения скорости воды в реке.

Примем, что точка A находится на оси загнутого конца трубки, через которую проведем горизонтальную плоскость сравнения 0–0.

Если в точке A с помощью пьезометрической трубки *1* измерить статический напор $\left(z_A + \frac{p_A}{\rho g}\right)$, а с помощью трубки полного напора *2* определить полный напор $\left(z_A + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{w_A^2}{2g}\right)$, то разность показаний этих трубок дает динамический напор $h_д$, м:

$$h_д = \frac{w_A^2}{2g},$$

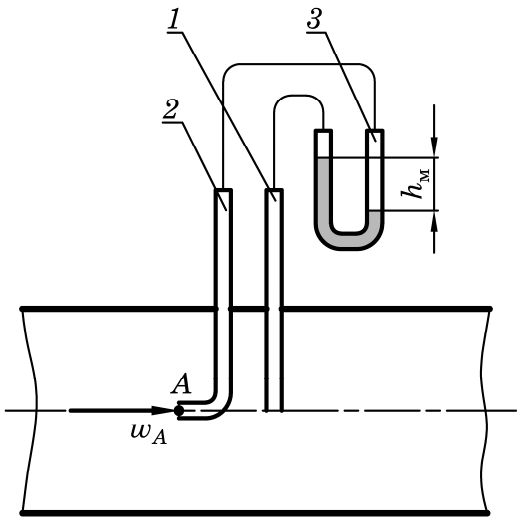


Рис. 3.15. Определение локальной скорости в газовом потоке с помощью трубки Пито: *1* – пьезометрическая трубка; *2* – трубка Пито; *3* – U-образный дифференциальный манометр

откуда выражают искомую локальную скорость потока жидкости w_A, м/с, в точке A:

$$w_A = \sqrt{2gh_д}. \tag{3.72}$$

Отметим, что из-за обтекания потоком жидкости трубки Пито возникает некоторая погрешность измерений. Поэтому в формулу (3.72) для более точных результатов вводится поправочный коэффициент φ:

$$w_A = \varphi\sqrt{2gh_д}. \tag{3.73}$$

Значение коэффициента φ определяется путем тарировки трубки на специальном стенде.

Показанная на рис. 3.14 измерительная схема неприменима для определения локальных скоростей в газовых потоках, поскольку газ будет выходить в атмосферу из открытых трубок. Поэтому измерительную систему требуется замкнуть. Это достигается установкой U-образного дифференциального манометра, заполненного манометрической жидкостью (рис. 3.15).

Локальную скорость газа в точке установки трубки Пито (в точке A) w_A, м/с, рассчитывают по формуле

$$w_A = \sqrt{\frac{2\rho_м g h_м}{\rho_г}} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_г}}, \tag{3.74}$$

где $\rho_м$ – плотность манометрической жидкости в дифманометре, кг/м^3; $h_м$ – разность уровней манометрической жидкости в дифманометре, м; $\rho_г$ – плотность газа в трубопроводе, кг/м^3; $\Delta p = \rho_м g h_м$ – перепад давлений, измеряемый при помощи дифманометра, Па.

Зависимость (3.74) отличается от формулы (3.72), поскольку плотность манометрической жидкости $\rho_м$, с помощью которой измеряется перепад напоров, как правило, отличается от плотности среды ρ, скорость движения которой определяется.

ПРИМЕР 3.8

В трубопроводе установлена трубка Пито и пьезометр (см. рис. 3.15), к которым подсоединен дифманометр. Определить значение локальной скорости газа в месте установки трубки Пито, если разность уровней манометрической жидкости (воды) в дифманометре $h_м = 60$ мм. Плотность газа $\rho = 1{,}9$ кг/м^3. Плотность манометрической жидкости (воды) $\rho_м = 1000$ кг/м^3.

Решение

Локальную скорость газа в точке установки трубки Пито w можно рассчитать по формуле (3.74):

$$w = \sqrt{\frac{2\rho_м g h_м}{\rho}}.$$

$$w = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}06}{1{,}9}} = 24{,}9 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w = 24{,}9$ м/с.

3.4.2. Трубка Пито – Прандтля

Для удобства использования пьезометр и трубку Пито совмещают в одном устройстве – трубке Пито – Прандтля, к которой подсоединяют U-образный дифманометр (рис. 3.16). Такое устройство можно использовать для определения локальных скоростей не только в жидких, но и в газовых потоках.

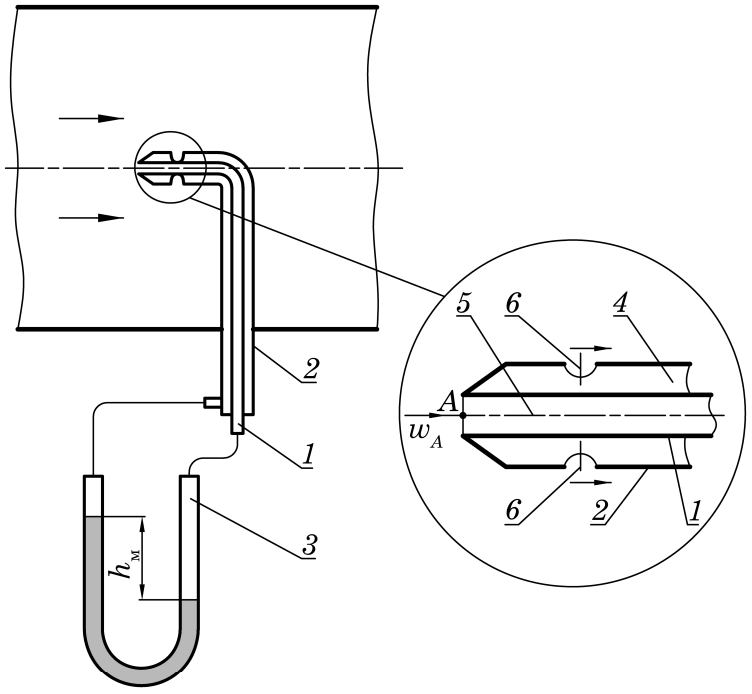


Рис. 3.16. Трубка Пито – Прандтля:
1 – внутренняя трубка; *2* – наружная трубка; *3* – U-образный дифманометр;
4 – кольцевое пространство; *5* – отверстие для измерения полного напора;
6 – отверстия для измерения статического напора

Трубка Пито – Прандтля состоит из двух концентрических Г-образных трубок. Внутренняя трубка *1* соединяется с правой ветвью U-образного дифманометра *3* и служит для измерения полного напора в точке *A*. Наружная трубка *2* образует с внутренней кольцевое пространство *4*, герметично закрытое с двух сторон, при этом по периметру наружной трубки выполнены отверстия *6* для измерения статического напора. Это кольцевое пространство соединено с левой ветвью U-образного дифманометра.

Локальную скорость газа w_A, м/с, в точке A рассчитывают по формуле (3.74).

Трубки Пито и Пито – Прандтля используются не только для определения локальных скоростей в потоке газа или жидкости, но и для определения их расхода (более подробно см. подгл. 3.5).

ПРИМЕР 3.9

На оси трубопровода, по которому движется газ, установлена трубка Пито – Прандтля (см. рис. 3.16). Определить показания ртутного дифманометра, подсоединенного к трубке Пито – Прандтля, если скорость газа в месте установки трубки $w = 20$ м/с. Плотность газа $\rho_г = 4{,}5$ кг/м^3. Плотность ртути (манометрической жидкости) $\rho_м = 13\,600$ кг/м^3.

Решение

Показания дифманометра, подсоединенного к трубке Пито – Прандтля, можно определить из уравнения (3.74):

$$w = \sqrt{\frac{2\rho_м g h_м}{\rho_г}}.$$

Отсюда показания дифманометра:

$$h_м = \frac{\rho_г w^2}{2\rho_м g}.$$

$$h_м = \frac{4{,}5 \cdot 20^2}{2 \cdot 13\,600 \cdot 9{,}81} = 6{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 6{,}8 \text{ мм}.$$

Ответ: $h_м = 6{,}8$ мм.

3.4.3. Дроссельные приборы для измерения расхода

В качестве дроссельных приборов используют мерную диафрагму, мерное сопло и трубу Вентури.

Принцип работы дроссельных приборов основан на искусственном сужении потока жидкости или газа. При этом скорость потока в узком сечении возрастает, и соответственно возрастает кинетическая энергия потока. Это, согласно уравнению Бернулли, приводит к уменьшению потенциальной энергии потока в данном сечении. Поэтому измерив дифференциальным манометром перепад давлений в сечении трубопровода и в самом узком сечении потока можно вычислить изменение скорости в этих сечениях, а по нему – скорость и расход среды в трубопроводе.

3.4.3.1. Мерная диафрагма

Мерная диафрагма (рис. 3.17) представляет собой тонкий диск *2* с отверстием небольшого диаметра, ось которого совпадает с осью трубопровода. Диафрагма устанавливается в трубе *1* перпендикулярно движущемуся потоку, как правило, между фланцами (на схеме не показаны). Одна ветвь U-образного дифманометра *3* подсоединятся к трубопроводу до устройства (сечение 1–1), а вторая – после (сечение 2–2).

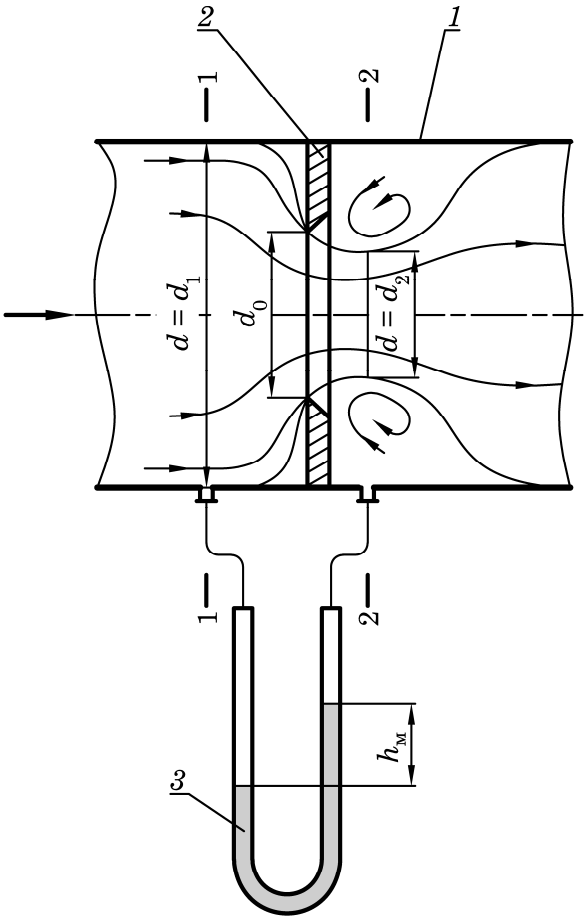


Рис. 3.17. Схема установки мерной диафрагмы:
1 – трубопровод; *2* – диафрагма;
3 – U-образный дифманометр

Считая трубопровод горизонтальным, запишем для двух сечений 1–1 и 2–2 уравнение Бернулли для идеальной жидкости:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}, \qquad (3.75)$$

где p_1, p_2 – пьезометрические давления в сечениях 1–1 и 2–2 соответственно; ρ – плотность жидкости (газа) в трубопроводе; w_1^2, w_2^2 – средние скорости потока в сечениях 1–1 и 2–2 соответственно.

Для горизонтального трубопровода $z_1 = z_2$, поэтому уравнение (3.75) после преобразований примет вид:

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}. \qquad (3.76)$$

Очевидно, что разность пьезометрических давлений $p_1 - p_2$ передается в ветви дифманометра и уравновешивается давлением столба манометрической жидкости с плотностью $\rho_м$:

$$p_1 - p_2 = \rho_м g h_м, \qquad (3.77)$$

где $h_м$ – разность уровней манометрической жидкости в ветвях измерительного манометра (см. рис. 3.17).

Чтобы определить среднюю скорость и расход жидкости в трубопроводе, выразим скорость w_1 в сечении 1–1 через скорость w_2 в узком сечении струи 2–2 за диафрагмой, используя уравнение неразрывности потока (3.42) и уравнение расхода (3.1):

$$w_1 = w_2 \frac{S_2}{S_1} = w_2 \frac{d_2^2}{d_1^2}, \qquad (3.78)$$

где S_2 – площадь потока в сечении 2–2; S_1 – площадь потока в сечении 1–1; d_2 – диаметр потока в сечении 2–2; d_1 – диаметр потока в сечении 1–1.

Подставим значение w_1 в выражение (3.76) для разности скоростных напоров:

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_2^2}{2g}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 = \frac{\rho_м g h_м}{\rho g},$$

откуда

$$\frac{w_2^2}{2g}\left[1-\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right]=\frac{\rho_м g h_м}{\rho g}.$$

Преобразуя последнее выражение, можем записать:

$$w_2=\sqrt{\frac{2\rho_м g h_м}{\rho\left[1-\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right]}}. \qquad (3.79)$$

Объемный расход жидкости (газа) в трубопроводе можно определить с помощью уравнения (3.1):

$$Q=w_2 S_2. \qquad (3.80)$$

Однако из-за инерционного сжатия струи потока в сечении 2–2 величину S_2 точно определить сложно. Поэтому в расчетную формулу для определения объемного расхода (3.80) вместо S_2 подставляют величину площади отверстия $S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$, где d_0 – известный диаметр отверстия диафрагмы:

$$Q=\alpha S_0\sqrt{\frac{2\rho_м g h_м}{\rho\left[1-\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right]}}, \qquad (3.81)$$

где α – поправочный коэффициент, так называемый коэффициент расхода дроссельного устройства, учитывающий сжатие струи в сечении 2–2 $(S_2 < S_0)$, а также потери давления в дроссельном устройстве.

Диаметр отверстия диафрагмы в несколько раз (обычно в 3–4) меньше диаметра трубопровода, в котором она устанавливается. Следовательно, величиной $\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4$ в уравнении (3.81) можно пренебречь, и тогда оно примет вид

$$Q=\alpha\frac{\pi d_0^2}{4}\sqrt{\frac{2\rho_м g h_м}{\rho}}. \qquad (3.82)$$

Коэффициент расхода $\alpha<1$ и зависит от значения критерия Re и модуля диафрагмы $m=\left(\frac{d_0}{d_1}\right)^2$. Для стандартизованных (нормальных) диафрагм значения α приводятся в справочной литературе, причем для различных инженерных школ существуют разные подходы в определении коэффициента α, изложенные ниже.

Например, на рис. 3.18 приведена графическая зависимость коэффициента α от числа $\mathrm{Re}_0=\frac{w_0 d_0 \rho}{\mu}$, вычисленного для потока в отверстии диафрагмы, и значения m. На графике нанесена штриховая линия граничных значений $\mathrm{Re}_0=\mathrm{Re}_{кр}$, правее которой α практически не зависит от Re_0. Этот метод широко используется в зарубежной практике.

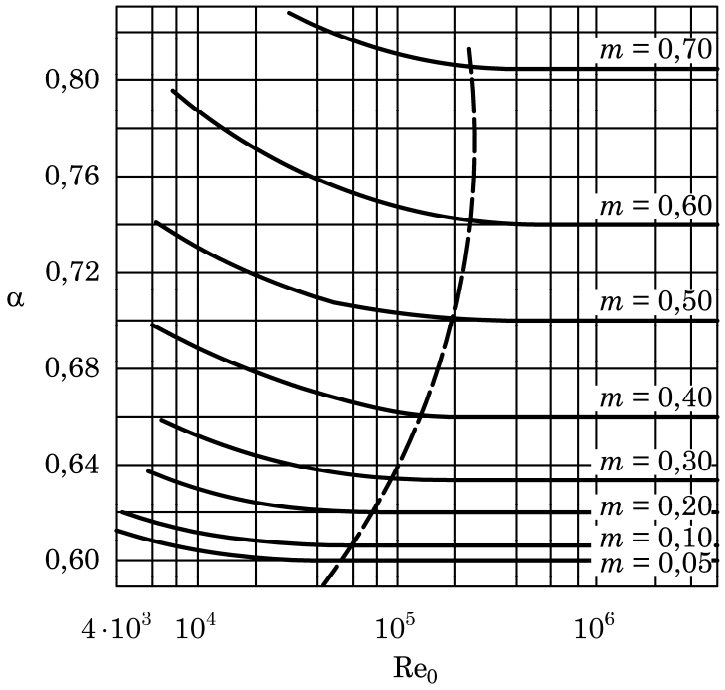


Рис. 3.18. Зависимость коэффициента расхода α от числа Re_0 и модуля диафрагмы m

В отечественной практике коэффициент α обычно определяют по табличным значениям (табл. 3.1). При этом значение критерия Рейнольдса определяется по средней скорости двигающегося в трубе потока.

Таблица 3.1

Коэффициент расхода диафрагмы α

Re	m							
	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
5000	0,6032	0,6110	0,6341	–	–	–	–	–
10 000	0,6026	0,6092	0,6261	0,6530	0,6890	0,7367	0,7975	–
20 000	0,5996	0,6050	0,6212	0,6454	0,6765	0,7186	0,7753	0,8540
30 000	0,5990	0,6038	0,6187	0,6403	0,6719	0,7124	0,7650	0,8404
50 000	0,5984	0,6032	0,6168	0,6384	0,6666	0,7047	0,7553	0,8276
100 000	0,5980	0,6026	0,6162	0,6359	0,6626	0,6992	0,7472	0,8155
400 000	0,5978	0,6020	0,6150	0,6340	0,6600	0,6950	0,7398	0,8019

Мерная диафрагма является самым простым и надежным дроссельным устройством для измерения расхода, но вместе с тем наименее точным и имеющим максимальное гидравлическое сопротивление.

3.4.3.2. Мерное сопло

Повысить точность измерения расхода можно при использовании мерного сопла (рис. 3.19), представляющего собой насадок с плавным закругленным входом и цилиндрическим выходом.

В отличие от мерной диафрагмы в данном устройстве происходит более плавное сужение потока, поэтому гидравлическое сопротивление мерного сопла меньше, чем диафрагмы, точность измерения выше, однако она сложнее по устройству.

Расход жидкости (газа), перемещаемой по трубопроводу, определяется по формуле (3.82), а значения коэффициента расхода α, приведенные в специальной литературе, берутся для мерного сопла.

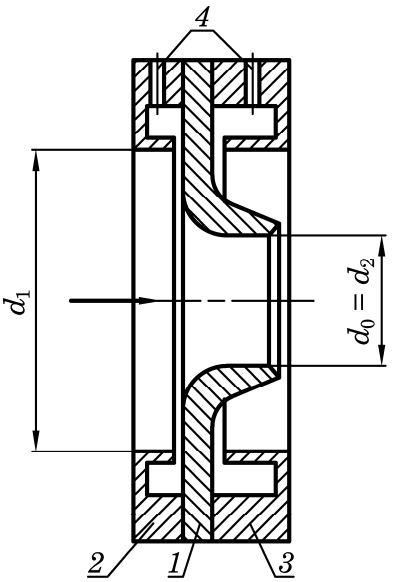


Рис. 3.19. Мерное сопло:
1 – насадок; *2*, *3* – обоймы;
4 – радиальные каналы
для отбора давления

3.4.3.3. Труба Вентури

Труба Вентури (рис. 3.20) имеет постепенно сужающийся участок (конфузор), за ним следует самое узкое сечение прибора (горловина), которое затем более плавно расширяется до первоначального сечения (диффузор).

Вследствие плавного сужения и расширения потока потери давления в трубе Вентури меньше, чем в других дроссельных устройствах, а точность измерений значительно выше.

К недостаткам трубы Вентури можно отнести сложность ее изготовления, а также то, что ее длина очень велика по сравнению с другими дроссельными устройствами.

Для расчета расхода жидкости (газа) используется формула, подобная (3.82):

$$Q = \alpha \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{\frac{2\rho_м g h_м}{\rho}}, \tag{3.83}$$

где α – коэффициент расхода для трубы Вентури, значения которого приводятся в специальной справочной литературе; d_0 – диаметр горловины.

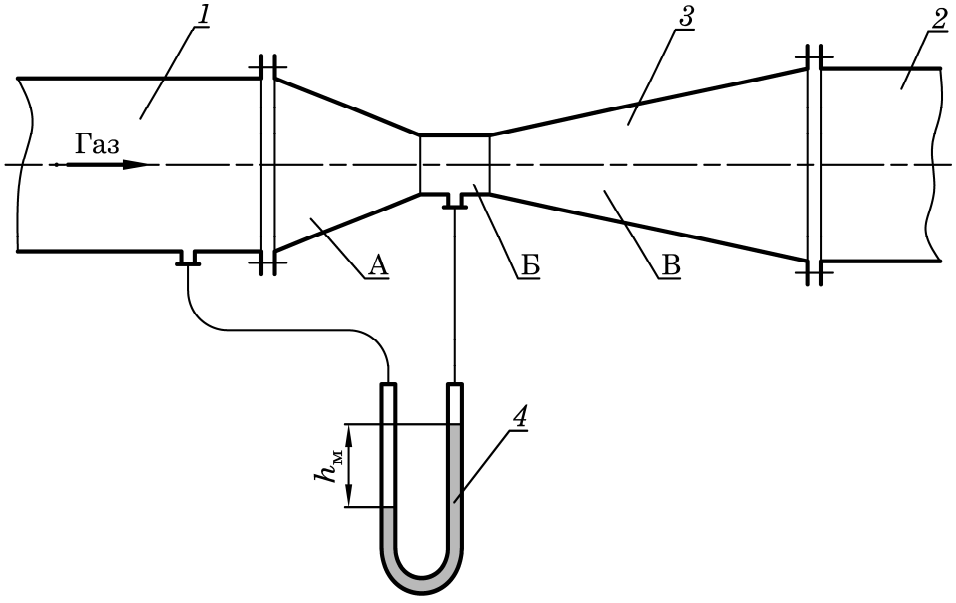


Рис. 3.20. Труба Вентури:
1, *2* – трубопровод; *3* – труба Вентури; *4* – U-образный дифманометр;
А – конфузор; Б – горловина; В – диффузор

3.4.3.4. Рекомендации по установке дроссельных измерительных устройств

С целью обеспечения максимальной точности измерений необходимо сгладить неравномерности движения потока по сечению трубы. Для этого придерживаются правил монтажа измерительных приборов, предусматривая соответствующие прямые участки трубопровода перед и за ними (участки стабилизации потока) (рис. 3.21).

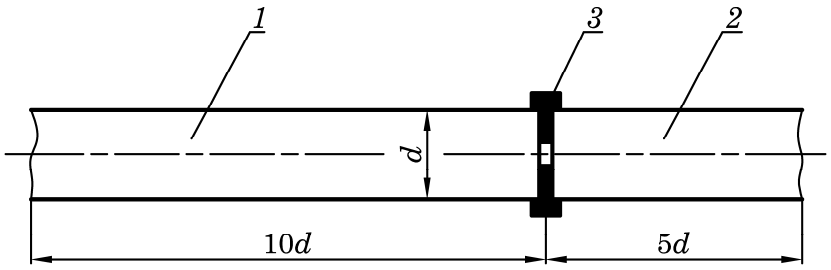


Рис. 3.21. Схема установки дроссельного измерительного устройства в трубопроводе:
1, *2* – трубопровод; *3* – дроссельное устройство

Для трубопроводов с большими диаметрами $(d > 1\text{ м})$ иногда сложно выполнить рекомендации, приведенные выше. В этом случае применяют различные стабилизирующие устройства, как, например, показанное на рис. 3.22.

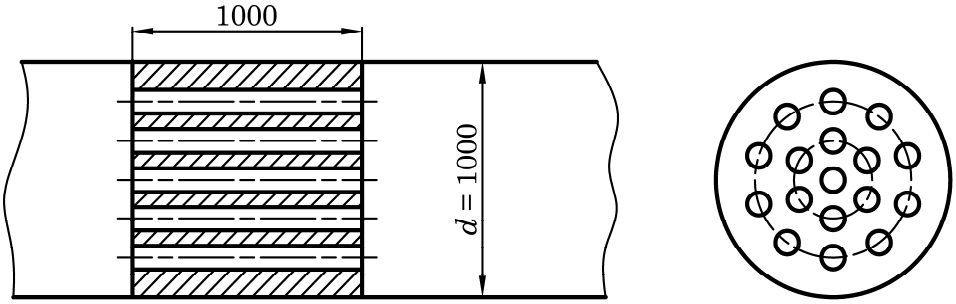


Рис. 3.22. Элемент, стабилизирующий поток в трубах с большими диаметрами

ПРИМЕР 3.10

В трубопроводе с внутренним диаметром $d = 50$ мм установлена нормальная диафрагма с диаметром отверстия $d_0 = 16$ мм (см. рис. 3.17). Дифманометр, подсоединенный к диафрагме, заполнен ртутью и показывает перепад уровней $h_м = 48$ мм. Определить среднюю скорость и расход газа в трубопроводе. Свойства газа в трубопроводе: плотность $\rho = 1{,}2\ \text{кг}/\text{м}^3$; вязкость $\mu = 9{,}5 \cdot 10^{-6}$ Па·с. Плотность ртути $\rho_м = 13\,600\ \text{кг}/\text{м}^3$.

Решение

Определяем модуль диафрагмы:

$$m = \left(\frac{d_0}{d}\right)^2 = \left(\frac{0{,}016}{0{,}050}\right)^2 = 0{,}1024 \approx 0{,}1.$$

Предварительно принимаем значение критерия Рейнольдса $\text{Re} = 30\,000$. Тогда, согласно табл. 3.1, при $m \approx 0{,}1$ коэффициент расхода диафрагмы $\alpha = 0{,}6038$.

Расход газа по формуле (3.82)

$$Q = \alpha \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{\frac{2\rho_м g h_м}{\rho}}.$$

$$Q = 0,6038 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,016^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 13\,600 \cdot 9,81 \cdot 0,048}{1,2}} = 1,254 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Средняя скорость газа в трубопроводе на основании уравнения расхода

$$w = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{1,254 \cdot 10^{-2}}{\frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4}} = 6,388 \text{ м/с}.$$

Проверим ранее принятое значение критерия Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{wd\rho}{\mu}.$$

$$\text{Re} = \frac{6,388 \cdot 0,05 \cdot 1,2}{9,5 \cdot 10^{-6}} = 40\,340 \approx 40\,000.$$

Уточняем коэффициент расхода диафрагмы: $\alpha = 0,6035$.
Расход газа по трубопроводу

$$Q = 0,6035 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,016^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 13\,600 \cdot 9,81 \cdot 0,048}{1,2}} = 1,253 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Средняя скорость газа в трубопроводе:

$$w = \frac{1,253 \cdot 10^{-2}}{\frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4}} = 6,384 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w = 6,384$ м/с; $Q = 1,253 \cdot 10^{-2}$ м^3/с.

ПРИМЕР 3.11



Для определения расхода газа по трубопроводу используется расходомер – труба Вентури. Определить показания водного дифманометра, подсоединенного к расходомеру (см. рис. 3.20), если по трубопроводу перемещается $Q = 250$ м^3/ч газа. Диаметр горловины трубы Вентури $d_0 = 45$ мм, коэффициент расхода $\alpha = 0,98$. Плотность газа в трубопроводе $\rho = 1,8$ кг/м^3. Плотность воды $\rho_м = 1000$ кг/м^3.

Решение

Расход газа по трубопроводу с использованием трубы Вентури определяется по формуле (3.82). Тогда при известном расходе газа показания дифманометра составят:

$$h_{\text{м}} = \frac{Q^2}{\left(\alpha \frac{\pi d_0^2}{4}\right)^2} \frac{\rho}{2\rho_{\text{м}} g}.$$

$$h_{\text{м}} = \frac{\left(\frac{250}{3600}\right)^2}{\left(0{,}98 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}045^2}{4}\right)^2} \cdot \frac{1{,}8}{2 \cdot 1000 \cdot 9{,}81} = 0{,}182 \text{ м}.$$

Ответ: $h_{\text{м}} = 0{,}182$ м.

3.4.4. Ротаметр

Ротаметр (рис. 3.23) относится к группе расходомеров постоянного перепада давления и используется для определения расхода жидкости (газа).

Ротаметр представляет собой вертикально установленную конусную стеклянную или металлическую трубку *1*, в которой помещен поплавок *2*. Плотность материала поплавка больше плотности протекающей жидкости. При движении жидкости по трубке снизу вверх поплавок поднимается до тех пор, пока не займет такое положение, при котором перепад давления, обусловленный сопротивлением кольцевого сечения, образованного поплавком и трубкой, уравновесит разницу в весе самого поплавка и веса жидкости в объеме поплавка. Таким образом, каждому расходу жидкости соответствует определенная высота положения поплавка в трубке.

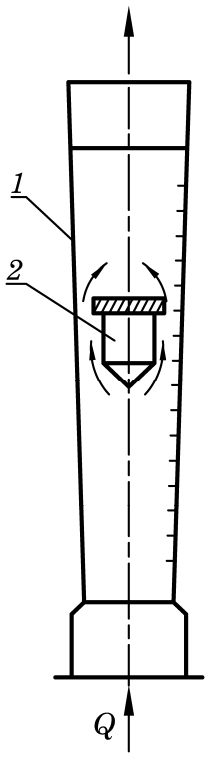


Рис. 3.23. Ротаметр:
1 – трубка;
2 – поплавок

Величина объемного расхода жидкости Q, м^3/с, определяется по уравнению

$$Q = CS_{\text{щ}} \sqrt{2g \frac{V_{\text{п}}}{S_{\text{п}}} \left(\frac{\rho_{\text{п}} - \rho}{\rho}\right)}, \qquad (3.84)$$

где C – коэффициент расхода, аналогичный коэффициенту α для диафрагмы (зависит от Re и формы поплавка); $S_{\text{щ}}$ – площадь кольцевой щели между стеной трубки и поплавком, м^2; $V_{\text{п}}$ – объем поплавка, м^3; $S_{\text{п}}$ – площадь проекции поплавка на горизонтальную плоскость, м^2; $\rho_{\text{п}}$ – плотность материала поплавка, кг/м^3; ρ – плотность жидкости, кг/м^3.

Заменяя поплавок на поплавок из материала с другой плотностью, можно изменить диапазон измеряемых прибором расходов.

При изготовлении приборы градуируют опытным путем и к ним прилагается тарировочный график, позволяющий перевести показания ротаметра (количество делений) в объемный расход жидкости.

3.4.5. Истечение жидкости из отверстий резервуаров

Часто в химической промышленности проводят процессы, связанные с истечением жидкости через отверстия и насадки (короткие патрубки) в открытых и закрытых емкостях (например, жидких продуктов из цистерн, бассейнов и др.).

Вопросы истечения жидкостей из отверстий и насадков связаны с определением диаметра отверстия или насадка, необходимого для обеспечения заданного расхода жидкости (при непрерывном истечении) либо времени опорожнения аппарата.

Характер истечения зависит от геометрической формы и размеров отверстий и насадков, от места их расположения (в дне резервуара или в боковой стенке), от толщины стенки, в которой расположено отверстие, от режима истечения и других факторов.

Истечение жидкости может происходить в атмосферу (незатопленные отверстия) или под уровень жидкости (затопленные отверстия) при постоянном или переменном напоре.

При истечении жидкости из отверстия в тонкой стенке (толщина стенки $\delta < 0{,}2d_0$, где d_0 – диаметр отверстия) толщина ее не влияет на форму и условия истечения струи. При этом за отверстием площадью S_0 происходит сжатие струи вследствие инерционного движения частиц жидкости, приближающихся внутри сосуда к отверстию по криволинейным траекториям (рис. 3.24). Поэтому на некотором, достаточно близком, расстоянии от стенки образуется сжатое сечение, имеющее наименьшую площадь S_c и практически параллельно-струйное течение. Далее струя падает под действием силы тяжести и под действием сил поверхностного натяжения постепенно деформируется.

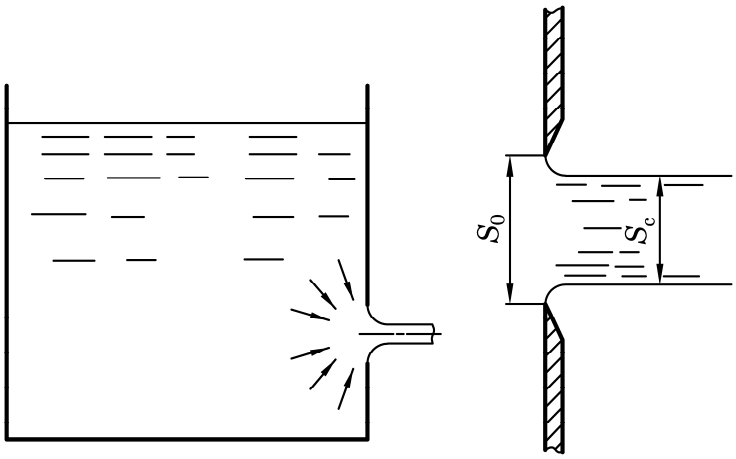


Рис. 3.24. Схема истечения жидкости через отверстие

Параметры струи, вытекающей через отверстие, можно в определенных пределах изменять, если присоединять к нему короткие трубки (насадки) (рис. 3.25). При этом большое значение имеет вид насадка, среди которых различают три основных: цилиндрические, конические и коноидальные.

Цилиндрические насадки представляют собой цилиндрические патрубки, имеющие длину порядка трех-четырех диаметров. Они делятся на внешние (рис. 3.25, *а*) и внутренние (рис. 3.25, *б*). При движении жидкости внутри насадка образуется сжатое сечение, в области которого создается разрежение, или вакуум (на рисунке показано затемненной областью). Образование разрежения объясняется

тем, что скорость в сжатом сечении w_c больше скорости в месте выхода струи из насадка w, а потому давление в сжатом сечении p_c, согласно уравнению Бернулли (3.71), будет меньше атмосферного $p_{атм}$. В связи с образованием вакуума, а следовательно, с увеличением разности давлений Δp, под действием которой жидкость вытекает из емкости, использование цилиндрических насадков способствует увеличению пропускной способности отверстия.

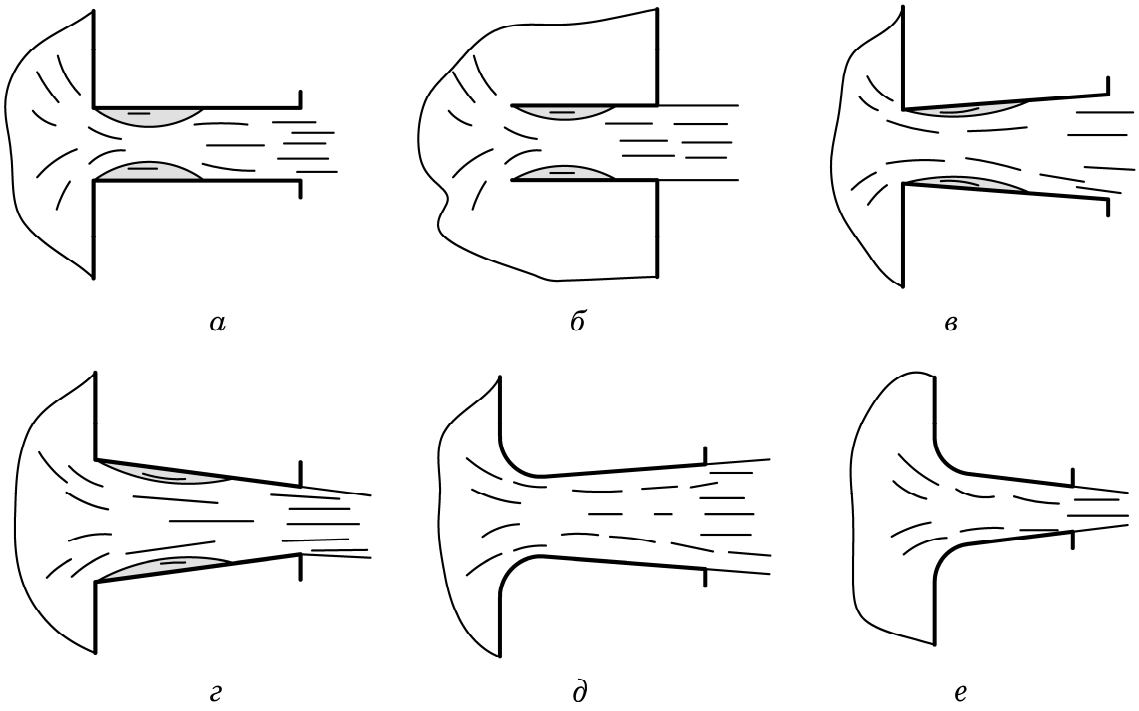


Рис. 3.25. Виды насадков:
а – цилиндрический внешний; *б* – цилиндрический внутренний;
в – конический расширяющийся; *г* – конический сужающийся;
д – коноидальный расширяющийся; *е* – коноидальный сужающийся

Конические насадки бывают расширяющиеся и сужающиеся. В конических расходящихся насадках (рис. 3.25, *в*) в области сжатого сечения создается разрежение, как и в цилиндрических, но бóльшей величины. При этом величина разрежения возрастает с увеличением угла конусности. Отличительными особенностями расходящихся конических насадков являются бóльшая пропускная способность, малые скорости выхода жидкости. Расходящиеся насадки используются в пожарной технике (для распыления с помощью пенных огнетушителей), при увлажнении почв, в водоструйных насосах, в фонтанах для созданий струй разных видов и форм.

Конически сходящиеся насадки имеют форму конуса, сходящегося по направлению к выходному сечению (рис. 3.25, *г*). Основное назначение насадков этого типа – увеличивать скорость выхода потока для создания в струе большого скоростного напора. Насадки такого типа применяются в различных струйных аппаратах, пожарных наконечниках и т. д.

Коноидальные насадки (рис. 3.25, *д, е*) представляют собой усовершенствованные конические расширяющийся и сужающийся насадки, у которых форма входного отверстия имеет плавные очертания. Плавное входное отверстие не вызывает отрыва потока от стенок, практически устраняет сжатие струи внутри насадка, что минимизирует потери напора.

3.4.5.1. Истечение жидкости из емкости постоянного поперечного сечения при неизменном уровне

Определим расход капельной жидкости при ее истечении через круглое отверстие в тонком днище открытого сосуда, в котором поддерживается постоянный уровень жидкости (рис. 3.26).

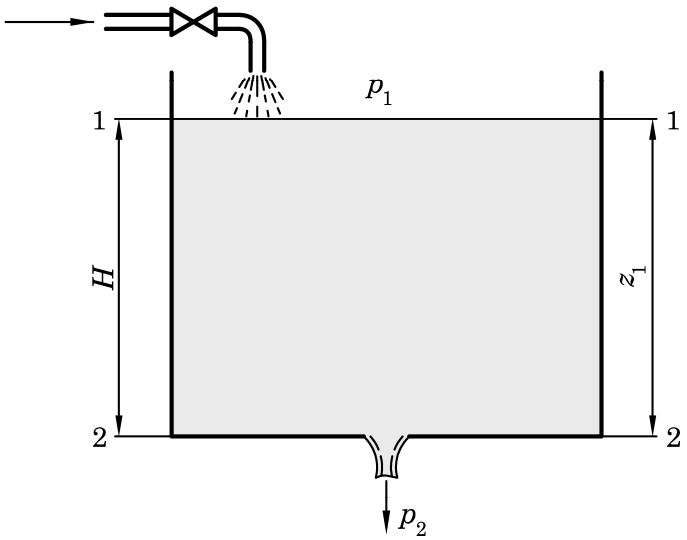


Рис. 3.26. Истечение жидкости из сосуда при постоянном уровне

Выбирая в качестве плоскости сравнения горизонтальное днище сосуда 2–2, запишем для нее, а также для плоскости 1–1, проходящей через свободную поверхность жидкости, уравнение Бернулли (3.69), считая жидкость идеальной и пренебрегая эффектами сжатия струи и силой трения:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}.$$

Поскольку сосуд открытый, то давление на поверхности жидкости в сосуде и давление в пространстве, куда вытекает струя, p_2 равны $(p_1 = p_2)$. При постоянном уровне жидкости ее скорость в сечении 1–1 равна нулю, т. е. $w_1 = 0$. Кроме того, как видно из рис. 3.26, $z_2 = 0$, а $z_1 = H$, где H – высота уровня жидкости в сосуде. С учетом вышесказанного после соответствующих преобразований можем записать

$$\frac{w_2^2}{2g} = H, \tag{3.85}$$

откуда средняя скорость истечения жидкости из отверстия в емкости

$$w_2 = \sqrt{2gH}. \tag{3.86}$$

Формула (3.86) известна как **формула Торричелли**[12], которая применима лишь для *идеальных жидкостей*.

[12] Эта формула была получена в словесной форме итальянским ученым Эванджелиста Торричелли (*Evangelista Torricelli*) в 1643 г. и опубликована в его сочинении Opera geometrica, вышедшем в 1644 г., в разделе De motu aquarum. Позже было показано, что эта формула является следствием закона Бернулли.

Как было отмечено ранее, при истечении реальных жидкостей в отверстии происходит сжатие струи, однако расстояние от днища до *сжатого* сечения невелико и составляет около половины диаметра отверстия.

Поскольку строго аналитически эти эффекты описать невозможно, то в формулу Торричелли (3.86) вводят поправочный **коэффициент скорости** $\varphi < 1$, который определяется эмпирически, а его значения приводятся в справочной литературе.

Тогда скорость истечения струи реальной жидкости в отверстии определится по формуле

$$w_2 = \varphi\sqrt{2gH}. \tag{3.87}$$

В случае закрытого сосуда давление на поверхности жидкости в сосуде p_1 и давление в пространстве, куда вытекает струя p_2 могут быть неодинаковы, тогда скорость истечения определяется по формуле

$$w_2 = \varphi\sqrt{2g\left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)}, \tag{3.88}$$

где ρ – плотность жидкости.

Анализируя формулу (3.88), можно отметить, что она выводится из формулы (3.87) путем добавления к геометрическому напору столба жидкости в сосуде H напора, эквивалентного перепаду давлений $\frac{p_1 - p_2}{\rho g}$.

Объемный расход жидкости Q, вытекающей через малое отверстие площадью S_0, при постоянном уровне жидкости в открытом сосуде, согласно уравнению расхода, равен произведению ее скорости w_2 на площадь поперечного сечения сжатой струи S_2:

$$Q = w_2 S_2. \tag{3.89}$$

Поскольку точно определить S_2 невозможно, то вводят понятие **коэффициента сжатия струи** ε:

$$\varepsilon = \frac{S_2}{S_0}. \tag{3.90}$$

Тогда

$$S_2 = \varepsilon S_0. \tag{3.91}$$

С учетом формул (3.87) и (3.91) уравнение (3.89) примет вид

$$Q = \varphi\varepsilon S_0\sqrt{2gH}, \tag{3.92}$$

или

$$Q = \alpha S_0\sqrt{2gH}, \tag{3.93}$$

где α – **коэффициент расхода**, который выражается произведением коэффициентов скорости и сжатия струи:

$$\alpha = \varphi\varepsilon. \tag{3.94}$$

Коэффициент α определяют опытным путем, его значение приводится в справочниках в зависимости от свойств и скорости жидкости (критерия Re), а также от формы и размера отверстия, удаленности от боковых стенок сосуда, толщины его стенок и др.

На основании опытов разных авторов для малых круглых отверстий А. Альтшулем был создан график зависимости коэффициентов $\varphi, \varepsilon, \alpha$ от числа Рейнольдса Re (рис. 3.27).

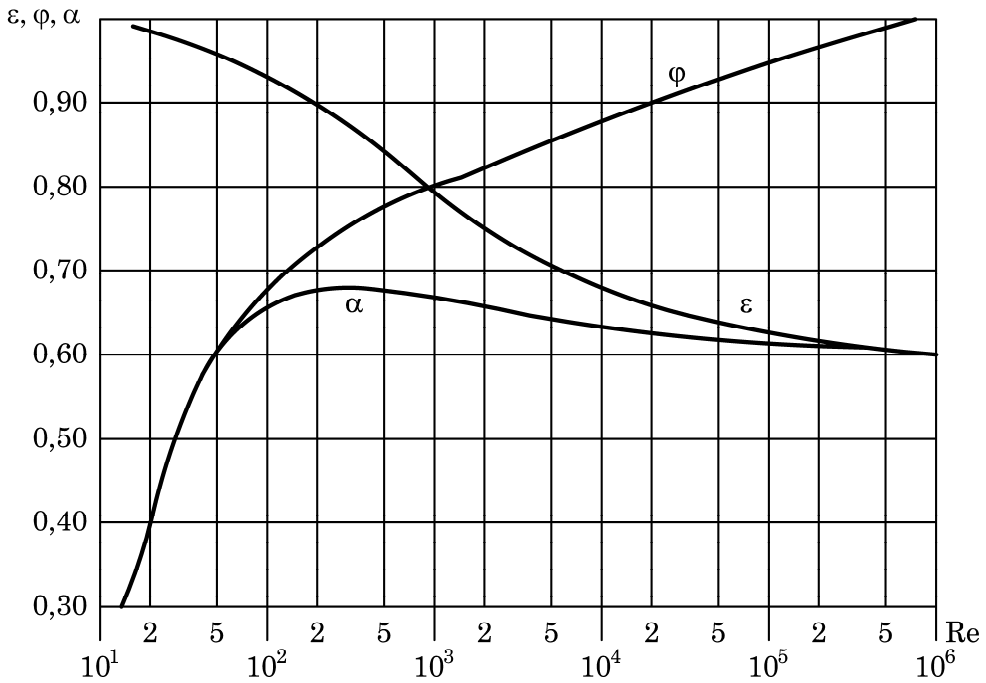


Рис. 3.27. Зависимость коэффициентов истечения из малых отверстий в тонкой стенке от числа Рейнольдса

По аналогии с формулой (3.88) расход жидкости, вытекающей из отверстия закрытого сосуда, можно определить по формуле

$$Q = \alpha S_0 \sqrt{2g\left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}\right)}. \qquad (3.95)$$

3.4.5.2. Истечение жидкости из емкости постоянного поперечного сечения при переменном уровне

Рассмотрим истечение из открытого сосуда постоянного поперечного сечения при переменном уровне жидкости (рис. 3.28) под действием ее собственного гидростатического давления. При этом уровень жидкости h в сосуде снижается с течением времени, а также, согласно уравнению Торричелли (3.86), уменьшается скорость истечения w. Следовательно, данный процесс является нестационарным.

Определим время, за которое уровень жидкости в сосуде опустится от первоначальной высоты H_1 до некоторой высоты H_2. За бесконечно малый промежуток времени $\mathrm{d}\tau$ уровень жидкости в сосуде практически не понизится, а поэтому скорость истечения жидкости можно считать постоянной. Следовательно, в соответствии с уравнением (3.93), через отверстие в днище вытечет объем жидкости

$$\mathrm{d}V = Q\mathrm{d}\tau = \alpha S_0 \sqrt{2gh}\ \mathrm{d}\tau, \qquad (3.96)$$

где S_0 – площадь отверстия в днище сосуда.

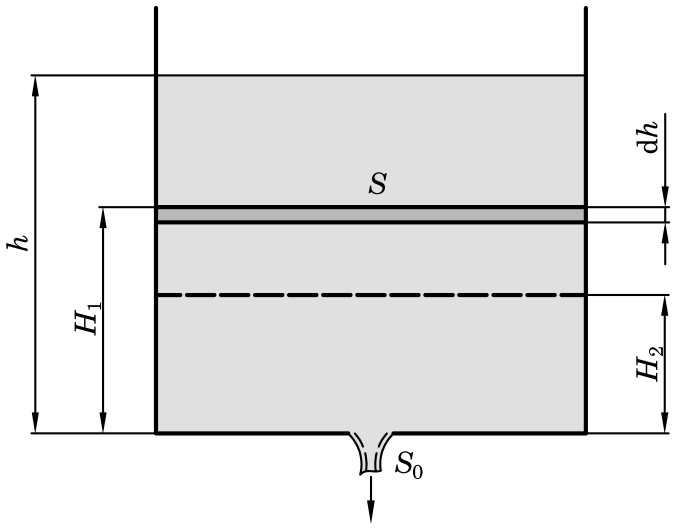


Рис. 3.28. Истечение жидкости
из сосуда при переменном уровне

За тот же промежуток времени $\mathrm{d}\tau$ уровень жидкости в сосуде понизится на бесконечно малую величину $\mathrm{d}h$. При постоянной площади поперечного сечения сосуда S уменьшение объема в нем составит

$$\mathrm{d}V = -S\mathrm{d}h. \tag{3.97}$$

Приравнивая правые части уравнений (3.96) и (3.97), получим

$$\alpha S_0\sqrt{2gh}\ \mathrm{d}\tau = -S\mathrm{d}h. \tag{3.98}$$

Разделяя переменные в дифференциальном уравнении (3.98), запишем

$$\mathrm{d}\tau = -\frac{S\mathrm{d}h}{\alpha S_0\sqrt{2gh}}. \tag{3.99}$$

Принимая, что коэффициент расхода α не меняется, проинтегрируем выражение (3.99) и получим формулу для определения времени истечения жидкости $\tau_{\text{ист}}$ из открытого сосуда:

$$\int_0^{\tau}\mathrm{d}\tau = -\frac{S}{\alpha S_0\sqrt{2g}}\int_{H_1}^{H_2} h^{-0,5}\mathrm{d}h;$$

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{2S}{\alpha S_0\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right). \tag{3.100}$$

В случае полного истечения жидкости из открытого сосуда (время опорожнения $\tau_{\text{оп}}$), когда $H_2 = 0$, формула (3.100) приводится к виду

$$\tau_{\text{оп}} = \frac{2S\sqrt{H_1}}{\alpha S_0\sqrt{2g}}. \tag{3.101}$$

Если истечение жидкости происходит из закрытого сосуда, то время истечения определится по формуле

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{2S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \left(\sqrt{H_1 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}} - \sqrt{H_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}} \right), \tag{3.102}$$

а время опорожнения по зависимости

$$\tau_{\text{оп}} = \frac{2S \sqrt{H_1 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}}}{\alpha S_0 \sqrt{2g}}, \tag{3.103}$$

где p_1 – давление на поверхности жидкости в сосуде; p_2 – давление в пространстве, куда жидкость вытекает.

ПРИМЕР 3.12

Определить скорость истечения воды из круглого отверстия $d_0 = 20$ мм в боковой стенке закрытого вертикального цилиндрического бака. Высота слоя жидкости над центром отверстия поддерживается постоянной $H = 3{,}5$ м. Над слоем жидкости поддерживается абсолютное давление газа $p_1 = 95$ кПа. Истечение происходит в среду с атмосферным давлением $p_2 = 100$ кПа. Свойства воды в баке: плотность $\rho = 1000$ кг/м^3; вязкость $\mu = 1 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

Решение

Для закрытого сосуда при $p_1 \neq p_2$ скорость истечения определяется по формуле (3.88):

$$w_2 = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right)},$$

где φ – коэффициент скорости.

Принимаем значение критерия Рейнольдса $\text{Re} = 150\,000$, тогда по рис. 3.26 $\varphi = 0{,}96$.

Скорость истечения:

$$w_2 = 0{,}96 \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \left(3{,}5 + \frac{(95 - 100) \cdot 10^3}{1000 \cdot 9{,}81} \right)} = 7{,}35 \text{ м/с}.$$

Уточним значение коэффициента скорости. Для этого определяем значение критерия Рейнольдса по рассчитанной скорости истечения w_2:

$$\text{Re} = \frac{w_2 d_0 \rho}{\mu} = \frac{7{,}35 \cdot 0{,}02 \cdot 1000}{1{,}0 \cdot 10^{-3}} = 147\,100.$$

Так как значение критерия Рейнольдса отличается от ранее принятого несущественно, то коэффициент скорости φ можно не уточнять.

Ответ: $w_2 = 7{,}35$ м/с.

ПРИМЕР 3.13



Для условий примера 3.12 определить секундный расход жидкости через отверстие в баке.

Решение

Расход жидкости, вытекающей из отверстия закрытого сосуда, определяем по формуле (3.95):

$$Q = \alpha S_0 \sqrt{2g\left(H + \frac{p_1 - p_2}{\rho g} \right)},$$

где α – коэффициент расхода; $S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4}$ – площадь отверстия, м².

Для значения $\mathrm{Re} \approx 150\,000$ по рис. 3.27 определяем значение коэффициента расхода $\alpha = 0,62$.

$$Q = 0,62 \cdot \frac{3,14 \cdot 0,02^2}{4} \sqrt{2 \cdot 9,81 \left(3,5 + \frac{(95-100) \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81} \right)} = 1,491 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ответ: $Q = 1,491 \cdot 10^{-3}$ м³/с.

ПРИМЕР 3.14



Для условий примеров 3.12 и 3.13 определить время, в течение которого уровень жидкости в резервуаре диаметром $D = 3$ м понизится на 1,0 м.

Решение

Время истечения жидкости из закрытого сосуда от уровня $H_1 = 3,5$ м до уровня $H_2 = H_1 - 1 = 2,5$ м определим по формуле (3.102):

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{2S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \left(\sqrt{H_1 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}} - \sqrt{H_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho g}} \right),$$

где $S = \frac{\pi D^2}{4}$ – площадь поперечного сечения сосуда, м².

$$S = \frac{3,14 \cdot 3^2}{4} = 7,065 \text{ м}^2; \quad S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,02^2}{4} = 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Тогда время истечения будет

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{2 \cdot 7,065}{0,62 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4} \sqrt{2 \cdot 9,81}} \times$$

$$\times \left(\sqrt{3,5 + \frac{(95-100) \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81}} - \sqrt{2,5 + \frac{(95-100) \cdot 10^3}{1000 \cdot 9,81}} \right) = 5218 \text{ с}.$$

Ответ: $\tau_{\text{ист}} = 5218$ с.

3.4.5.3. Истечение жидкости при переменном поперечном сечении сосуда

В химической промышленности часто применяются сосуды с переменным по высоте сечением. Например, вертикальные аппараты с коническим или эллиптическим днищем, цилиндрические горизонтальные, полу- и сферические емкости и т. д. Кроме того, процессы в таких аппаратах могут протекать с одновременным подводом или без него некоторой части жидкости.

Полное опорожнение сосуда (рис. 3.29) возможно только тогда, когда интенсивность прихода меньше интенсивности расхода жидкости через отверстие площадью S_0.

Рассмотрим общий случай, когда поперечное сечение вертикального открытого сосуда $S(h)$ переменно, а площадь отверстия в дне S_0 намного меньше площади сечения сосуда $S(h)$.

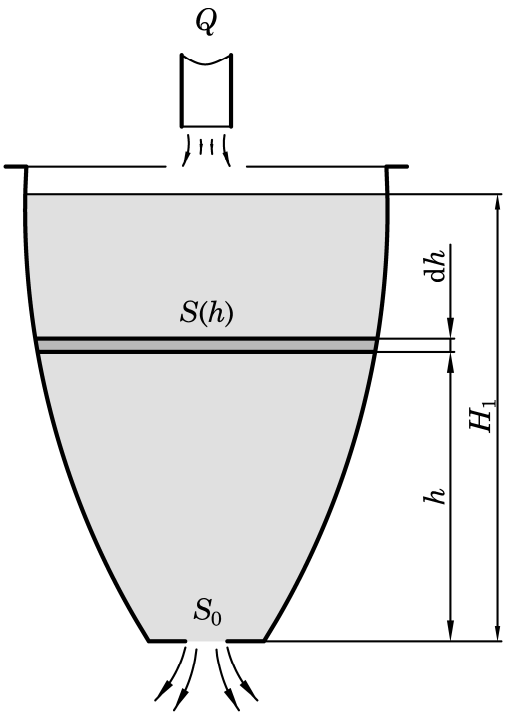


Рис. 3.29. Истечение жидкости из открытого сосуда с переменным поперечным сечением

За время $\mathrm{d}\tau$ в сосуд поступает $Q\mathrm{d}\tau$ жидкости и одновременно вытекает $S_0 w_0 \mathrm{d}\tau$, где w_0 – скорость истечения жидкости через отверстие.

При недостаточном питании сосуда уровень жидкости начнет снижаться, и за время $\mathrm{d}\tau$ понизится на величину $\mathrm{d}h$. Тогда в целом для сосуда можно записать

$$Q\mathrm{d}\tau - S(h)\mathrm{d}h = S_0 w_0 \mathrm{d}\tau. \tag{3.104}$$

Разделяя переменные, запишем

$$(Q - S_0 w_0)\mathrm{d}\tau = S(h)\mathrm{d}h. \tag{3.105}$$

Согласно уравнению (3.93)

$$S_0 w_0 = \alpha S_0 \sqrt{2gh}.$$

Тогда

$$\mathrm{d}\tau = \frac{S(h)\mathrm{d}h}{Q - \alpha S_0 \sqrt{2gh}}. \tag{3.106}$$

Время истечения жидкости от уровня H_1 до h определится как

$$\tau_{\text{ист}} = \int_{H_1}^{h} \frac{S(h)\mathrm{d}h}{Q - \alpha S_0 \sqrt{2gh}}. \tag{3.107}$$

Время полного опорожнения

$$\tau_{\text{оп}} = \int_{H_1}^{0} \frac{S(h)\mathrm{d}h}{Q - \alpha S_0 \sqrt{2gh}}. \tag{3.108}$$

В случае отсутствия подпитки сосуда, т. е. когда $Q = 0$, уравнения (3.107) и (3.108) примут вид

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{1}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \int_{h}^{H_1} \frac{S(h)\,\mathrm{d}h}{\sqrt{h}}; \tag{3.109}$$

$$\tau_{\text{оп}} = \frac{1}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \int_{0}^{H_1} \frac{S(h)\,\mathrm{d}h}{\sqrt{h}}. \tag{3.110}$$

В качестве примера определим время вытекания жидкости из отверстия в днище горизонтальной открытой цилиндрической цистерны радиусом R и длиной L (рис. 3.30).

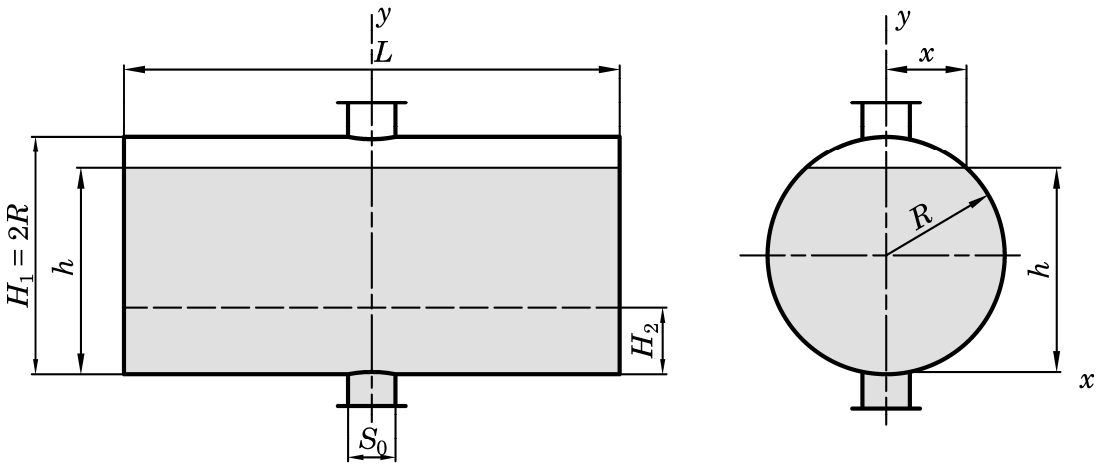


Рис. 3.30. Истечение жидкости из цистерны

Поместим начало координат $x - y$ на ось отверстия в днище сосуда.

Очевидно, что когда уровень жидкости в цистерне равен h, тогда площадь свободной поверхности жидкости S на этом уровне равна

$$S(h) = 2xL, \tag{3.111}$$

где $2x$ – ширина свободной поверхности жидкости в сосуде.

Согласно схеме (рис. 3.30):

$$x = \sqrt{R^2 - (h - R)^2} \tag{3.112}$$

или

$$S(h) = 2L\sqrt{R^2 - (h - R)^2} = 2L\sqrt{2Rh - h^2}. \tag{3.113}$$

Подставив последнее выражение в уравнение (3.109), можем записать

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{1}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{2L\sqrt{2Rh - h^2}}{\sqrt{h}}\,\mathrm{d}h \tag{3.114}$$

или

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{2L}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} (2R - h)^{0,5}\,\mathrm{d}h. \tag{3.115}$$

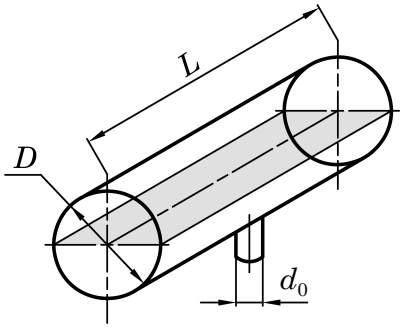
После интегрирования получим

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{2}{3} \frac{2L}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \left[(2R - H_2)^{1,5} - (2R - H_1)^{1,5} \right]. \tag{3.116}$$

ПРИМЕР 3.15

Горизонтальная цилиндрическая цистерна длиной $L = 12$ м и диаметром $D = 5$ м наполовину заполнена жидкостью.

Определить время опорожнения ее через внешний цилиндрический насадок диаметром $d_0 = 40$ мм, установленный в нижней точке цистерны. Коэффициент расхода цилиндрического насадка $\alpha = 0{,}97$.



Решение

Время истечения из открытой горизонтальной цистерны, согласно уравнению (3.116):

$$\tau_{\text{ист}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2L}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \left[(D - H_2)^{1,5} - (D - H_1)^{1,5} \right].$$

Первоначальный уровень жидкости в цистерне $H_1 = D/2 = 5/2 = 2{,}5$ м, а конечный $H_2 = 0$ м. Площадь поперечного сечения насадка

$$S_0 = \frac{\pi d_0^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}04^2}{4} = 1{,}256 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Тогда время опорожнения цистерны

$$\tau_{\text{оп}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2 \cdot 12}{0{,}97 \cdot 1{,}256 \cdot 10^{-3} \sqrt{2 \cdot 9{,}81}} \left[(5 - 0)^{1,5} - (5 - 2{,}5)^{1,5} \right] = 21\,429 \text{ с}.$$

Ответ: $\tau_{\text{оп}} = 21\,429$ с.

3.4.5.4. Истечение при переменном напоре в сообщающихся сосудах

Рассмотрим два сообщающихся сосуда, находящихся под одинаковым давлением и соединенных между собой (рис. 3.31). Площади поперечных сечений сосудов постоянны и составляют S_1 для первого и S_2 для второго сосуда соответственно. Жидкость из первого сосуда через отверстие диаметром d_0 перетекает во второй, при этом уровень жидкости в первом сосуде h_1 понижается, а во втором h_2 – увеличивается. Через некоторое время уровни в обоих сосудах сравниваются, и переток жидкости прекращается.

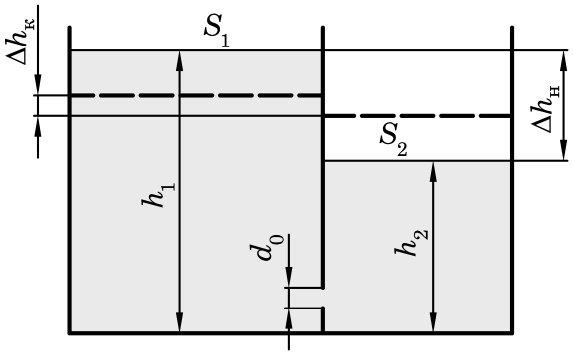


Рис. 3.31. Истечение жидкости при переменном напоре в сообщающихся сосудах

Для данного случая время τ, за которое разность уровней изменится от $\Delta h_н$ до $\Delta h_к$, можно определить по уравнению

$$\tau = \frac{2S_1S_2\left(\sqrt{\Delta h_{\text{н}}} - \sqrt{\Delta h_{\text{к}}}\right)}{\left(S_1 + S_2\right)\alpha\dfrac{\pi d_0^2}{4}\sqrt{2g}}. \qquad (3.117)$$

Полное выравнивание уровней жидкости в сосудах произойдет, когда $\Delta h_{\text{к}} = 0$. Тогда время, когда уровни сравняются, вычисляется по формуле

$$\tau = \frac{2S_1S_2\sqrt{\Delta h_{\text{н}}}}{\left(S_1 + S_2\right)\alpha\dfrac{\pi d_0^2}{4}\sqrt{2g}}. \qquad (3.118)$$

ПРИМЕР 3.16

Жидкость вытекает из левого сосуда в правый (рис. 3.31) через отверстие диаметром $d_0 = 30$ мм. Разность уровней жидкости в начальный момент $\Delta h_{\text{н}} = 2$ м. Площадь поперечных сечений сосудов $S_1 = 8\ \text{м}^2$ и $S_2 = 6\ \text{м}^2$. Определить время, необходимое для того, чтобы уровни в обоих сосудах стали одинаковыми. Коэффициент расхода отверстия $\alpha = 0{,}62$.

Решение

Время изменения разности уровней от $\Delta h_{\text{н}} = 2$ м до $\Delta h_{\text{к}} = 0$ м в сообщающихся сосудах, находящихся под одинаковым давлением, согласно уравнению (3.118), равно

$$\tau = \frac{2S_1S_2\sqrt{\Delta h_{\text{н}}}}{\left(S_1 + S_2\right)\alpha\dfrac{\pi d_0^2}{4}\sqrt{2g}}.$$

$$\tau = \frac{2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \sqrt{2}}{\left(8+6\right) \cdot 0{,}62 \cdot \dfrac{3{,}14 \cdot 0{,}03^2}{4}\sqrt{2 \cdot 9{,}81}} = 4998\ \text{с}.$$

Ответ: $\tau = 4998$ с.

3.4.5.5. Истечение через переливы

Перелив – это перегораживающая поток жидкости тонкая стенка (порог), через которую жидкость переливается струей (рис. 3.32). Такие устройства имеются, например, в пенных пылеуловителях, орошаемых теплообменниках, барботажных тарелках массообменных колонн и т. д.

В аппаратах встречаются переливы различных типов. Наиболее простым является прямоугольный перелив (рис. 3.32).

Определим расход жидкости через прямоугольный перелив шириной B. Высота уровня жидкости над переливом при этом равна H. Выделим в поперечном сечении жидкости над переливом элементарное сечение высотой $\mathrm{d}h$ и шириной B, площадь которого $\mathrm{d}S = B\mathrm{d}h$.

Элементарный расход жидкости для такого перелива определится по зависимости

$$\mathrm{d}Q = w\mathrm{d}S, \qquad (3.119)$$

где w – скорость истечения жидкости через перелив. Согласно уравнению Бернулли, $w \approx \sqrt{2gh}$.

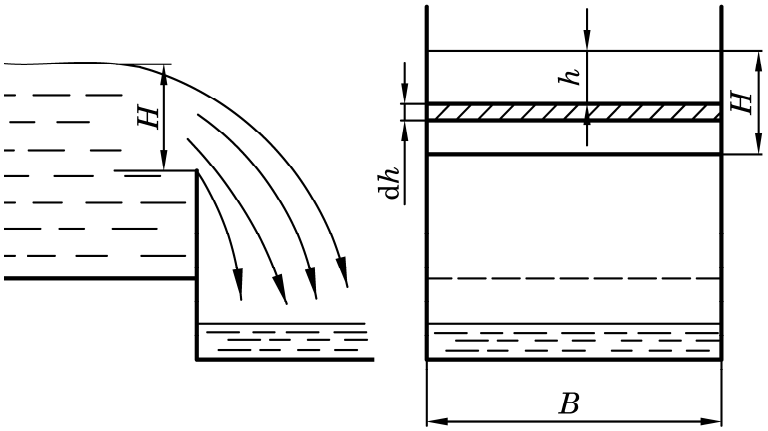


Рис. 3.32. Истечение жидкости через прямоугольный перелив

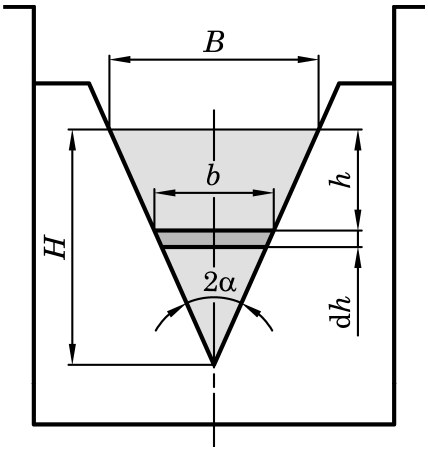


Рис. 3.33. Истечение жидкости через треугольный перелив

Тогда

$$\mathrm{d}Q = \sqrt{2gh} \cdot B\mathrm{d}h. \tag{3.120}$$

После разделения переменных проинтегрируем левую и правую части полученного выражения:

$$\int_0^Q \mathrm{d}Q = B\sqrt{2g}\int_0^H h^{0,5}\mathrm{d}h. \tag{3.121}$$

В результате получим известное уравнение Панелли:

$$Q = \frac{2}{3}BH\sqrt{2gH}. \tag{3.122}$$

Уравнение (3.122) применимо для идеальной жидкости. Для реальной жидкости необходимо ввести поправочный коэффициент φ, который для тонкостенных переливов может принимать значения $\varphi = 0,6–0,65$.

Тогда для реальной жидкости

$$Q_\mathrm{p} = \frac{2}{3}\varphi BH\sqrt{2gH}. \tag{3.123}$$

Рассмотрим случай с треугольным переливом (рис. 3.33), высота уровня жидкости в котором равна H, а максимальная ширина потока жидкости в переливе равна B.

Выделим в поперечном треугольном сечении жидкости элементарное сечение высотой $\mathrm{d}h$ и шириной b.

Для треугольного перелива, применяя уравнение элементарного расхода, запишем

$$\mathrm{d}Q = w\mathrm{d}S. \tag{3.124}$$

Учитывая, что для подобных треугольников справедливо отношение

$$\frac{B}{H} = \frac{b}{H-h},$$

откуда

$$b = \frac{B}{H}(H - h),$$

можем записать

$$\mathrm{d}S = b\mathrm{d}h = \frac{B}{H}(H - h)\mathrm{d}h. \tag{3.125}$$

Интегрируя правую и левую части уравнения (3.124), с учетом выражений (3.86) и (3.125) получим

$$\int_0^Q \mathrm{d}Q = B\sqrt{2g}\int_0^H \left(h^{0,5} - \frac{h^{1,5}}{H}\right)\mathrm{d}h. \tag{3.126}$$

После интегрирования последнего уравнения и необходимых преобразований можем записать

$$Q = \frac{4}{15}BH\sqrt{2gH}. \tag{3.127}$$

Учитывая, что

$$B = 2H\mathrm{tg}\alpha, \tag{3.128}$$

запишем

$$Q = \frac{8}{15}\mathrm{tg}\alpha H^2\sqrt{2gH}. \tag{3.129}$$

Для реальной жидкости, принимая $\varphi = 0,6$:

$$\frac{8}{15}\varphi = 0,32, \tag{3.130}$$

поэтому

$$Q_\mathrm{p} = 0,32\mathrm{tg}\alpha H^2\sqrt{2gH}. \tag{3.131}$$

Примером практического использования переливов могут являться тарелки со сливными устройствами абсорбционных или ректификационных колонн, а также полки барометрических конденсаторов (рис. 3.34).

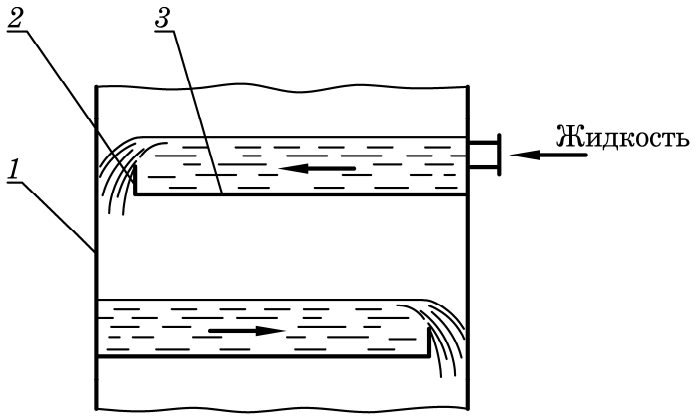


Рис. 3.34. Схема полочного аппарата с переливами:
1 – корпус; *2* – перелив; *3* – полка

ПРИМЕР 3.17

На тарелке абсорбционной колонны осуществляется перелив жидкости в сливной карман через плоскую сливную перегородку шириной $B = 1{,}2$ м. Уровень жидкости над переливом $H = 0{,}02$ м. Определить расход жидкости $Q_р$, м^3/ч, по колонне. Значение поправочного коэффициента для тонкостенного перелива $\varphi = 0{,}63$.

Решение

Расход реальной жидкости по колонне можно определить по формуле (3.123):

$$Q_р = \frac{2}{3}\varphi B H\sqrt{2gH}.$$

$$Q_р = \frac{2}{3}\cdot 0{,}63\cdot 1{,}2\cdot 0{,}02\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 0{,}02} = 6{,}314\cdot 10^{-3}\ \text{м}^3/\text{с} = 22{,}73\ \text{м}^3/\text{ч}.$$

Ответ: $Q_р = 22{,}73$ м^3/ч.

3.5. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ ПО ТРУБАМ И АППАРАТАМ

В химической технологии практически все потоки жидкостей, газов и паров перемещаются по трубопроводам и аппаратам. Поэтому инженерам необходимо уметь выполнять расчет трубопроводных сетей и аппаратов.

Движущей силой перемещения таких текучих сред является разность давлений Δp. При этом среда будет двигаться из области с более высоким давлением в область с более низким давлением.

Одной из основных задач, решаемых при проведении расчетов в области технической гидравлики, является нахождение скоростей и расходов перемещаемой среды, а также перепадов давлений Δp.

3.5.1. Распределение скоростей по сечению трубы для ньютоновских жидкостей в ламинарном режиме. Уравнение Гагена – Пуазейля

При ламинарном движении реальной (вязкой) ньютоновской жидкости по трубе вследствие возникновения сил вязкостного трения наблюдается ее послойное течение. Причем слои будут двигаться с неодинаковыми скоростями. Непосредственно у стенки трубы жидкость как бы «прилипает» к стенке, и ее скорость становится равной нулю. По мере удаления от стенки скорость слоев увеличивается и достигает максимального значения на оси трубы.

Рассмотрим установившийся однонаправленный поток капельной ньютоновской жидкости, которая движется *ламинарно* в круглой трубе радиусом R. Выделим в указанном потоке цилиндрический слой длиной l и радиусом r (рис. 3.35).

Движение данного слоя происходит под действием разности сил давления F_1 и F_2, действующих на левый и правый торцы выделенного цилиндра:

$$F_1 - F_2 = (p_1 - p_2)\pi r^2, \qquad (3.132)$$

где p_1 и p_2 – статические давления в поперечных сечениях 1 – 1 и 2 – 2 (рис. 3.35). Поскольку мы рассматриваем ламинарное (послойное) установившееся движение жидкости в трубопроводе, то поперечная составляющая скорости отсутствует, поэтому p_1 и p_2 можно считать величинами постоянными во всех точках соответствующих поперечных сечений.

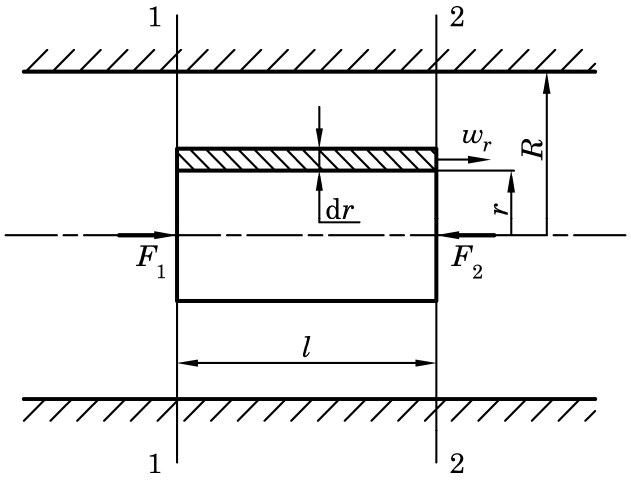


Рис. 3.35. Расчетная схема
для определения профиля скоростей

Возникающая при движении цилиндра на его боковой поверхности сила вязкостного внутреннего трения, которая направлена по касательной к боковой поверхности, препятствует его перемещению. Так как жидкость ньютоновская, то величину данной силы T можно определить по закону внутреннего трения Ньютона:

$$T = -\mu S \frac{\mathrm{d}w_r}{\mathrm{d}r}, \tag{3.133}$$

где μ – коэффициент динамической вязкости; w_r – локальная скорость движения жидкости вдоль оси цилиндра на расстоянии r от оси (величину r также называют текущим радиусом).

Площадь боковой поверхности цилиндра S определим как

$$S = 2\pi r l. \tag{3.134}$$

Знак «минус» в формуле (3.133) указывает на убывание скорости с увеличением радиуса r (при $r = R$ величина $w_r = 0$).

При данном установившемся режиме жидкость в трубе движется без ускорения, поэтому для рассматриваемого цилиндра можно записать уравнение равновесия действующих на него внешних сил давления и вязкостного трения, которое в проекции на направление ее движения примет вид

$$F_1 - F_2 - T = 0. \tag{3.135}$$

Подставляя в формулу (3.135) выражения для действующих сил давления и трения из уравнений (3.132) и (3.133), запишем

$$\left(p_1 - p_2\right)\pi r^2 - \left(-\mu 2\pi r l \frac{\mathrm{d}w_r}{\mathrm{d}r}\right) = 0. \tag{3.136}$$

После сокращения на πr и разделения переменных в данном дифференциальном уравнении получим

$$-\mathrm{d}w_r = \frac{p_1 - p_2}{2\mu l} r\mathrm{d}r. \tag{3.137}$$

Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение, учитывая, что скорость в левой части уравнения меняется от текущего значения w_r до нуля на поверхности стенки, а радиус в правой части – от текущего значения r до R:

$$-\int_{w_r}^{0} \mathrm{d}w_r = \int_{r}^{R} \frac{p_1 - p_2}{2\mu l} r\mathrm{d}r. \tag{3.138}$$

Тогда

$$w_r = \frac{p_1 - p_2}{2\mu l}\left(\frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2}\right), \tag{3.139}$$

или

$$w_r = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l}\left(R^2 - r^2\right). \tag{3.140}$$

Анализируя уравнение (3.140), можно отметить, что локальные скорости по поперечному сечению трубы меняются по *параболическому закону*, т. е. профиль скорости (графическая зависимость значения локальной скорости потока от текущего радиуса $w_r = f(r)$) имеет вид параболы (рис. 3.36). При этом скорость жидкости принимает максимальное значение на оси трубы при $r = 0$, т. е.:

$$w_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l} R^2. \tag{3.141}$$

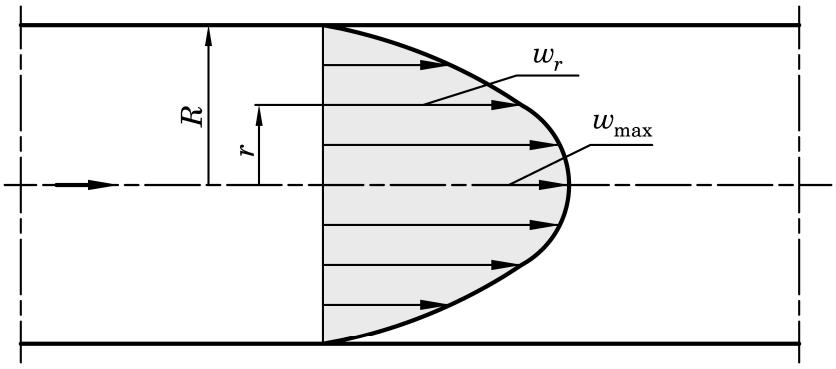


Рис. 3.36. Профиль (распределение) скоростей при ламинарном движении в трубе круглого сечения

Сопоставляя уравнения (3.140) и (3.141), можем записать:

$$w_r = w_{\max}\frac{R^2 - r^2}{R^2} = w_{\max}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \tag{3.142}$$

Уравнение (3.142) носит название **закона Стокса**, который описывает параболическое распределение скоростей в поперечном сечении круглого трубопровода при ламинарном движении.

Определим объемный расход капельной жидкости в установившемся ламинарном режиме в круглой трубе. Для этого выделим в потоке элементарное кольцевое поперечное сечение толщиной $\mathrm{d}r$, отстоящее от оси трубы на расстоянии r (рис. 3.37).

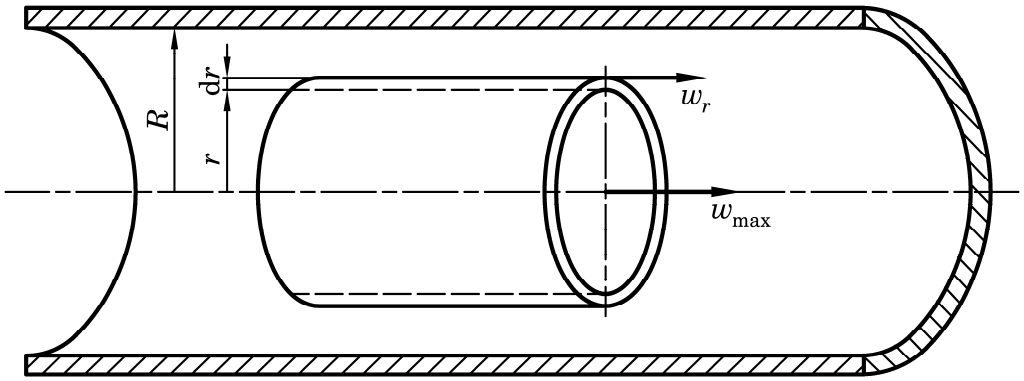


Рис. 3.37. Расчетная схема к выводу уравнения Гагена – Пуазейля

Элементарный объемный расход жидкости через это сечение согласно (3.1) составит:

$$\mathrm{d}Q = w_r \mathrm{d}S, \tag{3.143}$$

где w_r – локальная скорость в данном кольцевом сечении; $\mathrm{d}S$ – площадь элементарного кольцевого сечения, величина которого определится как

$$\mathrm{d}S = 2\pi r \mathrm{d}r. \tag{3.144}$$

С учетом формулы (3.144) уравнение (3.143) примет вид

$$\mathrm{d}Q = w_r 2\pi r \mathrm{d}r. \tag{3.145}$$

Подставляя в уравнение (3.145) выражение для скорости w_r из формулы (3.140), получим

$$\mathrm{d}Q = \frac{p_1 - p_2}{4\mu l}\left(R^2 - r^2\right)2\pi r \mathrm{d}r. \tag{3.146}$$

Интегрируя левую часть дифференциального уравнения (3.146) в пределах от 0 до Q и правую часть в пределах от 0 до R, можем записать:

$$\int_0^Q \mathrm{d}Q = \frac{\pi\left(p_1 - p_2\right)}{2\mu l}\int_0^R \left(R^2 - r^2\right) r \mathrm{d}r; \tag{3.147}$$

$$Q = \frac{\pi\left(p_1 - p_2\right)}{2\mu l}\left(R^2 \int_0^R r\mathrm{d}r - \int_0^R r^3 \mathrm{d}r\right) =$$

$$= \frac{\pi\left(p_1 - p_2\right)}{2\mu l}\left(R^2 \frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4}\right) = \frac{p_1 - p_2}{8\mu l}\pi R^4. \tag{3.148}$$

Подставляя в уравнение (3.148) вместо R половину диаметра трубы $R = \dfrac{d}{2}$ и учитывая, что движущей силой перемещения жидкости является разность давлений $\Delta p = p_1 - p_2$, можем записать

$$Q = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128 \mu l}. \tag{3.149}$$

По уравнениям (3.148) и (3.149) определяют расход жидкости при ее ламинарном установившемся движении в круглой прямой трубе. Уравнение (3.149) носит название **Гагена – Пуазейля**.

Соотношение между средней скоростью $w_{ср}$ и максимальной скоростью w_{max} получим при сопоставлении выражений для Q из формул (3.1) и (3.149). При этом учитывая, что $S = \frac{\pi d^2}{4}$, запишем

$$Q = w_{ср} \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128 \mu l}. \tag{3.150}$$

Сокращая левую и правую части уравнения (3.150) на $\frac{\pi d^2}{4}$, получим

$$w_{ср} = \frac{\Delta p}{32 \mu l} d^2 = \frac{\Delta p}{8 \mu l} R^2 = \frac{p_1 - p_2}{8 \mu l} R^2. \tag{3.151}$$

Сравнивая уравнения (3.141) и (3.151), можем записать

$$w_{ср} = \frac{w_{max}}{2}. \tag{3.152}$$

Таким образом, при установившемся ламинарном потоке в круглой трубе средняя скорость жидкости равна половине максимальной скорости (рис. 3.38).

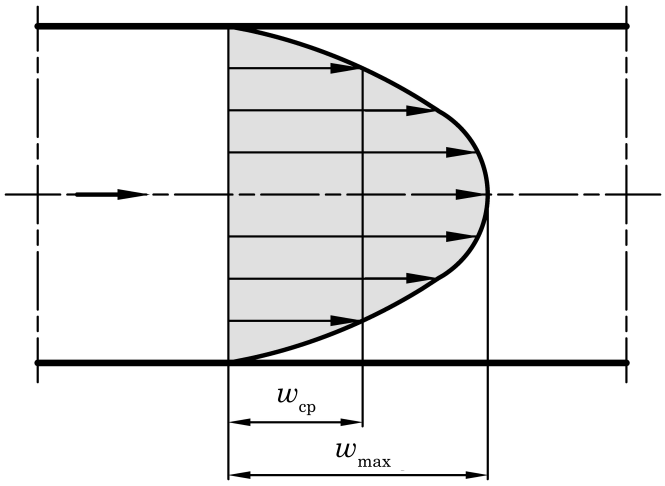


Рис. 3.38. Соотношение между максимальной и средней скоростями для ламинарного режима течения

ПРИМЕР 3.18

Значение локальной скорости жидкости на расстоянии $x = 30$ мм от стенки трубопровода 0,15 м/с. Внутренний диаметр трубопровода $d = 100$ мм. Определить объемный расход жидкости по трубопроводу, если известно, что режим движения ее – ламинарный.

Решение

Значение расхода определим по формуле (3.1):

$$Q = w_{\text{ср}} S = w_{\text{ср}} \pi R^2.$$

Поскольку режим движения ламинарный, то среднюю скорость жидкости рассчитаем по уравнению (3.152):

$$w_{\text{ср}} = \frac{w_{\max}}{2}.$$

Для ламинарного режима движения профиль скорости параболический и может быть описан уравнением (3.142). Тогда максимальная скорость жидкости будет равна

$$w_{\max} = \frac{w_r}{1 - \dfrac{r^2}{R^2}},$$

где w_r – значение локальной скорости на расстоянии r от оси трубопровода, м/с; R – радиус трубопровода, м.

По условию задачи: $w_r = 0{,}15$ м/с; $R = \dfrac{d}{2} = \dfrac{100}{2} = 50$ мм $= 0{,}05$ м; $r = R - x =$ $= 50 - 30 = 20$ мм $= 0{,}02$ м.

$$w_{\max} = \frac{0{,}15}{1 - \dfrac{0{,}02^2}{0{,}05^2}} = 0{,}179 \text{ м/с}.$$

Средняя скорость

$$w_{\text{ср}} = \frac{0{,}179}{2} = 0{,}0895 \text{ м/с}.$$

Расход жидкости

$$Q = 0{,}0895 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}05^2 = 7{,}029 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ответ: $Q = 7{,}029 \cdot 10^{-4}$ м^3/с.

ПРИМЕР 3.19

Потери давления при движении жидкости по прямому участку трубопровода длиной $l = 2$ м составляют $\Delta p = 180$ Па. Внутренний диаметр трубопровода $d = 40$ мм. Определить объемный расход жидкости, если принять, что режим ее движения ламинарный. Свойства жидкости в трубопроводе: плотность $\rho = 900$ кг/м^3; вязкость $\mu = 9{,}0 \cdot 10^{-3}$ Па $\cdot$ с.

Решение

Для ламинарного установившегося движения жидкости в круглой прямой трубе для определения расхода можно использовать уравнение Гагена – Пуазейля (3.149):

$$Q = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128 \mu l}.$$

Объемный расход жидкости

$$Q = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}04^4 \cdot 180}{128 \cdot 9{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 2} = 6{,}28 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Проверим правильность применения уравнения Гагена – Пуазейля.

Согласно уравнению расхода (3.1), средняя скорость жидкости по трубопроводу

$$w = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 6{,}28 \cdot 10^{-4}}{3{,}14 \cdot 0{,}04^2} = 0{,}5 \text{ м/с}.$$

Значение критерия Рейнольдса определим по формуле (3.13):

$$\mathrm{Re} = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}04 \cdot 900}{9{,}0 \cdot 10^{-3}} = 2000 < 2320.$$

Режим движения соответствует ламинарному, следовательно, задача решена верно.

Ответ: $Q = 6{,}28 \cdot 10^{-4}$ м^3/с.

ПРИМЕР 3.20

По прямому трубопроводу с внутренним диаметром $d = 100$ мм перемещается жидкость с объемным расходом $Q = 6$ м^3/ч. Определить значение локальной скорости жидкости на оси трубопровода. Свойства жидкости в трубопроводе: плотность $\rho = 900$ кг/м^3; вязкость $\mu = 9{,}8 \cdot 10^{-3}$ Па · с.

Решение

Для стабилизированного потока жидкости локальное значение скорости на оси трубопровода соответствует его максимальной скорости. Следовательно, необходимо определить значение максимальной скорости $w_{\max}$.

Согласно уравнению расхода (3.1), средняя скорость жидкости по трубопроводу составит

$$w_{\text{ср}} = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{6}{3600 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4}} = 0{,}212 \text{ м/с}.$$

Режим движения жидкости по трубопроводу определим по значению критерия Рейнольдса (3.13):

$$\mathrm{Re} = \frac{w_{\text{ср}} d\rho}{\mu} = \frac{0{,}212 \cdot 0{,}1 \cdot 900}{9{,}8 \cdot 10^{-3}} = 1947 < 2320.$$

Режим движения соответствует ламинарному, следовательно, согласно уравнению (3.152), максимальная скорость составит

$$w_{\max} = 2w_{\text{ср}} = 2 \cdot 0{,}212 = 0{,}424 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w_{\max} = 0{,}424$ м/с.

3.5.2. Распределение скоростей жидкости по сечению трубы для ньютоновских жидкостей в турбулентном режиме

В промышленной практике для обеспечения больших объемных расходов жидкостей и газов их перемещают при высоких скоростях в трубах больших диаметров. При этом значения критерия Рейнольдса Re могут исчисляться десятками и сотнями тысяч, иногда – миллионами, так что течение происходит в условиях развитого турбулентного режима.

При таком движении группы частиц жидкости, часто называемые элементами, двигаются по сложным траекториям. В конкретной точке рассматриваемого трубопровода скорость течения жидкости w_x (истинная скорость) изменяется во времени, колеблясь вокруг определенного среднего значения $\bar{w}_x$ (осредненной скорости) (рис. 3.39).



Рис. 3.39. Истинные и осредненная локальные скорости жидкости при турбулентном движении

Поэтому турбулентное движение по существу является движением неустановившимся. Но используя осредненные значения скоростей, будем трактовать такое движение как установившееся.

В отличие от ламинарного движения до сих пор не удалось теоретически описать турбулентное движение простыми математическими зависимостями из-за сложной структуры потока. Поэтому большую роль в исследовании турбулентного движения жидкости кроме теоретических оказывают и экспериментальные исследования.

Многочисленные наблюдения и результаты экспериментальных исследований показали, что распределение скоростей в трубе круглого сечения для турбулентного режима отличается от параболического (характерного для ламинарного режима) – имеет более широкую по сравнению с параболой вершину (рис. 3.40).

Еще раз отметим, что представленный профиль скоростей выражает распределение не истинных w_x, а *осредненных во времени скоростей* $\bar{w}_x$.

Рассмотрим более подробно движение турбулентного потока в круглой трубе (рис. 3.41).

В турбулентном потоке условно можно выделить **турбулентное ядро** (ядро потока) и **гидродинамический пограничный слой** (рис. 3.41, *а*). В турбулентном ядре частицы двигаются не только вдоль оси потока, но и в поперечном направлении, что и приводит к выравниванию скоростей в ядре потока, и поэтому

профиль скорости имеет более широкую вершину. Возле стенки расположен гидродинамический пограничный слой, где происходит переход турбулентного движения в ламинарное.

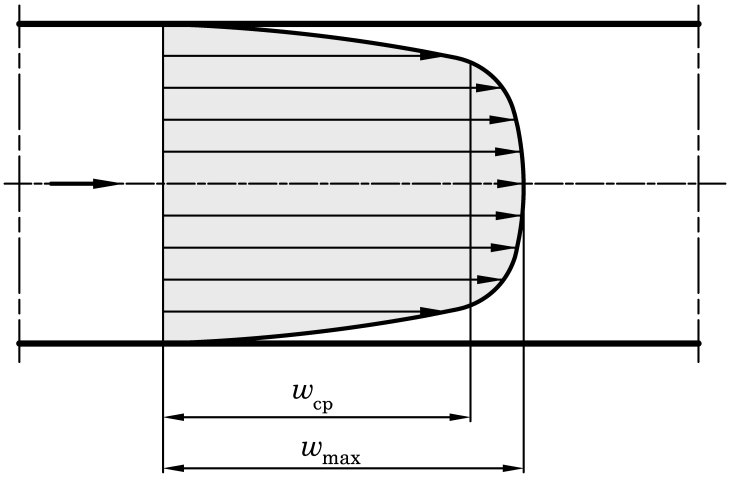


Рис. 3.40. Профиль скоростей при турбулентном движении

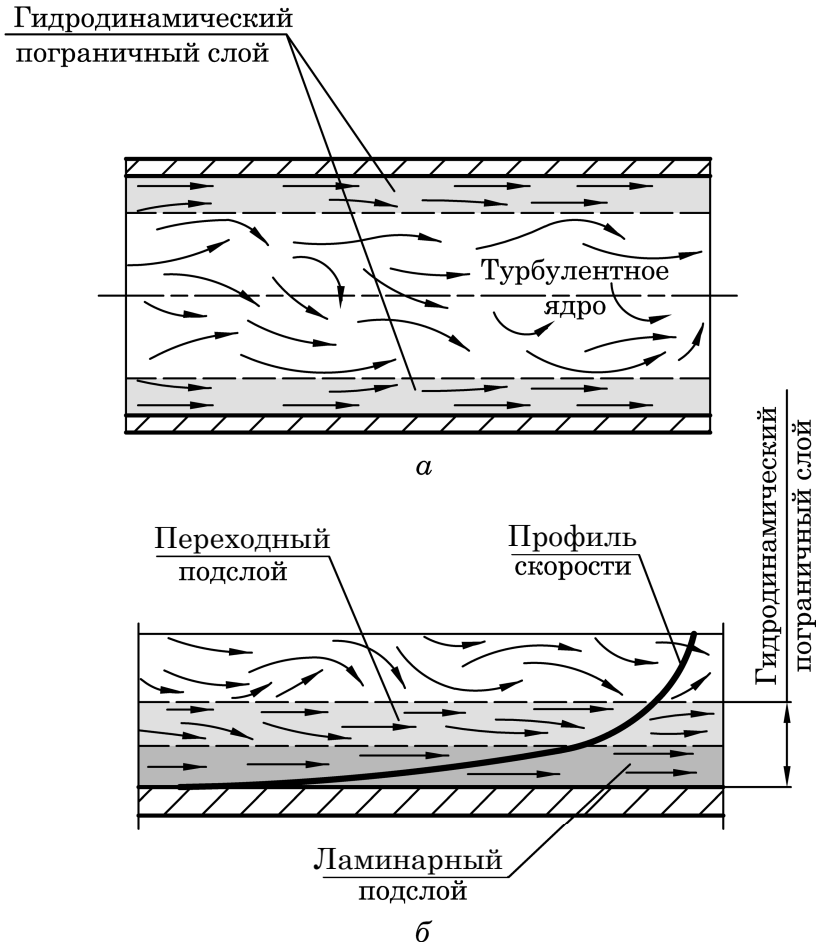


Рис. 3.41. Турбулентное движение жидкости
в трубе круглого сечения:
а – структура потока;
б – гидродинамический пограничный слой

Внутри пограничного слоя возле самой поверхности стенки трубы имеется тонкий подслой, где силы вязкостного трения оказывают превалирующее влияние на движение жидкости (рис. 3.41, *б*). Поэтому движение жидкости в этом подслое в основном ламинарное, а градиент скоростей максимальный. Немецкий ученый Людвиг Прандтль, проводя исследования в 1904 г. установил, что данный ламинарный подслой характеризуется весьма малой толщиной (около долей миллиметра), которая уменьшается с увеличением числа Re. Явления, протекающие в этом подслое (подслое Прандтля), оказывают значительное влияние на гидравлическое сопротивление при движении жидкости, а также на протекание процессов тепло- и массообмена в потоке жидкости.

Как показано на рис. 3.41, *б*, между подслоем, который движется в ламинарном режиме, и областью, в которой присутствует развитый турбулентный режим, существует переходный подслой. В этом подслое возникает смешанное турбулентно-ламинарное движение.

В связи со сложным характером турбулентного потока не представляется возможным строго теоретически (как для ламинарного режима) получить профиль скоростей и значение $\frac{w_{\text{ср}}}{w_{\max}}$. Поэтому в практических расчетах локальных скоростей w_r для турбулентного установившегося режима можно воспользоваться простым, но довольно точным уравнением Кармана (Theodore von Kármán):

$$w_r = w_{\max}\left(1-\frac{r}{R}\right)^n. \qquad (3.153)$$

Показатель степени n в уравнении (3.153) является функцией числа Рейнольдса Re (рис. 3.42).

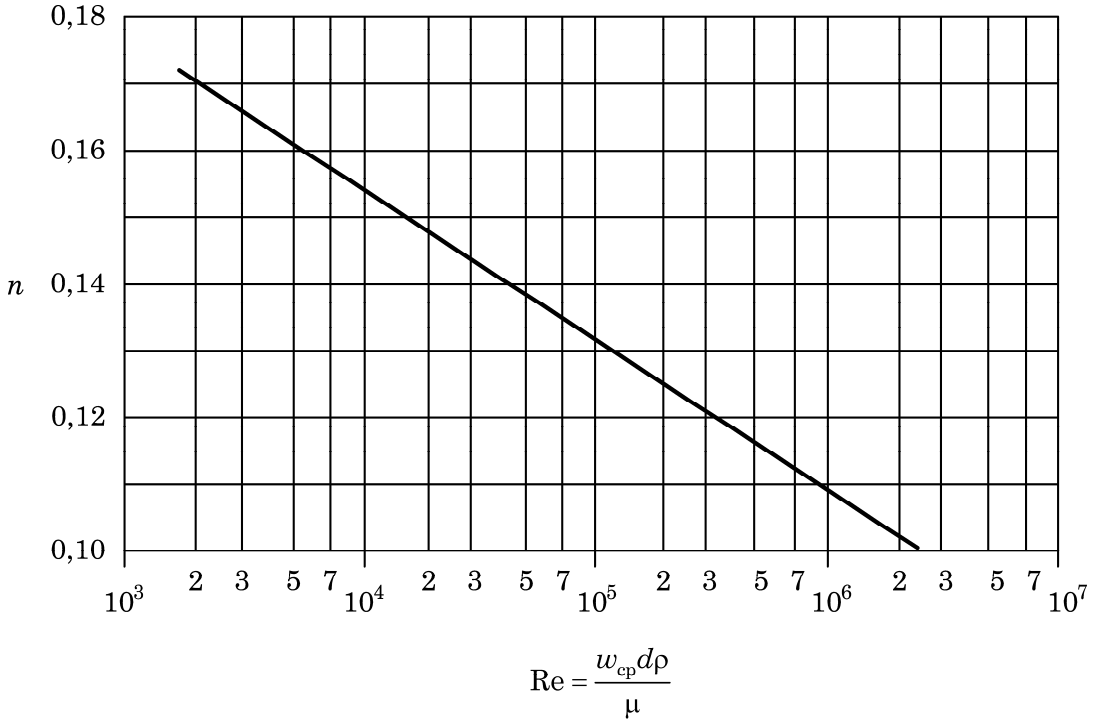


Рис. 3.42. Зависимость коэффициента n в уравнении (3.153) от числа Рейнольдса Re

Многочисленные экспериментальные данные показывают, что в отличие от ламинарного движения средняя скорость $w_{ср}$ при турбулентном движении не равна половине максимальной, а больше. Как правило, для развитого турбулентного режима

$$w_{ср} = (0{,}8–0{,}9)w_{max}.$$

Для инженерных расчетов удобно использовать графические зависимости отношения средней скорости к максимальной от значения Рейнольдса, которые были впервые получены учеными Стэнтоном (Stanton) и Панелли (Panelli) (рис. 3.43).

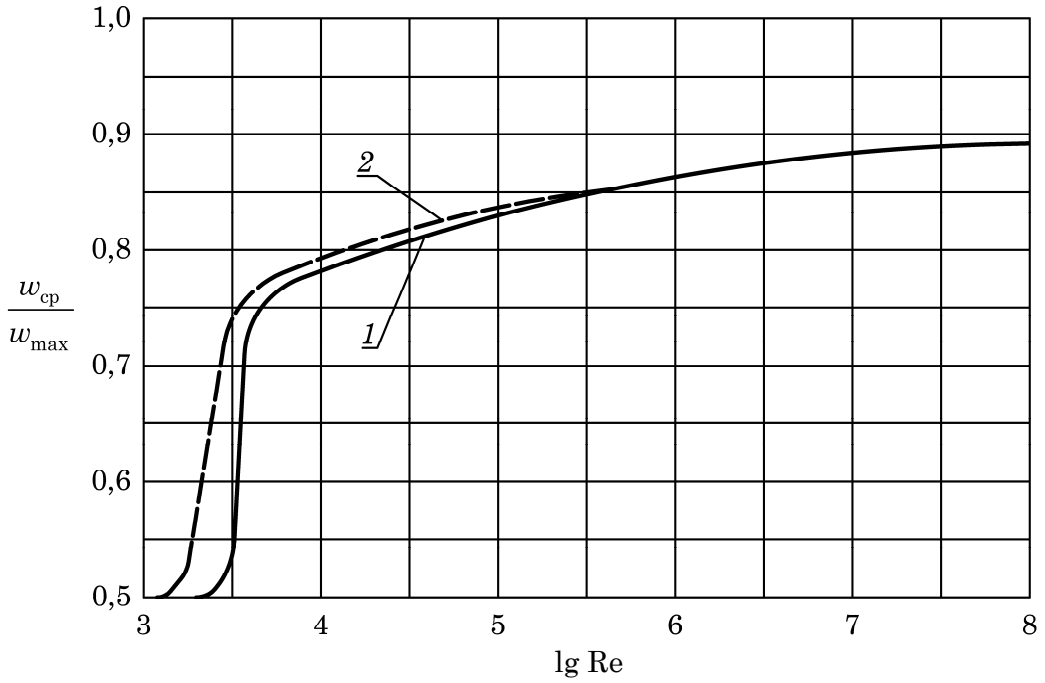


Рис. 3.43. Зависимости $\frac{w_{ср}}{w_{max}}$ от критерия Рейнольдса:

1 – $\frac{w_{ср}}{w_{max}} = f(\mathrm{Re}_{max})$; *2* – $\frac{w_{ср}}{w_{max}} = f(\mathrm{Re}_{ср})$

На графике представлены две зависимости $\frac{w_{ср}}{w_{max}} = f(\mathrm{Re}_{max})$ и $\frac{w_{ср}}{w_{max}} = f(\mathrm{Re}_{ср})$.

С помощью кривой *2* можно по известному значению средней скорости $w_{ср}$ найти значение максимальной скорости w_{max}, а с помощью кривой *1* по известной максимальной скорости w_{max} определить значение средней скорости $w_{ср}$.

ПРИМЕР 3.21

По трубопроводу с внутренним диаметром $d = 100$ мм, перемещается газ со средней скоростью $w_{ср} = 10$ м/с. Максимальная скорость газа на оси трубопровода $w_{max} = 11{,}9$ м/с. Определить, на каком расстоянии от оси трубопровода значение локальной скорости будет равно средней скорости газа по трубопроводу. Свойства газа в трубопроводе: плотность $\rho = 5$ кг/м^3; вязкость $\mu = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Решение

Режим движения газа по трубопроводу определяем по значению критерия Рейнольдса (3.13):

$$\mathrm{Re} = \frac{w_{\text{ср}} d \rho}{\mu} = \frac{10 \cdot 0{,}1 \cdot 5}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 200\,000 > 10\,000.$$

Режим движения соответствует развитому турбулентному, следовательно, значение локальной скорости газа w_r можно определить через максимальную скорость по уравнению Кармана (3.153):

$$w_r = w_{\max}\left(1 - \frac{r}{R}\right)^n.$$

При $\mathrm{Re} = 200\,000$, согласно рис. 3.42, $n = 0{,}125$.

Согласно условию, $w_r = w_{\text{ср}} = 10$ м/с. Радиус трубопровода $R = d/2 = 0{,}05$ м. Тогда значение текущего радиуса, при котором $w_r = w_{\text{ср}}$, будет равно

$$r = \left[1 - \left(\frac{w_{\text{ср}}}{w_{\max}}\right)^{\frac{1}{n}}\right] R.$$

$$r = \left[1 - \left(\frac{10}{11{,}9}\right)^{\frac{1}{0{,}125}}\right] 0{,}05 = 37{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 37{,}6 \text{ мм}.$$

Ответ: $r = 37{,}6$ мм.

ПРИМЕР 3.22

Для условий примера 3.8 определить часовой объемный расход газа по трубопроводу, если трубка Пито установлена на его геометрической оси. Внутренний диаметр трубопровода $d = 80$ мм. Вязкость газа в трубопроводе $\mu = 1{,}89 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Решение

Если трубка Пито установлена на оси трубопровода, то значение локальной скорости газа в месте ее установки будет соответствовать максимальной скорости газа в трубопроводе. Следовательно, $w_{\max} = 24{,}9$ м/с.

Значение критерия Рейнольдса определим по уравнению (3.13) при максимальной скорости $w_{\max}$:

$$\mathrm{Re}_{\max} = \frac{w_{\max} d \rho}{\mu} = \frac{24{,}9 \cdot 0{,}08 \cdot 1{,}9}{1{,}89 \cdot 10^{-5}} = 200\,300 > 2320.$$

Так как режим движения газа не соответствует ламинарному, для определения его средней скорости используем графическую зависимость $\frac{w_{\text{ср}}}{w_{\max}} = f\left(\mathrm{Re}_{\max}\right)$

(рис. 3.43, линия 1). При $\mathrm{Re}_{\max} \approx 200\,000$ $\left(\lg(200\,000) = 5{,}301\right)$ получаем $\dfrac{w_{\text{ср}}}{w_{\max}} = 0{,}84$. Тогда средняя скорость газа в трубопроводе

$$w_{\text{ср}} = 0{,}84 w_{\max} = 0{,}84 \cdot 24{,}9 = 20{,}92 \text{ м/с}.$$

Объемный расход газа по трубопроводу, согласно уравнению (3.1):

$$Q = w_{\text{ср}} \frac{\pi d^2}{4} = 20{,}92 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}08^2}{4} = 0{,}1051 \text{ м}^3/\text{с} = 378{,}3 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Ответ: $Q = 378{,}3 \text{ м}^3/\text{ч}$.

3.5.3. Движение неньютоновских жидкостей

В промышленности нашли широкое применение процессы транспортирования не только ньютоновских, но и неньютоновских жидкостей. К таким жидкостям следует в первую очередь отнести **псевдопластичные жидкости**, которые включают в себя суспензии с ассиметричными твердыми частицами и растворы многих полимеров, а также **дилатантные жидкости** (как правило, суспензии с большим содержанием твердой фазы).

К неньютоновским жидкостям также относят и **бингамовские жидкости**. Простейшим наглядным бытовым примером такой жидкости является смесь крахмала с небольшим количеством воды.

В настоящее время надежный расчет потерь давления в трубопроводах и каналах возможен лишь для стационарных неньютоновских жидкостей (см. подгл. 1.2). При ламинарном движении бингамовских жидкостей по трубам круглого сечения их расход Q связан с перепадом давления Δp зависимостью

$$Q = \frac{\Delta p}{8\mu_{\text{п}} l}\left[1 - \frac{4}{3}\left(\frac{2l\tau_0}{R\Delta p}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{2l\tau_0}{R\Delta p}\right)^4\right]\pi R^4, \qquad (3.154)$$

где $\mu_{\text{п}}$ – пластическая вязкость; l – длина трубы; τ_0 – предел текучести; R – радиус трубы.

Уравнение (3.154) называется **уравнением Бэкингема** и выводится аналогично уравнению Гагена – Пуазейля (3.149) для ньютоновских жидкостей, и при $\tau_0 = 0$ эти уравнения совпадают.

3.6. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Как правило, технологические процессы в аппаратах и установках реализуются в движущихся, нередко с большими скоростями, газовых и жидких средах.

Строгое аналитическое описание движения реальных (вязких) сжимаемых жидкостей возможно путем совместного решения (интегрирования) дифференциальных уравнений Навье – Стокса и неразрывности потока, причем только

для частных случаев. Но даже в этих случаях полученные системы уравнений и неравенств усложняются настолько, что аналитически решить их нельзя. Решение может быть приближенным, например с использованием различных численных методов с выполнением большого количества трудоемких вычислительных операций[13].

В инженерной практике стремятся заменить сложные вычислительные расчеты более простыми. Это возможно при сочетании относительно несложных расчетных методов и результатов экспериментальных исследований. При этом расчетная составляющая этих методов дает общие, достаточно простые подходы к описанию процессов, а опытная часть позволяет определить условия однозначности, начальные и граничные условия.

Разработку новых технологических процессов и аппаратов, как правило, проводят путем моделирования, при котором создают **модели** (от лат. *modulus* – мера, образец) – аналоги реальных процессов либо аппаратов, имеющих сходные с ними свойства. Различают **математическое моделирование** и **физическое моделирование**.

Математическое моделирование заключается, прежде всего, в составлении уравнений, систем уравнений и ограничений в виде неравенств, адекватно описывающих исследуемый процесс. Математическое моделирование дополняется физическим моделированием, которое осуществляется в лабораторных условиях на экспериментальных установках. С помощью физического моделирования прежде всего определяют начальные и граничные условия. Также физическое моделирование в значительной мере заменяет вышеуказанные уравнения связи при математическом моделировании (см. подгл. 3.4), например при введении в общие уравнения достаточно простых в использовании корректирующих коэффициентов.

Особое значение при моделировании имеют вопросы, связанные с **масштабным переходом** от модельных процессов и аппаратов к промышленным.

Приведенные подходы реализованы в так называемой **теории подобия**. Теория подобия формулирует условия проведения эксперимента и обработки опытных данных с тем, чтобы полученные результаты можно было распространить на группу подобных явлений.

3.6.1. Теоремы подобия

Основные положения теории подобия обобщаются *тремя теоремами подобия*, которые позволяют получить *критерии подобия* и конструировать из них критериальные уравнения.

Первая теорема подобия носит название **теоремы Ньютона – Бертрана**, которая сформулирована следующим образом: при подобии систем всегда могут быть найдены такие безразмерные комплексы величин (называемые **критериями подобия**), которые для сходственных точек данных систем одинаковы.

[13] Такой подход иногда реализуется при использовании сложных вычислительных программ с применением больших вычислительных ресурсов – так называемых суперкомпьютеров.

В качестве иллюстрации применения первой теоремы подобия возьмем, например, второй закон Ньютона[14], который можно записать в следующем виде:

$$f = \frac{m\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau}, \tag{3.155}$$

где f – действующая сила; m – масса тела; $\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}\tau}$ – ускорение.

Рассмотрим две системы, подчиняющиеся этому закону. Для первой системы:

$$f_1 = \frac{m_1\mathrm{d}w_1}{\mathrm{d}\tau_1}. \tag{3.156}$$

Для второй системы, подобной первой:

$$f_2 = \frac{m_2\mathrm{d}w_2}{\mathrm{d}\tau_2}. \tag{3.157}$$

Если эти системы подобны, то отношения соответственных величин должны быть постоянны:

$$C_f = \frac{f_1}{f_2};\quad C_m = \frac{m_1}{m_2};\quad C_w = \frac{w_1}{w_2};\quad C_\tau = \frac{\tau_1}{\tau_2}.$$

Безразмерные масштабные множители C_f, C_m, C_w, C_τ, выражающие отношение однородных сходственных величин подобных систем, называются **константами подобия**.

Выразим характеристики первой системы через характеристики второй системы и константы подобия C_f, C_m, C_w, C_τ:

$$f_1 = C_f f_2;\ m_1 = C_m m_2;\ w_1 = C_w w_2;\ \tau_1 = C_\tau \tau_2;$$
$$dw_1 = C_w dw_2;\quad d\tau_1 = C_\tau d\tau_2.$$

Перепишем уравнение (3.156), описывающее первую систему, введя в нее полученные соотношения:

$$C_f f_2 = C_m m_2 \frac{C_w dw_2}{C_\tau d\tau_2}$$

или

$$\frac{C_f C_\tau}{C_m C_w}\cdot f_2 = m_2 \frac{dw_2}{d\tau_2}.$$

Последнее уравнение будет тождественно уравнению (3.157), если $\frac{C_f C_\tau}{C_m C_w} = 1$. Эта величина, составленная из констант подобия, называется **индикатором подобия**.

Заменяя константы подобия отношениями сходственных величин, имеем

$$\frac{C_f C_\tau}{C_m C_w} = \frac{f_1\tau_1 m_2 w_2}{m_1 w_1 f_2 \tau_2} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{f_1\tau_1}{m_1 w_1} = \frac{f_2\tau_2}{m_2 w_2}.$$

[14] Одна из формулировок второго закона Ньютона: сила, которая оказывает воздействие на тело, эквивалентна произведению массы тела на сообщаемое данной силой ускорение: $\vec{f} = m\vec{a}$.

Это означает, что у подобных систем комплекс $\frac{f\tau}{mw} = \text{idem}$ [15]. Такой комплекс называют **критерием Ньютона**. Учитывая, что $\tau = \frac{l}{w}$, где l – пройденный путь, а w – скорость, общий критерий гидромеханического подобия Ньютона можно записать как

$$\text{Ne} = \frac{fl}{mw^2}. \tag{3.158}$$

Вторая теорема подобия носит название теоремы **Бэкингема – Федермана**. Согласно этой теореме, решение любого дифференциального уравнения или системы дифференциальных уравнений, связывающих между собой переменные, влияющие на процесс, может быть представлено в виде зависимости между безразмерными комплексами этих величин, т. е. между критериями подобия.

Другими словами, любая зависимость между переменными, характеризующими какой-либо процесс, т. е. математическая модель, представляющая собой систему дифференциальных уравнений, может быть представлена в виде зависимости между критериями подобия K_i, составленными из этих переменных:

$$f\left(K_1, K_2, ..., K_n\right) = 0. \tag{3.159}$$

Эту зависимость называют **обобщенным (критериальным) уравнением**, записанным в неявном виде, а критерии подобия $K_1, K_2, ..., K_n$ – **обобщенными переменными величинами**.

Таким образом, данная теорема подобия показывает, как можно представлять решение систем дифференциальных уравнений и обрабатывать экспериментальные данные в виде обобщенных критериальных уравнений. При этом можно сократить число экспериментов при получении конкретных зависимостей типа (3.159) за счет варьирования критериев подобия, минуя определение всех величин, входящих в критериальные уравнения.

Третья теорема подобия (**теорема Кирпичева – Гухмана**) формулирует необходимые и достаточные условия подобных процессов: подобны те процессы, которые описываются одной и той же системой дифференциальных уравнений и у которых соблюдается подобие условий однозначности[16]. Таким образом, подобные процессы описываются одной и той же математической моделью.

3.6.2. Типы подобия

Различают следующие типы подобия: 1) гидродинамическое подобие; 2) тепловое подобие; 3) диффузионное подобие.

При проведении гидродинамических расчетов также широко используют геометрическое подобие, кинематическое подобие, подобие физических величин, временное подобие, подобие начальных и граничных условий.

---

[15] Idem (лат.) – то же.

[16] Условия однозначности нередко формулируются как ограничения в виде различных неравенств, например, $\text{Re} < 2320$ – условие ламинарного режима движения.

Геометрическое подобие соблюдается при равенстве отношений *всех* сходственных линейных размеров оригинала (промышленного аппарата) и модели (экспериментального аппарата). При этом соответствующие угловые размеры в оригинале и в модели одинаковы.

В качестве примера рассмотрим аппарат барабанного типа[17], который можно характеризовать двумя определяющими линейными размерами – внутренним диаметром D и длиной L. Рассмотрим два подобных таких аппарата (рис. 3.44).

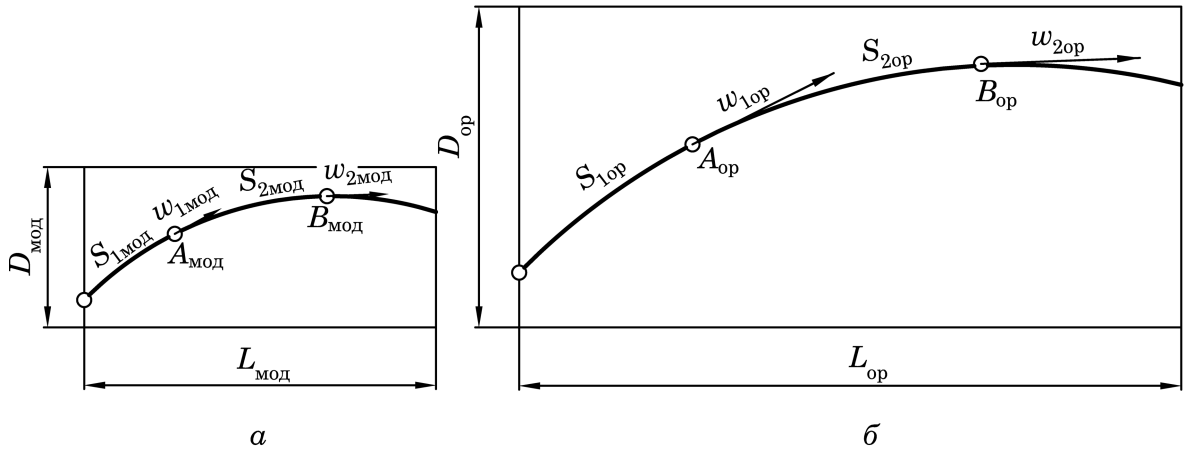


Рис. 3.44. Геометрическое подобие аппаратов:
а – модельный аппарат; *б* – оригинальный (промышленный) аппарат

Для подобных аппаратов геометрическое подобие может быть выражено так:

$$C_L = \frac{L_{ор}}{L_{мод}} = \frac{D_{ор}}{D_{мод}}, \tag{3.160}$$

где C_L – константа геометрического подобия; $L_{ор}, D_{ор}$ – длина и внутренний диаметр оригинала (промышленного аппарата); $L_{мод}, D_{мод}$ – длина и внутренний диаметр модели (экспериментального аппарата).

Константы подобия постоянны для различных сходственных точек подобных систем, но изменяются в зависимости от соотношения размеров оригинального и модельного аппаратов. Это представляет большие неудобства при масштабировании, так как при изменении масштаба модели меняется и константа подобия. Этого можно избежать при использовании так называемых **инвариантов**[18] **подобия**.

Для геометрического подобия инвариант подобия I_L – неизменное отношение двух различных линейных размеров оригинала и модели:

$$I_L = \frac{L_{ор}}{D_{ор}} = \frac{L_{мод}}{D_{мод}}. \tag{3.161}$$

Для подобия технологических процессов соблюдение геометрического подобия является необходимым, но недостаточным условием. Эти процессы подобны только при условии совместного соблюдения геометрического, кинематического и временного подобия, подобия полей физических величин, а также подобия начальных и граничных условий.

---

[17] Корпус аппарата барабанного типа выполнен в виде пустотелого цилиндра.

[18] *Invariantis* (лат.) – неизменяющийся.

Кинематическое подобие соблюдается, если наблюдается геометрическое подобие траектории сходственных частиц в оригинале и в модели.

$$K_S = \frac{S_{1\text{ор}}}{S_{1\text{мод}}} = \frac{S_{2\text{ор}}}{S_{2\text{мод}}}, \tag{3.162}$$

где $S_{1\text{ор}}, S_{2\text{ор}}$ – соответственно длины первого и второго участка траекторий движения сходственной частицы в оригинале; $S_{1\text{мод}}, S_{2\text{мод}}$ – соответственно длины первого и второго участка траекторий движения сходственной частицы в модели (см. рис. 3.44).

Временное подобие характеризуется тем, что сходственные частицы в оригинале и модели, двигаясь по геометрически подобным траекториям, проходят геометрически подобные участки этих траекторий за промежутки времени, отношения которых постоянны:

$$K_\tau = \frac{\tau_{1\text{ор}}}{\tau_{1\text{мод}}} = \frac{\tau_{2\text{ор}}}{\tau_{2\text{мод}}}, \tag{3.163}$$

где $\tau_{1\text{ор}}, \tau_{2\text{ор}}$ – соответственно время прохождения первого и второго участка траекторий движения сходственной частицей в оригинале (см. рис. 3.44); $\tau_{1\text{мод}}, \tau_{2\text{мод}}$ – соответственно время прохождения первого и второго участка траекторий движения сходственной частицей в модели.

При соблюдении кинематического и временного подобия будет соблюдаться также подобие скоростей:

$$K_w = \frac{w_{1\text{ор}}}{w_{1\text{мод}}} = \frac{w_{2\text{ор}}}{w_{2\text{мод}}}, \tag{3.164}$$

где $w_{1\text{ор}}, w_{2\text{ор}}$ – соответственно скорость прохождения первого и второго участка траекторий движения сходственной частицей в оригинале (см. рис. 3.44); $w_{1\text{мод}}$, $w_{2\text{мод}}$ – соответственно скорость прохождения первого и второго участка траекторий движения сходственной частицей в модели. Следует отметить непосредственную связь подобия скоростей и профилей скоростей.

Подобие физических величин предполагает, что для двух любых сходственных точек промышленного и опытного аппаратов, размещенных подобно во времени и пространстве (т. е., при соблюдении геометрического и временного подобия), отношения физических величин являются величинами постоянными. Так, например, если движущиеся в аппарате (см. рис. 3.44) текучие среды имеют вязкость μ и плотность ρ, то для сходственных точек оригинала $A_{\text{ор}}, B_{\text{ор}}$ и модели $A_{\text{мод}}, B_{\text{мод}}$ можем записать:

$$\frac{\mu_{A\,\text{ор}}}{\mu_{A\,\text{мод}}} = \frac{\mu_{B\,\text{ор}}}{\mu_{B\,\text{мод}}}; \tag{3.165}$$

$$\frac{\rho_{A\,\text{ор}}}{\rho_{A\,\text{мод}}} = \frac{\rho_{B\,\text{ор}}}{\rho_{B\,\text{мод}}}. \tag{3.166}$$

Подобие начальных и граничных условий предполагает, что отношение основных параметров на входе в аппарат и выходе из него в начале и в конце процесса являются величинами постоянными.

3.6.3. Гидродинамическое подобие. Основные критерии гидродинамического подобия. Критериальные уравнения

Согласно теореме Бэкингема – Федермана, решение систем дифференциальных уравнений, например системы, состоящей из уравнений Навье – Стокса и неразрывности потока, можно представить в виде функциональной зависимости между безразмерными комплексами физических величин (критериями подобия).

Получить критерии подобия можно путем соответствующих преобразований дифференциальных уравнений.

Критерии гидродинамического подобия получают путем преобразования уравнений Навье – Стокса, которые наиболее полно описывают движение реальной вязкой жидкости под действием различных сил. При этом сначала преобразовывают отдельные члены этих уравнений, которые характеризуют действие соответствующих сил.

Общие принципы этих преобразований следующие. При преобразовании отбрасываются знаки различных математических операторов (знаки дифференциалов, знаки «+» и «–», а также индексы), суммы однородных величин, входящих в выражение для соответствующей силы, заменяются одной величиной, координаты x, y, z заменяются обобщенным линейным размером. Величина u, стоящая под знаком дифференциала в знаменателе производной n-го порядка заменяется на величину u^n. Критерии подобия можно получить делением одного преобразованного члена на другой.

Запишем уравнение Навье – Стокса для капельной жидкости (3.63) в развернутом виде с учетом уравнений (3.51) и (3.58) для вертикальной оси z, поскольку именно на эту ось проецируется наибольшее количество внешних сил, в том числе и сила тяжести:

$$\begin{aligned}\rho\frac{\partial w_z}{\partial \tau}+\rho\left(w_x\frac{\partial w_z}{\partial x}+w_y\frac{\partial w_z}{\partial y}+w_z\frac{\partial w_z}{\partial z}\right)=\\ =-\rho g-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2}\right).\end{aligned} \tag{3.167}$$

В левой части уравнения (3.167) член, характеризующий силу инерции, вследствие нестационарности подобно преобразуется:

$$\rho\frac{\partial w_z}{\partial \tau}\sim\frac{\rho w}{\tau}.$$

Член уравнения, отражающий влияние сил инерции в пространстве, можно преобразовать:

$$\rho\left(w_x\frac{\partial w_z}{\partial x}+w_y\frac{\partial w_z}{\partial y}+w_z\frac{\partial w_z}{\partial z}\right)\sim\rho w\frac{w}{l}=\frac{\rho w^2}{l},$$

где l – определяющий линейный размер.

В правой части уравнения (3.167) член, отражающий действие силы тяжести, запишется как

$$-\rho g\sim\rho g.$$

Член уравнения, характеризующий действие силы давления, можно заменить отношением

$$-\frac{\partial p}{dz} \sim \frac{p}{l}.$$

Наконец, последнее слагаемое правой части, отражающее действие силы трения, запишется как

$$\mu\left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2}\right) \sim \frac{\mu w}{l^2}.$$

В результате проведенных преобразований уравнение (3.167) можем записать в следующем виде

$$\underset{(а)}{\frac{\rho w}{\tau}}+\underset{(б)}{\frac{\rho w^2}{l}} \sim \underset{(в)}{\rho g}+\underset{(г)}{\frac{p}{l}}+\underset{(д)}{\frac{\mu w}{l^2}}. \qquad (3.168)$$

Разделим преобразованный член, характеризующий действие силы инерции (б), на член, характеризующий действие силы тяжести (в):

$$\frac{\frac{\rho w^2}{l}}{\rho g}=\frac{\cancel{\rho} w^2}{l}\cdot\frac{1}{\cancel{\rho} g}=\frac{w^2}{gl}.$$

Безразмерный комплекс $\frac{w^2}{gl}$ представляет собой критерий Фруда и обозначается через Fr:

$$\mathrm{Fr}=\frac{w^2}{gl}. \qquad (3.169)$$

Критерий Фруда отражает влияние сил тяжести на движение жидкости. В виде выражения (3.169) он является мерой отношения силы инерции к силе тяжести в подобных потоках.

Соотношение между силами давления (г) и инерции (б) может быть охарактеризовано выражением

$$\frac{\frac{p}{l}}{\frac{\rho w^2}{l}}=\frac{p}{\cancel{l}}\cdot\frac{\cancel{l}}{\rho w^2}=\frac{p}{\rho w^2}.$$

Полученный комплекс $\frac{p}{\rho w^2}$ называют **критерием Эйлера** и обозначают через Eu. Обычно ему придают несколько иной вид, вводя в него вместо абсолютного давления p разность давлений Δp между какими-либо двумя точками жидкости:

$$\mathrm{Eu}=\frac{\Delta p}{\rho w^2}. \qquad (3.170)$$

Критерий Эйлера отражает влияние перепада статического давления на движение жидкости. Он характеризует отношение изменения силы статического давления к силе инерции в подобных потоках.

Найдем выражение, являющееся мерой отношения силы инерции (б) к силам вязкостного трения (д):

$$\frac{\frac{\rho w^2}{l}}{\frac{\mu w}{l^2}} = \frac{\rho w^{\cancel{2}}}{\cancel{l}} \cdot \frac{l^{\cancel{2}}}{\mu \cancel{w}} = \frac{wl\rho}{\mu}.$$

Полученный безразмерный комплекс величин $\frac{wlp}{\mu}$ называется, как известно, **критерием Рейнольдса** (см. подгл. 3.2):

$$\mathrm{Re} = \frac{wl\rho}{\mu}. \tag{3.171}$$

Таким образом, критерий Рейнольдса отражает влияние силы трения на движение жидкости. Он характеризует отношение инерционных сил к силам трения в подобных потоках.

Отношение конвективной силы инерции (б) к силе инерции вследствие нестационарности (а) примет вид

$$\frac{\frac{\rho w^2}{l}}{\frac{\rho w}{\tau}} = \frac{\cancel{\rho} w^{\cancel{2}}}{l} \cdot \frac{\tau}{\cancel{\rho} \cancel{w}} = \frac{w\tau}{l}.$$

Полученный безразмерный комплекс $\frac{w\tau}{l}$ называют **критерием гомохронности**[19]:

$$\mathrm{Ho} = \frac{w\tau}{l}. \tag{3.172}$$

Критерий гомохронности учитывает неустановившийся характер движения в подобных потоках.

В основе гидродинамического подобия модели (экспериментальной установки) и оригинала (промышленной установки) лежит равенство критериев гидродинамического подобия:

$$\mathrm{Re} = \mathrm{Re}'; \quad \mathrm{Fr} = \mathrm{Fr}'; \quad \mathrm{Eu} = \mathrm{Eu}'; \quad \mathrm{Ho} = \mathrm{Ho}', \tag{3.173}$$

где Re, Fr, Eu, Ho – критерии гидродинамического подобия модели; Re′, Fr′, Eu′, Ho′ – критерии гидродинамического подобия оригинала.

Согласно второй теореме подобия (теореме Бэкингема – Федермана), решение уравнений Навье – Стокса можно представить в виде общей функциональной зависимости в неявном виде между полученными критериями подобия, т. е.

$$\varphi(\mathrm{Re}, \mathrm{Fr}, \mathrm{Eu}, \mathrm{Ho}) = 0. \tag{3.174}$$

[19] Гомохронность от греч. *homos* – равный и *chronos* – время.

В ряде случаев зависимость (3.174) должна быть дополнена симплексами[20] геометрического подобия $\Gamma_1, \Gamma_2, ..., \Gamma_n$. Например, при движении жидкости по трубе таким симплексом является отношение длины l трубы к ее внутреннему диаметру d, т. е. симплекс геометрического подобия можно представить как

$$\Gamma = \frac{l}{d}.$$

Тогда критериальное уравнение принимает вид:

$$\varphi\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Fr}, \mathrm{Eu}, \mathrm{Ho}, \Gamma_1, \Gamma_2, ..., \Gamma_n\right) = 0. \qquad (3.175)$$

Во многих случаях все входящие в уравнение (3.175) критерии[21], кроме критерия Эйлера, служат **определяющими**, так как они составлены исключительно из величин, влияющих на процесс и выражающих условия однозначности. В критерий же Эйлера входит величина Δp, значение которой при движении жидкости по трубе или в аппарате полностью обусловливается формой трубы (аппарата), которая чаще всего выражается отношением $\frac{l}{d}$, физическими свойствами жидкости (μ, ρ) и распределением скоростей у входа в трубу и у ее стенок (начальные и граничные условия).

Поэтому, согласно третьей теореме подобия (теореме Кирпичева – Гухмана), для подобия необходимо и достаточно соблюдение равенства значений Re, Fr, Eu, Ho и Γ. Следствием выполнения этих условий будет также равенство значений **определяемого критерия** Eu в сходственных точках подобных потоков. Поэтому уравнение (3.175) можно записать в явном виде:

$$\mathrm{Eu} = f\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Fr}, \mathrm{Ho}, \Gamma_1, \Gamma_2, ..., \Gamma_n\right). \qquad (3.176)$$

Зависимости (3.175) или (3.176) называют **обобщенными** или **критериальными уравнениями гидродинамики**.

Уравнение (3.176) наиболее часто представляют в виде явной степенной зависимости:

$$\mathrm{Eu} = A\,\mathrm{Re}^m\,\mathrm{Fr}^n\mathrm{Ho}^p\Gamma_1^q\Gamma_2^r, \qquad (3.177)$$

где A, m, n, p, q, r – числовые коэффициенты.

С учетом формул (3.169)–(3.172) уравнение (3.177) в развернутом виде может быть записано следующим образом:

$$\frac{\Delta p}{\rho w^2} = A\left(\frac{wl\rho}{\mu}\right)^m\left(\frac{w^2}{gl}\right)^n\left(\frac{w\tau}{l}\right)^p\Gamma_1^q\Gamma_2^r. \qquad (3.178)$$

Конкретные числовые значения коэффициента A и показателей степеней m, n, p, q, r определяют путем обработки опытных данных, полученных на моделях, подобных оригиналу с выполнением условии теории подобия.

Из уравнения (3.178) обычно определяют величину Δp, входящую в критерий Eu. В частности, при движении жидкости через трубопроводы и аппараты так определяются потери давления (напора).

---

[20] Simples (лат.) – простота.

[21] Kriterion (греч.) – признак, средство для суждения.

Если движение жидкости является установившимся, то критерий гомохронности Но может быть исключен из уравнений (3.174)–(3.178). Тогда для установившегося движения обобщенное уравнение гидродинамики (3.176) можем представить в виде

$$\mathrm{Eu} = f\left(\mathrm{Re}, \mathrm{Fr}, \Gamma_1, \Gamma_2\right). \tag{3.179}$$

3.6.4. Приближенное моделирование. Автомодельность

При моделировании многих процессов химической технологии не всегда удается соблюсти полное подобие, т. е. равенство всех определяющих критериев, как этого требует третья теорема подобия.

Пусть, например, на модели изучается процесс, определяемый лишь двумя критериями – критериями Рейнольдса и Фруда. Для полного подобия процессов критерии $\mathrm{Re}_{\text{ор}}$ и $\mathrm{Fr}_{\text{ор}}$ для оригинала должны быть соответственно равны критериям $\mathrm{Re}_{\text{мод}}$ и $\mathrm{Fr}_{\text{мод}}$ для модели, т. е.

$$\mathrm{Re}_{\text{ор}} = \mathrm{Re}_{\text{мод}} \quad \text{и} \quad \mathrm{Fr}_{\text{ор}} = \mathrm{Fr}_{\text{мод}}.$$

В развернутом виде можем записать

$$\frac{w_{\text{ор}} d_{\text{ор}} \rho_{\text{ор}}}{\mu_{\text{ор}}} = \frac{w_{\text{мод}} d_{\text{мод}} \rho_{\text{мод}}}{\mu_{\text{мод}}} \tag{а}$$

и

$$\frac{w_{\text{ор}}^2}{g_{\text{ор}} d_{\text{ор}}} = \frac{w_{\text{мод}}^2}{g_{\text{мод}} d_{\text{мод}}}. \tag{б}$$

Примем, что ускорение силы тяжести $g = \text{const}$ и рабочие жидкости в оригинале и модели одинаковы, т. е. $\rho_{\text{ор}} = \rho_{\text{мод}}$ и Тогда из уравнений (а) и (б) соответственно получаем следующие условия полного подобия:

$$\frac{d_{\text{ор}}}{d_{\text{мод}}} = \frac{w_{\text{мод}}}{w_{\text{ор}}} \quad \text{и} \quad \frac{d_{\text{ор}}}{d_{\text{мод}}} = \frac{w_{\text{ор}}^2}{w_{\text{мод}}^2}.$$

Одновременное выполнение этих условий возможно лишь при $d_{\text{ор}} = d_{\text{мод}}$, т. е. если оригинал и модель имеют одинаковые размеры. Такое условие лишает смысла саму идею моделирования, и его реализация практически исключается.

Поэтому в модели целесообразно использовать жидкость с другой величиной динамической вязкости. Т. е. при $g = \text{const}$ и $\rho = \text{const}$ из выражений (а) и (б) следует

$$\frac{w_{\text{ор}}}{w_{\text{мод}}} = \frac{\mu_{\text{ор}} d_{\text{мод}}}{\mu_{\text{мод}} d_{\text{ор}}} \quad \text{и} \quad \frac{w_{\text{ор}}}{w_{\text{мод}}} = \sqrt{\frac{d_{\text{ор}}}{d_{\text{мод}}}}.$$

Приравнивая правые части последних соотношений и проводя соответствующие преобразования, получим

$$\frac{\mu_{\text{ор}}}{\mu_{\text{мод}}} = \left(\frac{d_{\text{ор}}}{d_{\text{мод}}}\right)^{1,5}.$$

Следовательно, если модель в n раз меньше оригинала, то в ней надо производить опыты с жидкостью, имеющей динамическую вязкость в $n^{1,5}$ раз меньшую, чем у рабочей жидкости в оригинале. Например, если рабочей жидкостью в оригинале является вода, а размер модели в 4 раза меньше размера оригинала, то динамическая вязкость жидкости в модели должна быть в 8 раз меньше, чем у воды. А это во многих случаях трудно осуществить, поскольку вода сама является маловязкой жидкостью.

При числе определяющих критериев больше двух выполнение условий полного моделирования еще более затрудняется или вообще невозможно.

Однако при проведении моделирования часто можно удовлетвориться соблюдением не полного подобия, а лишь подобия тех факторов, которые наиболее значительно влияют на исследуемый процесс, т. е. можно осуществить **приближенное моделирование.**

Так, например, при турбулентном движении газов, перемещаемых с помощью компрессорных машин, влияние собственного веса газа (т. е. силы тяжести) на распределение скоростей и перепад давлений несущественно. Поэтому условием равенства значений критерия Фруда, отражающего влияние силы тяжести, при моделировании можно пренебречь и упростить критериальное уравнение (3.179), представив его в виде

$$\mathrm{Eu} = f\left(\mathrm{Re}, \Gamma_1, \Gamma_2\right). \tag{3.180}$$

Если какой-либо параметр не влияет на протекание процесса, то процесс называют **автомодельным** по отношению к этому параметру. Возвращаясь к вышеописанному примеру, вынужденное турбулентное движение газа можно считать автомодельным по критерию Фруда.

В случае автомодельности по данному критерию после обработки опытных данных показатель степени при этом критерии в обобщенном уравнении, например (3.177), будет равным или близким нулю.

3.6.5. Модифицированные и производные критерии подобия

В ряде случаев оказывается затруднительным или даже практически невозможным определить или вычислить ту или иную физическую величину, входящую в критерий подобия. Тогда эту величину исключают путем сочетания двух или большего числа критериев и получения сложных, или производных, критериев подобия, составленных из основных. При этом исключенную величину обычно заменяют на другую, ей пропорциональную, опытное или расчетное определение которой является более простым. Такие видоизмененные критерии называют **модифицированными**.

Так, например, при естественной конвекции, возникающей под действием разности плотностей жидкости, обусловленной различием температур в разных ее точках, очень трудно определить скорость конвективных токов ввиду сложного профиля скоростей. Однако эта скорость входит в критерий Фруда, отражающий подобие таких процессов. Поэтому следует исключить скорость путем сочетания критериев Рейнольдса и Фруда:

$$\frac{\mathrm{Re}^2}{\mathrm{Fr}} = \frac{\dfrac{w^2 l^2 \rho^2}{\mu^2}}{\dfrac{w^2}{gl}} = \frac{l^3 \rho^2 g}{\mu^2}.$$

Полученный комплекс величин представляет собой производный критерий, который носит название **критерия Галилея**:

$$\mathrm{Ga} = \frac{l^3 \rho^2 g}{\mu^2}. \tag{3.181}$$

Умножая этот критерий на разность плотностей жидкости в различных ее точках[22], выраженную в относительных единицах $\frac{\rho_0 - \rho}{\rho}$, получают новый производный критерий – **критерий Архимеда**.

$$\mathrm{Ar} = \mathrm{Ga}\frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = \frac{l^3 \rho^2 g}{\mu^2}\frac{\rho_0 - \rho}{\rho} = \frac{l^3 (\rho_0 - \rho)\rho g}{\mu^2}. \tag{3.182}$$

Соблюдение равенства критериев Ga или Ar необходимо при моделировании разных процессов, протекающих под действием силы тяжести.

3.6.6. Метод размерностей

Метод размерностей применяется в тех случаях, когда отсутствуют уравнения, описывающие исследуемый процесс. В основе этого метода лежит π-теорема Бэкингема: если зависимость, характеризующая явление, выражается n физическими величинами и размерности этих переменных выражаются m основными единицами измерения, то можно составить всего $\pi = n - m$ безразмерных комплексов. Сущность метода сводится к составлению и решению уравнений размерностей. Рассмотрим его на примере гидродинамического моделирования.

Пусть мы знаем, что при движении реальной жидкости потери давления зависят от скорости w, плотности ρ, вязкости μ, ускорения свободного падения g, длины трубопровода l и его диаметра d, т. е.

$$\Delta p = f(w, \rho, \mu, g, l, d). \tag{3.183}$$

Таким образом, в уравнении (3.183) имеем число основных единиц измерений $m = 3$ (длина, м; масса, кг; время, с), число переменных $n = 7$ – шесть определяющих переменных (w, ρ, μ, g, l, d) и седьмая определяемая переменная Δp.

Тогда, согласно π-теореме Бэкингема, число безразмерных комплексов равно

$$n - m = 7 - 3 = 4.$$

Запишем уравнение (3.183) в виде степенной зависимости:

$$\Delta p = A w^a \rho^b \mu^c g^f l^k d^e, \tag{3.184}$$

где A – числовой коэффициент; a, b, c, f, k, e – показатели степени.

Единицы измерения переменных, входящих в уравнение (3.184), будут

$$\Delta p = [\text{Па}] = \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}\right] = \left[\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2\cdot\text{м}^2}\right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}^2}\right] = \left[ML^{-1}T^{-2}\right];$$

[22] Разность плотностей в различных областях среды $\rho_0 - \rho$ является причиной возникновения конвективных токов в ней.

$$w = \left[\frac{\text{м}}{\text{с}}\right] = \left[LT^{-1}\right];$$

$$\rho = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right] = \left[ML^{-3}\right];$$

$$\mu = \left[\text{Па}\cdot\text{с}\right] = \left[\frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2}\right] = \left[\frac{\text{кг}\cdot\text{м}\cdot\text{с}}{\text{с}^2\cdot\text{м}^2}\right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}}\right] = \left[ML^{-1}T^{-1}\right];$$

$$g = \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right] = \left[LT^{-2}\right];$$

$$l = \left[\text{м}\right] = \left[L\right];$$

$$d = \left[\text{м}\right] = \left[L\right],$$

где L – величина, характеризующая линейный размер, м; T – величина, характеризующая время, с; M – величина, характеризующая массу, кг.

Подставим в уравнение (3.184) вместо переменных $\Delta p, w, \rho, \mu, g, l, d$ соответствующие величины, выраженные через основные единицы измерения:

$$ML^{-1}T^{-2} = \left(LT^{-1}\right)^a \left(ML^{-3}\right)^b \left(ML^{-1}T^{-1}\right)^c \left(LT^{-2}\right)^f (L)^k (L)^e.$$

Раскрывая скобки в правой части и группируя однородные члены (с одинаковыми основаниями степеней), получим

$$ML^{-1}T^{-2} = L^{a-3b-c+f+k+e}T^{-a-c-2f}M^{b+c}.$$

Приравнивая соответствующие показатели степеней при одинаковых основаниях в левой и правой частях последнего уравнения, получим

– по L:

$$-1 = a - 3b - c + f + k + e;$$

– по T:

$$-2 = -a - c - 2f;$$

– по M:

$$1 = b + c.$$

В последних трех приведенных уравнениях присутствуют шесть неизвестных коэффициентов a, b, c, f, k, e, поэтому выразим коэффициенты a, b, e через c, f, k:

$$a = 2 - c - 2f;$$

$$b = 1 - c;$$

$$e = -1 - a + 3b + c - f - k =$$

$$= -1 - 2 + c + 2f + 3 - 3c + c - f - k =$$

$$= f - k - c.$$

Подставим в уравнение (3.184) выражения для коэффициентов a, b, e и получим

$$\Delta p = Aw^{2-c-2f}\rho^{1-c}\mu^c g^f l^k d^{f-k-c} = Aw^2 w^{-c} w^{-2f}\rho\rho^{-c}\mu^c g^f l^k d^f d^{-k} d^{-c}.$$

Теперь объединим величины с одинаковыми показателями степеней следующим образом:

$$\Delta p = A\rho w^2 \left(\frac{wd\rho}{\mu}\right)^{-c} \left(\frac{w^2}{gd}\right)^{-f} \left(\frac{d}{l}\right)^{-k}$$

или

$$\frac{\Delta p}{\rho w^2} = A\left(\frac{wd\rho}{\mu}\right)^{-c} \left(\frac{w^2}{gd}\right)^{-f} \left(\frac{d}{l}\right)^{-k}. \qquad (3.185)$$

Сопоставляя уравнения (3.185) и (3.178), а также зависимость (3.177), можем отметить, что

$$m = -c; \quad n = -f; \quad q = -k.$$

При этом критерий гомохронности $\text{Но} = \dfrac{w\tau}{l}$ отсутствует, так как рассматривается установившийся процесс, параметры которого не зависят от времени. Отсутствует также и симплекс Γ_2, потому что Δp зависит лишь от d и l, входящих в один симплекс Γ_1.

Числовые значения коэффициента A и показателей степеней $-c, -f, -k$ находят путем обработки опытных данных. В конечном итоге получают расчетные уравнения для определения величины Δp.

Таким образом, при правильном выборе переменных величин, входящих в исходную функцию, описывающую исследуемый процесс, метод анализа размерностей позволяет без математического описания процесса также получить ту же конечную обобщенную критериальную зависимость, которая может быть выведена на основании теоремы Бэкингема – Федермана, используя преобразования, например, дифференциальных уравнений Навье – Стокса.

ПРИМЕР 3.23

По трубопроводу внутренним диаметром $d_1 = 25$ мм протекает вода со скоростью $w_1 = 0{,}5$ м/с. Определить скорость движения воздуха в трубе с внутренним диаметром $d_2 = 100$ мм из условия, что оба потока гидродинамически подобны. Свойства воды: плотность $\rho_1 = 992$ кг/м^3; вязкость $\mu_1 = 6{,}5 \cdot 10^{-4}$ Па·с. Свойства воздуха: плотность $\rho_2 = 1{,}2$ кг/м^3; вязкость $\mu_2 = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ Па·с.
Указание к решению: принять, что гидродинамическое подобие оценивается только критерием Рейнольдса.

Решение

Потоки воды и воздуха будут гидродинамически подобны при условии равенства чисел Рейнольдса для них: $\text{Re}_1 = \text{Re}_2$. Тогда значение скорости продувки воздуха w_2 по трубопроводу с диаметром d_2 можно определить следующим образом:

$$\frac{w_1 d_1 \rho_1}{\mu_1} = \frac{w_2 d_2 \rho_2}{\mu_2}; \; w_2 = w_1 \frac{d_1 \rho_1}{d_2 \rho_2} \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

Отсюда скорость воздуха должна быть равна

$$w_2 = 0{,}5 \cdot \frac{25 \cdot 992}{100 \cdot 1{,}2} \cdot \frac{1{,}8 \cdot 10^{-5}}{6{,}5 \cdot 10^{-4}} = 2{,}862 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w_2 = 2{,}862$ м/с.

ПРИМЕР 3.24

На трубопроводе с внутренним диаметром $d_{ор} = 200$ мм для определения расхода керосина предполагается использовать расходомер Вентури (оригинальный объект). Модель расходомера Вентури испытывается на модельной среде – воде. Геометрический масштаб модели равен 3,0. Определить расход воды $Q_{мод}$ в модели при условии соблюдения гидродинамического подобия, если расход керосина в оригинальном объекте $Q_{ор} = 40$ л/с. Кинематическая вязкость керосина $\nu_{ор} = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ м^2/с; воды $\nu_{мод} = 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ м^2/с.

Решение

При моделировании напорных потоков необходимо и, как правило, достаточно соблюсти равенство критериев Рейнольдса. Из равенства чисел Рейнольдса для оригинального объекта $\mathrm{Re}_{ор}$ и модели $\mathrm{Re}_{мод}$ следует:

$$\mathrm{Re}_{ор} = \mathrm{Re}_{мод},$$

т. е.

$$\frac{w_{ор} d_{ор}}{\nu_{ор}} = \frac{w_{мод} d_{мод}}{\nu_{мод}}.$$

Значение скорости выразим из уравнения расхода (3.1):

$$w = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi d^2}.$$

Тогда можно записать

$$\frac{4Q_{ор}}{\pi d_{ор}^2} \frac{d_{ор}}{\nu_{ор}} = \frac{4Q_{мод}}{\pi d_{мод}^2} \frac{d_{мод}}{\nu_{мод}} \Rightarrow \frac{Q_{ор}}{d_{ор}\nu_{ор}} = \frac{Q_{мод}}{d_{мод}\nu_{мод}}.$$

Отсюда расход модельной среды с учетом геометрического масштаба модели $\left(d_{ор} = 3{,}0 d_{мод}\right)$ составит

$$Q_{мод} = Q_{ор} \frac{d_{мод}\nu_{мод}}{d_{ор}\nu_{ор}} = Q_{ор} \frac{\nu_{мод}}{3{,}0 \cdot \nu_{ор}} = 40 \cdot \frac{1{,}0 \cdot 10^{-6}}{3{,}0 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6}} = 5{,}333 \text{ л/с}.$$

Ответ: $Q_{мод} = 5{,}333$ л/с.

3.7. ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ

При движении реальных жидкостей в трубопроводах и аппаратах часть энергии движущегося потока безвозвратно теряется, превращаясь в теплоту и рассеиваясь в окружающую среду. Мерой потерь энергии являются потери давления Δp в движущейся жидкости. Указанные потери давления и являются **гидравлическим сопротивлением**. Гидравлические сопротивления разделяются на сопротивления по длине трубопровода (аппарата), часто называемые потерями на трение, и потери на местных сопротивлениях.

3.7.1. Потери давления на трение

Потери давления на трение обусловлены трением движущихся слоев вязкой жидкости между собой или в вихрях, а также, трением о шероховатую поверхность трубопровода или аппарата.

Рассмотрим установившееся ламинарное движение реальной вязкой ньютоновской жидкости в прямой трубе круглого поперечного сечения. При ламинарном режиме течения для определения расхода жидкости применима формула Гагена – Пуазейля (3.149):

$$Q = \frac{\pi d^4 \Delta p_{\text{тр}}}{128 \mu l},$$

где d – внутренний диаметр трубопровода; $\Delta p_{\text{тр}}$ – потери давления на трение в движущейся жидкости; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости; l – длина участка трубопровода.

С другой стороны, согласно формуле (3.1), расход жидкости можно определить как произведение ее средней скорости w на площадь поперечного сечения потока:

$$Q = w \frac{\pi d^2}{4}.$$

Приравнивая правые части последних двух уравнений и сокращая на $\frac{\pi d^2}{4}$, можно записать:

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{32 \mu l w}{d^2}.$$

Преобразуем полученное уравнение следующим образом. Умножим числитель и знаменатель правой части на $2w\rho$ и перегруппируем полученные величины:

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{64 \mu}{w d \rho} \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2},$$

или

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{64}{\frac{w d \rho}{\mu}} \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2}.$$

Согласно формуле (3.12), $\frac{w d \rho}{\mu} = \text{Re}$, поэтому последнее уравнение можем записать как

$$\Delta p_{\text{тр}} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2}. \qquad (3.186)$$

Обозначим

$$\frac{64}{\text{Re}} = \lambda. \qquad (3.187)$$

Величина λ – коэффициент трения (коэффициент Дарси).

Тогда уравнение (3.186) окончательно примет вид

$$\Delta p_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2}, \tag{3.188}$$

где l – длина трубы; d – внутренний диаметр трубы; ρ – плотность движущейся жидкости; w – средняя скорость жидкости в трубе.

Уравнение (3.188) получило название **уравнения Дарси – Вейсбаха**.

В уравнении (3.188) величина $\frac{\rho w^2}{2}$ есть не что иное, как динамическое давление, создаваемое текущей жидкостью (см. уравнение (3.71)). А величину, показывающую, во сколько раз потери давления на трение отличаются от динамического давления, называют **коэффициентом сопротивления трения** и обозначают $\xi_{\text{тр}}$:

$$\xi_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d}. \tag{3.189}$$

Уравнение Дарси – Вейсбаха (3.188) также применимо для расчета потерь давления и при движении жидкости в трубах и аппаратах некруглого поперечного сечения. В этом случае вместо внутреннего диаметра используют эквивалентный диаметр $d_э$.

Тогда уравнение (3.188) примет вид

$$\Delta p_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d_э} \frac{\rho w^2}{2}. \tag{3.190}$$

Для трубопроводов некруглых поперечных сечений для ламинарного режима течения $(\text{Re} < 2320)$ коэффициент трения λ определяют по общей зависимости:

$$\lambda = \frac{A}{\text{Re}}, \tag{3.191}$$

где A – коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения трубы.

Значения коэффициента A в зависимости от формы сечения приводятся в справочной литературе. Некоторые из них для наиболее распространенных форм сечения приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Значения коэффициента A в формуле (3.191)

Форма сечения	A
Круглое	64
Кольцевое	95
Квадратное	57
Прямоугольное для $\frac{h}{b} = 0{,}2$	76
$\frac{h}{b} = 0{,}5$	62

Примечание: h, b – высота и ширина прямоугольного сечения соответственно.

Значение критерия Рейнольдса Re в формуле (3.191) определяется по зависимости (3.12), но вместо внутреннего диаметра используют эквивалентный диаметр $d_э$.

Уравнение Дарси – Вейсбаха (3.190) также используют для расчета потерь давления на трение и для других режимов движения потока (переходного и турбулентного). Однако коэффициент трения λ в данном случае рассчитать чисто теоретическими методами затруднительно из-за сложности структуры турбулентного потока.

Наиболее подробно проводились опыты по определению коэффициента трения λ для гладких труб, шероховатостью стенок которых практически можно пренебречь. К ним относят трубы, изготовленные из цветных металлов (медь, латунь, бронза, свинец), стекла, пластмассы и т. д.

Результаты этих исследований могут быть представлены общим уравнением:

$$\lambda = a + \frac{b}{\mathrm{Re}^n}, \tag{3.192}$$

где a, b, n – коэффициенты, зависящие от числа Re.

Ниже приведены наиболее известные и используемые расчетные зависимости для определения коэффициента трения λ для гладких труб при значениях $\mathrm{Re} > 2320$:

– при $2320 \le \mathrm{Re} \le 10^5$ применима – *формула Блазиуса* (Blasius):

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}; \tag{3.193}$$

– при $4 \cdot 10^3 \le \mathrm{Re} \le 2 \cdot 10^7$ – *формула Женере* (Generaux):

$$\lambda = \frac{0{,}16}{\mathrm{Re}^{0{,}16}}; \tag{3.194}$$

– при $2{,}5 \cdot 10^3 \le \mathrm{Re} \le 2 \cdot 10^6$ – *формула Хермана* (Hermann):

$$\lambda = 0{,}0054 + \frac{0{,}396}{\mathrm{Re}^{0{,}3}}; \tag{3.195}$$

– при $3 \cdot 10^3 \le \mathrm{Re} \le 3 \cdot 10^6$ справедлива *формула Коо* (Коо):

$$\lambda = 0{,}0052 + \frac{0{,}50}{\mathrm{Re}^{0{,}32}}; \tag{3.196}$$

– при $10^5 \le \mathrm{Re} \le 10^8$ – *формула Никурадзе* (Nikuradse):

$$\lambda = 0{,}0032 + \frac{0{,}221}{\mathrm{Re}^{0{,}237}}; \tag{3.197}$$

– при $\mathrm{Re} > 2320$ – *формула Прандтля* (Prandtl):

$$\frac{1}{\lambda} = 2{,}0\sqrt{\lambda}\,\lg\left(\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}\right) - 0{,}8\sqrt{\lambda}. \tag{3.198}$$

Однако на практике чаще всего движение жидкости происходит в трубопроводах с шероховатой поверхностью. Исследованиями Никурадзе, Кольбрука, Уайта и других ученых установлено, что коэффициент сопротивления λ в значительной степени зависит также от шероховатости труб:

$$\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \Delta\right), \tag{3.199}$$

где Δ – значение абсолютной шероховатости.

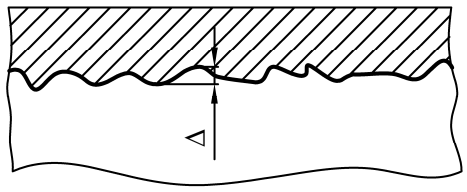


Рис. 3.45. К понятию шероховатости поверхности трубы

Абсолютная шероховатость Δ определяется средней высотой выступов и неровностей на поверхности стенок труб, омываемых потоком жидкости (рис. 3.45).

Эта шероховатость обусловлена особенностями изготовления труб, отложением на внутренней поверхности труб различных загрязнений (продукты разложения веществ, коррозии, накипь и т. д.), а также эрозией поверхности.

Значения абсолютной шероховатости для некоторых типов труб приведены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

Ориентировочные значения абсолютной шероховатости труб

Трубы	Δ, мм
Стальные новые	0,06–0,1
Стальные, бывшие в эксплуатации с незначительной коррозией	0,1–0,2
Стальные старые, загрязненные	0,5–2,0
Чугунные новые, керамические	0,35–1,0
Чугунные водопроводные, бывшие в эксплуатации	1,4
Алюминиевые гладкие	0,015–0,06
Трубы из латуни, меди и свинца цельнотянутые, стеклянные	0,0015–0,01
Для насыщенного пара	0,2
Для пара, работающие периодически	0,5
Для конденсата, работающие периодически	1,5
Воздуховоды от компрессоров	0,8

Более подробная информация о численных значениях абсолютной шероховатости приводится в специальной справочной литературе.

Кроме абсолютной шероховатости для характеристики труб широко используется **относительная шероховатость** ε, которая представляет собой отношение абсолютной шероховатости к эквивалентному диаметру трубопровода:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d_э}. \qquad (3.200)$$

При малых скоростях движения турбулентного потока, когда толщина вязкого подслоя δ больше высоты выступов Δ, они целиком покрываются этим подслоем (рис. 3.46, *а*). При плавном обтекании выступов не образуется дополнительных завихрений в потоке, и шероховатость не влияет на величину коэффициента трения. Такие трубы носят название **гидравлически гладких**.

С возрастанием скорости потока толщина вязкого подслоя δ уменьшается, и при достижении определенного значения критерия Рейнольдса она может стать примерно равной высоте выступов Δ. В этом случае выступы частично обтекаются основным турбулентным потоком (рис. 3.46, *б*). Над выступающими из ламинарного подслоя бугорками начинают образовываться вихри и возникают дополнительные потери давления на трение, т. е. шероховатость начинает влиять на величину

коэффициента трения. Такие трубы получили название **гидравлически шероховатых**.

При дальнейшем увеличении скорости потока толщина ламинарного подслоя уменьшается настолько, что бугорки шероховатой поверхности стенки полностью обтекаются основным турбулентным потоком с интенсивным вихреобразованием за ними (рис. 3.46, *в*).

Такой режим течения характеризуется тем, что коэффициенты трения для каждого значения относительной шероховатости стремятся к постоянным значениям, практически не зависящими от числа Рейнольдса.

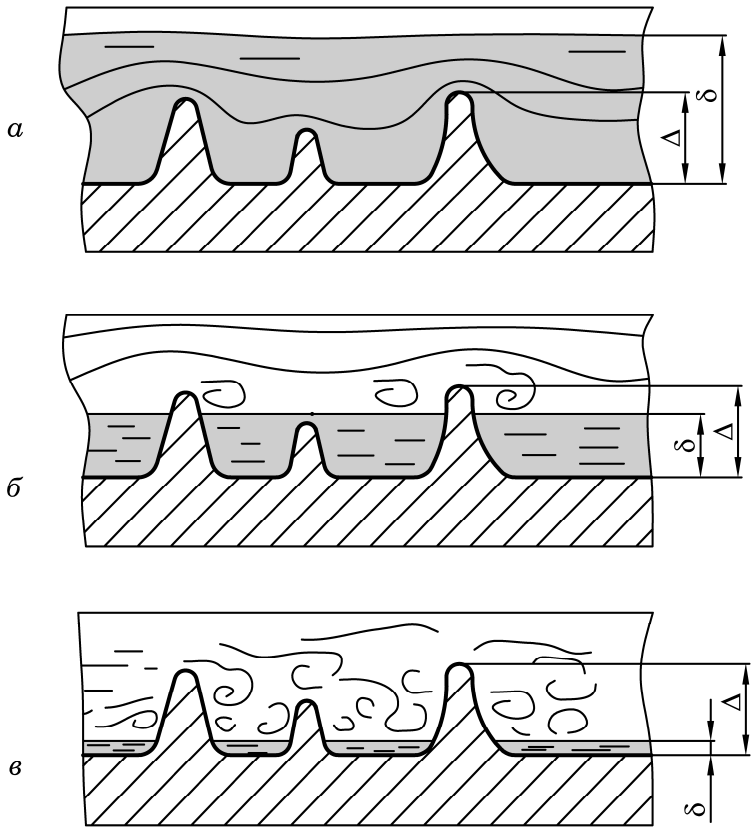


Рис. 3.46. Схема обтекания выступов шероховатой поверхности стенки при различных режимах течения:
а) $\delta > \Delta$; *б*) $\delta \approx \Delta$; *в*) $\delta < \Delta$;
затушеванная область соответствует ламинарному подслою толщиной δ

Таким образом, одна и та же труба может быть как гидравлически гладкой, так и шероховатой, в зависимости от соотношения между величинами δ и Δ.

Такое неоднозначное влияние на величину λ критерия Рейнольдса Re и шероховатости Δ подтверждается многочисленными экспериментальными исследованиями.

Так, Никурадзе провел опыты по исследованию влияния шероховатости поверхности круглых труб и числа Рейнольдса на коэффициент трения. Шероховатость в опытах Никурадзе создавалась искусственно путем наклеивания калиброванных песчинок на внутреннюю поверхность трубы. При обработке опытных данных использовалась величина, обратная относительной шероховатости в пределах

$\frac{d}{\Delta} = 30 - 1014$. Эксперименты проводились как при ламинарном, так и при турбулентном режимах движения жидкости. Число Рейнольдса в экспериментах находилось в диапазоне $\mathrm{Re} = 500 - 10^6$. Результаты опытов были представлены в виде графиков, которые имели функциональную зависимость $\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{d}{\Delta}\right)$ (рис. 3.47).

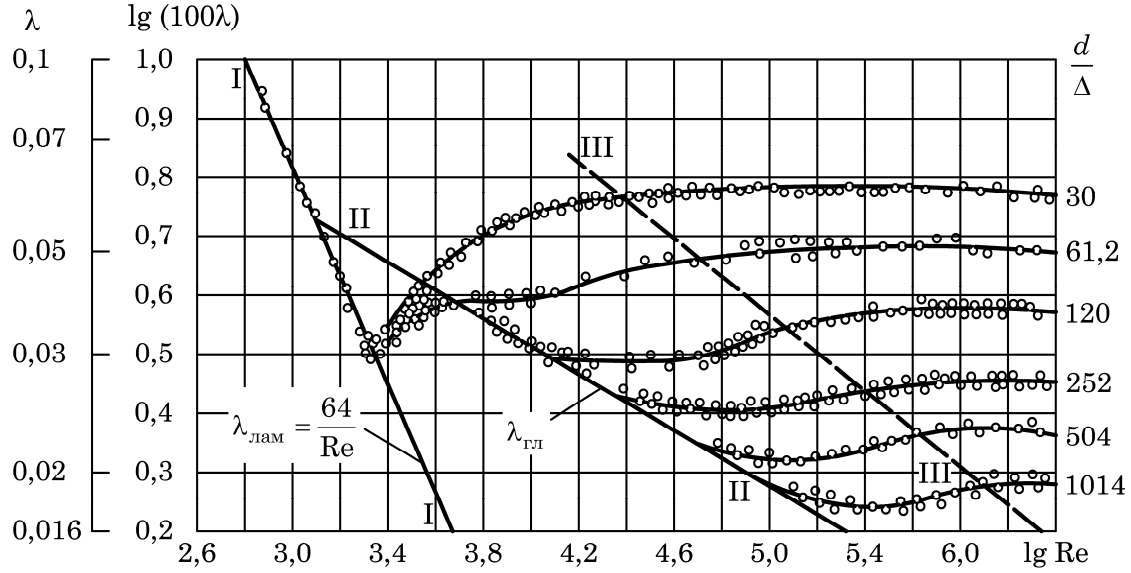


Рис. 3.47. График Никурадзе

График весьма наглядно иллюстрирует влияние шероховатости трубы и числа Рейнольдса Re на коэффициент трения λ и, соответственно, на потери давления по длине трубы.

Следует отметить, что Никурадзе проводил исследования с трубами с однородной искусственной шероховатостью. На практике трубы, используемые в производственных условиях, имеют естественную, неоднородную шероховатость. Для выяснения влияния естественной шероховатости различными учеными были проведены многочисленные экспериментальные исследования. Наиболее обстоятельные исследования с техническими трубами были выполнены в 1938 г. Кольбруком и Уайтом.

На рис. 3.48 приведен график Кольбрука – Уайта, показывающий функциональную зависимость $\lambda = f(\mathrm{Re})$ от относительной шероховатости ε в круглых трубах для широкого диапазона значений Re.

В области ламинарного режима $(\mathrm{Re} < 2300)$ λ следует определять с учетом формулы (3.191): $\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$ – на графике это ниспадающая прямая.

В турбулентной области $(\mathrm{Re} > 10^4)$ нижняя кривая относится к трубам с гладкими стенками; выше расположены кривые $\lambda = f(\mathrm{Re})$ для различных шероховатостей: для труб с бóльшим значением относительной шероховатости ε кривые располагаются выше. Штриховой линией $\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}\cdot\varepsilon \approx 200$ обозначена граница, правее которой располагается автомодельная область по отношению к Re (λ не зависит от Re). Вертикальными штриховыми линиями ограничена область переходного режима $(2300 < \mathrm{Re} < 10\,000)$, где режим неустойчив, плохо воспроизводится и зависимости $\lambda = f(\mathrm{Re})$ ненадежны.

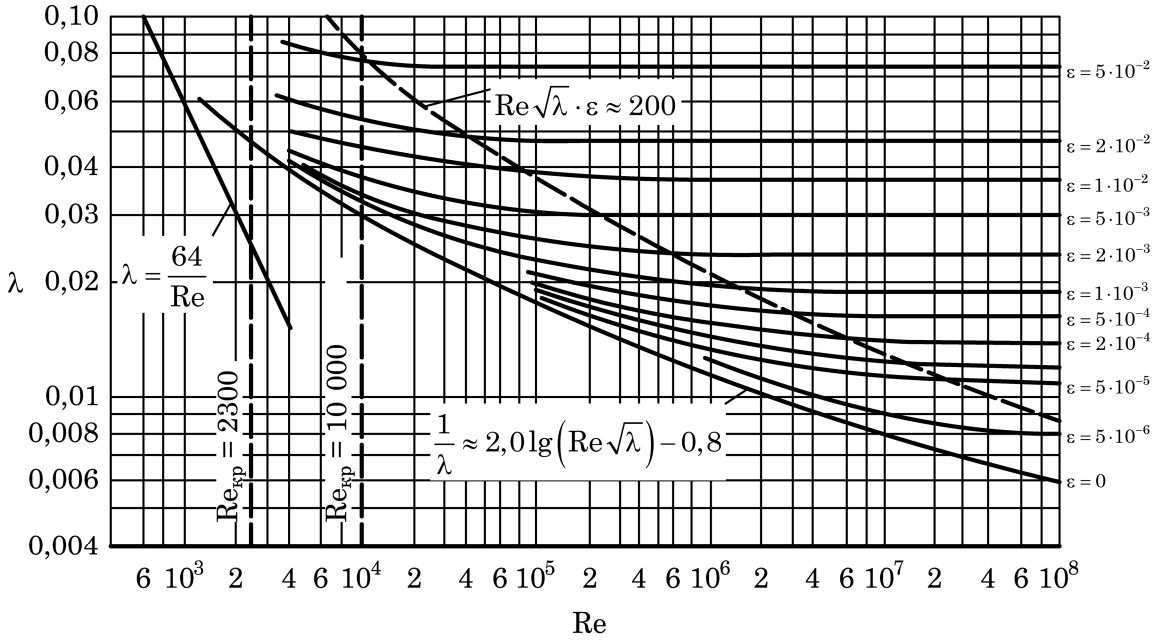


Рис. 3.48. Зависимость λ от критерия Re при различных относительных шероховатостях ε (график Кольбрука – Уайта)

Следует отметить, что по данным разных исследователей кривые $\lambda = f(\mathrm{Re})$ для шероховатых труб различаются и не обязательно совпадают с показанными на рис. 3.48. Это можно объяснить различием в геометрических характеристиках шероховатости (равномерная, зернистая или какая-либо иная).

Например, в отечественной инженерной практике для расчета коэффициента трения λ широко используется графическая зависимость, представленная на рис. 3.49. Она получена Г. А. Муриным при исследовании труб промышленного назначения. В отличие от предыдущей зависимости на ней не представлена область, соответствующая ламинарному режиму движения жидкости. В качестве количественной характеристики шероховатости используется величина, обратная относительной шероховатости: $\frac{1}{\varepsilon} = \frac{d_э}{\Delta}$, которая более удобна для восприятия. Штриховой линией обозначена граница начала автомодельной области.

Наряду с приведенными графическими зависимостями для шероховатых труб в турбулентном режиме движения жидкости для определения λ можно воспользоваться наиболее известной и применяемой в расчетной практике формулой Кольбрука – Уайта:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\lg\left[\frac{\varepsilon}{3{,}7} + \left(\frac{6{,}81}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}9}\right]. \qquad (3.201)$$

В удобном для расчетов виде формула Кольбрука – Уайта может быть представлена в явной форме:

$$\lambda = \frac{1}{4\left[\lg\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7} + \left(\frac{6{,}81}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}9}\right)\right]^2}. \qquad (3.202)$$

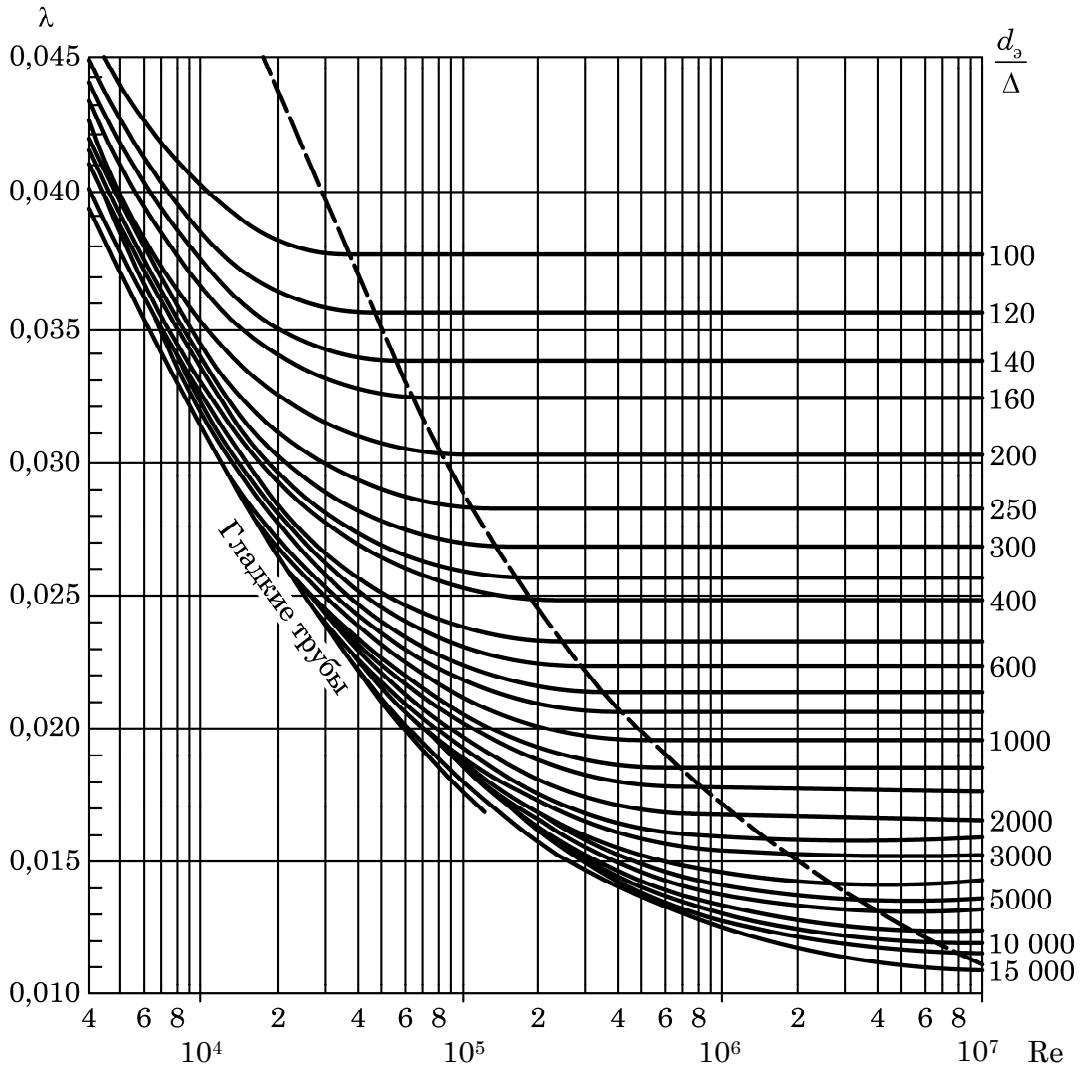


Рис. 3.49. Зависимость λ от критерия Re и степени шероховатости $\frac{d_э}{\Delta}$ (график Г. А. Мурина)

При движении жидкости в автомодельной области вследствие незначительного влияния критерия Re на величину λ формула (3.202) упрощается:

$$\lambda = \frac{1}{4\left[\lg\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7}\right)\right]^2}. \qquad (3.203)$$

Все зависимости, приведенные для расчета коэффициента трения λ, справедливы для изотермического потока жидкости. Если протекающая по трубе жидкость нагревается или охлаждается, то мы имеем дело с *неизотермическим потоком*. В этом случае необходимо найденное по уравнению (3.190) значение $\Delta p_{тр}$ умножить на поправочный коэффициент x, учитывающий изменение свойств жидкости в зависимости от температуры.

В случае ламинарного режима движения жидкости величина коэффициента x определяется по уравнению

$$x = \left[1 + 0{,}22\left(\frac{\mathrm{Gr}\cdot\mathrm{Pr}}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}15}\right]\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_{\text{ст}}}\right)^{0{,}33}, \tag{3.204}$$

где Gr – критерий Грасгофа; Pr, $\mathrm{Pr}_{\text{ст}}$ – критерии Прандтля.

Значения упомянутых критериев подобия можно определить по уравнениям:

$$\mathrm{Gr} = \frac{d_э^3 \rho^2 g \beta_t \Delta t}{\mu^2}; \tag{3.205}$$

$$\mathrm{Pr} = \frac{c\mu}{\lambda}, \tag{3.206}$$

где $d_э$ – эквивалентный диаметр трубопровода; ρ – плотность жидкости; $g = 9{,}81$ м^2/с – ускорение свободного падения; β_t – коэффициент температурного расширения; Δt – модуль разности средней температуры поверхности стенки и средней температуры жидкости; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости; c – удельная теплоемкость жидкости (для газов следует принимать удельную теплоемкость при постоянном давлении); λ – коэффициент теплопроводности жидкости.

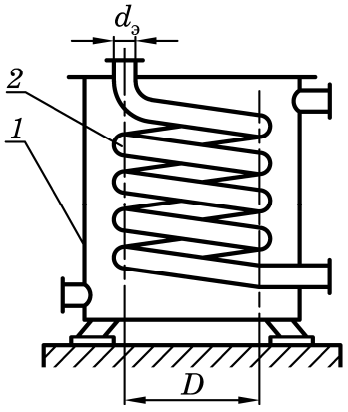


Рис. 3.50. Аппарат со змеевиком:
1 – корпус аппарата;
2 – змеевик

Для турбулентного режима отношение $\frac{\mathrm{Pr}}{\mathrm{Pr}_{\text{ст}}}$ в уравнении (3.204) с достаточной для инженерных расчетов точностью принимается равным единице.

Поскольку при движении жидкости, газа или пара в случае неизотермических потоков нередко происходит значительное изменение температуры и давления по длине трубопровода, то значения физических величин движущейся среды (плотности, динамической или кинематической вязкости, теплоемкости, теплопроводности и коэффициента температурного расширения) в формуле (3.204) определяют при их средних температуре $t_{\text{ср}}$ и давлении $p_{\text{ср}}$:

$$t_{\text{ср}} = \frac{t_{\text{н}} + t_{\text{к}}}{2}; \tag{3.207}$$

$$p_{\text{ср}} = \frac{p_{\text{н}} + p_{\text{к}}}{2}, \tag{3.208}$$

где $t_{\text{н}}$ и $p_{\text{н}}$ – соответственно температура и давление потока на входе в трубопровод (начальные); $t_{\text{к}}$ и $p_{\text{к}}$ – соответственно температура и давление потока на выходе из трубопровода (конечные).

При этом отметим, что при вычислении критерия $\mathrm{Pr}_{\text{ст}}$ свойства жидкости принимаются при средней температуре поверхности стенки.

Если движение жидкости происходит по плавно изогнутым трубам, например змеевикам (рис. 3.50), то потери давления в них при одинаковых длине и диаметре несколько больше, чем в прямых трубах, главным образом из-за воздействия на поток возникающих при этом центробежных сил.

В данном случае значение потерь давления в прямой трубе $\Delta p_{\text{пр}}$, вычисленное по уравнению (3.190), умножается на безразмерный поправочный коэффициент $\psi > 1$, зависящий от геометрических параметров змеевика:

$$\Delta p_{зм} = \psi \Delta p_{пр}, \tag{3.209}$$

где $\psi = 1 + 3{,}54\dfrac{d_э}{D}$; $d_э$ – эквивалентный диаметр трубы, из которой изготовлен змеевик; D – диаметр витка змеевика (рис. 3.50).

ПРИМЕР 3.25

По прямому медному трубопроводу длиной $l = 100$ м с внутренним диаметром $d = 50$ мм перемещается жидкость. Определить потери давления на трение, если расход жидкости по трубопроводу равен $Q = 0{,}3\ м^3/ч$. Свойства жидкости в трубопроводе: плотность $\rho = 900\ кг/м^3$; вязкость $\mu = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ Па · с.

Решение

Согласно уравнению расхода (3.1) средняя скорость жидкости по трубопроводу составит

$$w = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{0{,}3}{3600 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}05^2}{4}} = 0{,}0425\ м/с.$$

Режим движения жидкости по трубопроводу определим по значению критерия Рейнольдса (3.13):

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{0{,}0425 \cdot 0{,}05 \cdot 900}{1{,}0 \cdot 10^{-3}} = 1911 < 2320.$$

Режим движения соответствует ламинарному, следовательно, согласно уравнению (3.191), коэффициент трения для труб круглого сечения равен

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1911} = 0{,}0335.$$

Потери давления на трение определяем по уравнению (3.188):

$$\Delta p_{тр} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2} = 0{,}0335 \cdot \frac{100}{0{,}05} \cdot \frac{900 \cdot 0{,}0425^2}{2} = 54{,}35\ Па.$$

Ответ: $\Delta p_{тр} = 54{,}35$ Па.

ПРИМЕР 3.26

По условиям задачи 3.25 определить потери давления в трубопроводе, если расход жидкости увеличится в 10 раз.

Решение

Расход жидкости по трубопроводу составит

$$Q = 0{,}3 \cdot 10 = 3{,}0\ м^3/ч.$$

Согласно уравнению расхода (3.1), средняя скорость жидкости по трубопроводу составит

$$w = \frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{3{,}0}{3600 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}05^2}{4}} = 0{,}425 \text{ м/с}.$$

Режим движения жидкости по трубопроводу определим по значению критерия Рейнольдса (3.13):

$$\mathrm{Re} = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{0{,}425 \cdot 0{,}05 \cdot 900}{1{,}0 \cdot 10^{-3}} = 19\,108 > 2320.$$

Для турбулентного режима движения при $2320 \le \mathrm{Re} \le 10^5$ коэффициент трения для гладких труб может быть определен по формуле Блазиуса (3.193):

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\mathrm{Re}^{0{,}25}} = \frac{0{,}316}{19\,108^{0{,}25}} = 0{,}0269.$$

Потери давления на трение рассчитываем по формуле (3.188):

$$\Delta p_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2} = 0{,}0269 \cdot \frac{100}{0{,}05} \cdot \frac{900 \cdot 0{,}425^2}{2} = 4362 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{тр}} = 4362$ Па.

ПРИМЕР 3.27

Для условий задачи 3.26 определить потери давления в трубопроводе, если трубопровод выполнен из стали, а абсолютная шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0{,}5$ мм.

Решение

Для шероховатых труб при турбулентном режиме движения значение коэффициента трения можно определить по графической зависимости (рис. 3.49) или по формуле Кольбрука – Уайта (3.202). Для этого сначала определим значение относительной шероховатости стенок трубопровода по формуле (3.200):

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}5}{50} = 0{,}01.$$

Коэффициент трения рассчитаем по уравнению (3.202):

$$\lambda = \frac{1}{4\left[\lg\left(\frac{\varepsilon}{3{,}7} + \left(\frac{6{,}81}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}9}\right)\right]^2} = \frac{1}{4\left[\lg\left(\frac{0{,}01}{3{,}7} + \left(\frac{6{,}81}{19\,108}\right)^{0{,}9}\right)\right]^2} = 0{,}0414.$$

Потери давления на трение определим по формуле (3.188):

$$\Delta p_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2} = 0{,}0414 \cdot \frac{100}{0{,}05} \cdot \frac{900 \cdot 0{,}425^2}{2} = 6720 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{тр}} = 6720$ Па.

ПРИМЕР 3.28

По змеевику, выполненному из медной трубы с внутренним диаметром $d = 50$ мм, перемещается жидкость со средней скоростью $w = 2{,}0$ м/с. Число витков змеевика $n = 16$ шт., их диаметр $D = 1{,}0$ м. Определить потери давления на трение. Свойства жидкости в змеевике: плотность $\rho = 800$ кг/м^3; вязкость $\mu = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

Решение

Потери давления на трение в змеевике можно вычислить по формуле (3.209):

$$\Delta p_{\text{зм}} = \psi \Delta p_{\text{пр}}.$$

Для этого вначале следует определить потери давления на трение в прямой трубе $\Delta p_{\text{пр}}$, из которой выполнен змеевик, а также значение поправочного коэффициента ψ, зависящего от геометрических параметров змеевика.

Режим движения жидкости по трубе определим по значению критерия Рейнольдса (3.13):

$$\text{Re} = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{2{,}0 \cdot 0{,}05 \cdot 800}{1{,}0 \cdot 10^{-3}} = 80\,000 > 2320.$$

Для турбулентного режима движения при $2{,}5 \cdot 10^3 \le \text{Re} \le 2 \cdot 10^6$ коэффициент трения для гладких труб может быть определен по формуле Хермана (3.195):

$$\lambda = 0{,}0054 + \frac{0{,}396}{\text{Re}^{0{,}3}} = 0{,}0054 + \frac{0{,}396}{80\,000^{0{,}3}} = 0{,}0188.$$

Длина прямой трубы, из которой выполнен змеевик:

$$l = \pi D n = 3{,}14 \cdot 1 \cdot 16 = 50{,}24 \text{ м}.$$

Потери давления на трение в прямой трубе рассчитаем по формуле (3.188):

$$\Delta p_{\text{пр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2} = 0{,}0188 \cdot \frac{50{,}24}{0{,}05} \cdot \frac{800 \cdot 2{,}0^2}{2} = 30\,207 \text{ Па}.$$

Значение коэффициента ψ, зависящего от соотношения $\frac{d}{D}$:

$$\psi = 1 + 3{,}54 \frac{d}{D} = 1 + 3{,}54 \frac{0{,}05}{1{,}0} = 1{,}177.$$

Тогда потери давления в змеевике будут равны

$$\Delta p_{\text{зм}} = 1{,}177 \cdot 30\,207 = 35\,554 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{зм}} = 35\,554$ Па.

3.7.2. Потери давления на местных сопротивлениях

Местное сопротивление – это участок трубопровода, где происходит изменение величины и (или) направления скорости движения потока. К местным сопротивлениям относятся сужение и расширение трубопроводов и аппаратов, повороты потока, входы в трубу (аппарат) и выходы из них (рис. 3.51) и др.

Местные сопротивления вызывают возмущение потока, образование различных вихрей, на преодоление которых затрачивается дополнительная энергия движущейся жидкости. Так, при внезапном сужении (рис. 3.51, *а*, *г*) дополнительная потеря энергии обусловлена тем, что сечение потока сначала становится меньше сечения самой трубы, и лишь затем поток расширяется, заполняя всю трубу. При внезапном увеличении сечения трубы либо при входе в аппарат (рис. 3.51, *б*, *в*) напор теряется вследствие удара потока, выходящего с большей скоростью из части трубопровода с меньшим диаметром, в поток, движущийся медленнее в части трубопровода с бóльшим диаметром; при этом в области, примыкающей к прямому углу трубы более широкого сечения, возникают обратные токи-завихрения, на образование которых бесполезно тратится часть энергии. При изменении направления потока (рис. 3.51, *д*, *е*) образование завихрений происходит вследствие действия инерционных (центробежных) сил.

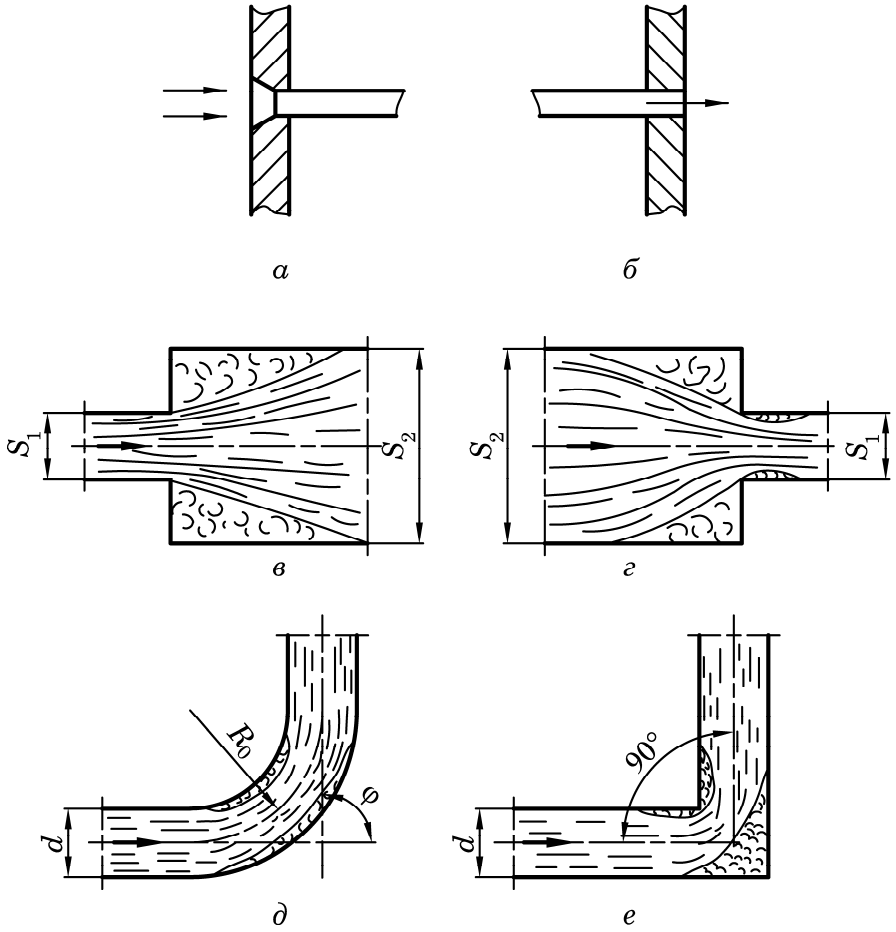


Рис. 3.51. Схемы местных сопротивлений:
а – вход в трубу; *б* – выход из трубы;
в – внезапное расширение; *г* – внезапное сужение;
д – плавный поворот на 90° (отвод); *е* – резкий поворот на 90° (колено)

К местным сопротивлениям также относятся различные запорно-регулирующие устройства – краны, вентили, задвижки и т. д. (рис. 3.52).

Кроме того, местными сопротивлениями можно считать и различные встроенные контрольно-измерительные устройства, например: диафрагмы, трубки Вентури, ротаметры и др.

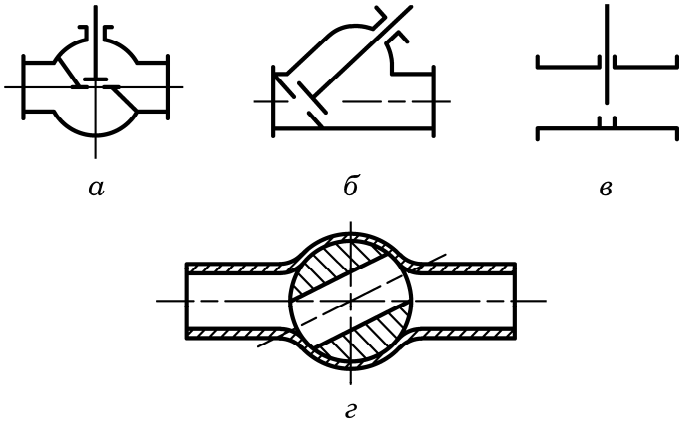


Рис. 3.52. Схемы различных запорно-регулирующих устройств:
а – нормальный (стандартный) вентиль; *б* – прямоточный вентиль;
в – задвижка; *г* – пробочный кран

Потери давления на преодоление местного сопротивления $\Delta p_{\text{м.с}}$ рассчитывают по зависимости

$$\Delta p_{\text{м.с}} = \xi \frac{\rho w^2}{2}, \tag{3.210}$$

где ξ – коэффициент местного сопротивления, который является опытной величиной и приводится для различных сопротивлений в справочной литературе.

Величина коэффициента сопротивления ξ определяется в основном видом, геометрией, состоянием местного сопротивления (например, вентиль может быть открыт полностью, частично или закрыт). Кроме того, величина ξ может существенно зависеть от гидродинамических условий движения потока в местном сопротивлении, а следовательно, от величины критерия Re.

Ниже приведены значения ξ для наиболее распространенных типов местных сопротивлений.

1. **Вход в трубу** (рис. 3.51, *а*): с острыми краями $\xi = 0{,}5$; с закругленными краями $\xi = 0{,}2$.

2. **Выход из трубы** (рис. 3.51, *б*): $\xi = 1$.

3. **Внезапное расширение** (рис. 3.51, *в*). Значение ξ зависит от соотношения площадей меньшего и бóльшего сечений S_1/S_2 и от числа Рейнольдса Re (рассчитываемого через скорость и эквивалентный диаметр для меньшего сечения):

Re	ξ при S_1/S_2, равном					
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
10	3,10	3,10	3,10	3,10	3,10	3,10
100	1,70	1,40	1,20	1,10	0,90	0,80
1000	2,00	1,60	1,30	1,05	0,90	0,60
3000	1,00	0,70	0,60	0,40	0,30	0,20
≥ 3500	0,81	0,64	0,50	0,36	0,25	0,16

4. **Внезапное сужение** (рис. 3.51, *г*). Значение ξ зависит от соотношения площадей меньшего и бóльшего сечений S_1/S_2 и от числа Рейнольдса Re (рассчитываемого через скорость и эквивалентный диаметр для меньшего сечения):

Re	ξ при S_1/S_2, равном					
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
10	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
100	1,30	1,20	1,10	1,0	0,90	0,80
1000	0,64	0,50	0,44	0,35	0,30	0,24
10 000	0,50	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
> 10 000	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20

5. **Отвод круглого сечения (плавный поворот)** (рис. 3.51, *д*): $\xi = AB$.

Коэффициент A зависит от угла φ, на который изменяется направление потока в отводе:

φ, град	20	30	45	60	90	110	130	150	180
A	0,31	0,45	0,60	0,78	1,00	1,13	1,20	1,28	1,40

Коэффициент B зависит от отношения радиуса изгиба трубы R_0 к внутреннему диаметру трубы d:

R_0/d	1,0	2,0	4,0	6,0	15	30	50
B	0,21	0,15	0,11	0,09	0,06	0,04	0,03

6. **Колено** с углом 90° (резкий поворот) (рис. 3.51, *е*) в зависимости от условного прохода d[23]:

d, мм	12,5	25	37	50	>50
ξ	2,2	2,0	1,6	1,1	1,1

7. **Вентиль нормальный** (рис. 3.52, *а*) при полном открытии в зависимости от условного прохода d:

d, мм	13	20	40	80	100	150	200	250	350
ξ	10,8	8,0	4,9	4,0	4,1	4,4	4,7	5,1	5,5

8. **Вентиль прямоточный** (рис. 3.52, *б*) при полном открытии. При $\mathrm{Re} > 3 \cdot 10^5$, в зависимости от условного прохода d:

d, мм	25	38	50	65	76	100	150	200	250
ξ	1,04	0,85	0,79	0,65	0,60	0,50	0,42	0,36	0,30

9. **Задвижка** (рис. 3.52, *в*) в зависимости от условного прохода d:

d, мм	15–100	175–200	300 и выше
ξ	0,5	0,25	0,15

[23] Более подробно о понятии условного прохода см. п. 5.1.2. При выборе значения коэффициента сопротивления ξ можно использовать величину внутреннего диаметра трубопровода, на котором находится местное сопротивление.

10. **Кран пробочный** (рис. 3.52, *г*) в зависимости от условного прохода d:

d, мм	13	19	25	32	38	50 и выше
ξ	4	2	2	2	2	2

Более полные сведения о значениях коэффициентов местных сопротивлений содержатся в специальной справочной литературе.

Если трубопроводная сеть содержит n последовательно расположенных местных сопротивлений, то суммарные потери давления в них определяют:

$$\Delta p_{\text{м.с}} = \sum_{i=1}^{n}\left(\xi_i \rho_i \frac{w_i^2}{2}\right), \tag{3.211}$$

где ξ_i – коэффициент i-го местного сопротивления; ρ_i, w_i – плотность и средняя скорость на i-м местном сопротивлении соответственно.

Значение скорости w_i в формуле (3.211) рассчитывают с помощью уравнений (3.1) или (3.3), причем площадь поперечного сечения трубопровода определяют перед местным сопротивлением.

Для трубопровода постоянного поперечного сечения формула (3.211) упрощается:

$$\Delta p_{\text{м.с}} = \sum_{i=1}^{n}\xi_i \cdot \frac{\rho w^2}{2}. \tag{3.212}$$

При необходимости следует учитывать также взаимное влияние местных сопротивлений друг на друга при расчете $\Delta p_{\text{м.с}}$. Если расстояние между местными сопротивлениями $l \geq 50 d_{\text{э}}$, то их влиянием друг на друга можно пренебречь. Если же $l < 50 d_{\text{э}}$, то суммарный коэффициент двух местных сопротивлений ξ_{1-2} можно определить по формуле

$$\xi_{1-2} = (\xi_1 + \xi_2) K, \tag{3.213}$$

где K – константа, значение которой можно приближенно определить по табл. 3.4.

Таблица 3.4

Значение константы K в уравнении (3.213)

$\frac{l}{d_{\text{э}}}$	10	20	30	40	50	60
K	0,72	0,82	0,9	0,96	0,99	1

В расчетной практике иногда применяется другой способ расчета $\Delta p_{\text{м.с}}$, по которому потери давления в местном сопротивлении приравниваются к потерям давления на трение в прямой трубе эквивалентной длины $l_{\text{э}}$:

$$\Delta p_{\text{м.с}} = \lambda \frac{l_{\text{э}}}{d} \frac{\rho w^2}{2}. \tag{3.214}$$

Эквивалентная длина $l_{\text{э}}$ местного сопротивления представляет собой длину прямой трубы, на которой находится данное местное сопротивление, и потери давления на трение в которой равны потерям от самого местного сопротивления.

Величину $l_э$ можно определить по уравнению

$$l_э = nd, \tag{3.215}$$

где n – безразмерный коэффициент, значения которого приводятся в справочниках (например, для вентиля нормального $n = 100–200$, для вентиля прямоточного $n = 10–20$).

3.7.3. Суммарные потери давления

Рассмотрим трубопровод, состоящий из прямых участков одинакового диаметра и местных сопротивлений, схема которого представлена на рис. 3.53.

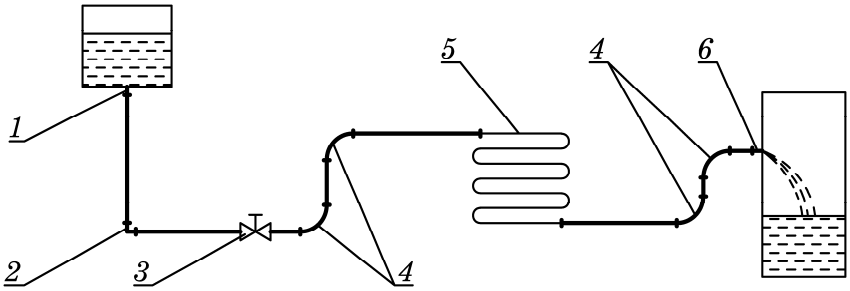


Рис. 3.53. Расчетная схема трубопровода (с местными сопротивлениями):
1 – вход в трубу; *2* – колено; *3* – вентиль;
4 – отвод; *5* – змеевик; *6* – выход из трубы

Расчетное уравнение для определения общих потерь давления Δp, Па, с учетом выражений (3.188) и (3.210) может быть представлено в виде

$$\Delta p = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum_{i=1}^{n} \xi_i \right) \frac{\rho w^2}{2}, \tag{3.216}$$

где l – суммарная длина прямых участков трубопровода, м; n – количество местных сопротивлений.

Либо с учетом выражения (3.214) можем записать

$$\Delta p = \lambda \frac{l + \sum l_э}{d} \frac{\rho w^2}{2}, \tag{3.217}$$

где $\sum l_э$ – сумма эквивалентных длин местных сопротивлений, м.

Более подробно расчет потерь давления в различных трубопроводах рассмотрен в п. 5.1.3.

ПРИМЕР 3.29

На трубопроводе внутренним диаметром $d = 50$ мм имеются следующие местные сопротивления: 8 отводов под углом 90° с радиусом поворота R_0, равным шести диаметрам трубы, и 2 нормальных вентиля. Определить потери давления на местных сопротивлениях, если по трубопроводу перемещается жидкость со средней скоростью $w = 2$ м/с. Взаимным влиянием местных сопротивлений друг на друга при расчете пренебречь. Плотность жидкости в трубопроводе $\rho = 900$ кг/м^3.

Решение

Значения коэффициентов местных сопротивлений:

– отвод под углом $90°$ с $R_0/d = 6$: $\xi_1 = AB = 1 \cdot 0{,}09 = 0{,}09$;

– нормальный вентиль при полном открытии: $\xi_2 = 4{,}68$.

Используя формулу (3.212), для трубопровода с постоянным поперечным сечением можно записать:

$$\Delta p_{\text{м.с}} = \left(8\xi_1 + 2\xi_2\right)\frac{\rho w^2}{2}.$$

Суммарные потери давления на местных сопротивлениях составят:

$$\Delta p_{\text{м.с}} = \left(8 \cdot 0{,}09 + 2 \cdot 4{,}68\right) \cdot \frac{900 \cdot 2^2}{2} = 18\,144 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{м.с}} = 18\,144$ Па.

ПРИМЕР 3.30

Потери давления на трение на прямом участке трубопровода длиной $l = 8$ м составляют $\Delta p_{\text{тр}} = 1600$ Па. Определить потери давления на местном сопротивлении, находящемся на этом трубопроводе, если его эквивалентная длина $l_{\text{э}} = 15$ м.

Решение

Если на трубопроводе имеется какое-либо местное сопротивление, для которого известна его эквивалентная длина $l_{\text{э}}$, то потери давления на нем могут быть определены как потери давления на трение на прямом участке трубопровода длиной $l = l_{\text{э}}$.

Согласно условию задачи потери давления на трение на прямом участке трубопровода длиной 8 м равны 1600 Па, тогда на одном метре этого же трубопровода потери давления на трение $\Delta p_{\text{тр.1}}$ составят

$$\Delta p_{\text{тр.1}} = \frac{1600}{8} = 200 \text{ Па}.$$

Потери давления на трение на прямом участке трубы длиной $l = l_{\text{э}}$ будут равны

$$\Delta p_{\text{тр}} = \Delta p_{\text{тр.1}} l_{\text{э}} = 200 \cdot 15 = 3000 \text{ Па}.$$

Следовательно, такие же потери давления будут и на местном сопротивлении:

$$\Delta p_{\text{м.с}} = \Delta p_{\text{тр}} = 3000 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{м.с}} = 3000$ Па.

3.8. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ И САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое установившееся (стационарное) и неустановившееся (нестационарное), безнапорное и напорное движение текучих сред?

2. Дайте определение линии тока, потока, живого сечения.

3. Что такое объемный и массовый расходы, средняя скорость жидкости? Как рассчитываются эти величины, как они связаны между собой?

4. Что такое смоченный периметр, гидравлический радиус, эквивалентный диаметр?

5. Какие существуют режимы движения жидкостей? Опишите опыт Рейнольдса.

6. Приведите примеры практического применения уравнения неразрывности потока в интегральном виде.

7. Что описывают дифференциальные уравнения движения Эйлера?

8. Запишите уравнение Бернулли для идеальной и реальной жидкости, объясните его энергетический смысл.

9. Опишите определение объемного расхода с помощью трубки Пито, трубки Пито – Прандтля, трубки Вентури, мерной дроссельной диафрагмы, ротаметра.

10. Как влияет форма отверстия, место его расположения на скорость истечения жидкости из емкости?

11. Что такое насадок, для чего используются насадки?

12. Что такое водослив? Какие водосливы бывают и где в химической промышленности они используются?

13. В каких случаях профиль скоростей описывается параболой?

14. В каких случаях и для чего можно применить уравнение Пуазейля?

15. Какими параметрами можно охарактеризовать движение жидкости в турбулентном режиме?

16. Что такое неньютоновские жидкости? Чем они отличаются от ньютоновских жидкостей?

17. Сформулируйте основные теоремы подобия.

18. Приведите основные критерии гидродинамического подобия.

19. Почему при движении жидкостей по прямым участкам трубопровода напор жидкости уменьшается?

20. Что такое гидравлически гладкая труба? В каких случаях к шероховатой трубе можно применить термин гидравлически гладкой?

21. Что такое местное сопротивление? Дайте определение эквивалентной длины местного сопротивления.

Глава 4
ГИДРОДИНАМИКА ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ

В данной главе рассмотрены закономерности движения и взаимодействия двухфазных потоков, включающих: 1) движение твердых тел в жидкостях; 2) движение газа через зернистые слои; 3) барботаж; 4) пленочное течение жидких сред в газовой среде; 5) диспергирование жидкости в потоке газа.

В главе приведены конструкции, дано описание работы и представлены основы расчетов аппаратов неподвижного и кипящего зернистых слоев, установок для пневмотранспорта, аппаратов с барботажными тарелками, пленочных трубчатых и насадочных аппаратов, гидравлических, пневматических и механических диспергаторов. Включены типовые примеры расчетов.

Rozdział 4
HYDRODYNAMIKA PRZEPŁYWÓW DWUFAZOWYCH

Czwarty rozdział omawia przepływy dwufazowe, w tym: 1) ruch ciał stałych w cieczach; 2) przepływ gazu przez warstwy ziarniste; 3) barbotaż; 4) przepływ filmu ciekłego ośrodku gazowym; 5) przepływ dyspersji cieczy w strumieniu gazu (natrysk, zraszanie).

W rozdziale przedstawiono konstrukcję, zasadę działania oraz podstawy obliczania aparatów ze złożem stałym i fluidalnym, przenośników pneumatycznych, aparatów z półkami barbotażowymi, z przepływem warstewkowym oraz z kontaktem ciecz-gaz w warstwie wypełnienia. Omówiono również elementy dyspergujące ciecz, działające na zasadzie hydraulicznej, pneumatycznej i mechanicznej. W rozdziale zamieszczono przykłady obliczeń.

Chapter 4
HYDRODYNAMICS OF TWO-PHASE FLOWS

The fourth chapter discusses two-phase flows, including: 1) motion of solids in liquids; 2) gas flow through granular beds; 3) bubbling; 4) liquid film flow in a gas; 5) flow of liquid dispersion in a gas phase (spraying).

The chapter shows the construction, principle of operation, and the methods of calculation of columns with a fixed granular bed or fluidized bed, pneumatic conveyors, bubble tray columns, apparatus with a falling liquid film, and columns where liquid-gas contact takes place on the granular bed. The equipment used to disperse the liquids using hydraulic, pneumatic and mechanical methods is presented. The chapter contains examples of calculations.

В химической технологии многие процессы протекают в движущихся по трубопроводам или в аппаратах двухфазных потоках. При этом одна из фаз является **дисперсной**, а вторая – **сплошной**. Обычно дисперсная фаза распределена в сплошной в виде твердых частиц, струй, капель, пленок жидкости, пузырей газа. Взаимное направление этих фаз может быть различным. Например, движение твердых частиц и потока газа при пневмотранспорте, пузырей пара в кипящей жидкости в вертикальных трубах выпарных аппаратов с естественной циркуляцией направлено в одну сторону и является **прямоточным**. Во многих случаях фазы движутся в противоположных направлениях, т. е. их движение является **противоточным**. Примером противоточного движения может служить взаимодействие стекающей вниз пленки жидкости с восходящими потоками газа или пара в пленочных или насадочных массообменных колоннах.

В зависимости от физического состояния фаз различают два вида двухфазных потоков:

– потоки, в которых сплошной фазой являются газ или жидкость, а дисперсной – твердая фаза;

– потоки систем газ – жидкость и жидкость – жидкость (потоки двух несмешивающихся жидкостей).

Основное различие механизмов движения двухфазных потоков первого вида состоит в том, что твердые частицы в таких процессах, как осаждение, псевдоожижение, пневмотранспорт, практически не меняют своей формы и массы, в то время как элементы дисперсных фаз в потоках газ – жидкость и жидкость – жидкость (пузыри, струи, капли, пленки) обычно меняют свою форму (из-за подвижности границы раздела фаз), а часто и массу (вследствие слияния или дробления отдельных пузырей, струй и капель).

Математическое описание движения систем газ – жидкость и жидкость – жидкость и получение уравнений для гидравлического расчета аппаратов, в которых они движутся, является гораздо более сложным, чем для однофазных потоков. Поэтому изучают двухфазные потоки в основном экспериментально, проводя опыты на моделях с последующей обработкой результатов экспериментов. Одна из главных трудностей таких исследований заключается в том, что характеристика течения каждой фазы часто зависит от условий течения другой фазы.

4.1. ГИДРОДИНАМИКА ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМ С ДИСПЕРСНОЙ ТВЕРДОЙ ФАЗОЙ

4.1.1. Движение тел в жидкостях

Проведение ряда процессов химической технологии связано с движением твердых тел в жидкостях (газах) или обтеканием потоками жидкости (газа) неподвижных твердых тел (так называемая внешняя задача гидродинамики).

При рассмотрении движения твердых тел в жидкостях или газах следует различать свободное и стесненное движение.

Свободное движение (объемная концентрация твердой фазы не превышает примерно 5%) характеризуется отсутствием взаимного влияния частиц дисперсной фазы, т. е. каждая частица ведет себя как одиночная.

С ростом объемной концентрации твердой фазы взаимное влияние пограничных слоев[1] и частота столкновений между частицами увеличиваются и движение становится **стесненным**. Рассмотрим подробнее эти два случая.

4.1.1.1. Сопротивление движению одиночной частицы в жидкости

Движение одиночной частицы в среде жидкости или газа зависит от силы сопротивления среды, которая направлена в сторону, обратную движению тела, и складывается из сопротивления сил трения и сил инерции.

Силы трения обусловлены разными скоростями движения поверхности частицы и близлежащих слоев жидкости, а также взаимодействием между близлежащими слоями жидкости, движущимися с различными скоростями.

Силы инерции обусловлены в первую очередь воздействием движущейся частицы на область жидкости, находящуюся перед ней. При этом частица толкает жидкость перед собой, передавая ей механическую энергию, и замедляет свое движение. Кроме того, слои жидкости, находящиеся за частицей и частично сбоку от нее и удерживаемые возле ее поверхности силами поверхностного натяжения и вязкостного трения, двигаются вместе с частицей, периодически срываясь под действием турбулентных образований. На место сорванных слоев приходят другие слои, на разгон которых затрачивается дополнительная энергия.

Сопротивление трения преобладает при небольших скоростях и малых размерах движущихся частиц, а также при высокой вязкости среды, т. е. в условиях *ламинарного режима* движения. В этом случае поток плавно обтекает частицы (рис. 4.1, *а*), и вследствие действия сил поверхностного натяжения и трения относительная скорость жидкости на поверхности частицы становится равной нулю (подобно тому, как при движении потока по трубе скорость жидкости уменьшается до нуля у стенок трубы).

С развитием турбулентности потока (например, с увеличением скорости движения тела) наступает *переходный режим* (рис. 4.1, *б*). Все большую роль при этом начинают играть силы инерции. Под действием этих сил пограничный слой отрывается от поверхности тела, что приводит к понижению давления за движущимся телом, и нарушению ламинарности потока.

При *турбулентном режиме* движения (рис. 4.1, *в*) под действием сил инерции происходит интенсивный отрыв слоев жидкости от задней и боковой поверхностей частицы, причем в пространстве за частицей возникают вихри. В области вихрей создается разряжение – в эту разряженную область устремляется близлежащая жидкость. Поэтому частица кроме сил трения должна преодолеть разность давлений в основной массе жидкости и в зоне завихрений за частицей. В турбулентном режиме сопротивление движению, обусловленное силами инерции, приобретает решающее значение.

---

[1] Пограничный слой – это слой жидкости (газа), непосредственно примыкающий к поверхности частицы и удерживаемый возле нее силами поверхностного натяжения (назовем условно их «силами прилипания») и вязкостного трения. Указанные пограничные слои аналогичны пограничным слоям на внутренних поверхностях труб, каналов и аппаратов при движении жидкости (газа) в них.

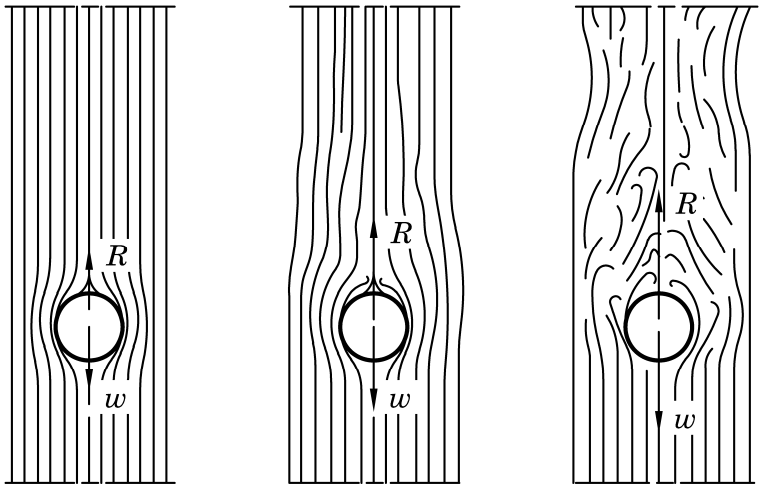


Рис. 4.1. Движение частицы в жидкости:
а – ламинарный режим; *б* – переходный режим;
в – турбулентный режим

При движении частицы в жидкости (газе) со скоростью w возникает сила сопротивления R, направленная противоположно движению частицы (рис. 4.1).

Величина силы сопротивления R, Н, может быть рассчитана согласно закону сопротивления:

$$R = \xi F \frac{\rho w^2}{2}, \tag{4.1}$$

где ξ – коэффициент сопротивления среды; F – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению его движения, $м^2$; ρ – плотность жидкой среды, $кг/м^3$; w – скорость тела относительно жидкости, м/с.

Для сферической частицы

$$F = \frac{\pi d^2}{4}, \tag{4.2}$$

где d – диаметр частицы, м.

Коэффициент сопротивления среды зависит от гидродинамического режима движения частицы в жидкости и формы частицы.

Для каждого гидродинамического режима движения частицы расчет коэффициента сопротивления производится по своим зависимостям, которые получены при обработке многочисленных опытных данных.

Режим движения определяется критерием Рейнольдса Re:

$$\mathrm{Re} = \frac{w d_{эк} \rho}{\mu}, \tag{4.3}$$

где w – скорость тела относительно жидкости, м/с; $d_{эк}$ – эквивалентный диаметр частицы, м; ρ – плотность жидкости, $кг/м^3$; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости, $Па \cdot с$.

Для сферических частиц эквивалентный диаметр $d_{эк}$ принимают равным диаметру частиц d.

Для тел нешарообразной формы в качестве $d_{эк}$ принимают диаметр эквивалентного шара, имеющего такой же объем, что и данное тело.

Тогда из формулы объема шара

$$d_{эк} = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}, \tag{4.4}$$

где V – объем тела нешарообразной формы, м^3.

Для движения частиц шарообразной формы экспериментально установлено:

1) ламинарный режим наблюдается при $\mathrm{Re} \le 2$ (область действия закона Стокса). При этом коэффициент сопротивления можно найти по уравнению

$$\xi = \frac{24}{\mathrm{Re}}; \tag{4.5}$$

2) переходный режим существует при $2 < \mathrm{Re} \le 500$, коэффициент сопротивления можно определить как

$$\xi = \frac{18{,}5}{\mathrm{Re}^{0{,}6}}; \tag{4.6}$$

3) турбулентный (автомодельный по отношению к критерию Рейнольдса Re, т. е. независящий от него) режим движения наблюдается при $\mathrm{Re} > 500$. При этом $\xi \to 0{,}44$, и в расчетах можно принимать

$$\xi = 0{,}44. \tag{4.7}$$

Для частиц не шарообразной формы при автомодельном режиме величина ξ приводится в справочной литературе.

Таким образом, граничными (критическими) значениями числа Рейнольдса, которые соответствуют переходу из одного режима в другой, будут $\mathrm{Re}_{кр1} = 2$ и $\mathrm{Re}_{кр2} = 500$.

На рис. 4.2 показана зависимость коэффициента сопротивления ξ от числа Рейнольдса для шарообразной частицы.

Для тел, отличающихся по форме от шара, режим движения определяется также числом Re. При этом границы режимов можно принимать такие же, как и для сферических частиц. Однако в этом случае коэффициент сопротивления ξ зависит не только от числа Re, но и от формы частиц, влияние которой можно оценить фактором формы Ф:

$$\xi = f(\mathrm{Re}, \Phi). \tag{4.8}$$

Фактор формы определяют согласно уравнению

$$\Phi = \frac{F_{ш}}{F}, \tag{4.9}$$

где $F_{ш}$ – площадь поверхности шара, имеющего тот же объем, что и рассматриваемое тело с площадью поверхности F.

Величины фактора формы частиц для некоторых реальных материалов:

Форма частиц	Величина фактора формы Ф
Округлые без резких выступов	0,8–0,9
Округлые с резкими выступами	0,65–0,8
Угловатые, шероховатые	0,4–0,65
Пластинчатые, хлопьевидные, волокнистые	0,2–0,4

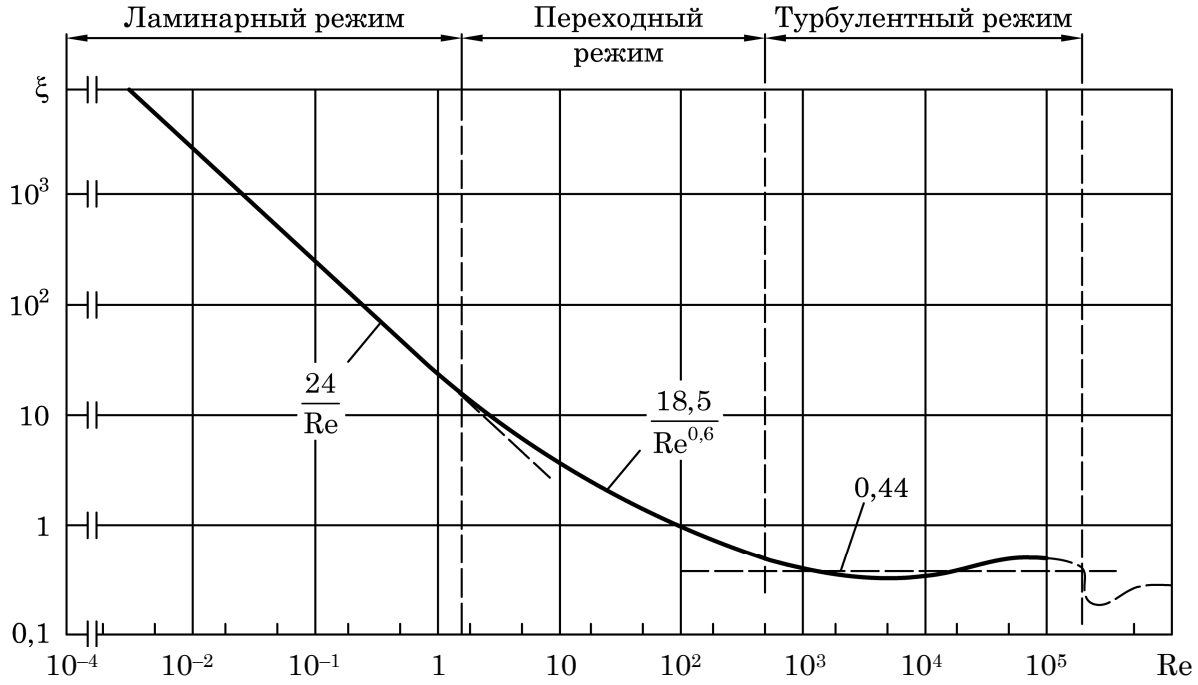


Рис. 4.2. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса для шарообразной частицы

Конкретный вид зависимости (4.8) и значение Ф можно найти в справочной литературе, например в виде графической зависимости, отображенной на рис. 4.3.

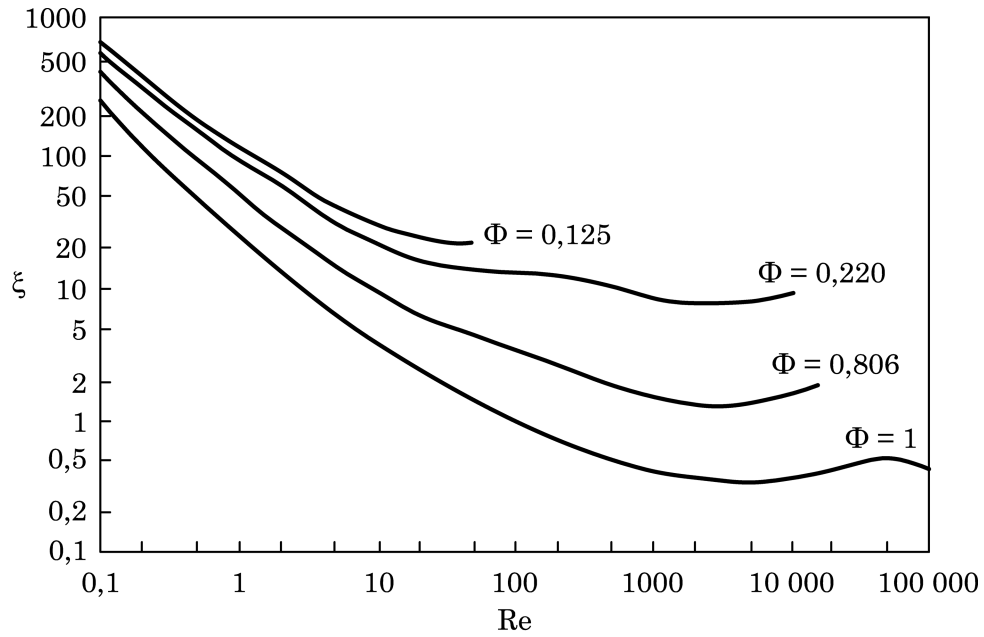


Рис. 4.3. Зависимость коэффициента сопротивления ξ от числа Рейнольдса Re и фактора формы Ф частиц

Зависимости (4.1), (4.3), (4.5)–(4.7) справедливы при любом направлении движения твердых частиц в жидкости, в том числе при совпадении и несовпадении вектора скорости частицы и направления действия силы тяжести.

ПРИМЕР 4.1



Твердая шарообразная частица диаметром $d = 5$ мм, двигается со скоростью $w = 0{,}1$ м/с в газовой среде. Определить значение силы сопротивления, действующую на частицу. Свойства газовой среды: плотность $\rho = 1{,}2$ кг/м^3; вязкость $\mu = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Решение

Определим режим движения частицы по значению критерия Рейнольдса, используя зависимость (4.3):

$$\mathrm{Re} = \frac{w d_{эк} \rho}{\mu}.$$

Для шарообразной частицы $d_{эк} = d = 0{,}005$ м, тогда

$$\mathrm{Re} = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}005 \cdot 1{,}2}{1{,}8 \cdot 10^{-5}} = 166{,}7.$$

Так как $2 < \mathrm{Re} \le 500$, это соответствует переходному режиму движения. Тогда значение коэффициента сопротивления можно определить по формуле (4.6):

$$\xi = \frac{18{,}5}{\mathrm{Re}^{0{,}6}} = \frac{18{,}5}{166{,}7^{0{,}6}} = 0{,}859.$$

Значение силы сопротивления рассчитаем по формуле (4.1):

$$R = \xi \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\rho w^2}{2} = 0{,}859 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}005^2}{4} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 0{,}1^2}{2} = 2{,}53 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

Ответ: $R = 2{,}53 \cdot 10^{-6}$ Н.

ПРИМЕР 4.2



Определить эквивалентный диаметр нешарообразной частицы, имеющей массу $m = 1{,}5$ г и плотность $\rho_ч = 2500$ кг/м^3.

Решение

Для тел нешарообразной формы эквивалентный диаметр можно определить по формуле (4.4):

$$d_{эк} = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}},$$

где V – объем тела нешарообразной формы, м^3.

Учитывая, что $V = m/\rho_ч$, получим следующую расчетную формулу:

$$d_{эк} = \sqrt[3]{\frac{6m}{\pi \rho_ч}}.$$

$$d_{эк} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0{,}0015}{3{,}14 \cdot 2500}} = 1{,}05 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 10{,}5 \text{ мм}.$$

Ответ: $d_{эк} = 10{,}5$ мм.

4.1.1.2. Осаждение твердых частиц под действием силы тяжести. Скорость свободного осаждения

При движении (осаждении) твердой частицы в неподвижной среде под действием силы тяжести направление скорости частицы $\vec{w}$ совпадает с направлением действия силы тяжести $\vec{G}$, являющейся движущей силой процесса осаждения. При этом на частицу, кроме силы $\vec{G}$, действует выталкивающая Архимедова сила[2] $\vec{A}$ и сила сопротивления среды $\vec{R}$, в результате чего частица начинает двигаться ускоренно вниз. Следовательно, второй закон Ньютона для движения частицы с массой m примет вид

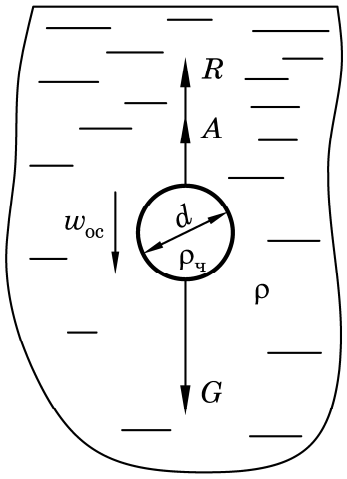


Рис. 4.4. Силы, действующие на частицу при свободном осаждении

$$\vec{G} + \vec{A} + \vec{R} = m\vec{a}, \tag{4.10}$$

где $\vec{a}$ – ускорение частицы.

Однако с увеличением скорости будет расти сила сопротивления среды $\vec{R}$ и, соответственно, уменьшаться ускорение $\vec{a}$. В результате через некоторое время наступит равновесие сил, действующих на частицу (рис. 4.4):

$$\vec{G} + \vec{A} + \vec{R} = 0. \tag{4.11}$$

Начиная с этого момента, частица будет двигаться равномерно, с постоянной скоростью. Эту скорость называют *скоростью осаждения* w_{oc}. Для достаточно мелких частиц (размером 0,1 мм и менее) равномерное движение вниз начинается практически мгновенно.

В проекции на направление движения уравнение (4.11) примет вид

$$G - A - R = 0 \tag{4.12}$$

либо

$$G - A = R. \tag{4.13}$$

С учетом формулы (4.1) величины сил, действующих на движущуюся частицу, можно определить по уравнениям:

$$\begin{cases} G = mg; \\ R = \xi F \dfrac{\rho w_{oc}^2}{2}; \\ A = m_{ср} g, \end{cases} \tag{4.14}$$

где m – масса частицы, кг; ξ – коэффициент сопротивления среды; F – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению скорости частицы, м^2; ρ – плотность среды, кг/м^3; $m_{ср}$ – масса объема среды, равного объему частицы, кг.

[2] Более подробно о силе Архимеда см. подп. 2.4.4.3.

Если частица имеет шарообразную форму, то уравнения (4.14) можно записать в виде

$$\begin{cases} G = \dfrac{\pi d^3}{6}\rho_ч g; \\ R = \xi\dfrac{\pi d^2}{4}\dfrac{\rho w_{ос}^2}{2}; \\ A = \dfrac{\pi d^3}{6}\rho g, \end{cases} \tag{4.15}$$

где d – диаметр частицы, м; $\rho_ч$ – плотность материала частицы, кг/м^3.

Подставляя выражения сил из системы (4.15) в уравнение (4.13), получим:

$$\frac{\pi d^3}{6} g\left(\rho_ч - \rho\right) = \xi\frac{\pi d^2}{4}\frac{\rho w_{ос}^2}{2}, \tag{4.16}$$

откуда после сокращения на $\dfrac{\pi d^2}{2}$ можем выразить значение скорости осаждения:

$$w_{ос} = \sqrt{\frac{4}{3}\frac{dg\left(\rho_ч - \rho\right)}{\xi\rho}}. \tag{4.17}$$

4.1.1.2.1. Определение скорости свободного осаждения частиц шарообразной формы[3]. Как видно из уравнения (4.17), для определения скорости осаждения необходимо знать величину коэффициента ξ, который определяется по одной из зависимостей (4.5)–(4.7). Из этих уравнений следует, что значение ξ зависит от величины критерия Рейнольдса, т. е. от скорости движения частицы, которую и необходимо определить.

Существуют различные способы решения данной задачи, основные из которых изложены ниже.

1. Для *ламинарного режима*, подставив в формулу (4.17) выражение (4.5), получим уравнение

$$w_{ос} = \sqrt{\frac{4}{3}\frac{dg\left(\rho_ч - \rho\right)}{\dfrac{24}{\mathrm{Re}}\rho}}. \tag{4.18}$$

Учитывая, что $\mathrm{Re} = \dfrac{w_{ос} d\rho}{\mu}$, и возводя левую и правую части уравнения (4.18) в квадрат, запишем

$$w_{ос}^2 = \frac{4}{3}\frac{dg\left(\rho_ч - \rho\right)}{\dfrac{24}{\dfrac{w_{ос} d\rho}{\mu}}\rho}. \tag{4.19}$$

[3] К частицам шарообразной формы следует отнести как непосредственно сферические, так и несферические частицы, приближающиеся к первым по форме (например, несильно вытянутые овальные частицы).

Выполняя преобразования формулы (4.19), получим выражение для определения $w_{\text{ос}}$ для ламинарного режима осаждения $(\text{Re} \le 2)$:

$$w_{\text{ос}} = \frac{d^2 g(\rho_{\text{ч}} - \rho)}{18\mu}. \tag{4.20}$$

Зависимость (4.20) носит название *формулы Стокса* для осаждения одиночной частицы.

Аналогичным способом можно получить выражения для расчета скорости осаждения $w_{\text{ос}}$ для переходной и автомодельной областей:

– для переходной $(2 < \text{Re} \le 500)$:

$$w_{\text{ос}} = \frac{d^{1,143} g^{0,714} (\rho_{\text{ч}} - \rho)^{0,714}}{6,545\mu^{0,429}\rho^{0,286}}; \tag{4.21}$$

– для автомодельной $(\text{Re} > 500)$:

$$w_{\text{ос}} = 1,741\sqrt{\frac{dg(\rho_{\text{ч}} - \rho)}{\rho}}. \tag{4.22}$$

Расчет $w_{\text{ос}}$ по уравнениям (4.20)–(4.22) возможен *методом последовательных приближений*. Вначале задаются режимом осаждения и рассчитывают по соответствующему уравнению $w_{\text{ос}}$. Далее с помощью формулы (4.3) вычисляют критерий Рейнольдса Re и проверяют, лежит ли найденное значение Re в пределах, соответствующих принятому режиму осаждения. Если режим осаждения выбран верно, то расчет $w_{\text{ос}}$ заканчивают. В противном случае принимают другой режим, и расчет повторяют по вышеприведенной методике.

Такой метод расчета может содержать несколько приближений, а значит, является трудоемким. Его рационально использовать в тех случаях, когда осаждаются мелкие частицы в вязкой среде – тогда наиболее вероятным является ламинарный режим осаждения и следует пользоваться формулой Стокса. Либо осаждаются крупные частицы в маловязкой среде, тогда вероятный режим осаждения – турбулентный, и используют формулу (4.22). В таких случаях для нахождения $w_{\text{ос}}$ понадобится лишь одно приближение.

Вместе с тем следует учесть, что при осаждении очень мелких частиц, для которых $\text{Re} < 10^{-4}$ на величину скорости осаждения начинает влиять тепловое движение микрочастиц (как правило, молекул) сплошной среды. При этом размеры осаждаемой частицы d становятся соизмеримыми со средней длиной λ свободного пробега микрочастиц сплошной среды.

Данное влияние определяют введением в формулу (4.20) поправочного коэффициента k:

$$k = \frac{1}{1 + A\dfrac{\lambda}{d}}, \tag{4.23}$$

где A – коэффициент, зависящий от природы текучей среды $(1,4 \le A \le 20)$, так, например, для воздуха $A = 1,5$.

Тогда с учетом поправки, определяемой по формуле (4.23), скорость осаждения мелких частиц $w'_{\text{ос}}$ будет

$$w'_{\text{ос}} = k w_{\text{ос}}, \tag{4.24}$$

где $w_{\text{ос}}$ определяется по формуле (4.20).

Расчеты показывают, что пылевые частицы диаметром $d \le 0{,}1$ мкм вообще не осаждаются в атмосферном воздухе, а наблюдается лишь их хаотическое движение.

2. Вследствие трудоемкости метода последовательных приближений для определения скорости осаждения удобно пользоваться методом, предложенным П. В. Лященко. Он позволяет определить режим осаждения частицы без выполнения приближений.

Возведем в квадрат выражение (4.17) и определим $w_{\text{ос}}^2$:

$$w_{\text{ос}}^2 = \frac{4dg\left(\rho_{\text{ч}} - \rho\right)}{3\xi\rho}. \tag{4.25}$$

С другой стороны, если мы выразим из формулы (4.3) скорость осаждения через критерий Рейнольдса:

$$w_{\text{ос}} = \frac{\mu\,\text{Re}}{d\rho},$$

и возведем ее в квадрат, то получим

$$w_{\text{ос}}^2 = \frac{\mu^2\,\text{Re}^2}{d^2\rho^2}. \tag{4.26}$$

Приравняв правые части уравнений (4.25) и (4.26), запишем

$$\frac{\mu^2\,\text{Re}^2}{d^2\rho^2} = \frac{4dg\left(\rho_{\text{ч}} - \rho\right)}{3\xi\rho}. \tag{4.27}$$

Отсюда можем выразить

$$\frac{3}{4}\text{Re}^2\,\xi = \frac{g\rho^2 d^3\left(\rho_{\text{ч}} - \rho\right)}{\mu^2\rho} = \frac{d^3\left(\rho_{\text{ч}} - \rho\right)\rho g}{\mu^2}. \tag{4.28}$$

Критерий Рейнольдса Re и коэффициент сопротивления ξ – величины безразмерные, а значит, безразмерным будет и выражение $\frac{3}{4}\text{Re}^2\,\xi$. Следовательно, правая часть уравнения (4.28) также будет безразмерной и ее можно представить в виде критерия подобия (числа) Архимеда Ar:

$$\text{Ar} = \frac{d^3\left(\rho_{\text{ч}} - \rho\right)\rho g}{\mu^2}. \tag{4.29}$$

Таким образом, из уравнения (4.28) с учетом (4.29) получим

$$\text{Ar} = \frac{3}{4}\text{Re}^2\,\xi. \tag{4.30}$$

Для ламинарного режима осаждения частицы $(\mathrm{Re} \le 2)$ при подстановке $\xi = \frac{24}{\mathrm{Re}}$ в уравнение (4.30) получим

$$\mathrm{Ar} = \frac{3}{4}\mathrm{Re}^2 \frac{24}{\mathrm{Re}},$$

откуда

$$\mathrm{Ar} = 18\mathrm{Re}. \tag{4.31}$$

Первое критическое значение критерия Архимеда, соответствующее смене режима движения частицы с ламинарного на переходный, получим, подставляя в уравнение (4.31) значение критерия Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\text{кр1}} = 2$:

$$\mathrm{Ar}_{\text{кр1}} = 18\,\mathrm{Re}_{\text{кр1}} = 18 \cdot 2 = 36. \tag{4.32}$$

Следовательно, существование ламинарного режима осаждения соответствует условию $\mathrm{Ar} \le 36$.

Для переходного режима осаждения $(2 < \mathrm{Re} \le 500)$ при подстановке значения $\xi = \frac{18{,}5}{\mathrm{Re}^{0{,}6}}$ в уравнение (4.30), получим

$$\mathrm{Ar} = \frac{3}{4}\mathrm{Re}^2 \frac{18{,}5}{\mathrm{Re}^{0{,}6}},$$

или после преобразований

$$\mathrm{Ar} = 13{,}875\,\mathrm{Re}^{1{,}4}. \tag{4.33}$$

После подстановки в уравнение (4.33) значения $\mathrm{Re}_{\text{кр2}} = 500$ находим второе критическое значение критерия Архимеда, соответствующее смене режима движения частиц с переходного на турбулентный:

$$\mathrm{Ar}_{\text{кр2}} = 13{,}875 \cdot 500^{1{,}4},$$

откуда

$$\mathrm{Ar}_{\text{кр2}} \approx 83\,000. \tag{4.34}$$

Таким образом, переходная область осаждения соответствует изменению критерия Ar в пределах $36 < \mathrm{Ar} \le 83\,000$, а турбулентный режим осаждения будет наблюдаться при $\mathrm{Ar} > 83\,000$.

Согласно формуле (4.29), в критерий Архимеда искомая скорость осаждения не входит. Следовательно, рассчитав число Архимеда Ar при известном диаметре частицы d по уравнению (4.29), можно сразу установить режим осаждения и выбрать для определения скорости осаждения $w_{\text{ос}}$ соответствующее расчетное уравнение из формул (4.20)–(4.22).

3. Скорость осаждения можно определить, используя совместно критерии Архимеда Ar и Рейнольдса Re.

Для ламинарной области осаждения $(\mathrm{Ar} \le 36)$ согласно уравнению (4.31)

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Ar}}{18}. \tag{4.35}$$

Для переходной области осаждения $(36 < \mathrm{Ar} \le 83\,000)$ из уравнения (4.33) выразим критерий Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = 0{,}152\mathrm{Ar}^{0{,}715}. \tag{4.36}$$

Для автомодельной области $(\mathrm{Ar} > 83\,000)$ зависимость между критериями Re и Ar можно найти, подставив $\xi = 0{,}44$ в уравнение (4.30):

$$\mathrm{Ar} = \frac{3}{4}\mathrm{Re}^2 \cdot 0{,}44.$$

После преобразований последнего уравнения получим

$$\mathrm{Re} = 1{,}741\sqrt{\mathrm{Ar}}. \tag{4.37}$$

Таким образом, рассчитав величину критерия Архимеда Ar, устанавливаем режим осаждения. Далее выбираем из уравнений (4.35), (4.36) и (4.37) соответствующую режиму осаждения расчетную формулу, находим значение критерия Рейнольдса Re и определяем скорость осаждения $w_{\text{ос}}$.

4. Для оценочных расчетов скорости осаждения $w_{\text{ос}}$ можно использовать и единую интерполяционную зависимость, связывающую критерии Re и Ar для всех режимов осаждения:

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Ar}}{18 + 0{,}575\sqrt{\mathrm{Ar}}}. \tag{4.38}$$

При малых значениях критерия Архимеда Ar вторым слагаемым в знаменателе можно пренебречь, и уравнение (4.38) превращается в уравнение (4.35). При больших же значениях критерия Архимеда Ar можно пренебречь уже первым слагаемым в знаменателе, и уравнение (4.38) превращается в уравнение (4.37), отвечающее автомодельной области.

Существует и графическое представление уравнения (4.38), которое в виде зависимости $\mathrm{Re} = f(\mathrm{Ar})$ приведено на рис. 4.5 (кривая *6*).

По данному методу сначала рассчитывают значение критерия Архимеда Ar, затем по формуле (4.38), либо графической зависимости $\mathrm{Re} = f(\mathrm{Ar})$ определяют значение критерия Рейнольдса Re, а из него искомую скорость осаждения.

Следует отметить, что данный метод определения скорости осаждения является более простым, но менее точным.

5. Удобной для технических расчетов также является графическая зависимость $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar})$, построенная на основании уравнения, связывающего критерии Лященко Ly, Архимеда Ar и Рейнольдса Re:

$$\mathrm{Ly} = \frac{\mathrm{Re}^3}{\mathrm{Ar}}. \tag{4.39}$$

Подставляя в уравнение (4.39) выражения для расчета Re (4.3) и Ar (4.29), после соответствующих преобразований получим

$$\mathrm{Ly} = \frac{w_{\text{ос}}^3 \rho^2}{\mu(\rho_{\text{ч}} - \rho)g}. \tag{4.40}$$

Графическая зависимость $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar})$ для шарообразных частиц представлена на рис. 4.5 (кривая *1*).

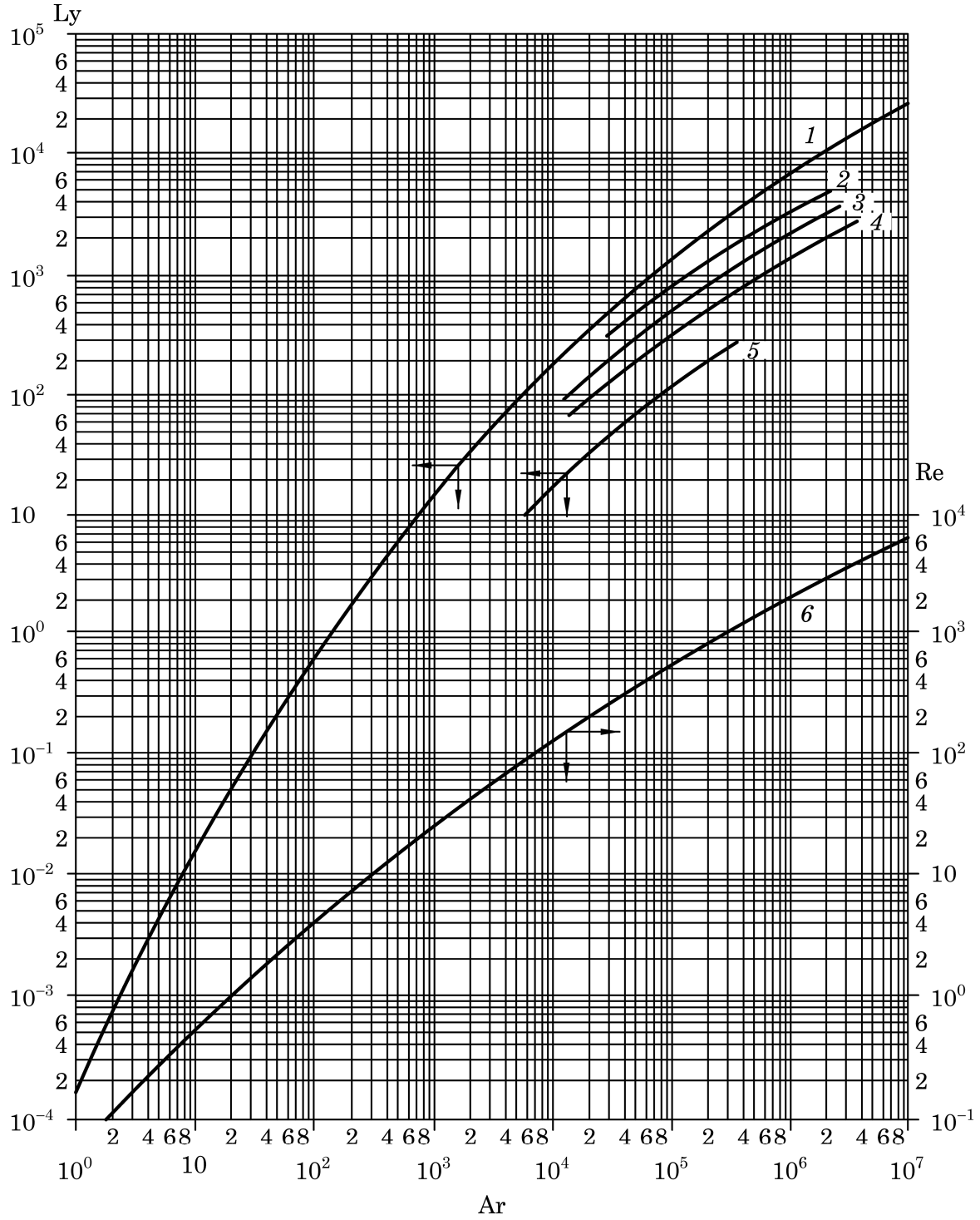


Рис. 4.5. Зависимости критериев Re и Ly от критерия Ar для осаждения в неподвижной среде одиночной частицы:
1, 6 – шарообразной; *2* – округлой; *3* – угловатой; *4* – продолговатой (игольчатой); *5* – пластинчатой

Порядок нахождения скорости осаждения в данном случае следующий. Сначала по заданному диаметру частицы d рассчитывают значения критерия Архимеда Ar. Затем по графической зависимости $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar})$ находят соответствующее значение критерия Лященко Ly и, используя формулу (4.40), рассчитывают скорость осаждения $w_{\text{ос}}$:

$$w_{\text{ос}} = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{Ly}\mu(\rho_{\text{ч}} - \rho)g}{\rho^2}}. \qquad (4.41)$$

ПРИМЕР 4.3

Определить скорость осаждения шарообразной частицы диаметром $d = 0{,}2$ мм в неподвижной жидкости под действием гравитационных сил. Свойства жидкости: плотность $\rho = 900$ кг/м^3; вязкость $\mu = 6{,}5 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Плотность частицы $\rho_{\text{ч}} = 1800$ кг/м^3.

Решение

1-й способ. Принимаем, что режим осаждения ламинарный. Тогда скорость осаждения можно определить по формуле Стокса (4.20):

$$w_{\text{ос}} = \frac{d^2 g(\rho_{\text{ч}} - \rho)}{18\mu}.$$

$$w_{\text{ос}} = \frac{\left(0{,}2 \cdot 10^{-3}\right)^2 \cdot 9{,}81 \cdot (1800 - 900)}{18 \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-3}} = 3{,}02 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}.$$

Проверим режим осаждения по критерию Рейнольдса (4.3):

$$\mathrm{Re} = \frac{w d_{\text{эк}} \rho}{\mu} = \frac{w_{\text{ос}} d \rho}{\mu}.$$

$$\mathrm{Re} = \frac{3{,}02 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 900}{6{,}5 \cdot 10^{-3}} = 0{,}084.$$

Так как $\mathrm{Re} < 2$, то режим движения ламинарный и формула Стокса применена верно.

2-й способ. Определим значение критерия Архимеда по формуле (4.29):

$$\mathrm{Ar} = \frac{d^3(\rho_{\text{ч}} - \rho)\rho g}{\mu^2}.$$

$$\mathrm{Ar} = \frac{\left(0{,}2 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot (1800 - 900) \cdot 900 \cdot 9{,}81}{\left(6{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 1{,}505.$$

Так как $\mathrm{Ar} < 36$, то режим движения ламинарный и можно применить формулу (4.35) для расчета критерия Рейнольдса:

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{Ar}}{18}.$$

$$\mathrm{Re} = \frac{1{,}505}{18} = 0{,}084.$$

Используя формулу (4.3), выражаем скорость осаждения:

$$w_{\text{ос}} = \frac{\mathrm{Re}\mu}{d_{\text{эк}}\rho} = \frac{\mathrm{Re}\mu}{d\rho}.$$

$$w_{\text{ос}} = \frac{0{,}084 \cdot 6{,}5 \cdot 10^{-3}}{0{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 900} = 3{,}02 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}.$$

Ответ: $w_{\text{ос}} = 3{,}02 \cdot 10^{-3}$ м/с.

4.1.1.2.2. Определение скорости свободного осаждения частиц нешарообразной формы. Скорость осаждения $w'_{\text{ос}}$ частиц неправильной (нешарообразной) формы меньше скорости осаждения шарообразных частиц. Это обусловлено худшими условиями обтекания жидкостью поверхности нешарообразной частицы, а соответственно увеличением сил сопротивления ее движению. При движении такой частицы на нее со стороны жидкости действует мгновенная сила сопротивления, вектор которой может быть направлен не только противоположно вектору скорости. Поэтому направление осаждения частицы может отклоняться от вертикального, и она будет двигаться по сложной криволинейной траектории. Таким образом, общий путь и время осаждения частиц несферической формы будут увеличиваться, а их скорость осаждения, соответственно, уменьшаться.

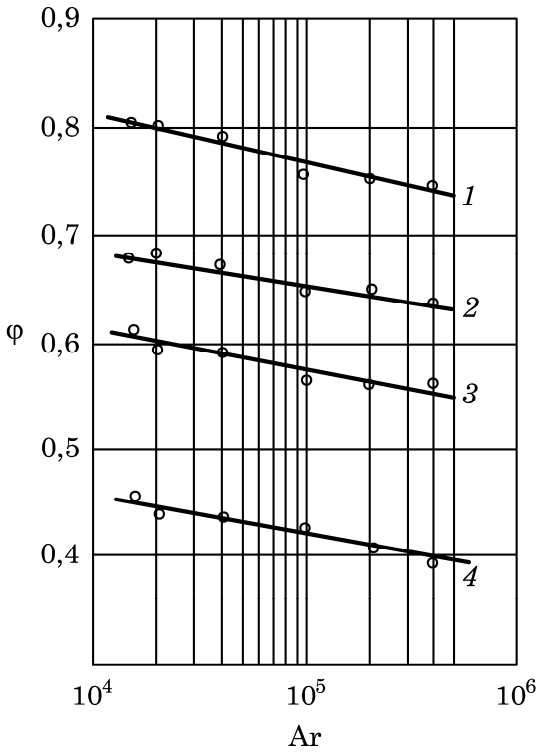


Рис. 4.6. Зависимость коэффициента формы φ от критерия Архимеда для частиц:
1 – округлых; *2* – угловатых; *3* – продолговатых; *4* – пластинчатых

Чтобы рассчитать скорость осаждения таких частиц, необходимо значение скорости для шарообразных частиц умножить на поправочный коэффициент φ, называемый коэффициентом формы:

$$w'_{\text{ос}} = \varphi w_{\text{ос}}. \qquad (4.42)$$

Коэффициент формы $\varphi < 1$, его величина зависит от многих факторов, но в первую очередь от формы осаждаемых частиц, а также от значения критерия Архимеда Ar, и определяется опытным путем. Графическая зависимость $\varphi = f(\mathrm{Ar})$ для некоторых частиц нешарообразной формы приведена на рис. 4.6.

При определении скорости осаждения $w'_{\text{ос}}$ частиц неправильной формы в расчетных зависимостях вместо диаметра частицы d используется ее эквивалентный диаметр $d_{\text{эк}}$, определяемый согласно уравнению (4.4).

Значения скорости осаждения $w'_{\text{ос}}$ некоторых частиц нешарообразной формы также можно определить по графической зависимости $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar})$ (рис. 4.5, линии *2–5*).

ПРИМЕР 4.4

Определить скорость осаждения пластинчатой частицы в жидкости под действием гравитационных сил. Эквивалентный диаметр частицы $d_{эк} = 1,4$ мм. Свойства жидкости: плотность $\rho = 996$ кг/м^3; вязкость $\mu = 6,35 \cdot 10^{-4}$ Па · с. Плотность частицы $\rho_ч = 2500$ кг/м^3.

Решение

Определим значение критерия Архимеда по формуле (4.29), используя вместо d значение $d_{эк}$:

$$\mathrm{Ar} = \frac{d_{эк}^3 (\rho_ч - \rho)\rho g}{\mu^2}.$$

$$\mathrm{Ar} = \frac{\left(1,4 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot (2500 - 996) \cdot 996 \cdot 9,81}{\left(6,35 \cdot 10^{-4}\right)^2} \approx 100\,000.$$

Так как $\mathrm{Ar} > 83\,000$, то режим осаждения турбулентный и для расчета скорости осаждения шарообразной частицы можно применить формулу (4.22), приняв $d = d_{эк}$:

$$w_{ос} = 1,741\sqrt{\frac{d_{эк} g (\rho_ч - \rho)}{\rho}}.$$

$$w_{ос} = 1,741\sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot (2500 - 996)}{996}} = 0,251 \text{ м/с}.$$

По графической зависимости $\varphi = f(\mathrm{Ar})$ для пластинчатой частицы (рис. 4.3, линия *4*) значение поправочного коэффициента равно $\varphi = 0,42$.

Скорость осаждения пластинчатой частицы рассчитаем по формуле (4.42):

$$w'_{ос} = \varphi w_{ос}.$$

$$w'_{ос} = 0,42 \cdot 0,251 = 0,105 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w'_{ос} = 0,105$ м/с.

4.1.1.2.3. Определение диаметра осаждаемой шарообразной частицы при известной скорости осаждения. В расчетной практике нередко встречается так называемая обратная задача осаждения – определение размеров частиц при известной их скорости осаждения.

Преобразованием формул (4.20), (4.21) и (4.22) получены следующие зависимости для определения диаметра шарообразных частиц, осаждаемых со скоростью $w_{ос}$:

а) ламинарный режим $(\mathrm{Re} \le 2)$:

$$d = \sqrt{\frac{18\mu w_{ос}}{(\rho_ч - \rho) g}}; \qquad (4.43)$$

б) переходный режим $(2 < \mathrm{Re} \le 500)$:

$$d = \frac{5{,}147 w_{\text{ос}}^{0{,}875} \mu^{0{,}375} \rho^{0{,}25}}{g^{0{,}625} \left(\rho_{\text{ч}} - \rho\right)^{0{,}625}}; \tag{4.44}$$

в) турбулентный режим $(\mathrm{Re} > 500)$:

$$d = 0{,}33 \frac{\rho w_{\text{ос}}^3}{g\left(\rho_{\text{ч}} - \rho\right)}. \tag{4.45}$$

В расчетной практике используют следующие способы нахождения диаметра осаждаемых частиц по известной скорости осаждения.

1. Метод последовательных приближений. Задаются режимом осаждения, выбирают из уравнений (4.43), (4.44) и (4.45) соответствующую формулу и вычисляют d. Затем по известному d рассчитывают с помощью формулы (4.3) значение критерия Рейнольдса Re и проверяют режим осаждения: если значение Re соответствует заданному режиму, то расчет заканчивают, иначе предполагают другой режим осаждения и повторяют для него вычислительный процесс.

2. Режим осаждения можно определить, непосредственно рассчитывая по формуле (4.40) число Ly. Найденное значение критерия Лященко сравнивают с критическими значениями $\mathrm{Ly}_{\text{кр1}}$ и $\mathrm{Ly}_{\text{кр2}}$, которые можно рассчитать, используя соответствующие критические значения критериев Рейнольдса и Архимеда следующим образом:

$$\mathrm{Ly}_{\text{кр1}} = \frac{\mathrm{Re}_{\text{кр1}}^3}{\mathrm{Ar}_{\text{кр1}}}; \tag{4.46}$$

$$\mathrm{Ly}_{\text{кр2}} = \frac{\mathrm{Re}_{\text{кр2}}^3}{\mathrm{Ar}_{\text{кр2}}}. \tag{4.47}$$

Поскольку

$$\mathrm{Re}_{\text{кр1}} = 2; \quad \mathrm{Ar}_{\text{кр1}} = 36;$$

$$\mathrm{Re}_{\text{кр2}} = 500; \quad \mathrm{Ar}_{\text{кр2}} = 83\,000,$$

то

$$\mathrm{Ly}_{\text{кр1}} = \frac{2^3}{36} \approx 0{,}222;$$

$$\mathrm{Ly}_{\text{кр2}} = \frac{500^3}{83\,000} \approx 1500.$$

Следовательно, если $\mathrm{Ly} \le 0{,}222$, то режим осаждения *ламинарный*; если $0{,}222 < \mathrm{Ly} \le 1500$, то режим осаждения *переходный*; если $\mathrm{Ly} > 1500$ – режим осаждения *турбулентный (автомодельный)*.

Таким образом, установив режим осаждения, из зависимостей (4.43)–(4.45) выбирают соответствующую расчетную формулу и находят диаметр осаждаемой шарообразной частицы d.

3. Диаметр частиц можно определить, используя графическую зависимость $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar})$ (см. рис. 4.5, линия *1)*, применимую для всех режимов осаждения. Для этого по формуле (4.40) рассчитывают критерий Лященко Ly и затем по графику определяют значение критерия Архимеда Ar. Далее из формулы (4.29) выражают искомый диаметр частицы:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{Ar}\cdot\mu^2}{g(\rho_ч - \rho)\rho}}. \qquad (4.48)$$

ПРИМЕР 4.5

Определить диаметр шарообразной частицы, осаждающейся в жидкости под действием гравитационных сил со скоростью $w_{ос} = 0{,}5$ м/с. Свойства жидкости: плотность $\rho = 850$ кг/м^3; вязкость $\mu = 1{,}5\cdot10^{-3}$ Па·с. Плотность частицы $\rho_ч = 4000$ кг/м^3.

Решение

Для решения задачи воспользуемся графической зависимостью $\mathrm{Ly} = f(Ar)$, представленной на рис. 4.5.

По известной скорости осаждения по формуле (4.40) рассчитаем значение критерия Лященко:

$$\mathrm{Ly} = \frac{w_{ос}^3\rho^2}{\mu(\rho_ч - \rho)g}.$$

$$\mathrm{Ly} = \frac{0{,}5^3\cdot850^2}{1{,}5\cdot10^{-3}\cdot(4000-850)\cdot9{,}81} = 1948 \approx 2000.$$

Значению $\mathrm{Ly} \approx 2000$ по графической зависимости $\mathrm{Ly} = f(Ar)$ (линия *1*) соответствует значение $\mathrm{Ar} \approx 180\,000$.

Тогда искомый диаметр шарообразной частицы можно определить по формуле (4.48):

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{Ar}\cdot\mu^2}{g(\rho_ч - \rho)\rho}}.$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{180\,000\cdot\left(1{,}5\cdot10^{-3}\right)^2}{9{,}81\cdot(4000-850)\cdot850}} = 2{,}49\cdot10^{-3}\ \text{м}.$$

Ответ: $d = 2{,}49\cdot10^{-3}$ м.

ПРИМЕР 4.6

Определить максимальный диаметр шарообразной частицы, осаждающейся в жидкости под действием гравитационных сил в ламинарном режиме. Свойства жидкости: плотность $\rho = 850$ кг/м^3; вязкость $\mu = 1{,}5\cdot10^{-3}$ Па·с. Плотность частицы $\rho_ч = 4000$ кг/м^3.

Решение

Максимальному диаметру частицы, осаждающейся в ламинарном режиме, соответствует значение критерия Архимеда $\mathrm{Ar}_{\text{кр1}} = 36$. Используя формулу (4.48), определим максимальный диаметр шарообразной частицы:

$$d_{\max} = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{Ar}_{\text{кр1}}\mu^2}{g(\rho_{\text{ч}} - \rho)\rho}}.$$

$$d_{\max} = \sqrt[3]{\frac{36 \cdot \left(1{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^2}{9{,}81 \cdot (4000 - 850) \cdot 850}} = 1{,}46 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Ответ: $d_{\max} = 1{,}46 \cdot 10^{-4}$ м.

4.1.1.2.4. Определение размера осаждаемой частицы нешарообразной формы при известной скорости ее осаждения. Если необходимо определить размеры частицы неправильной формы, осаждающейся со скоростью $w_{\text{ос}}$, то вначале по формуле (4.40) определяют значение критерия Ly и устанавливают режим осаждения. Затем из уравнений (4.43), (4.44) и (4.45) выбирают соответствующую расчетную зависимость и находят диаметр d частицы сферической формы. Искомый эквивалентный диаметр $d_{\text{эк}}$ нешарообразной частицы определяют по формуле

$$d_{\text{эк}} = \varphi' d, \tag{4.49}$$

где φ' – поправочный коэффициент, зависящий от формы частицы.

Значения коэффициента φ' приводятся в справочной литературе. Для некоторых частиц коэффициент φ' можно определить с помощью графической зависимости $\varphi' = f(\mathrm{Ly})$, представленной на рис. 4.7.

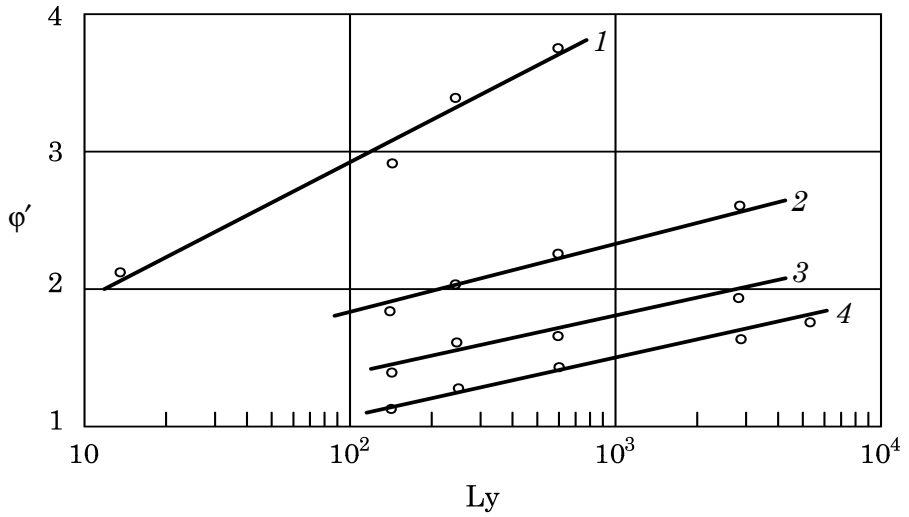


Рис. 4.7. Зависимость коэффициента формы φ' от числа Ly для частиц:
1 – пластинчатых; *2* – продолговатых; *3* – угловатых; *4* – округленных

Определить эквивалентный диаметр некоторых частиц неправильной формы, осаждающихся с известной скоростью, также можно с помощью приведенных ранее графических зависимостей $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar})$ (см. рис. 4.5, линии *2–5*).

4.1.1.2.5. Стесненное осаждение. В реальных аппаратах чаще встречается осаждение большой массы твердых частиц различной формы, размеров и нередко плотности в ограниченном объеме жидкости.

Если объемная концентрация (доля) $\varphi_{тв}$ твердых частиц в жидкости более 5%, то осаждение становится *стесненным*. Скорость осаждения частиц в таких условиях снижается. Снижение скорости осаждения обусловлено следующими причинами.

1. Из-за различной формы и размеров частицы осаждаются с разными скоростями (рис. 4.8). При этом происходят неупругие удары частиц между собой, энергия рассеивается в окружающую среду, а скорость движения снижается (рис. 4.8, *а*).

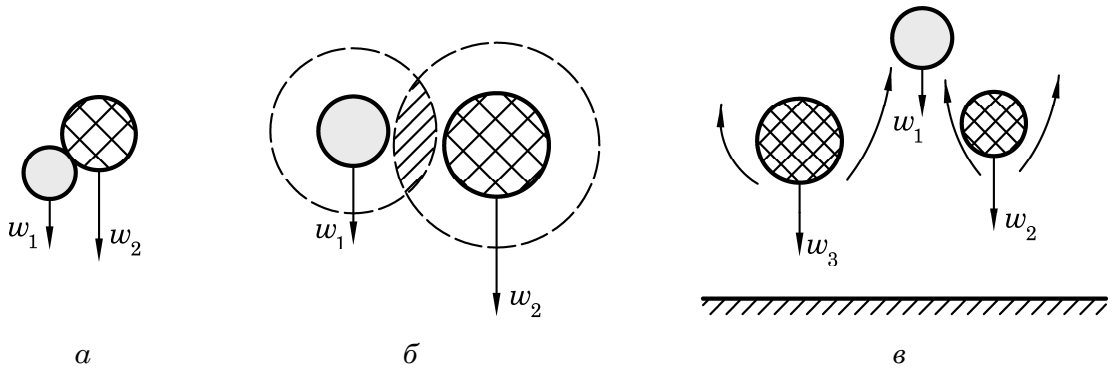


Рис. 4.8. Схема стесненного осаждения частиц различного диаметра

2. Возле поверхности каждой частицы из-за сил поверхностного натяжения и вязкостного трения образуется пограничный вязкий слой, который перемещается вместе с частицей (рис. 4.8, *б*). У частиц, осаждающихся в непосредственной близости друг от друга, происходит взаимное перекрытие этих слоев и возникает дополнительное трение в данной области, что приводит к рассеиванию энергии и снижению скорости осаждения этих частиц.

3. При достижении частицами днища аппарата происходит вытеснение жидкости осаждающимися частицами (рис. 4.8, *в*) и возникают восходящие потоки, которые направлены против скорости движения частиц. Таким образом, скорость осаждения частиц снижается.

4. Возникновение конвективных потоков среды, влияние внутренних устройств аппаратов и др.

Учесть аналитически все факторы, влияющие на процесс стесненного осаждения, не удается, поэтому обычно используют эмпирические и полуэмпирические расчетные зависимости, приведенные в специальной литературе.

Для определения скорости стесненного осаждения $w'_{ос}$ можно использовать модифицированные критерии Рейнольдса $Re_м$ и Архимеда $Ar_м$.

Значение модифицированного критерия Рейнольдса определяют по формуле

$$Re_м = \frac{w'_{ос} d \rho}{\mu_{эф}}, \qquad (4.50)$$

где $\mu_{эф}$ – эффективная вязкость среды, $Па \cdot с$.

Величину $\mu_{эф}$ рассчитывают по формуле

$$\mu_{эф} = \mu e^{\left(\frac{5\varphi_{тв}}{3(1-\varphi_{тв})}\right)}, \quad (4.51)$$

где μ – динамическая вязкость жидкости, Па·с; $\varphi_{тв}$ – объемная доля твердой фазы, $м^3/м^3$.

Модифицированный критерий Архимеда $Ar_м$ для стесненного осаждения можно рассчитать по уравнению

$$Ar_м = Ar \frac{1-\varphi_{тв}}{1+(\varphi_{тв})^{0,333}} \left(\frac{\mu}{\mu_{эф}}\right)^2. \quad (4.52)$$

Тогда $w'_{ос}$ определяют по уравнению

$$w'_{ос} = \frac{Re_м \mu_{эф} w_{ос}}{Re\mu}, \quad (4.53)$$

где Re и Ar – критерии Рейнольдса и Архимеда, рассчитываемые для режима свободного осаждения одиночной частицы в неподвижной среде по формулам (4.3) и (4.29).

Поскольку учесть все факторы, влияющие на скорость стесненного осаждения затруднительно, в расчетной практике действительную скорость осаждения $w_{ос.\,д}$ часто принимают равной половине скорости свободного осаждения, т. е.

$$w_{ос.\,д} = 0,5 w_{ос}. \quad (4.54)$$

4.1.2. Движение газа через зернистые слои

Большое распространение в химической промышленности получили процессы, связанные с пропусканием газа (иногда жидкости) через слои зернистых сыпучих материалов. Это такие процессы, как сушка, адсорбция, горение, каталитические процессы и др.

Рассмотрим слой зернистого материала, находящегося на распределительной решетке в вертикальном аппарате постоянного поперечного сечения.

При пропускании газа через слой зернистого сыпучего материала сверху вниз зернистый слой всегда остается неподвижным.

При пропускании газа через слой зернистого сыпучего материала снизу вверх возможны три состояния этого слоя в зависимости от скорости газа (рис. 4.9).

Если скорость газа относительно невелика, то газ спокойно проходит через криволинейные каналы между частицами (фильтруется). Зернистый слой остается *неподвижным* (рис. 4.9, *а*), а его характеристики (удельная поверхность, порозность и т. д.) остаются постоянными с изменением скорости потока.

Однако с увеличением скорости газа при достижении некоторой критической величины слой перестает быть неподвижным, его порозность и высота начинают увеличиваться. Слой приобретает «текучесть». Такой слой называется **кипящим**[4] (взвешенным или псевдоожиженным), а скорость газа, при котором начинается

[4] Кипящим слой называется потому, что визуально он напоминает кипящую жидкость, имеющую ясно выраженную границу раздела с газом.

это явление, называется **скоростью начала псевдоожижения** или **первой критической скоростью** $w_{кр1}$. В таком слое частицы интенсивно перемещаются в потоке в различных направлениях, но не покидают объем этого слоя (рис. 4.9, *б*).

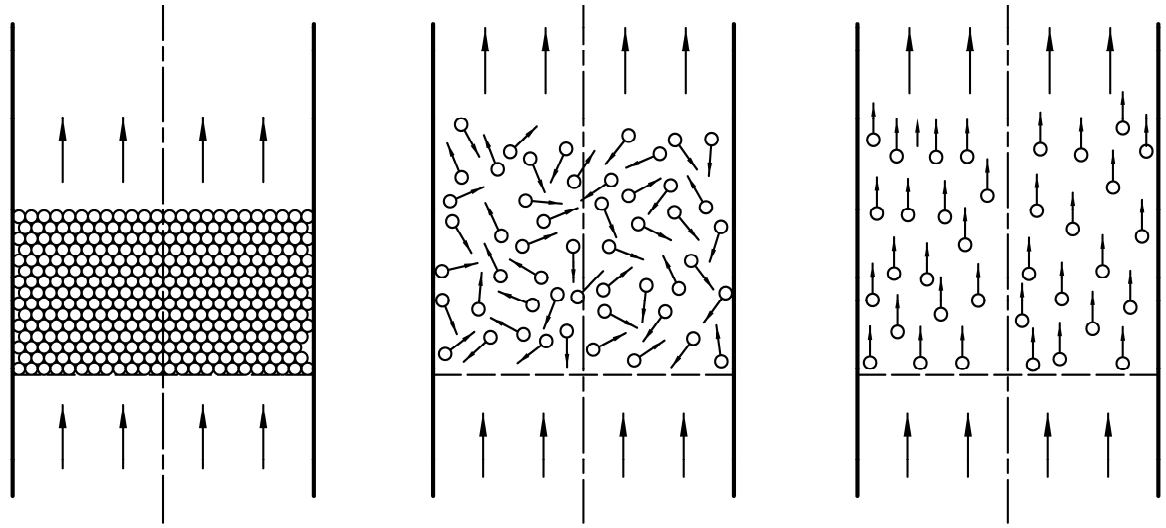


Рис. 4.9. Движение газа (жидкости) через слой зернистого материала:
а – неподвижный слой; *б* – кипящий (псевдоожиженный) слой;
в – унос твердых частиц потоком

При дальнейшем увеличении скорости газа порозность слоя и его высота увеличиваются вплоть до того момента, когда скорость газа достигает нового критического значения, при котором частицы слоя переходят в состояние витания. При превышении скорости газа свыше этого значения происходит разрушение слоя и твердые частицы начинают уноситься потоком газа. Этот режим называется режимом **уноса** или **пневмотранспорта**, а скорость начала уноса частиц называют **скоростью витания** или **второй критической скоростью** $w_{кр2}$.

Описанные состояния слоя характерны для *монодисперсного слоя частиц*. В случае полидисперсных слоев возможны различные варианты. Например, самые мелкие частицы могут уноситься из слоя, а крупные могут находиться в псевдоожиженном и даже в неподвижном состояниях.

4.1.2.1. Основные параметры зернистых слоев

Форма и размеры зернистых слоев различны. Это могут быть гранулы, таблетки, кусочки материала неправильной формы и др. Также это могут быть крупные насадочные тела специальной формы (кольца, седла и т. д.).

Зернистые слои могут быть *монодисперсными* или *полидисперсными* в зависимости от того, одинаковы или различны по размеру частицы.

Зернистый слой характеризуется удельной поверхностью, долей свободного объема, эквивалентным диаметром каналов, а также средним размером его частиц.

Удельная поверхность a, $м^2/м^3$, представляет собой площадь поверхности частиц материала, приходящейся на единицу объема зернистого слоя:

$$a = \frac{F}{V}, \tag{4.55}$$

где F – суммарная площадь поверхности всех частиц слоя, м^2; V – общий объем зернистого слоя, м^3.

Обычно значения удельной поверхности a зависят от формы и размеров частиц слоя и являются справочными величинами.

Доля свободного объема (порозность) ε, м^3/м^3 – это объем свободного пространства между частицами в единице объема, занятого слоем:

$$\varepsilon = \frac{V - V_0}{V}, \tag{4.56}$$

где V_0 – объем, занимаемый частицами, м^3.

Основными параметрами, влияющими на порозность, являются форма и размеры частиц слоя. Кроме того, на величину ε влияет способ размещения частиц в слое (например, свободная засыпка либо засыпка с дальнейшим уплотнением), природа ожижающего агента. На порозность также влияют размеры сечения аппарата и шероховатость элементов зернистого слоя. В пристеночном пространстве порозность всегда больше, чем в центре аппарата.

В том случае когда плотностью среды между частицами можно пренебречь по сравнению с плотностью самих частиц, порозность слоя можно рассчитать по уравнению

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_{\text{нас}}}{\rho_{\text{ч}}}, \tag{4.57}$$

где $\rho_{\text{нас}}$ – плотность слоя (так называемая насыпная плотность); $\rho_{\text{ч}}$ – плотность материала частиц.

Отметим, что величина насыпной плотности слоя частиц меньше, чем плотность самих частиц. Это обусловлено тем, что при расчете насыпной плотности массу частиц слоя делят на объем всего слоя, который включает не только объем частиц, но и объем пустот между ними.

Значения плотности и насыпной плотности для различных зернистых материалов приводятся в справочной литературе. Например, для каменной соли $\rho_{\text{ч}} = 2350$ кг/м^3, $\rho_{\text{нас}} = 1020$ кг/м^3.

Эквивалентный диаметр каналов $d_{\text{э}}$ зернистого слоя постоянного поперечного сечения может быть определен следующим образом.

Обозначим площадь поперечного сечения аппарата, заполненного зернистым слоем, S, а высоту слоя H. Тогда объем слоя определится как

$$V = SH,$$

а объем частиц в слое

$$V_0 = SH(1 - \varepsilon).$$

Соответственно, свободный объем слоя $V_{\text{св}}$, т. е. суммарный объем пустот между частицами зернистого слоя составит

$$V_{\text{св}} = SH\varepsilon,$$

а суммарная поверхность частиц –

$$F = SHa.$$

Как известно, эквивалентный диаметр можно определить через суммарное сечение каналов слоя (свободное сечение слоя) $S_к$ и смоченный периметр свободного сечения слоя $П_к$:

$$d_э = \frac{4S_к}{П_к}. \tag{4.58}$$

Величину $S_к$ можно рассчитать, разделив свободный объем слоя $V_{св}$ на длину каналов $l_к$:

$$S_к = \frac{V_{св}}{l_к} = \frac{SH\varepsilon}{l_к}.$$

Однако длина каналов неодинакова и должна быть усреднена. Из-за кривизны каналов средняя их длина превышает общую высоту слоя в $\alpha_к$ раз, где $\alpha_к$ – коэффициент кривизны каналов.

Тогда средняя длина каналов равна $\alpha_к H$, а свободное сечение слоя составляет

$$S_к = \frac{SH\varepsilon}{\alpha_к H} = \frac{S\varepsilon}{\alpha_к}.$$

Смоченный периметр $П_к$ может быть вычислен делением общей поверхности каналов на их среднюю длину:

$$П_к = \frac{Sa}{\alpha_к}.$$

Тогда величина эквивалентного диаметра каналов в зернистом слое выразится из уравнения (4.58) следующим образом:

$$d_э = \frac{4\left(\frac{S\varepsilon}{\alpha_к}\right)}{\frac{Sa}{\alpha_к}} = \frac{4\varepsilon}{a}. \tag{4.59}$$

Эквивалентный диаметр каналов $d_э$ также может быть выражен через размер частиц, составляющих этот слой.

Примем, что в $1\ м^3$, занимаемом слоем, имеется n частиц одинакового размера и формы. Суммарный объем этих частиц равен $1-\varepsilon$, а их поверхность составляет a.

Объем одной частицы

$$V_ч = \frac{\pi d_ч^3}{6} = \frac{1-\varepsilon}{n}, \tag{4.60}$$

а величина площади поверхности одной частицы

$$F_ч = \frac{\pi d_ч^2}{Ф} = \frac{a}{n}, \tag{4.61}$$

где $d_ч$ – диаметр эквивалентного шара, имеющего тот же объем, что и частица; Ф – фактор формы, определяемый уравнением (4.9), для сферических частиц Ф = 1.

Тогда отношение площади поверхности частицы к ее объему, с одной стороны, будет равно

$$\frac{F_{\text{ч}}}{V_{\text{ч}}} = \frac{a}{n}\frac{n}{1-\varepsilon} = \frac{a}{1-\varepsilon},$$

а с другой –

$$\frac{F_{\text{ч}}}{V_{\text{ч}}} = \frac{\pi d_{\text{ч}}^2}{\Phi}\frac{6}{\pi d_{\text{ч}}^3} = \frac{6}{\Phi d_{\text{ч}}}.$$

Приравняем правые части двух последних уравнений:

$$\frac{a}{1-\varepsilon} = \frac{6}{\Phi d_{\text{ч}}}, \tag{4.62}$$

откуда

$$a = \frac{6(1-\varepsilon)}{\Phi d_{\text{ч}}}. \tag{4.63}$$

Подставив значение a из уравнения (4.63) в уравнение (4.59), получим следующее выражение для определения эквивалентного диаметра $d_{\text{э}}$ каналов в зернистом слое:

$$d_{\text{э}} = \frac{2\Phi\varepsilon d_{\text{ч}}}{3(1-\varepsilon)}. \tag{4.64}$$

Для полидисперсного зернистого слоя вместо диаметра частиц $d_{\text{ч}}$ используется средний расчетный диаметр частиц $d_{\text{ср}}$, м, который можно рассчитать по формуле

$$d_{\text{ср}} = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\bar{x}_i}{d_i}}, \tag{4.65}$$

где $\bar{x}_i$ – массовая доля частиц i-й фракции в слое, кг/кг; d_i – средний размер частиц i-й фракции в слое, м.

Величину d_i определяют как среднегеометрический размер:

$$d_i = \sqrt{d_{\max i} d_{\min i}}, \tag{4.66}$$

где $d_{\max i}$ – максимальный размер частиц i-й фракции, м; $d_{\min i}$ – минимальный размер частиц i-й фракции, м.

ПРИМЕР 4.7

В реакторе находится неподвижный зернистый слой катализатора, частицы которого имеют угловатую форму. Порозность слоя частиц $\varepsilon = 0{,}42$. Средний объем одной частицы $V_{\text{ч}} = 40$ мм^3. Определить удельную поверхность каналов зернистого слоя катализатора.

Решение

Удельную поверхность каналов зернистого слоя определим из уравнения (4.63), приняв что она равна удельной поверхности частиц слоя:

$$a = \frac{6(1-\varepsilon)}{\Phi d_{\text{ч}}},$$

где $d_ч$ – диаметр шара, имеющего тот же объем, что и угловатая частица; $Ф = 0,6$ – фактор формы для угловатых частиц (подп. 4.1.1.1).

Значение диаметра $d_ч$ определим, используя формулу (4.4):

$$d_ч = \sqrt[3]{\frac{6V_ч}{\pi}}.$$

$$d_ч = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 40 \cdot 10^{-9}}{3,14}} = 4,24 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 4,24 \text{ мм}.$$

Тогда удельная поверхность каналов зернистого слоя будет равна:

$$a = \frac{6 \cdot (1 - 0,42)}{0,6 \cdot 4,24 \cdot 10^{-3}} = 1367,9 \text{ м}^2/\text{м}^3.$$

Ответ: $a = 1367,9 \text{ м}^2/\text{м}^3$.

ПРИМЕР 4.8

По условию задачи 4.7 определить минимальную массу слоя катализатора в реакторе, если для проведения химического процесса необходима суммарная поверхность частиц катализатора $F = 3250 \text{ м}^2$. Плотность частиц катализатора принять равной $\rho_ч = 1210 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Решение

Объем слоя катализатора можно определить, используя формулу (4.55):

$$V = \frac{F}{a}.$$

$$V = \frac{3250}{1367,9} = 2,38 \text{ м}^3.$$

Тогда суммарный объем частиц катализатора определится как

$$V_0 = V(1 - \varepsilon).$$

$$V_0 = 2,38 \cdot (1 - 0,42) = 1,38 \text{ м}^3.$$

Тогда масса слоя катализатора будет равна

$$m = V_0 \rho.$$

$$m = 1,38 \cdot 1210 = 1669,8 \text{ кг}.$$

Ответ: $m = 1669,8$ кг.

ПРИМЕР 4.9

В аппарате находится полидисперсный зернистый слой следующего ситового состава:

Фракция d, мм	2,0–1,5	1,5–1,0	1,0–0,5	0,5–0,25
Содержание, % (мас.)	41	27	19	13

Определить средний расчетный диаметр частиц.

Решение

Определим среднегеометрические размеры фракций по формуле (4.66):

$$d_i = \sqrt{d_{\max i} d_{\min i}},$$

где $d_{\max i}$ – максимальный размер частиц i-й фракции, м; $d_{\min i}$ – минимальный размер частиц i-й фракции, м.

Тогда для каждой фракции значения d_i составят:

$$d_1 = \sqrt{2{,}0 \cdot 1{,}5} = 1{,}732 \text{ мм};$$

$$d_2 = \sqrt{1{,}5 \cdot 1{,}0} = 1{,}225 \text{ мм};$$

$$d_3 = \sqrt{1{,}0 \cdot 0{,}5} = 0{,}707 \text{ мм};$$

$$d_4 = \sqrt{0{,}5 \cdot 0{,}25} = 0{,}354 \text{ мм}.$$

Средний расчетный диаметр частиц зернистого слоя по формуле (4.65):

$$d_{\text{ср}} = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\overline{x}_i}{d_i}} = \frac{1}{\frac{\overline{x}_1}{d_1} + \frac{\overline{x}_2}{d_2} + \frac{\overline{x}_3}{d_3} + \frac{\overline{x}_4}{d_4}},$$

где $\overline{x}_i$ – массовая доля частиц i-й фракции в слое со средним размером d_i, кг/кг.

$$d_{\text{ср}} = \frac{1}{\frac{0{,}41}{1{,}732} + \frac{0{,}27}{1{,}225} + \frac{0{,}19}{0{,}707} + \frac{0{,}13}{0{,}354}} = 0{,}914 \text{ мм}.$$

Ответ: $d_{\text{ср}} = 0{,}914$ мм.

4.1.2.2. Движение газа через неподвижные зернистые слои

Важным параметром неподвижных зернистых слоев является их гидравлическое сопротивление.

При расчете гидравлического сопротивления неподвижного зернистого слоя можно воспользоваться уравнением, подобным по виду уравнению Дарси – Вейсбаха (3.188):

$$\Delta p_{\text{сл}} = \lambda \frac{l}{d_{\text{э}}} \frac{\rho w^2}{2}, \qquad (4.67)$$

где λ – общий коэффициент сопротивления, который отражает не только влияние сопротивления трения, но и дополнительных местных сопротивлений, возникающих при движении газа в каналах сложной формы между частицами; l – длина каналов; $d_{\text{э}}$ – эквивалентный диаметр каналов в зернистом слое; ρ – плотность газа, движущегося через слой; w – действительная скорость газа в каналах.

В уравнение (4.67) входит действительная скорость газа в каналах слоя, определить которую сложно. Поэтому целесообразнее использовать скорость, условно отнесенную к полному поперечному сечению слоя или аппарата. Эту скорость,

равную отношению объемного расхода газа ко всей площади поперечного сечения слоя, называют **фиктивной скоростью** и обозначают w_0.

Выразим фиктивную скорость газа через действительную. Для этого условно пренебрегаем кривизной каналов, по которым движется газ в слое $(\alpha_к = 1)$, т. е. будем считать среднюю длину каналов l равной высоте слоя H. Тогда суммарная площадь сечения каналов составит

$$S_к = \frac{SH\varepsilon}{H} = S\varepsilon.$$

Произведение этого сечения $S_к$ на скорость газа в каналах w равно объемному расходу, который в свою очередь можно представить произведением Sw_0. Отсюда

$$S\varepsilon w = Sw_0.$$

Тогда зависимость между фиктивной скоростью w_0 и действительной скоростью газа w выразится соотношением

$$w = \frac{w_0}{\varepsilon}. \tag{4.68}$$

Произведем следующие замены в уравнении (4.67): вместо длины каналов l подставим общую высоту слоя H, вместо $d_э$ – его выражение из зависимости (4.64), вместо действительной скорости w – ее значение из уравнения (4.68).

Тогда получим

$$\Delta p_{сл} = \lambda \frac{H}{\left[\frac{2\Phi\varepsilon d_ч}{3(1-\varepsilon)}\right]} \frac{\rho\left(\frac{w_0}{\varepsilon}\right)^2}{2}$$

или после соответствующих преобразований

$$\Delta p_{сл} = \frac{3(1-\varepsilon)}{2\varepsilon^3\Phi}\lambda\frac{H}{d_ч}\frac{\rho w_0^2}{2}. \tag{4.69}$$

Общий коэффициент сопротивления λ зависит от величины критерия Рейнольдса Re, определяющего гидродинамический режим движения газа.

Значение критерия Рейнольдса Re с учетом формул (4.59) и (4.68) можно рассчитать по уравнению

$$\mathrm{Re} = \frac{wd_э\rho}{\mu} = \frac{w_0 4\varepsilon\rho}{\varepsilon a\mu} = \frac{4w_0\rho}{a\mu} \tag{4.70}$$

или с учетом подстановки в последнюю формулу вместо a ее значения из зависимости (4.63), получим

$$\mathrm{Re} = \frac{4w_0\rho}{a\mu} = \frac{4w_0\rho}{\left[\frac{6(1-\varepsilon)}{\Phi d_ч}\right]\mu} = \frac{2}{3}\frac{\Phi}{1-\varepsilon}\frac{w_0 d_ч\rho}{\mu} = \frac{2}{3}\frac{\Phi}{1-\varepsilon}\mathrm{Re}_0. \tag{4.71}$$

В уравнении (4.71) значение модифицированного критерия Рейнольдса Re_0 определяется по формуле

$$\mathrm{Re}_0 = \frac{w_0 d_ч\rho}{\mu}. \tag{4.72}$$

Существует ряд зависимостей для расчета общего коэффициента сопротивления λ при различных режимах движения газа через зернистый слой. Эти уравнения получены при обобщении экспериментальных данных различных исследователей и дают более или менее согласующиеся между собой результаты:

– при $\mathrm{Re} \le 80$

$$\lambda = \frac{400}{\mathrm{Re}^{0,85}}; \tag{4.73}$$

– при $80 < \mathrm{Re} \le 400$

$$\lambda = \frac{70}{\mathrm{Re}^{0,45}}; \tag{4.74}$$

– при $\mathrm{Re} > 400$

$$\lambda = \frac{16,5}{\mathrm{Re}^{0,2}}. \tag{4.75}$$

В литературе также приводится обобщенное, но менее точное уравнение, которое можно использовать для всех режимов движения:

$$\lambda = \frac{133}{\mathrm{Re}} + 2,34. \tag{4.76}$$

ПРИМЕР 4.10

В вертикальном цилиндрическом аппарате в неподвижном состоянии находится слой зернистого материала высотой $H = 1,5$ м и порозностью $\varepsilon = 0,45$. Через аппарат проходит газ со скоростью $w_0 = 0,25$ м/с (скорость дана на полное поперечное сечение аппарата). Плотность газа $\rho = 1,2$ кг/м^3, вязкость $\mu = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Параметры частиц зернистого слоя: средний диаметр частиц $d_ч = 2,5$ мм; значение фактора формы $\Phi = 0,7$. Определить гидравлическое сопротивление неподвижного зернистого слоя.

Решение

Гидравлическое сопротивление неподвижного зернистого слоя определяем по формуле (4.69):

$$\Delta p = \frac{3(1-\varepsilon)}{2\varepsilon^3 \Phi} \lambda \frac{H}{d_ч} \frac{\rho w_0^2}{2},$$

где λ – общий коэффициент сопротивления, зависящий от величины критерия Рейнольдса Re.

Для расчета коэффициента λ вначале определяем значение критерия Рейнольдса по фиктивной скорости газа (4.72):

$$\mathrm{Re}_0 = \frac{w_0 d_ч \rho}{\mu}.$$

$$\mathrm{Re}_0 = \frac{0,25 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2}{1,8 \cdot 10^{-5}} = 41,67.$$

Значение критерия Рейнольдса (4.71):

$$\mathrm{Re} = \frac{2}{3}\frac{\Phi}{1-\varepsilon}\mathrm{Re}_0 .$$

$$\mathrm{Re} = \frac{2}{3}\cdot\frac{0,7}{1-0,45}\cdot 41,67 = 35,35.$$

При $\mathrm{Re} \le 80$ значение общего коэффициента сопротивления определяем по формуле (4.73):

$$\lambda = \frac{400}{\mathrm{Re}^{0,85}}.$$

$$\lambda = \frac{400}{35,35^{0,85}} = 19,32.$$

Гидравлическое сопротивление неподвижного зернистого слоя будет равно

$$\Delta p = \frac{3\cdot(1-0,45)}{2\cdot 0,45^3\cdot 0,7}\cdot 19,32\cdot\frac{1,5}{2,5\cdot 10^{-3}}\cdot\frac{1,2\cdot 0,25^2}{2} = 5622 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p = 5622$ Па.

4.1.2.3. Гидродинамика кипящих (псевдоожиженных) зернистых слоев

Как было указано ранее, при достижении восходящим потоком газа первой критической скорости $w_{\text{кр1}}$ слой начинает переходить в псевдоожиженное состояние.

Возможные состояния зернистого слоя в зависимости от скорости восходящего потока газа наглядно показаны на рис. 4.10, *а,* а на рис. 4.10, *б* – типичный график зависимости гидравлического сопротивления слоя Δp от фиктивной скорости проходящего через него газа w_0. График $\Delta p = f(w_0)$, представленный на этом рисунке, получил название **кривой псевдоожижения**.

Как показано на рисунке, в момент перехода слоя из неподвижного в псевдоожиженное состояние при $w_{\text{кр1}}$ его высота $H_{\text{кр1}}$ становится несколько больше высоты неподвижного слоя H_0, а порозность достигает критического значения $\varepsilon_{\text{кр1}}$, которое несколько больше порозности неподвижного слоя ε_0.

В состоянии псевдоожижения можно условно выделить три режима:

– когда скорость газа ненамного больше $w_{\text{кр1}}$, наблюдается спокойное равномерное псевдоожижение, при этом высота слоя $H_1 > H_{\text{кр1}}$, а порозность слоя $\varepsilon_1 > \varepsilon_{\text{кр1}}$;

– при увеличении скорости газа в псевдоожиженном слое появляются восходящие пузыри газа – так называемый пузырьковый режим; высота слоя при этом $H_2 > H_1$, порозность слоя $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$;

– при дальнейшем увеличении скорости газа пузыри сливаются, увеличиваются, а при небольшом поперечном сечении аппарата могут занять все его сечение, разделившись по высоте на газовые пробки, при этом часть слоя, находящаяся над пробкой, подбрасывается вверх, а при выходе газовой пробки слой опускается вниз – такой режим называется поршневым или пульсационным. В этом режиме гидравлическое сопротивление несколько возрастает, высота и порозность слоя также увеличиваются: $H_3 > H_2, \varepsilon_3 > \varepsilon_2$.

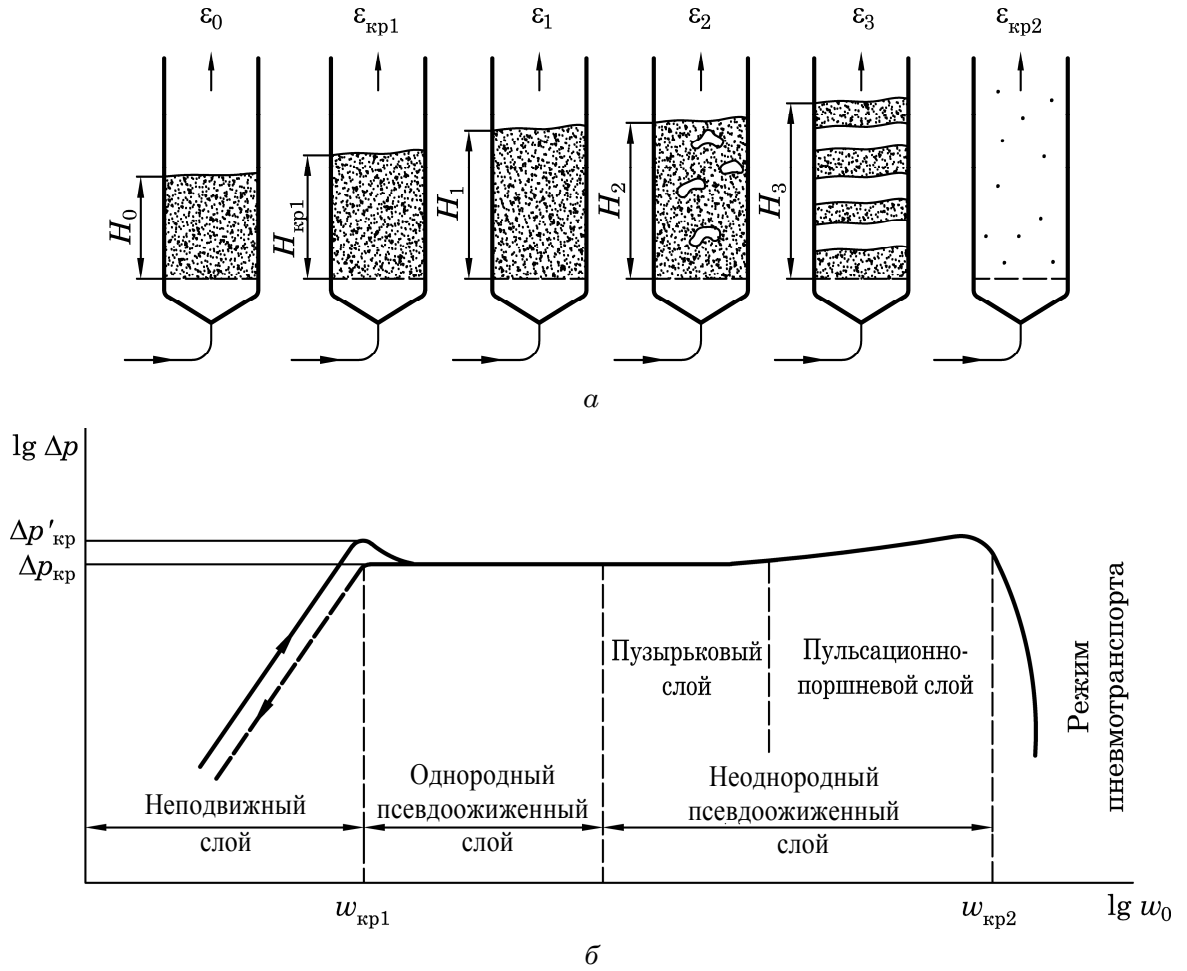


Рис. 4.10. Состояния зернистого слоя в зависимости от скорости газа (*а*) и кривая псевдоожижения (*б*)

Если зернистый материал склонен к слеживанию (например, влажный, липкий материал), то в режиме псевдоожижения в слое могут образовываться сквозные каналы, через которые проходит газ, в то время как остальная часть материала может быть слабо псевдоожижена или вообще неподвижна, т. е. в ней наблюдаются так называемые застойные зоны, в которых процессы тепло- и массообмена протекают недостаточно интенсивно (рис. 4.11).

С ростом скорости газа эти каналы могут исчезнуть, но могут и оставаться возле газораспределительной решетки.

При увеличении скорости газа свыше второй критической скорости $w_{кр2}$ начинается режим пневмотранспорта При этом сопротивление слоя резко уменьшается вследствие уноса из него частиц материала, а порозность слоя стремится к единице $(\varepsilon \to 1)$. Как показано на рис. 4.10, в режимах спокойного и пузырькового псевдоожижения гидравлическое сопротивление слоя практически не изменяется и равно $\Delta p_{кр}$.

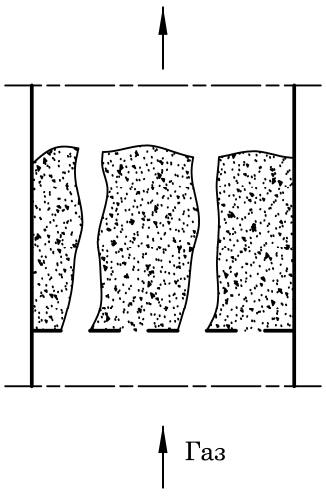


Рис. 4.11. Каналообразование в зернистых псевдоожиженных слоях

Но следует отметить, что в момент перехода из неподвижного во взвешенное состояние сопротивление слоя несколько выше и равно $\Delta p'_{\text{кр}}$. Это объясняется тем, что между частицами неподвижного зернистого слоя, а также между частицами и стенками аппарата действуют силы сцепления, а для их разрыва требуется затратить дополнительную энергию.

В случае уменьшения скорости газа после псевдоожижения слоя наблюдается явление гистерезиса: зависимость гидравлического сопротивления неподвижного слоя от скорости газа в этом случае выражается штриховой линией, расположенной несколько ниже, чем линия, соответствующая увеличению скорости газа.

Это объясняется тем, что порозность неподвижного слоя по окончании его псевдоожижения становится несколько выше, чем до псевдоожижения, т. е. слой становится более рыхлым.

Следует отметить, что структура псевдоожиженного слоя также зависит от вида ожижающего агента. В случае если ожижающим агентом является жидкость, то будет наблюдаться однородное псевдоожижение. При этом увеличение скорости жидкости свыше первой критической приводит к равномерному увеличению высоты слоя без существенных колебаний верхней границы слоя (отсутствуют пузырьковый и поршневой режимы).

Для монодисперсных зернистых слоев, состоящих из шарообразных частиц с достаточной для инженерных расчетов точностью, можно принять следующие значения порозности зернистого слоя:

– для неподвижного слоя

$$\varepsilon_0 = 0,4;$$

– для псевдоожиженного слоя

$$0,4 < \varepsilon < 1,0;$$

– для режима пневмотранспорта

$$\varepsilon = 1,0.$$

То есть в этом случае критическими значениями порозности являются:

– $\varepsilon_{\text{кр1}} = 0,4$ – соответствует переходу слоя из неподвижного состояния в псевдоожиженное;

– $\varepsilon_{\text{кр2}} = 1,0$ – соответствует переходу слоя из псевдоожиженного состояния в режим пневмотранспорта.

Заметим, что резкий переход от неподвижного к псевдоожиженному состоянию зернистого слоя характерен лишь для монодисперсных слоев. Для полидисперсных слоев вводят понятие не скорости псевдоожижения, а области скоростей псевдоожижения $\Delta w_{\text{кр1}}$, в которой начинается и завершается переход от неподвижного к полностью псевдоожиженному слою. Кривая псевдоожижения для такого случая представлена на рис. 4.12.

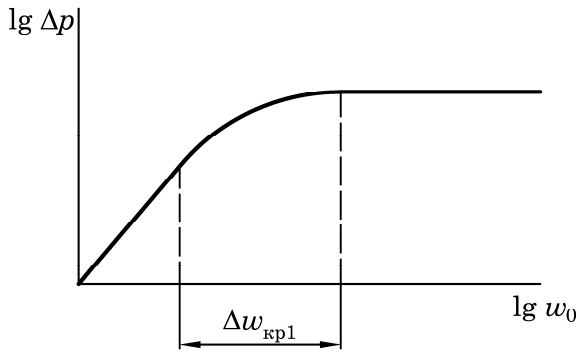


Рис. 4.12. Кривая псевдоожижения для полидисперсных зернистых слоев

На работу аппаратов с псевдоожиженным слоем существенно влияет конструкция опорно-распределительных решеток, назначение которых состоит не только в удержании без провала через

них частиц зернистого слоя, но и в равномерном распределении потока ожижающего агента по сечению аппарата. В зависимости от технологического процесса используются различные конструкции решеток. Некоторые из этих конструкций показаны на рис. 4.13.

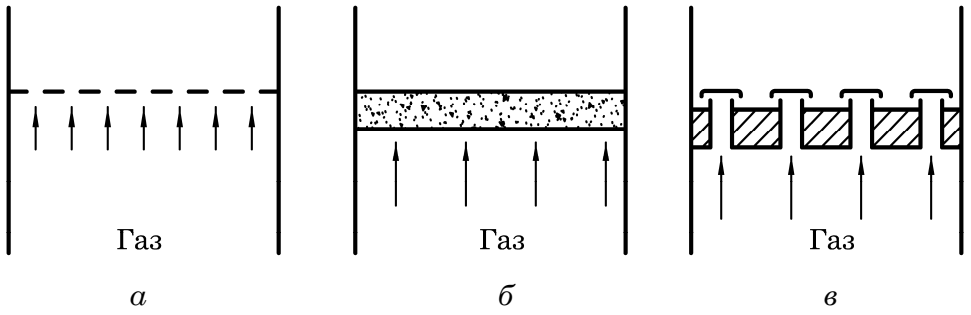


Рис. 4.13. Конструкции опорно-распределительных решеток:
а – ситчатая; *б* – пористая; *в* – колпачковая

4.1.2.3.1. Аналитический метод определения критических и рабочей скоростей газа и порозности зернистого слоя. Для монодисперсного слоя частиц *скорость начала псевдоожижения* $w_{кр1}$ (*первую критическую скорость*) можно выразить из значения $\mathrm{Re}_{кр1}$, соответствующего началу псевдоожижения:

$$w_{кр1} = \frac{\mathrm{Re}_{кр1}\,\mu}{d_ч \rho}. \tag{4.77}$$

В свою очередь, значение $\mathrm{Re}_{кр1}$ рассчитывают по формуле

$$\mathrm{Re}_{кр1} = \frac{\mathrm{Ar}}{150\dfrac{1-\varepsilon_{кр1}}{\varepsilon^3_{кр1}} + \sqrt{\dfrac{1{,}75}{\varepsilon^3_{кр1}}\mathrm{Ar}}}, \tag{4.78}$$

где Ar – критерий Архимеда; $\varepsilon_{кр1}$ – критическое значение порозности, соответствующее переходу слоя из неподвижного состояния в псевдоожиженное.

Значение критерия Архимеда определяют по формуле, аналогичной (4.29):

$$\mathrm{Ar} = \frac{d^3_ч \rho(\rho_ч - \rho)g}{\mu^2}. \tag{4.79}$$

В случае псевдоожижения монодисперсного зернистого слоя, состоящего из шарообразных частиц, для которого $\varepsilon_{кр1} = 0{,}4$, уравнение (4.78) принимает более простой вид:

$$\mathrm{Re}_{кр1} = \frac{\mathrm{Ar}}{1400 + 5{,}22\sqrt{\mathrm{Ar}}}. \tag{4.80}$$

Скорость свободного витания частиц (вторая критическая скорость) $w_{кр2}$ монодисперсного слоя можно выразить из значения $\mathrm{Re}_{кр2}$, соответствующего началу режима пневмотранспорта:

$$w_{кр2} = \frac{\mathrm{Re}_{кр2}\,\mu}{d_ч \rho}. \tag{4.81}$$

В свою очередь $\mathrm{Re}_{кр2}$ рассчитывается по выражению:

$$\mathrm{Re}_{кр2} = \frac{\mathrm{Ar}}{18 + 0{,}61\sqrt{\mathrm{Ar}}}. \tag{4.82}$$

Аппараты с псевдоожиженным слоем работают при скорости газа, лежащей в интервале между $w_{кр1}$ и $w_{кр2}$, которую называют **рабочей скоростью** $w_р$.

Рабочую скорость $w_р$ определяют по числу псевдоожижения K_w, которое показывает во сколько раз рабочая скорость выше первой критической скорости $w_{кр1}$:

$$K_w = \frac{w_р}{w_{кр1}}. \tag{4.83}$$

В случае отсутствия данных о K_w, значение его принимают в зависимости от предельного числа псевдоожижения $K_{пр}$. Предельное число псевдоожижения представляет собой отношение скорости свободного витания $w_{кр2}$ к скорости начала псевдоожижения $w_{кр1}$:

$$K_{пр} = \frac{w_{кр2}}{w_{кр1}}. \tag{4.84}$$

Если $K_{пр}$ превышает 40–50, то число псевдоожижения рекомендуют выбирать в интервале от 3 до 7; если $K_{пр} < 20$–30, то значение K_w можно выбирать в пределах от 1,5 до 3.

Порозность монодисперсного псевдоожиженного слоя шарообразных частиц рассчитывают по интерполяционной формуле Тодеса:

$$\varepsilon = \left(\frac{18\mathrm{Re} + 0{,}36\mathrm{Re}^2}{\mathrm{Ar}} \right)^{0{,}21}, \tag{4.85}$$

где Re – критерий Рейнольдса, определяемый для рабочей скорости $w_р$ по формуле

$$\mathrm{Re} = \frac{w_р d_ч \rho}{\mu}. \tag{4.86}$$

В случае полидисперсных слоев рабочую скорость $w_р$ принимают меньше скорости уноса самых мелких частиц слоя и больше скорости начала псевдоожижения самых крупных частиц слоя. Соблюдение данного условия обеспечивает нахождение всех частиц полидисперсного слоя во взвешенном состоянии.

ПРИМЕР 4.11

Определить скорость начала псевдоожижения для монодисперсного слоя шарообразных частиц диаметром $d_ч = 2{,}5$ мм и плотностью $\rho_ч = 2000$ кг/м^3. Ожижающий агент – газовая среда. Свойства газовой среды: плотность $\rho = 1{,}4$ кг/м^3; вязкость $\mu = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Решение

Для монодисперсного зернистого слоя шарообразных частиц критическое значение порозности, соответствующее переходу слоя из неподвижного состояния

в псевдоожиженное можно принять равным $\varepsilon_{кр1} = 0,4$. Тогда для нахождения скорости начала псевдоожижения воспользуемся формулой (4.80):

$$\mathrm{Re}_{кр1} = \frac{\mathrm{Ar}}{1400 + 5,22\sqrt{\mathrm{Ar}}}.$$

Вначале определим значение критерия Архимеда по формуле (4.79):

$$\mathrm{Ar} = \frac{d_ч^3 \rho(\rho_ч - \rho)g}{\mu^2}.$$

$$\mathrm{Ar} = \frac{\left(2,5 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot 1,4 \cdot (2000 - 1,4) \cdot 9,81}{\left(2,0 \cdot 10^{-5}\right)^2} = 1,07 \cdot 10^6.$$

Критическое значение критерия Рейнольдса, при котором начинается псевдоожижение:

$$\mathrm{Re}_{кр1} = \frac{1,07 \cdot 10^6}{1400 + 5,22\sqrt{1,07 \cdot 10^6}} = 157,6.$$

Скорость начала псевдоожижения находим по формуле (4.77):

$$w_{кр1} = \frac{\mathrm{Re}_{кр1}\,\mu}{d_ч \rho} = \frac{157,6 \cdot 2,0 \cdot 10^{-5}}{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,4} = 0,9 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w_{кр1} = 0,9$ м/с.

ПРИМЕР 4.12

По условиям задачи 4.11 определить значение второй критической скорости и предельное число псевдоожижения.

Решение

Для нахождения второй критической скорости воспользуемся формулой (4.82):

$$\mathrm{Re}_{кр2} = \frac{\mathrm{Ar}}{18 + 0,61\sqrt{\mathrm{Ar}}} = \frac{1,07 \cdot 10^6}{18 + 0,61\sqrt{1,07 \cdot 10^6}} = 1650.$$

Вторая критическая скорость определяется по формуле (4.81):

$$w_{кр2} = \frac{\mathrm{Re}_{кр2}\,\mu}{d_ч \rho} = \frac{1650 \cdot 2,0 \cdot 10^{-5}}{2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,4} = 9,431 \text{ м/с}.$$

Предельное число псевдоожижения рассчитывается по формуле (4.84):

$$K_{пр} = \frac{w_{кр2}}{w_{кр1}} = \frac{9,431}{0,9} = 10,5.$$

Ответ: $w_{кр2} = 9,431$ м/с; $K_{пр} = 10,5$.

4.1.2.3.2. Графический метод нахождения критических скоростей газа и порозности зернистого слоя. Приближенное определение параметров состояния зернистого слоя, а также размеров частиц, которые будут неподвижными или уноситься из слоя, с точностью ±20% можно выполнить, используя графическую зависимость $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$, представленную на рис. 4.14.

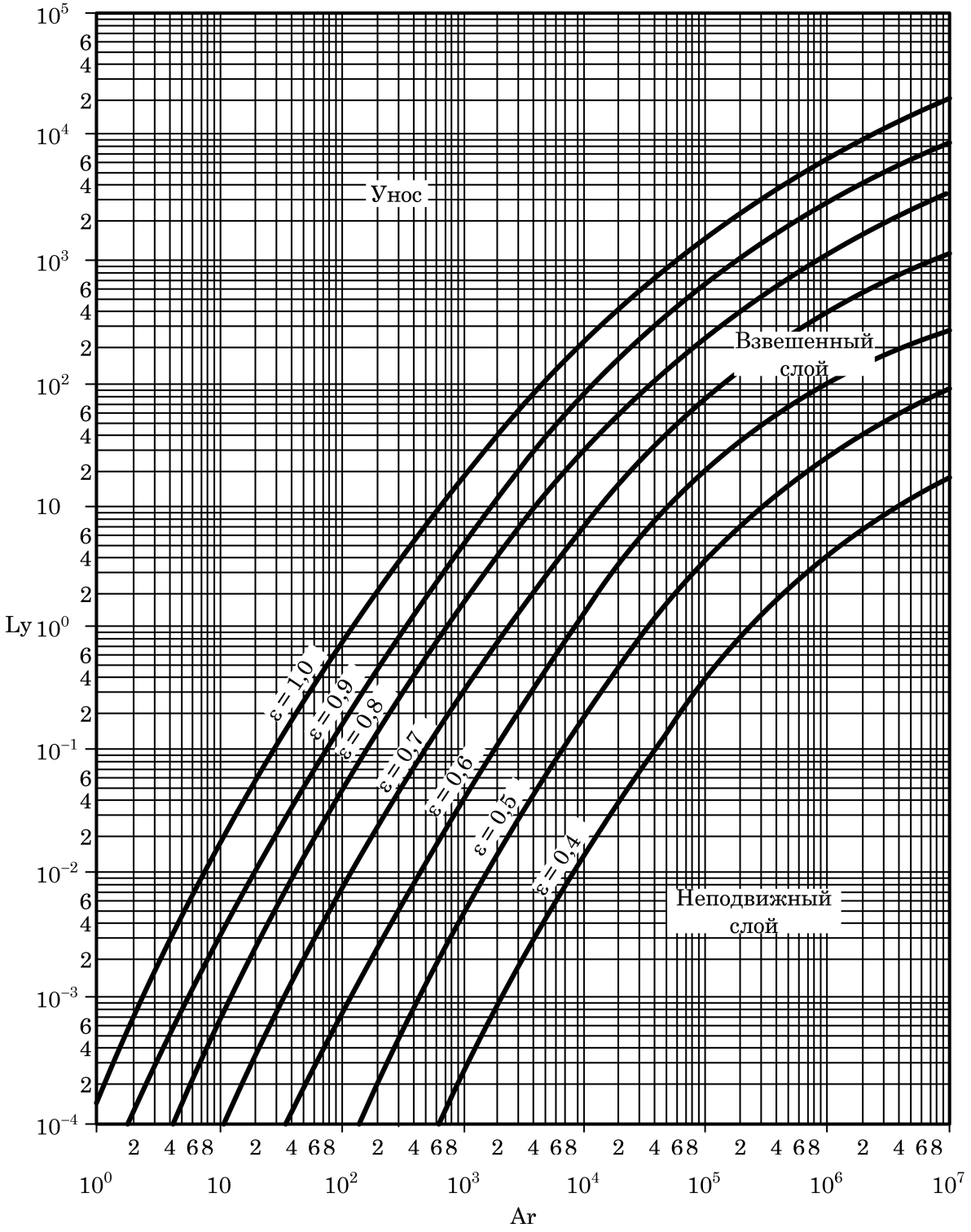


Рис. 4.14. Зависимость критерия Ly от критерия Ar при различных значениях порозности ε

Число Лященко определяют по формуле, аналогичной (4.40):

$$\mathrm{Ly} = \frac{w^3 \rho^2}{\mu(\rho_ч - \rho) g}. \qquad (4.87)$$

На диаграмме $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$ имеются три области:

– область, лежащая ниже линии $\varepsilon = 0,4$, соответствует неподвижному состоянию зернистого слоя;

– область, находящаяся между линиями $\varepsilon = 0,4$ и $\varepsilon = 1$, соответствует псевдоожиженному зернистому слою;

– область выше линии $\varepsilon = 1$ соответствует состоянию уноса частиц.

На рис. 4.15 показано выполнение некоторых типичных задач с использованием диаграммы $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$.

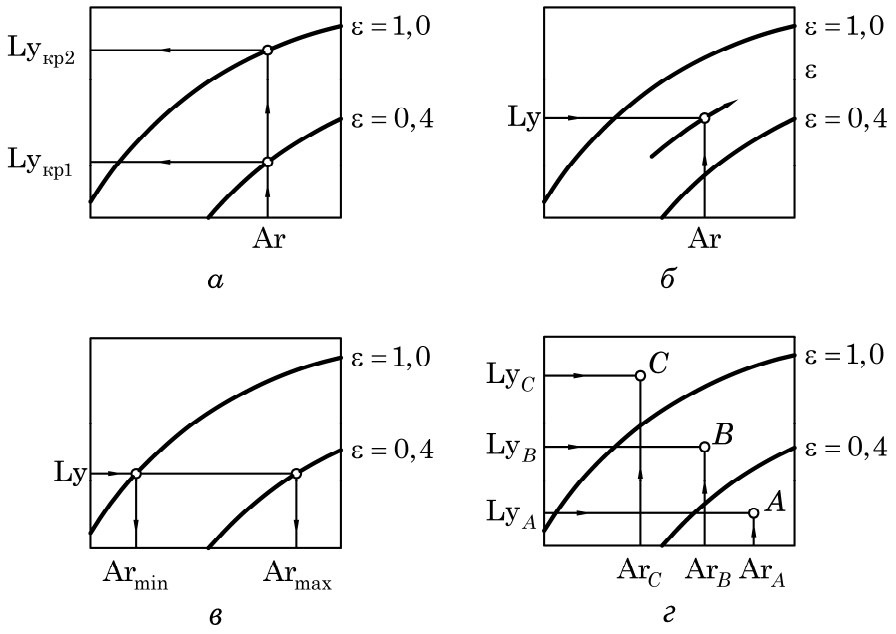


Рис. 4.15. Примеры использования графической зависимости $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$: *а* – определение первой критической $w_{кр1}$ и второй критической $w_{кр2}$ скоростей при известном диаметре частицы $d_ч$; *б* – определение порозности псевдоожиженного слоя при известной рабочей скорости $w_р$ и диаметре частицы $d_ч$; *в* – определение минимального d_{min} и максимального d_{max} диаметров частиц в псевдоожиженном состоянии при известной рабочей скорости $w_р$; *г* – определение состояния частицы по ее известному диаметру $d_ч$ и рабочей скорости ожижающего агента $w_р$

1. Расчет значений первой и второй критических скоростей производят в следующей последовательности (рис. 4.15, *а*).

По известному диаметру частиц, используя уравнение (4.79), рассчитывают величину критерия Ar. Затем по графической зависимости $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$ находят при порозности $\varepsilon = \varepsilon_{кр1} = 0,4$ значение критерия Лященко $\mathrm{Ly}_{кр1}$, а при порозности $\varepsilon = \varepsilon_{кр2} = 1,0$ – значение критерия Лященко $\mathrm{Ly}_{кр2}$. Из формулы (4.87) выражают скорость начала псевдоожижения $w_{кр1}$ или скорость свободного витания $w_{кр2}$, подставляя соответствующее значение $\mathrm{Ly}_{кр1}$ или $\mathrm{Ly}_{кр2}$:

$$w_{\text{кр1}} = \sqrt[3]{\frac{\text{Ly}_{\text{кр1}}\mu(\rho_{\text{ч}} - \rho)g}{\rho^2}}; \tag{4.88}$$

$$w_{\text{кр2}} = \sqrt[3]{\frac{\text{Ly}_{\text{кр2}}\mu(\rho_{\text{ч}} - \rho)g}{\rho^2}}. \tag{4.89}$$

2. Для определения порозности слоя при рабочей скорости газа $w_{\text{р}}$ (рис. 4.15, *б*) рассчитывают по формуле (4.87) значение критерия Лященко Ly, а по формуле (4.79) – значение критерия Архимеда Ar.

Точка пересечения прямых, соответствующих рассчитанным значениям Ly и Ar на графической зависимости $\text{Ly} = f(\text{Ar}, \varepsilon)$, дает величину искомой порозности слоя ε.

3. Для полидисперсных слоев определяют диапазон частиц от $d_{\min}$ до $d_{\max}$, которые будут находиться в псевдоожиженном состоянии при известной рабочей скорости ожижающего агента. Для этого с учетом величины рабочей скорости по формуле (4.87) рассчитывают значение критерия Лященко Ly. Откладывают эту величину на оси ординат графической зависимости $\text{Ly} = f(\text{Ar}, \varepsilon)$ и проводят горизонталь (см. рис. 4.15, *в*). По абсциссе точки пересечения ее с линией порозности $\varepsilon = 0,4$ получают значение $\text{Ar}_{\max}$. Далее из формулы (4.79) выражают и вычисляют значение $d_{\max}$. Аналогичным образом при пересечении горизонтали с линией $\varepsilon = 1,0$ определяют $\text{Ar}_{\min}$ и $d_{\min}$.

4. При определении состояния частиц по их известному диаметру $d_{\text{ч}}$ и рабочей скорости ожижающего агента $w_{\text{р}}$ (см. рис. 4.15, *г*), используя значение диаметра частиц $d_{\text{ч}}$ по формуле (4.79) рассчитывают значение критерия Архимеда Ar, а по рабочей скорости $w_{\text{р}}$ по формуле (4.87) – значение критерия Лященко Ly. Далее находят точку пересечения прямых, соответствующих рассчитанным значениям Ly и Ar на графической зависимости $\text{Ly} = f(\text{Ar}, \varepsilon)$. Возможны три варианта. Если точка лежит ниже кривой $\varepsilon = 0,4$ (точка *A*), то частицы слоя будут неподвижны. Если точка лежит в области между кривыми $\varepsilon = 0,4$ и $\varepsilon = 1,0$ (точка *B*), то частицы будут находиться во взвешенном состоянии. Если же точка будет лежать выше кривой $\varepsilon = 1,0$ (точка *C*), то для этих частиц будет наблюдаться режим пневмотранспорта.

ПРИМЕР 4.13

По условиям задач 4.11 и 4.12 определить порозность взвешенного слоя зернистого материала при рабочей скорости ожижающего агента.

Решение

Поскольку предельное число псевдоожижения $K_{\text{пр}} = 10,5 < (20–30)$, то значение числа псевдоожижения K_w можно выбирать в пределах от 1,5 до 3. Принимаем $K_w = 2,5$.

Определим значение рабочей скорости ожижающего агента, используя формулу (4.83):

$$w_{\text{р}} = K_w w_{\text{кр1}} = 2,5 \cdot 0,9 = 2,251 \text{ м/с}.$$

Значение критерия Рейнольдса при известной рабочей скорости определяем по формуле (4.86):

$$\text{Re} = \frac{w_{\text{р}} d_{\text{ч}} \rho}{\mu} = \frac{2,251 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,4}{2,0 \cdot 10^{-5}} = 394.$$

Порозность псевдоожиженного слоя рассчитываем по интерполяционной формуле Тодеса (4.85):

$$\varepsilon = \left(\frac{18\mathrm{Re} + 0{,}36\mathrm{Re}^2}{\mathrm{Ar}} \right)^{0{,}21}.$$

$$\varepsilon = \left(\frac{18 \cdot 394 + 0{,}36 \cdot 394^2}{1{,}07 \cdot 10^6} \right)^{0{,}21} = 0{,}551.$$

Ответ: $\varepsilon = 0{,}551$.

ПРИМЕР 4.14

Через вертикальный аппарат с постоянным по высоте поперечным сечением площадью $S = 1{,}0$ м^2, содержащим полидисперсный слой шарообразных частиц зернистого материала, подается $Q = 1800$ м^3/ч ожижающего агента (газа). Свойства газа: плотность $\rho = 0{,}71$ кг/м^3; вязкость $\mu = 2{,}2 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Плотность частиц зернистого материала $\rho_ч = 2900$ кг/м^3. Определить размеры частиц, находящихся во взвешенном состоянии в аппарате.

Решение

Из уравнения расхода (3.1) определяем рабочую скорость ожижающего агента:

$$w = \frac{Q}{S} = \frac{1800}{3600 \cdot 1} = 0{,}5 \text{ м/с}.$$

Для решения задачи воспользуемся графической зависимостью $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$, представленной на рис. 4.14.

Используя формулу (4.87), по известной рабочей скорости рассчитываем значение критерия Лященко:

$$\mathrm{Ly} = \frac{w^3 \rho^2}{\mu(\rho_ч - \rho) g}.$$

$$\mathrm{Ly} = \frac{0{,}5^3 \cdot 0{,}71^2}{2{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot (2900 - 0{,}71) \cdot 9{,}81} = 0{,}101 \approx 0{,}1.$$

Принимаем порозность равной $\varepsilon = \varepsilon_{кр1} = 0{,}4$, тогда по графической зависимости $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$ определяем значение критерия Архимеда для частиц наибольшего диаметра, находящихся во взвешенном состоянии, $\mathrm{Ar}_{max} \approx 40\,000$.

Тогда максимальный диаметр шарообразных частиц, находящихся во взвешенном состоянии, можно выразить из формулы (4.79):

$$d_{max} = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{Ar}_{max} \cdot \mu^2}{g(\rho_ч - \rho)\rho}}.$$

$$d_{max} = \sqrt[3]{\frac{40\,000 \cdot \left(2{,}2 \cdot 10^{-5}\right)^2}{9{,}81 \cdot (2900 - 0{,}71) \cdot 0{,}71}} = 9{,}86 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Принимаем порозность равной $\varepsilon = \varepsilon_{кр2} = 1{,}0$, тогда по графической зависимости $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$ определяем значение критерия Архимеда для частиц наименьшего диаметра, находящихся во взвешенном состоянии, $\mathrm{Ar}_{\min} \approx 30$.

Тогда минимальный диаметр шарообразных частиц, находящихся во взвешенном состоянии, можно выразить из формулы (4.79):

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{\mathrm{Ar}_{\min} \cdot \mu^2}{g(\rho_ч - \rho)\rho}}.$$

$$d_{\min} = \sqrt[3]{\frac{30 \cdot \left(2{,}2 \cdot 10^{-5}\right)^2}{9{,}81 \cdot (2900 - 0{,}71) \cdot 0{,}71}} = 8{,}96 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

Ответ: $d_{\max} = 9{,}86 \cdot 10^{-4}$ м; $d_{\min} = 8{,}96 \cdot 10^{-5}$ м.

ПРИМЕР 4.15

Определить состояние шарообразных частиц зернистого слоя, находящихся в вертикальном цилиндрическом аппарате, при скорости восходящего потока газа $w = 1{,}35$ м/с. Диаметры частиц: $d_1 = 0{,}08$ мм; $d_2 = 0{,}62$ мм; $d_3 = 3{,}6$ мм. Свойства газа: плотность $\rho = 0{,}705$ кг/м^3; вязкость $\mu = 2{,}15 \cdot 10^{-5}$ Па·с. Плотность частиц зернистого материала $\rho_ч = 2900$ кг/м^3.

Решение

Для решения задачи воспользуемся графической зависимостью $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$, представленной на рис. 4.14. Вначале по рабочей скорости, используя формулу (4.87), рассчитываем значение критерия Лященко:

$$\mathrm{Ly} = \frac{w^3 \rho^2}{\mu(\rho_ч - \rho) g}.$$

$$\mathrm{Ly} = \frac{1{,}35^3 \cdot 0{,}705^2}{2{,}15 \cdot 10^{-5} \cdot (2900 - 0{,}705) \cdot 9{,}81} = 2.$$

Далее по формуле (4.79) для частиц с диаметрами d_1, d_2, d_3 рассчитываем соответствующие значения критерия Архимеда:

$$\mathrm{Ar}_1 = \frac{d_1^3 \rho(\rho_ч - \rho) g}{\mu^2} = \frac{\left(0{,}08 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot (2900 - 0{,}705) \cdot 0{,}705 \cdot 9{,}81}{\left(2{,}15 \cdot 10^{-5}\right)^2} = 22{,}2;$$

$$\mathrm{Ar}_2 = \frac{d_2^3 \rho(\rho_ч - \rho) g}{\mu^2} = \frac{\left(0{,}62 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot (2900 - 0{,}705) \cdot 0{,}705 \cdot 9{,}81}{\left(2{,}15 \cdot 10^{-5}\right)^2} = 10\,340;$$

$$\mathrm{Ar}_3 = \frac{d_3^3 \rho(\rho_ч - \rho) g}{\mu^2} = \frac{\left(3{,}6 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot (2900 - 0{,}705) \cdot 0{,}705 \cdot 9{,}81}{\left(2{,}15 \cdot 10^{-5}\right)^2} = 2{,}02 \cdot 10^6.$$

По графической зависимости $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$ находим точки пересечения горизонтальной прямой $\mathrm{Ly} = \mathrm{const}$ с вертикальными линиями $\mathrm{Ar} = \mathrm{const}$ (см. рис. 4.15, *г*):

– пересечение линий $\mathrm{Ly} = 2$ и $\mathrm{Ar}_1 = 22{,}2$ дает точку *C*, которая лежит в области, соответствующей режиму пневмотранспорта частиц (выше кривой $\varepsilon = 1{,}0$);

– пересечение линий $\mathrm{Ly} = 2$ и $\mathrm{Ar}_2 = 10\,340$ дает точку *B*, которая лежит в области, соответствующей взвешенному слою частиц ($0{,}4 < \varepsilon < 1{,}0$);

– пересечение линий $\mathrm{Ly} = 2$ и $\mathrm{Ar}_3 = 2{,}02 \cdot 10^6$ дает точку *A*, которая лежит в области, соответствующей неподвижному слою (ниже кривой $\varepsilon = 0{,}4$).

Ответ: частицы с диаметром d_1 уносятся из слоя; d_2 – находятся во взвешенном состоянии; d_3 – находятся в неподвижном состоянии.

4.1.2.3.3. Расчет гидравлического сопротивления псевдоожиженного слоя. Величину гидравлического сопротивления псевдоожиженного слоя $\Delta p_{\text{сл}}$ находят на основании равенства силы тяжести слоя частиц за вычетом подъемной архимедовой силы и силы аэродинамического давления восходящего потока ожижающего агента:

$$G_{\text{сл}} = \Delta p_{\text{сл}} S_{\text{сл}}, \tag{4.90}$$

где $G_{\text{сл}}$ – результирующая силы тяжести и архимедовой силы, Н; $S_{\text{сл}}$ – площадь поперечного сечения слоя (аппарата), м^2.

С другой стороны, величину $G_{\text{сл}}$ можно определить как

$$G_{\text{сл}} = g(\rho_{\text{ч}} - \rho)(1 - \varepsilon) H_{\text{сл}} S_{\text{сл}}, \tag{4.91}$$

где $\rho_{\text{ч}}$ – плотность частиц, $\text{кг}/\text{м}^3$; ρ – плотность ожижающего агента, $\text{кг}/\text{м}^3$; ε – порозность псевдоожиженного слоя, $\text{м}^3/\text{м}^3$; $H_{\text{сл}}$ – высота псевдоожиженного слоя, м.

Тогда, приравняв правые части уравнений (4.90) и (4.91), выразим значение $\Delta p_{\text{сл}}$:

$$\Delta p_{\text{сл}} = g(\rho_{\text{ч}} - \rho)(1 - \varepsilon) H_{\text{сл}}. \tag{4.92}$$

С увеличением скорости газа w порозность слоя ε и его высота $H_{\text{сл}}$ возрастают, но произведение $(1 - \varepsilon) H_{\text{сл}}$ остается неизменным. Следовательно, можно записать

$$g(\rho_{\text{ч}} - \rho)(1 - \varepsilon) H_{\text{сл}} \approx g(\rho_{\text{ч}} - \rho)(1 - \varepsilon_0) H_0, \tag{4.93}$$

где ε_0, H_0 – соответственно порозность и высота неподвижного зернистого слоя.

Тогда сопротивление псевдоожиженного слоя можно определить и через параметры неподвижного зернистого слоя:

$$\Delta p_{\text{сл}} = g(\rho_{\text{ч}} - \rho)(1 - \varepsilon_0) H_0. \tag{4.94}$$

ПРИМЕР 4.16

В вертикальном цилиндрическом аппарате во взвешенном состоянии находится монодисперсный слой шарообразных частиц плотностью $\rho_{\text{ч}} = 2000\ \text{кг}/\text{м}^3$. Определить гидравлическое сопротивление псевдоожиженного слоя, если высота слоя после прекращения подачи газового ожижающего агента равна $H_0 = 0{,}5$ м. Плотность газовой среды $\rho = 1{,}4\ \text{кг}/\text{м}^3$.

Решение

Гидравлическое сопротивление взвешенного слоя можно определить через параметры неподвижного слоя по формуле (4.94):

$$\Delta p_{\text{сл}} = g\left(\rho_{\text{ч}} - \rho\right)\left(1 - \varepsilon_0\right) H_0.$$

Для неподвижного монодисперсного зернистого слоя шарообразных частиц порозность можно принять равной $\varepsilon_0 = 0,4$, пренебрегая ее увеличением после псевдоожижения. Тогда гидравлическое сопротивление взвешенного слоя будет равно

$$\Delta p_{\text{сл}} = 9,81 \cdot \left(2000 - 1,4\right) \cdot \left(1 - 0,4\right) \cdot 0,5 = 5882 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{сл}} = 5882$ Па.

ПРИМЕР 4.17



В вертикальном цилиндрическом аппарате диаметром $D = 0,8$ м во взвешенном состоянии находится слой зернистого материала. Определить массу частиц зернистого слоя, если гидравлическое сопротивление его $\Delta p_{\text{сл}} = 6000$ Па.

Решение

Вес слоя частиц материала, находящегося во взвешенном состоянии, определяем по формуле (4.90):

$$G_{\text{сл}} = \Delta p_{\text{сл}} S_{\text{сл}},$$

где $S_{\text{сл}}$ – площадь поперечного сечения слоя (аппарата), м^2.

$$S_{\text{сл}} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,8^2}{4} = 0,502 \text{ м}^2.$$

Вес слоя частиц

$$G_{\text{сл}} = 6000 \cdot 0,502 = 3014 \text{ Н}.$$

Масса слоя частиц

$$m_{\text{сл}} = \frac{G_{\text{сл}}}{g} = \frac{3014}{9,81} = 307,3 \text{ кг}.$$

Ответ: $m_{\text{сл}} = 307,3$ кг.

4.1.2.3.4. Определение высоты псевдоожиженного слоя. Формулу для расчета высоты псевдоожиженного слоя $H_{\text{сл}}$ можно получить из уравнения (4.93):

$$H_{\text{сл}} = H_0 \frac{1 - \varepsilon_0}{1 - \varepsilon}. \qquad (4.95)$$

ПРИМЕР 4.18



В условиях задачи 4.16 определить высоту псевдоожиженного слоя, если его порозность $\varepsilon = 0,65$.

Решение

Высоту псевдоожиженного слоя можно определить из уравнения (4.95):

$$H_{\text{сл}} = H_0 \frac{1-\varepsilon_0}{1-\varepsilon}.$$

$$H_{\text{сл}} = 0{,}5 \cdot \frac{1-0{,}4}{1-0{,}65} = 0{,}857 \text{ м}.$$

Ответ: $H_{\text{сл}} = 0{,}857$ м.

4.1.2.3.5. Определение площади поперечного сечения аппаратов псевдоожиженного слоя. Для аппаратов псевдоожиженного слоя с постоянным поперечным сечением его площадь $S, \text{м}^2$, можно определить из уравнения расхода газа (ожижающего агента), проходящего через этот аппарат:

$$S = \frac{Q}{w_{\text{р}}}, \tag{4.96}$$

где Q – объемный расход газа, $\text{м}^3/\text{с}$; $w_{\text{р}}$ – рабочая скорость газа, м/с.

Если аппарат имеет круглое поперечное сечение, то его диаметр D определяют с помощью формулы

$$D = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4Q}{\pi w_{\text{р}}}}. \tag{4.97}$$

ПРИМЕР 4.19

В вертикальном цилиндрическом аппарате необходимо высушивать зернистый материал, состоящий из шарообразных частиц диаметром $d_{\text{ч}} = 5$ мм и плотностью $\rho_{\text{ч}} = 900 \text{ кг}/\text{м}^3$. Расход газового ожижающего агента $Q = 3600 \text{ м}^3/\text{ч}$. Определить требуемый диаметр аппарата, приняв число псевдоожижения равным $K_w = 2{,}5$. Свойства газа: плотность $\rho = 0{,}8 \text{ кг}/\text{м}^3$; вязкость $\mu = 2{,}0 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Решение

Определяем значение критерия Архимеда по формуле (4.79):

$$\text{Ar} = \frac{d_{\text{ч}}^3 \rho(\rho_{\text{ч}} - \rho) g}{\mu^2} = \frac{\left(5 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot 0{,}8 \cdot (900 - 0{,}8) \cdot 9{,}81}{\left(2{,}0 \cdot 10^{-5}\right)^2} = 2{,}205 \cdot 10^6.$$

Для монодисперсного зернистого слоя шарообразных частиц критическое значение порозности, соответствующее переходу слоя из неподвижного состояния в псевдоожиженное можно принять равным $\varepsilon_{\text{кр1}} = 0{,}4$. Тогда для нахождения скорости начала псевдоожижения воспользуемся формулой (4.80):

$$\text{Re}_{\text{кр1}} = \frac{\text{Ar}}{1400 + 5{,}22\sqrt{\text{Ar}}} = \frac{2{,}205 \cdot 10^6}{1400 + 5{,}22\sqrt{2{,}205 \cdot 10^6}} = 240{,}9.$$

Скорость начала псевдоожижения определяем по формуле (4.77):

$$w_{\text{кр1}} = \frac{\text{Re}_{\text{кр1}}\,\mu}{d_{\text{ч}}\rho} = \frac{240{,}9 \cdot 2{,}0 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}8} = 1{,}205 \text{ м/с}.$$

Используя значение числа псевдоожижения K_w, определяем рабочую скорость ожижающего агента, выражая ее из формулы (4.83):

$$w_{\text{р}} = K_w w_{\text{кр1}} = 2{,}5 \cdot 1{,}205 = 3{,}012 \text{ м/с}.$$

По известному расходу ожижающего агента $Q = 3600 \text{ м}^3/\text{ч} = 1 \text{ м}^3/\text{с}$ диаметр цилиндрического аппарата вычисляем по формуле (4.97):

$$D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi w_{\text{р}}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 1}{3{,}14 \cdot 3{,}012}} = 0{,}65 \text{ м}.$$

Ответ: $D = 0{,}65$ м.

4.1.2.4. Пневмотранспорт и его расчет

Перемещение твердых зернистых материалов в режиме пневмотранспорта применяется в тех случаях, когда остальные методы их перемещения невозможны или затруднены (например, невозможность использования конвейерных лент и т. д.).

По назначению и расстоянию перемещения зернистого материала различают три вида пневмотранспорта. На перемещение материала до 100 м из ряда точек одному потребителю используют, как правило, всасывающие установки пневмотранспорта, т. е. работающие при разрежении примерно до 0,05–0,06 МПа. На рис. 4.16, *а* схематично показана всасывающая установка пневмотранспорта.

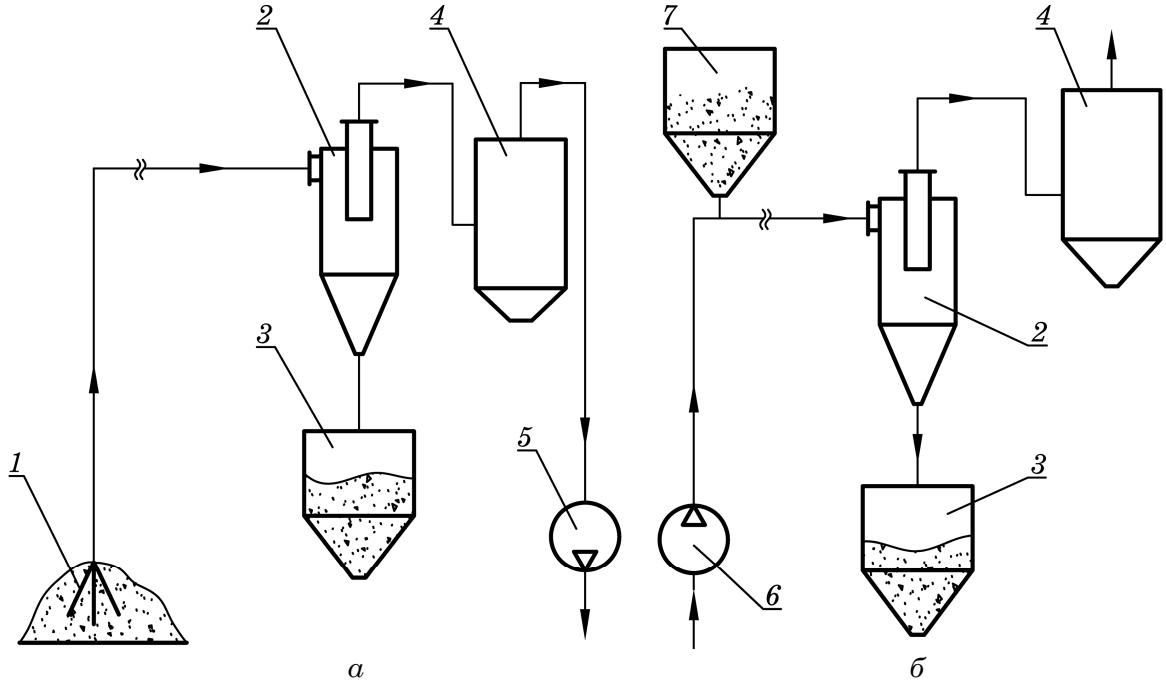


Рис. 4.16. Схема пневмотранспортных установок:
а – всасывающая установка; *б* – нагнетательная установка;
1 – отбирающее устройство; *2* – циклон; *3* – бункер; *4* – фильтр;
5 – вакуум-насос; *6* – компрессорная машина; *7* – загрузочное устройство

Зернистый материал захватывается потоком газа (воздуха) с помощью отбирающего устройства *1* и по трубопроводу транспортируется к пункту назначения, где устанавливается циклон *2*, в котором твердый зернистый материал отделяется от газового потока и собирается в бункере *3*. Чтобы отделить от газового потока те частицы зернистого материала, которые выносятся из циклона, дополнительно предусматривается фильтр *4*.

Для транспортировки материала на сотни метров из одной точки многим потребителям используют схему с нагнетательной установкой, которая работает под давлением 0,3–0,4 МПа (рис. 4.16, *б*). Зернистый материал непрерывно вводится в нагнетательную линию и отводится по ответвлениям трубопровода для каждого потребителя через отдельное сепарирующее устройство.

При транспортировке зернистого материала на более значительные расстояния, при необходимости его забора из различных точек и доставки различным потребителям используют схему смешанного пневмотранспорта, который последовательно сочетает первую и вторую схемы.

Наиболее простым по механизму действия и эксплуатации является *вертикальный пневмотранспорт* (рис. 4.17).

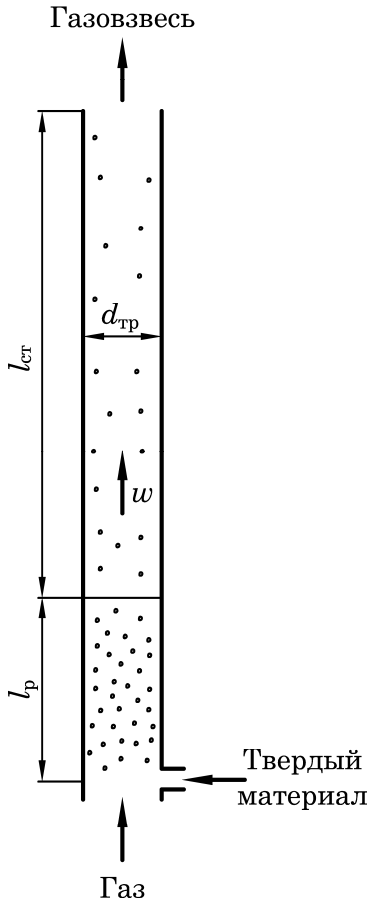
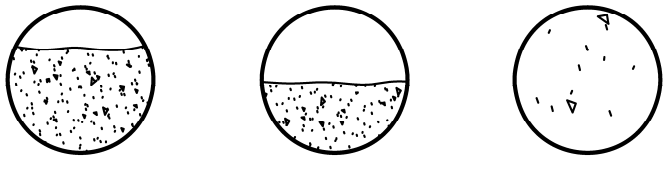


Рис. 4.17. Схема вертикального пневмотранспорта

Зернистый материал увлекается восходящим потоком газа, разгоняется на участке $l_р$ (разгонный участок) и достигает постоянной скорости w, с которой перемещается на участке $l_{ст}$ (стабилизированный участок). На стабилизированном участке концентрация зернистого материала в потоке постоянна.

Зернистый материал может транспортироваться и в горизонтальном направлении (рис. 4.18). При малых скоростях газа $w_г$ значительная часть сечения трубы заполнена неподвижным слоем твердого материала (заштрихованная область на рис. 4.18, *а*), а движение потока происходит только в верхней части сечения трубы. После превышения некоторой критической скорости $w_{кр}$, при которой примерно половина сечения заполнена газом (рис. 4.18, *б*), происходит скачкообразное изменение хода процесса. Неподвижный слой переходит во взвешенное состояние и поток взвеси занимает все сечение трубы (рис. 4.18, *в*).



а *б* *в*

Рис. 4.18. Пневматический транспорт по горизонтальной трубе:
$а - w_г < w_{кр}$; $б - w_г \approx w_{кр}$; $в - w_г > w_{кр}$

Зависимость потерь давления Δp от скорости газового потока $w_г$ показана на рис. 4.19. Из графика видно, что при увеличении скорости газа гидравлическое сопротивление трубопровода сначала уменьшается, так как увеличивается сечение для прохода газа, а затем после резкого уменьшения Δp, при $w_г > w_{кр}$ происходит его увеличение, обусловленное ростом сопротивления движению потока.

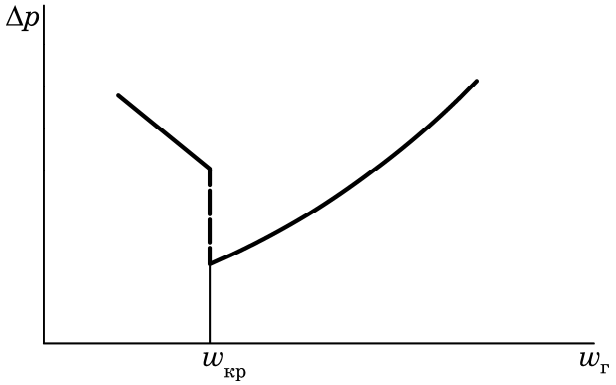


Рис. 4.19. Потери давления при пневматическом транспорте по горизонтальной трубе

Задачей расчета пневмотранспортной установки является определение диаметра трубопровода $d_{тр}$, объемного расхода газа $Q_г$, общих потерь давления потока Δp, а также выбор оборудования (компрессорной машины, питателя, системы очистки и т. д.).

На данный момент нет достаточно обоснованной методики расчета пневмотранспорта. Поэтому приблизительно расчет необходимых параметров проводят следующим образом. Сначала определяют расчетную производительность установки по перемещаемому материалу. Последнюю обычно принимают значительно больше, чем эксплуатационную, так как процесс перемещения материала неравномерен ни по времени, ни по интенсивности, а также учитывают некоторый гарантированный запас. В общем случае расчетную производительность по массе материала $G_р$ принимают приблизительно в 1,5 раза больше эксплуатационной $G_{экс}$:

$$G_р = 1{,}5 G_{экс}. \tag{4.98}$$

После того как определена величина $G_р$, необходимо найти среднюю скорость газа $w_г$ в трубопроводе, для чего рассчитывают скорость витания самых больших частиц (см. подп. 4.1.2.3) и принимают скорость газа в 1,2–1,5 раза больше расчетной или используют опытные данные.

Объемный расход газа $Q_г$, $м^3/с$, рассчитывают по уравнению

$$Q_г = \frac{Q_м}{K_{тв}}, \tag{4.99}$$

где $Q_м$ – объемный расход перемещаемого твердого материала, $м^3/с$; $K_{тв}$ – средняя относительная объемная доля твердой фазы в движущемся потоке газа, $\frac{м^3 \text{ твердой фазы}}{м^3 \text{ газовой фазы}}$.

Связь относительной объемной доли $K_{тв}$ с объемной долей выражается зависимостью

$$K_{тв} = \frac{1}{\frac{1}{\varphi} - 1}, \tag{4.100}$$

где φ – объемная доля твердой фазы, $\frac{\text{м}^3 \text{ твердой фазы}}{\text{м}^3 \text{ газовзвеси}}$.

Внутренний диаметр трубопровода $d_{тр}$, м, можно рассчитать по формуле

$$d_{тр} = \sqrt{\frac{4Q_г}{\pi w_г}}. \tag{4.101}$$

Далее выбирают стандартную трубу с внутренним диаметром, равным или наиболее близким к рассчитанному $d_{тр}$. По выбранному диаметру трубопровода при той же скорости газа $w_г$ уточняют расход подаваемого газа и концентрацию газовзвеси по массе материала.

Преимуществами пневмотранспорта зернистых материалов являются простота конструкции и большая относительная производительность. К недостаткам можно отнести эрозию трубопроводов и повышенный расход энергии (в сравнении с механическими транспортерами). Кроме того, существует возможность возникновения электростатических зарядов.

ПРИМЕР 4.20

Определить внутренний диаметр трубопровода для пневмотранспорта зернистого материала с эксплуатационной производительностью $G_{экс} = 2000$ кг/ч. Размер шарообразных частиц материала от 0,8 до 1,5 мм, их плотность $\rho_{тв} = 900$ кг/м^3. Средняя объемная доля перемещаемых в трубопроводе твердых частиц $\varphi = 0,45\%$. Свойства газа: плотность $\rho = 1,2$ кг/м^3; вязкость $\mu = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Решение

Определяем расчетную производительность по перемещаемому твердому материалу по формуле (4.98):

$$G_р = 1,5 G_{экс} = 1,5 \cdot \frac{2000}{3600} = 0,833 \text{ кг/с}.$$

Рассчитываем объемный расход перемещаемого твердого материала:

$$Q_м = \frac{G_р}{\rho_{тв}} = \frac{0,833}{900} = 9,259 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Относительную объемную долю твердых частиц в газе находим по формуле (4.100):

$$K_{тв} = \frac{1}{\frac{1}{\varphi} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{0,0045} - 1} = 0,00452 \frac{\text{м}^3 \text{ твердой фазы}}{\text{м}^3 \text{ газовой фазы}}.$$

Объемный расход газа определяем по уравнению (4.99):

$$Q_{\text{г}} = \frac{Q_{\text{м}}}{K_{\text{тв}}} = \frac{9{,}259 \cdot 10^{-4}}{0{,}00452} = 0{,}205 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Определяем скорость витания частиц материала наибольшего размера $d_{\text{ч}} = d_{\max} = 1{,}5$ мм, согласно методике изложенной в подп. 4.1.2.3.

Значение критерия Архимеда находим по формуле (4.79):

$$\text{Ar} = \frac{d_{\text{ч}}^3 \rho(\rho_{\text{ч}} - \rho) g}{\mu^2} = \frac{\left(1{,}5 \cdot 10^{-3}\right)^3 \cdot 1{,}2 \cdot (900 - 1{,}2) \cdot 9{,}81}{\left(1{,}8 \cdot 10^{-5}\right)^2} = 1{,}102 \cdot 10^5.$$

Значение критерия Рейнольдса, соответствующего скорости витания, рассчитаем по зависимости (4.82):

$$\text{Re}_{\text{кр2}} = \frac{\text{Ar}}{18 + 0{,}61\sqrt{\text{Ar}}} = \frac{1{,}102 \cdot 10^5}{18 + 0{,}61\sqrt{1{,}102 \cdot 10^5}} = 500.$$

Скорость витания частиц максимального размера можем определить по формуле (4.81):

$$w_{\text{кр2}} = \frac{\text{Re}_{\text{кр2}} \mu}{d_{\text{ч}} \rho} = \frac{500 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-5}}{1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}2} = 0{,}354 \text{ м/с}.$$

Согласно рекомендациям, среднюю скорость газа в трубопроводе принимаем в 1,3 раза больше:

$$w_{\text{г}} = 1{,}3 w_{\text{кр2}} = 1{,}3 \cdot 0{,}354 = 0{,}46 \text{ м/с}.$$

Внутренний диаметр трубопровода определяем по зависимости (4.101):

$$d_{\text{тр}} = \sqrt{\frac{4Q_{\text{г}}}{\pi w_{\text{г}}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0{,}205}{3{,}14 \cdot 0{,}46}} = 0{,}753 \text{ м}.$$

Ответ: $d_{\text{тр}} = 0{,}753$ м.

4.2. ГИДРОДИНАМИКА ДВУХФАЗНЫХ ГАЗОЖИДКОСТНЫХ ПОТОКОВ

Рассмотрим некоторые характеристики наиболее распространенных видов газожидкостных двухфазных потоков – барботажа, пленочного течения и диспергирования жидкости.

4.2.1. Структура газожидкостных потоков в каналах

Газожидкостные потоки весьма разнообразны по структуре. В зависимости от физических свойств и объемных концентраций обе фазы могут быть сплошными, или одна из них дисперсной. Движение рассматриваемых двухфазных

газожидкостных смесей осложняется деформацией частиц дисперсной фазы, а также возможностью их коалесценции (слияния) и повторного диспергирования. Можно выделить два наиболее часто встречающихся случая движения газожидкостных потоков – в вертикальных и горизонтальных каналах.

4.2.1.1. Вертикальные каналы

Наблюдаемые структуры газожидкостных потоков в вертикальных каналах, расположенные в порядке возрастания объемной концентрации газовой фазы, схематически представлены на рис. 4.20. Согласно рисунку, можно выделить следующие режимы течения: пузырьковый, снарядный, вспененный, кольцевой и дисперсный.

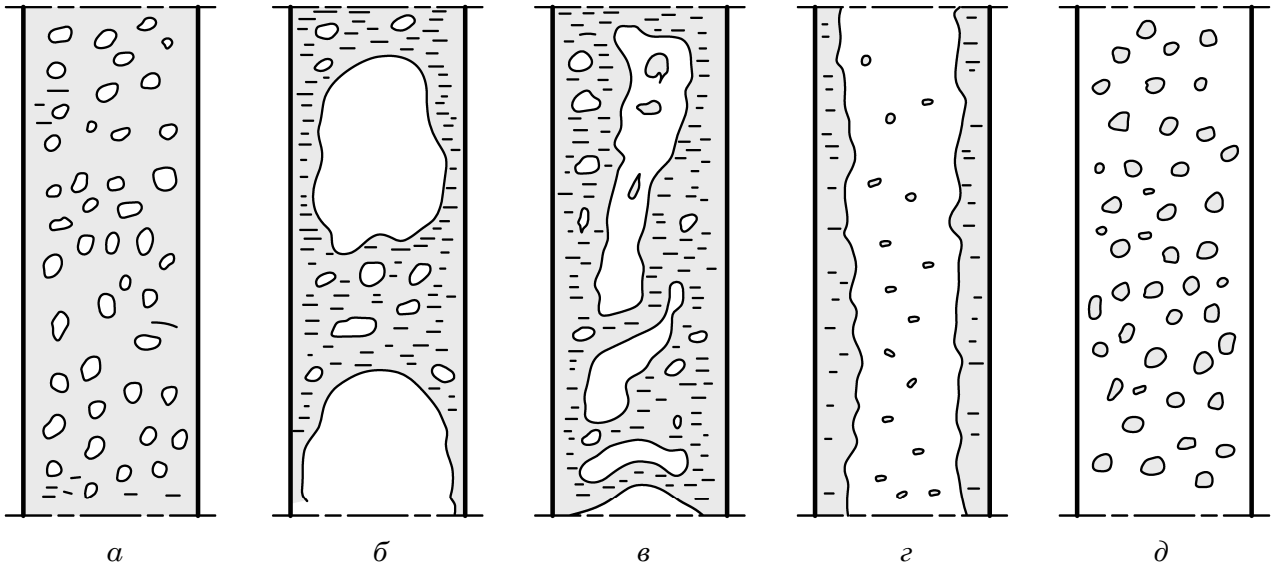


Рис. 4.20. Режимы вертикальных газожидкостных потоков:
а – пузырьковый; *б* – снарядный; *в* – вспененный; *г* – кольцевой; *д* – дисперсный

При пузырьковом режиме течения газовая фаза распределена в виде отдельных пузырей в сплошной фазе – жидкости (рис. 4.20, *а*). При снарядном режиме течения (рис. 4.20, *б*) некоторые большие газовые пузыри занимают почти все поперечное сечение канала, и двигаются вдоль его оси. Пузыри газа проходят один за другим, а пространство между ними заполнено жидкостью, в которой могут находиться более мелкие пузыри газа.

Если скорость двухфазной системы, которая движется в снарядном режиме, увеличить, то структура потока станет неустойчивой. В каналах достаточно больших диаметров эта неустойчивость со временем приводит к полному распаду снарядного режима с дальнейшим вспениванием или возникновением пульсаций. В каналах малого диаметра переход от снарядного к кольцевому режиму течения происходит более плавно. Эту переходную область от снарядного режима к кольцевому называют вспененным режимом течения (рис. 4.20, *в*).

Кольцевой режим (рис. 4.20, *г*) представляет собой течение жидкости по стенкам канала в виде пленки, а газовый поток движется в середине канала. При этом пленка жидкости может содержать пузырьки газа, а газовый поток – капли жидкости. В дисперсном режиме (рис. 4.20, *д*) в газовом потоке, занимающем все сечение

канала, двигаются капли жидкости. Границы отдельных режимов (структур потоков) зависят не только от объемных концентраций обеих фаз, но и от их физических свойств, главным образом от вязкости жидкости и межфазного поверхностного натяжения.

При обработке многочисленных опытных данных построены графики, где нанесены линии, которые обозначают границы между режимами. Один из таких графиков (карта режимов течения), предложенный Гриффитсом и Уоллисом, показан на рис. 4.21. На этом рисунке $V_г$, $V_ж$ – объемные расходы газовой и жидкой фаз; S – площадь поперечного сечения канала; $d_{эк}$ – эквивалентный диаметр канала.

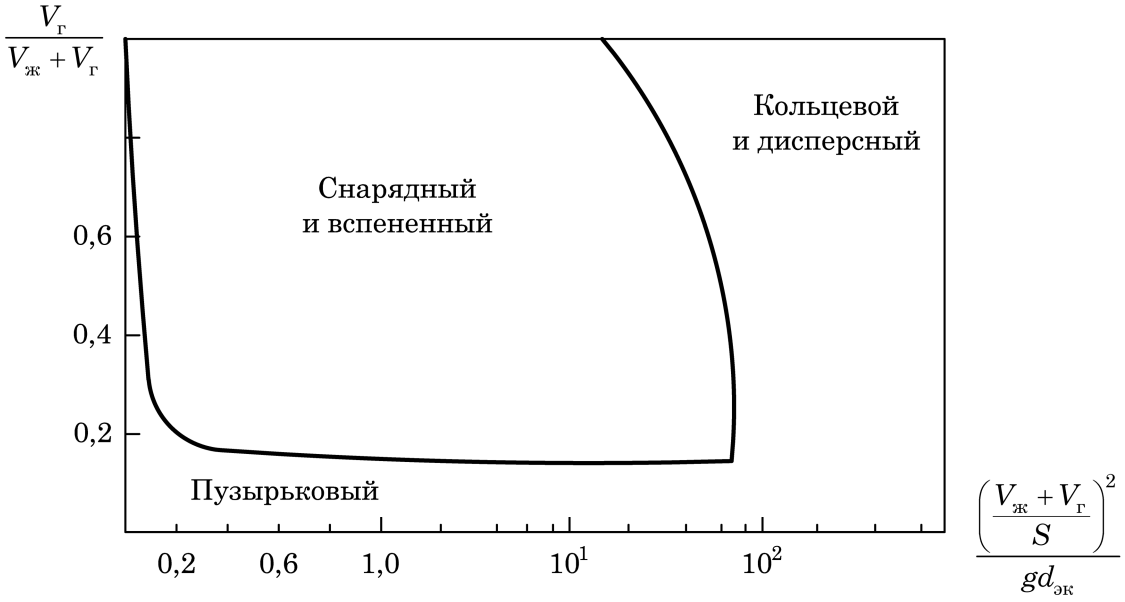


Рис. 4.21. Карта режимов течения для вертикальных каналов

4.2.1.2. Горизонтальные каналы

Для горизонтальных каналов свойственны следующие режимы течения (рис. 4.22): пузырьковый, снарядный, слоистый, слоистый волнообразный, губчатый, кольцевой, дисперсный.

Пузырьковый режим (рис. 4.22, *а*) подобен аналогичному для вертикальных каналов, с той лишь разницей, что здесь наблюдается концентрация пузырей в верхней части канала.

Снарядный режим (рис. 4.22, *б*) также подобен данному режиму для вертикальных каналов. Однако здесь пузыри размещаются ассиметрично.

При слоистом режиме (рис. 4.22, *в*) жидкость и газ двигаются отдельно: жидкость снизу, а газ над ней. С увеличением скорости газа на поверхности жидкости образуются волны – наблюдается слоистый волнообразный режим течения (рис. 4.22, *г*).

При еще бóльших скоростях газа волны увеличиваются, достигают верхней стенки канала. Такой режим течения называют губчатым (рис. 4.22, *д*).

Кольцевой режим (рис. 4.22, *е*) отличается от аналогичного режима в вертикальных каналах только тем, что толщина пленки жидкости в нижней части канала больше, чем в верхней.

Дисперсный режим (рис. 4.22, *ж*) по структуре аналогичен подобному режиму в вертикальных каналах.

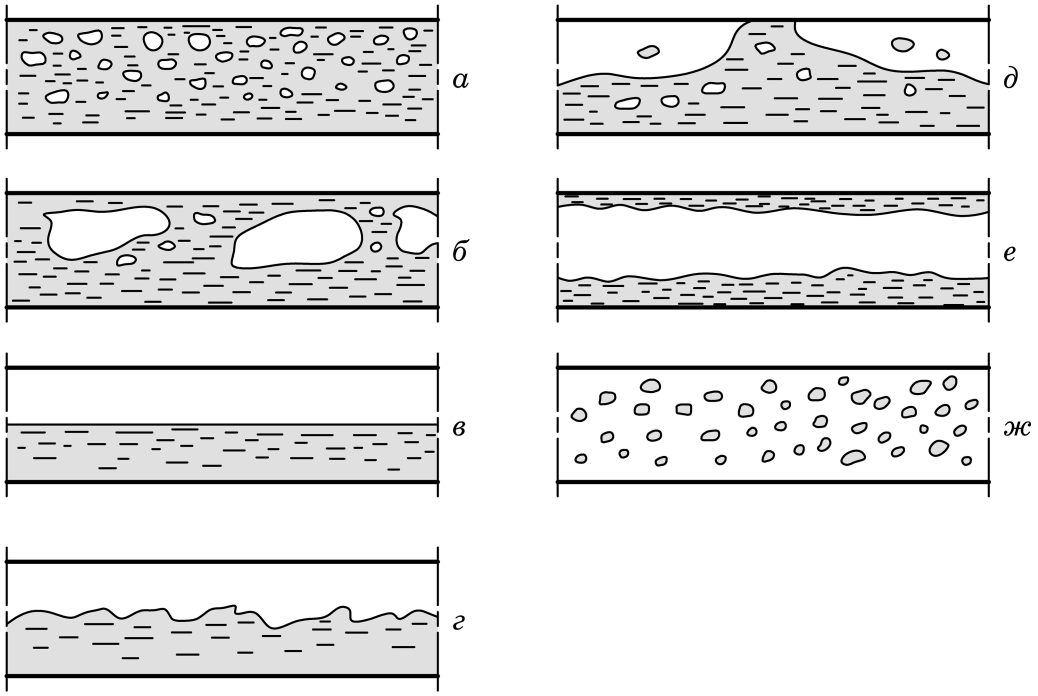


Рис. 4.22. Режимы течения в горизонтальном канале:
а – пузырьковый; *б* – снарядный; *в* – слоистый; *г* – слоистый волнообразный;
д – губчатый; *е* – кольцевой; *ж* – дисперсный

Наибольшее распространение для горизонтальных каналов получила карта режимов течения, предложенная Бейкером и уточненная Шихтом (штриховые линии). Она представлена на рис. 4.23.

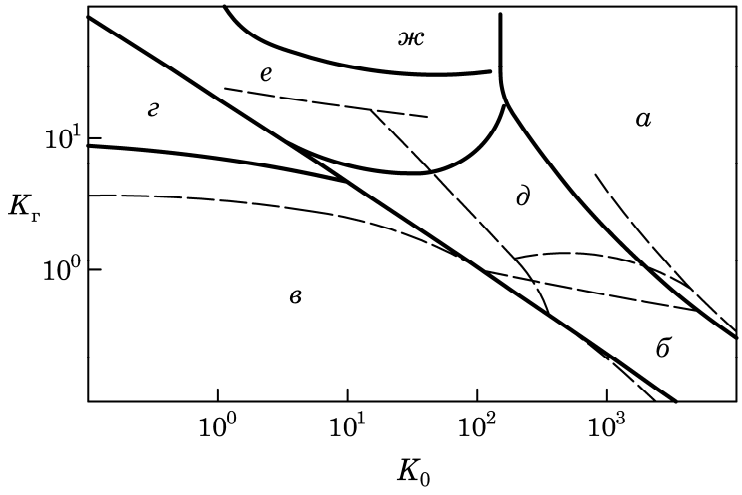


Рис. 4.23. Карта режимов течения для горизонтальных каналов:
а – пузырьковый; *б* – снарядный; *в* – слоистый; *г* – слоистый волнообразный;
д – губчатый; *е* – кольцевой; *ж* – дисперсный

Диаграмма построена в координатах $K_г = \dfrac{V_г \rho_г}{\lambda_ж S}$ (ось ординат) и $K_0 = \dfrac{V_ж \rho_ж \lambda_ж \psi_ж}{V_г \rho_г}$ (ось абсцисс). Коэффициенты $\lambda_ж$ и $\psi_ж$, которые учитывают физические свойства жидкости и газа, рассчитываются по уравнениям:

$$\lambda_{ж} = \left[\left(\frac{\rho_{г}}{\rho_{г0}}\right)\left(\frac{\rho_{ж}}{\rho_{ж0}}\right)\right]^{0,5}; \quad \psi_{ж} = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\right)\left[\left(\frac{\mu_{ж}}{\mu_{ж0}}\right)\left(\frac{\rho_{ж0}}{\rho_{ж}}\right)^2\right]^{1/3},$$

где $\rho_{г0}, \rho_{ж0}$ – плотность воздуха и жидкости при атмосферном давлении; $\sigma, \mu_{ж}$ – поверхностное натяжение и вязкость жидкости; $\sigma_0, \mu_{ж0}$ – поверхностное натяжение и вязкость жидкости при атмосферном давлении.

Хотя диаграмма Бейкера очень полезна для определения качественной картины режимов течения, однако действительные результаты могут сильно отличаться от данных на диаграмме. Величины отклонений показаны штриховыми линиями.

Отметим, что рис. 4.21 и 4.23 необходимо рассматривать как наглядную иллюстрацию общей картины режимов течения. Это связано с тем, что опыты проводились при ограниченных условиях и не учитывались все факторы, которые влияют на границы режимов. Точных зависимостей для расчета границ режимов пока нет.

4.2.2. Барботаж

4.2.2.1. Теоретические основы барботажа

При барботаже газовая (паровая) фаза, распределяемая через отверстия различных устройств, диспергируется в жидкой фазе в виде пузырей. Возникающую при этом двухфазную систему называют **пеной**. Она нестабильная и разрушается сразу же после прекращения подачи газа. Для стабилизации таких пен используют поверхностно-активные вещества.

Барботаж широко распространен при пневмоперемешивании, при мокрой очистке газов, в процессах тепло- и массообмена на барботажных контактных тарелках различных конструкций (ситчатых, колпачковых, клапанных и др.), при кипении жидкости и т. п.

Основные характеристики пены – газосодержание и удельная поверхность контакта газа и жидкости.

Газосодержание ε, $м^3/м^3$, – это доля объема газовой фазы в общем объеме пены:

$$\varepsilon = \frac{V_{св}}{V_{п}} = \frac{V_{п} - V_{ж}}{V_{п}} = 1 - \frac{V_{ж}}{V_{п}}, \tag{4.102}$$

где $V_{св}$ – объем, занимаемый газовой фазой (т. е. объем, свободный от жидкости), $м^3$; $V_{п}$ – объем пены, $м^3$; $V_{ж}$ – объем жидкой фазы в пене, $м^3$.

Удельная поверхность $a, м^2/м^3$, – поверхность фазового контакта между газом и жидкостью в единице объема пены:

$$a = \frac{F_{мф}}{V_{п}}, \tag{4.103}$$

где $F_{мф}$ – площадь межфазной поверхности контакта фаз в пене, $м^2$.

Зная эти характеристики, можем определить *средний диаметр пузыря* $d_{ср}$, считая его форму сферической.

Допустим, что в объеме пены $V_{п}$ содержится n пузырей. Тогда учитывая, что объем одного осредненного пузыря равен $\frac{\pi d_{ср}^3}{6}$, а площадь его поверхности $\pi d_{ср}^2$, с учетом формул (4.102) и (4.103) выразим объем пены:

$$V_{\text{п}} = \frac{V_{\text{св}}}{\varepsilon} = \frac{n\pi d_{\text{ср}}^3}{6\varepsilon}; \quad V_{\text{п}} = \frac{F_{\text{мф}}}{a} = \frac{n\pi d_{\text{ср}}^2}{a}.$$

Приравнивая правые части уравнений, можем записать

$$\frac{n\pi d_{\text{ср}}^3}{6\varepsilon} = \frac{n\pi d_{\text{ср}}^2}{a}. \tag{4.104}$$

После сокращения получим $d_{\text{ср}}$, м:

$$d_{\text{ср}} = \frac{6\varepsilon}{a}. \tag{4.105}$$

Рассмотрим барботаж газа с плотностью $\rho_{\text{г}}$ через слой жидкости с плотностью $\rho_{\text{ж}}$ и поверхностным натяжением σ из одиночного отверстия диаметром $d_{\text{отв}}$. В этом случае при относительно небольшом расходе газ барботирует сквозь жидкость в виде отдельных свободно всплывающих пузырей (свободное движение) (рис. 4.24).

Образующийся у отверстия пузырь сначала увеличивается в размере, а затем отрывается от отверстия.

На образующийся и растущий пузырек газа диаметром d действуют три силы (рис. 4.25):

– сила тяжести G, направленная вниз:

$$G = \frac{\pi d^3}{6}\rho_{\text{г}} g; \tag{4.106}$$

– сила Архимеда A, выталкивающая пузырь вверх:

$$A = \frac{\pi d^3}{6}\rho_{\text{ж}} g; \tag{4.107}$$

– сила сопротивления отрыву пузыря (сила поверхностного натяжения) R, направленная вниз:

$$R = \pi d_{\text{отв}}\sigma. \tag{4.108}$$

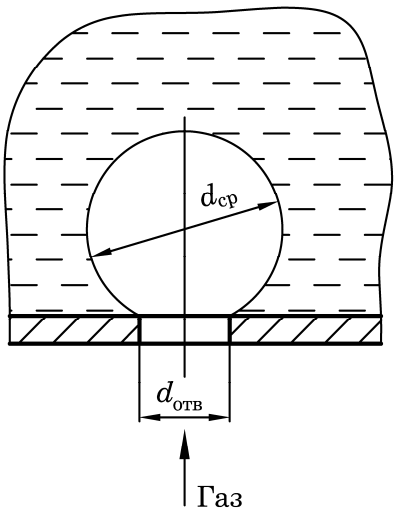


Рис. 4.24. Схема образования пузыря при барботаже из одиночного отверстия

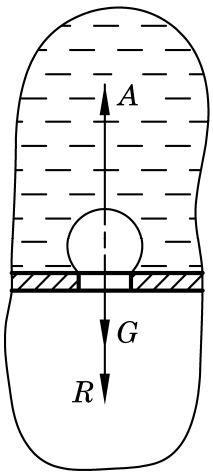


Рис. 4.25. Силы, действующие на пузырек газа при его образовании

Причем по мере увеличения диаметра пузыря, будет возрастать суммарная выталкивающая сила, равная $A - G$:

$$A - G = \frac{\pi d^3}{6}\left(\rho_{ж} - \rho_{г}\right) g. \tag{4.109}$$

Когда диаметр пузыря d станет равным $d_{ср}$, наступает равновесие действующих на пузырь сил:

$$R = A - G; \tag{4.110}$$

$$\pi d_{отв}\sigma = \frac{\pi d_{ср}^3}{6}\left(\rho_{ж} - \rho_{г}\right) g, \tag{4.111}$$

откуда

$$d_{ср} = \sqrt[3]{\frac{6 d_{отв}\sigma}{g\left(\rho_{ж} - \rho_{г}\right)}}. \tag{4.112}$$

Как следует из полученного уравнения, при свободном барботаже диаметр пузыря $d_{ср}$ не зависит от расхода газа Q, а определяется лишь диаметром отверстия $d_{отв}$ и физическими свойствами жидкости и газа.

Однако с ростом расхода газа, при достижении его некоторого критического значения $Q_{кр}$, быстро образующиеся у отверстия пузыри всплывают, не успевая оторваться один от другого, и движутся вверх в виде цепочки, соприкасаясь друг с другом (рис. 4.26).

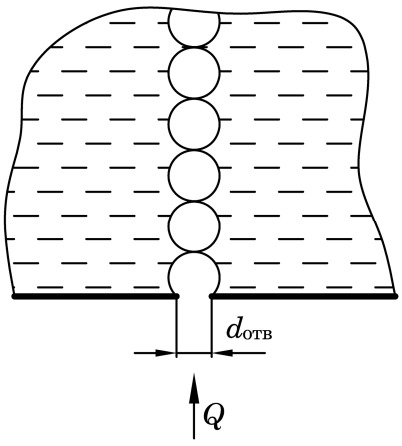


Рис. 4.26. Движение пузырей в виде цепочки из одиночного отверстия при $Q \geq Q_{кр}$

Значение $Q_{кр}$ будет приблизительно[5] равно

$$Q_{кр} = \frac{\pi d_{ср}^2}{6} w_{п}, \tag{4.113}$$

где $w_{п}$ – скорость подъема пузыря, м/с.

Подставляя в уравнение (4.113) значение $d_{ср}$ из (4.112), получим формулу для расчета критического расхода газа:

$$Q_{кр} = \frac{\pi w_{п}}{6}\left[\frac{6 d_{отв}\sigma}{g\left(\rho_{ж} - \rho_{г}\right)}\right]^{\frac{2}{3}}. \tag{4.114}$$

Скорость движения (подъема) пузырей $w_{п}$ небольшого диаметра находится аналогично скорости свободного осаждения частиц (см. подп. 4.1.1.2). При этом необходимо учесть, что в соответствующих уравнениях для расчета скорости $w_{п}$ вместо $\left(\rho_{ч} - \rho\right)$ используется выражение $\left(\rho_{ж} - \rho_{г}\right)$, где $\rho_{ч}$, ρ и $\rho_{г}$ – плотности твердой фазы, жидкости и газа соответственно.

При расходе газа выше критического значения $\left(Q \geq Q_{кр}\right)$ диаметр пузырей $d_{ср}$ начинает возрастать с увеличением Q и может быть определен по формуле

---

[5] Выражение $\frac{\pi d_{ср}^2}{6}$ представляет собой площадь осредненного поперечного сечения цепочки всплывающих пузырей, которая меньше площади поперечного сечения $\frac{\pi d_{ср}^2}{4}$ сплошной цилиндрической струи диаметром $d_{ср}$.

$$d_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{6Q}{\pi w_{\text{п}}}}. \tag{4.115}$$

В то же время от расхода газа зависит частота отрыва пузырей n (число пузырей в единицу времени):

$$n = \frac{Q}{\frac{\pi d_{\text{ср}}^3}{6}}. \tag{4.116}$$

Подставляя в уравнение (4.116) вместо $d_{\text{ср}}$ его значение из формулы (4.112), получим

$$n = \frac{Q(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})g}{\pi d_{\text{отв}}\sigma}. \tag{4.117}$$

Ван Кравелен (Van Kravelen) выделяет три условные области движения одиночного пузырька газа в слое неподвижной жидкости в зависимости от его среднего диаметра (рис. 4.27).

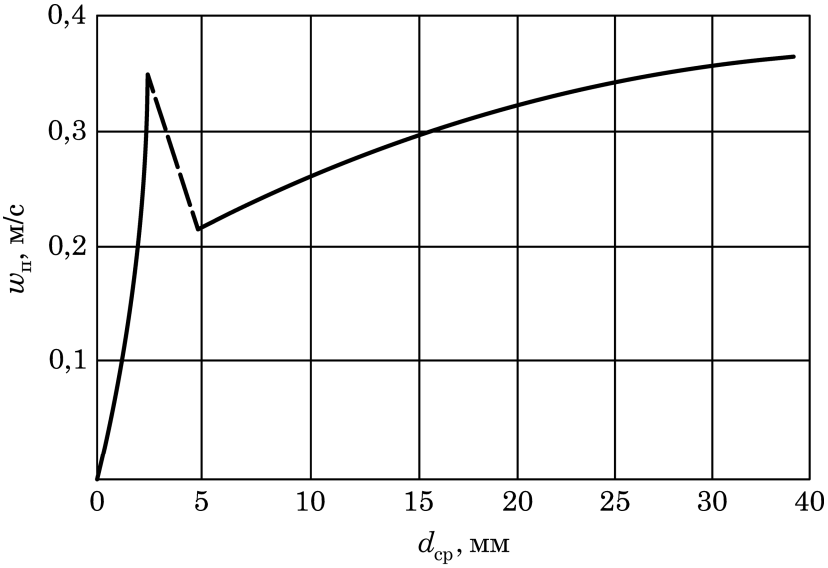


Рис. 4.27. Зависимость между скоростью всплытия одиночного пузыря $w_{\text{п}}$ и его средним диаметром $d_{\text{ср}}$

Для барботажа в системе воздух – вода Ван Кревелен отметил следующее. Маленькие пузырьки $\left(d_{\text{ср}} < 2{,}5 \text{ мм}\right)$ при всплытии практически не деформируются и имеют форму, близкую к сферической. Это объясняется тем, что силы поверхностного натяжения на границе раздела фаз гораздо больше по величине, чем силы сопротивления, деформирующие пузырек (силы гидродинамического воздействия жидкости на поверхность пузырька и силы трения). Траектория всплытия таких пузырей близка к линейной, а скорость их всплытия практически пропорциональна диаметру пузырька – действует закон Стокса (уравнение (4.20)). Эта область носит название *упорядоченного движения пузырьков*.

Для пузырьков диаметром 2,5–5 мм наблюдается выраженная деформация их формы. Скорость всплытия пузырьков $w_{\text{п}}$ уменьшается с увеличением диаметра,

что обусловлено, в первую очередь, увеличением сил сопротивления вследствие возрастания площади проекции пузыря на плоскость, перпендикулярную направлению движения (уравнение (4.1)). Данная область носит название *переходного движения пузырьков*.

Для пузырьков газа с диаметром больше 6 мм доминируют выталкивающие архимедовы силы, а пузырьки приобретают грибовидную форму. При этом скорость их всплытия может быть рассчитана по уравнению (4.22). Эта область соответствует турбулентному движению пузырьков.

Различные формы всплывающих пузырей в зависимости от их размера показаны на рис. 4.28.

При движении пузырей наблюдаются различные гидродинамические режимы, которые определяются значением критерия Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}_{\text{п}} = \frac{w_{\text{п}} d_{\text{ср}} \rho_{\text{ж}}}{\mu_{\text{ж}}}, \tag{4.118}$$

где $w_{\text{п}}$ – скорость подъема пузыря, м/с; $d_{\text{ср}}$ – средний диаметр пузыря, м; $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкой фазы, кг/м^3; $\mu_{\text{ж}}$ – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па·с.

По аналогии с движением твердых частиц в жидкости (см. подп. 4.1.1.2) для определения скорости всплытия шароподобных пузырей в двух основных гидродинамических режимах используют следующие формулы:

– для ламинарного режима $\left(\mathrm{Re}_{\text{п}} \le 9\right)$:

$$w_{\text{п}} = \frac{d_{\text{ср}}^2 \left(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}}\right) g}{18 \mu_{\text{ж}}}; \tag{4.119}$$

– для турбулентного режима $\left(\mathrm{Re}_{\text{п}} > 9\right)$:

$$w_{\text{п}} = \sqrt{\frac{d_{\text{ср}} \left(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}}\right) g}{2 \rho_{\text{ж}}}}. \tag{4.120}$$

Расчет среднего диаметра пузырей $d_{\text{ср}}$ при условии, что в процессе движения они также сохраняют шарообразную форму, можно провести по следующим зависимостям:

– при ламинарном движении $\left(\mathrm{Re}_{\text{п}} \le 9\right)$:

$$d_{\text{ср}} = \sqrt[4]{\frac{108 \mu_{\text{ж}} Q}{\pi g \left(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}}\right)}}; \tag{4.121}$$

– при неламинарном движении $\left(\mathrm{Re}_{\text{п}} > 9\right)$:

$$d_{\text{ср}} = \sqrt[5]{\frac{72 \rho_{\text{ж}} Q^2}{\pi^2 g \left(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}}\right)}}. \tag{4.122}$$

По величине $d_{\text{ср}}$ можно оценить площадь межфазной поверхности контакта газа и жидкости в пене, скорость движения (всплытия) пузырей, что, в свою очередь, влияет на интенсивность процессов перемешивания и процессов тепло- и массообмена.

Очевидно, что с уменьшением диаметров пузырей скорость их движения снижается, а площадь поверхности контакта фаз увеличивается.

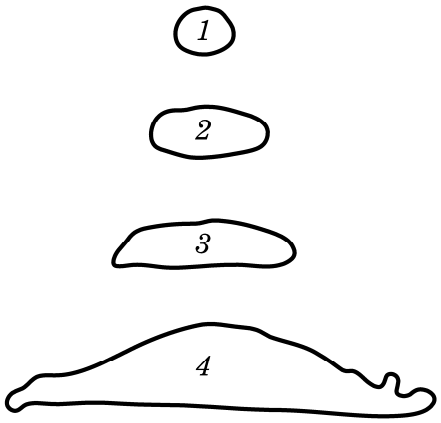


Рис. 4.28. Форма всплывающих пузырей:
1 – $d < 1{,}5$ мм – шарообразная форма;
2 – $1{,}5 < d < 5$ мм – эллипсоидальная форма;
3 – $5 < d < 25$ мм – вытянутая форма;
4 – $d > 25$ мм – грибообразная форма

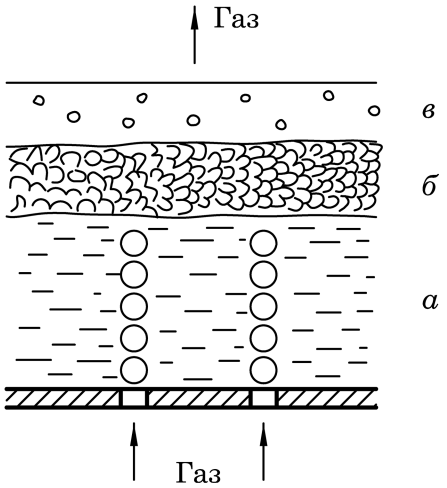


Рис. 4.29. Области контакта фаз при массовом барботаже:
а – область жидкости;
б – область пены;
в – область брызг

Следует отметить, что приведенные уравнения (4.121) и (4.122) применимы для пузырей диаметром не более 1,5 мм в условиях малоинтенсивного барботажа, который на практике встречается редко. В противном случае применяют другие, более сложные и трудоемкие методы расчета (например, статистические).

Барботаж жидкости из одиночных или находящихся на значительном расстоянии друг от друга отверстий встречается не часто (в этом случае пузыри, выходящие из соседних отверстий, не влияют друг на друга и их движение можно рассматривать как свободное одиночное всплытие).

Наиболее широкое распространение в химической технологии нашли процессы, сопровождающиеся массовым барботажем. При этом в рассматриваемой системе массового барботажа можно условно выделить три области контакта фаз (рис. 4.29):

1) **область жидкости**, через которую газ проходит относительно быстро в виде цепочек пузырей или струй;

2) **область пены** – в этой области пена заполняет все пространство над светлой жидкостью и скорость прохождения газом этой области меньше, чем предыдущей (так как объемное содержание газа в пене существенно выше), следовательно, время контакта фаз больше;

3) **область брызг и капель**.

В первой и второй областях сплошной фазой является жидкость, а дисперсной – газ, а в третьей области, наоборот, сплошная фаза – газ, дисперсная – жидкость.

Высота и структура указанных областей зависит от расходов газовой и жидкой фаз, физических свойств жидкости и газа, а также от геометрических и конструктивных параметров элементов тарелок (например, переливных устройств).

В то же время высота и структура указанных областей определяет площадь поверхности контакта фаз и степень их турбулизации, что влияет на интенсивность протекающих процессов.

Массовый барботаж наиболее часто встречается в колонных аппаратах с барботажными тарелками. В зависимости от скоростей газа и жидкой фазы различают

три основных гидродинамических режима работы барботажных тарелок: пузырьковый, пенный и струйный (инжекционный).

Пузырьковый режим. Такой режим наблюдается при небольших скоростях газа, когда он движется сквозь слой жидкости в виде отдельных пузырьков. В этом режиме наблюдается практически только одна область контакта фаз – область светлой жидкости. Области пены и брызг практически отсутствуют. Вследствие этого площадь поверхности контакта фаз на тарелке, работающей в пузырьковом режиме, а следовательно, и эффективность ее работы невелики. Поэтому в таком режиме тарельчатые аппараты практически не работают.

Пенный режим. С увеличением скорости газа, выходящие из отверстия отдельные пузырьки сливаются в сплошную струю, которая на определенном расстоянии от места истечения разрушается с образованием большого количества пузырьков. При этом над светлым слоем жидкости возникает газожидкостная дисперсная система – пена, которая является, как правило, нестабильной[6] и разрушается сразу же после прекращения подачи газа. Кроме того, над поверхностью пены начинает формироваться зона брызг и капель, отрываемых восходящим газовым потоком от жидкости. Причем с увеличением скорости газа в этой области высота зоны светлой жидкости снижается, а высота пенной зоны и зоны брызг увеличивается. В указанном режиме контактирование газа и жидкости происходит на поверхности многочисленных пузырьков и струй газа, а также на поверхности капель жидкости в зоне брызг. При пенном режиме поверхность контакта фаз максимальна, а гидравлическое сопротивление тарелок относительно невелико. Поэтому именно в пенном режиме работает большинство барботажных тарелок.

Струйный (инжекционный) режим. При дальнейшем повышении скорости газа длина газовых струй увеличивается, они выходят на поверхность барботажного слоя, практически не разрушаясь, и образуют большое количество брызг, отдельные из которых уносятся из аппарата или на вышележащую тарелку. Область светлой жидкости практически исчезает, а область пены резко уменьшается в объеме. Поверхность контакта фаз в условиях такого гидродинамического режима значительно уменьшается, а гидравлическое сопротивление увеличивается. Кроме того, унос капель жидкости восходящим газовым потоком нарушает противоточное движение газа и жидкости в аппарате и снижает эффективность проводимых в нем технологических процессов. Поэтому данный гидродинамический режим, как правило, не используется при работе барботажных тарелок.

Следует отметить, что переход от одного режима к другому происходит постепенно.

Общие методы расчета границ гидродинамических режимов (критических точек) для барботажных тарелок отсутствуют, поскольку движение газа и жидкости в вышеприведенных газожидкостных системах весьма сложно (пузыри могут сцепливаться, дробиться, менять траекторию движения, форму поверхности, размеры и др. То же самое можно сказать в отношении капель жидкости и струй газа в жидкости). Вследствие этого до сих пор не разработано четких теоретических зависимостей, описывающих гидродинамику стесненного барботажа, позволяющего достаточно точно определить в первую очередь поверхность контакта фаз и степень их турбулизации. Практический расчет процесса интенсивного барботажа проводят чаще всего по эмпирическим зависимостям, полученным при моделировании промышленных процессов и аппаратов.

---

[6] Наличие в жидкой фазе поверхностно-активных веществ (ПАВ) стабилизирует пену даже после прекращения либо резкого снижения подачи газа.

ПРИМЕР 4.21

Пузырек газа диаметром $d = 0{,}95$ мм свободно всплывает в неподвижной жидкости. Свойства жидкости: плотность $\rho_{ж} = 714$ кг/м^3; вязкость $\mu_{ж} = 0{,}243$ мПа·с. Плотность газа $\rho_{г} = 1{,}2$ кг/м^3. Определить скорость всплытия пузырька. В каком гидродинамическом режиме это происходит?

Решение

Поскольку динамическая вязкость жидкости невелика, предполагаем, что всплытие пузырька происходит в турбулентном режиме. Тогда скорость всплытия пузырька можно определить по формуле (4.120):

$$w_{п} = \sqrt{\frac{d(\rho_{ж} - \rho_{г})g}{2\rho_{ж}}}.$$

$$w_{п} = \sqrt{\frac{0{,}95 \cdot 10^{-3} \cdot (714 - 1{,}2) \cdot 9{,}81}{2 \cdot 714}} = 0{,}0682 \text{ м/с}.$$

Проверим правильность применения расчетной формулы. По уравнению (4.118) рассчитываем значение критерия Рейнольдса для пузыря:

$$\mathrm{Re}_{п} = \frac{w_{п} d \rho_{ж}}{\mu_{ж}} = \frac{0{,}0682 \cdot 0{,}95 \cdot 10^{-3} \cdot 714}{0{,}243 \cdot 10^{-3}} = 190{,}4.$$

Так как $\mathrm{Re}_{п} > 9$, то режим движения пузырька является турбулентным и скорость всплытия пузырька определена верно.

Ответ: $w_{п} = 0{,}0682$ м/с.

4.2.2.2. Основные конструкции аппаратов с барботажными тарелками

Барботажные тарелки, применяемые в аппаратах колонного типа, бывают с переливными устройствами и без них.

Непрерывно действующие тарельчатые колонны с переливными устройствами (рис. 4.30) представляют собой аппараты, имеющие вертикальный цилиндрический корпус *1*, днище *2* и крышку *3*. По высоте корпуса на некотором расстоянии одна от другой расположены горизонтальные контактные тарелки *4*. Тарелки соединены между собой переливными устройствами *5*, по которым жидкость перетекает вниз с одной тарелки на другую. Переливные устройства сверху снабжены планкой *6*, создающей на полотне тарелки слой жидкости определенной высоты. Снизу каждое переливное устройство снабжено гидрозатвором *7*, предназначенным для того, чтобы газ не смог пройти через него, а двигался снизу вверх через контактные устройства на тарелках.

Рассмотрим принцип действия тарельчатой колонны, барботажные тарелки которой работают в пенном режиме.

Жидкая фаза с вышележащей тарелки по переливному устройству *5* попадает в гидрозатвор *7*, переливается через планку гидрозатвора, поступает на полотно нижележащей тарелки и образует на нем слой определенной высоты. Газовая фаза, проходя через отверстия контактных устройств, попадает в слой жидкости на полотне тарелки, при этом образуется газожидкостный пенный слой *8*.

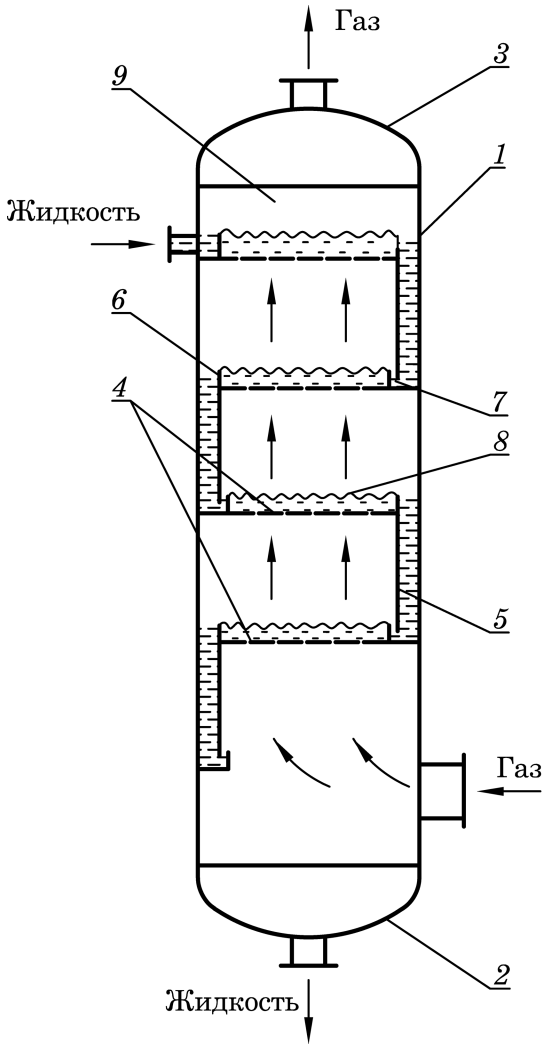


Рис. 4.30. Схема тарельчатой колонны с переливными устройствами: *1* – цилиндрический корпус; *2* – днище; *3* – крышка; *4* – контактные тарелки; *5* – переливные устройства; *6* – сливной порог (планка); *7* – гидрозатвор; *8* – газожидкостный пенный слой; *9* – сепарационное пространство

Контакт газа и жидкости осуществляется в основном на поверхности многочисленных пузырей и газовых струй в пенном слое, а также на поверхности множества капель и брызг над пенным слоем.

При прохождении восходящего потока газа через барботажный слой на тарелке образуются капли и брызги жидкости, которые уносятся в сепарационное пространство *9* над пенным слоем, где под действием силы тяжести отделяются от газа и возвращаются в барботажный слой.

Жидкость после контакта с газом переливается через сливную планку и стекает на нижележащую тарелку, где движение и взаимодействие фаз повторяется.

Таким образом, колонна работает в режиме общего противотока при ступенчатом контакте фаз.

К тарелкам с переливными устройствами относятся ситчатые, колпачковые, клапанные, пластинчатые и другие тарелки, к тарелкам без переливных устройств – провальные.

Рассмотрим более подробно основные конструкции вышеперечисленных барботажных тарелок, их принцип действия и условия работы.

Ситчатые тарелки (рис. 4.31) являются наиболее простыми по конструкции среди тарелок со сливными устройствами. Они представляют собой перфорированные диски (полотна) с большим числом отверстий диаметром 2–8 мм, которые равномерно расположены по всей рабочей поверхности. Уровень газожидкостной смеси определяется в первую очередь высотой сливной планки *2* над полотном тарелки *1*. Газ проходит через отверстия в полотне тарелки, барботирует через слой жидкости и контактирует с ней.

При слишком малой скорости газа создаваемое им аэродинамическое давление в отверстиях полотна может не удержать слой жидкости, соответствующий высоте перелива, и жидкость может просачиваться («проваливаться») через отверстия тарелки на нижерасположенную тарелку, что приводит к существенному снижению эффективности процесса (в месте провала жидкости не происходит барботажа, поверхность контакта мала, турбулизация потоков слабая). Поэтому рабочая скорость газа должна быть выше минимально допустимой скорости, при которой начинается провал жидкости.

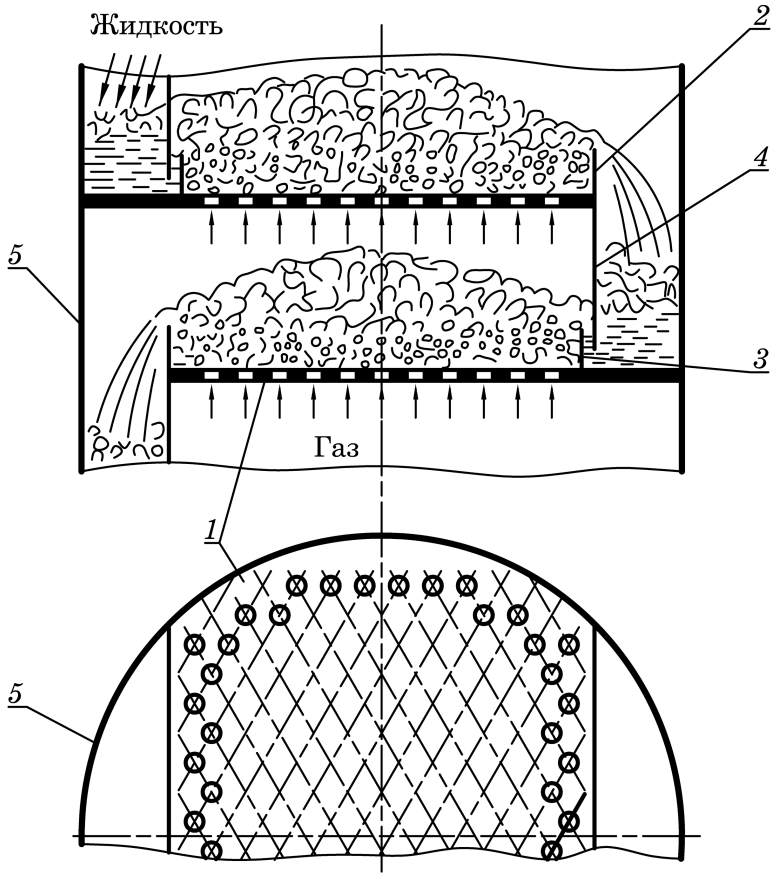


Рис. 4.31. Схема работы ситчатой тарелки:
1 – полотно тарелки; *2* – сливной порог (планка);
3 – переливная планка; *4* – сливной лист; *5* – корпус колонны

При слишком больших скоростях газа (нагрузках по газу) жидкость будет интенсивно уноситься восходящим потоком газа на вышележащие тарелки или из аппарата. Поэтому рабочая скорость газа не должна превышать скорость интенсивного уноса.

Ситчатые тарелки обладают относительно узким диапазоном устойчивой работы прежде всего по газу, но отличаются простотой устройства, надежностью работы, низким гидравлическим сопротивлением, легкостью монтажа, осмотра и ремонта.

Колпачковые тарелки (рис. 4.32, *а*) состоят из полотна *1* с относительно большими отверстиями, в которые вмонтированы газовые патрубки *2*, над которыми установлены колпачки *3*, с прорезями *4*. Жидкость поступает на полотно тарелки через переливную планку *6*, а удаляется с тарелки через сливной порог *5*.

Газ поступает через патрубок в пространство под колпачком, проходит через его прорези и барботирует через слой жидкости на полотне тарелки (рис. 4.32, *б*).

Колпачковые тарелки различаются между собой в основном конструкциями колпачков и их прорезей (рис. 4.32, *в*). Чаще всего в промышленности используются тарелки с круглыми колпачками диаметром 80–150 мм.

Колпачковые тарелки устойчиво работают при значительных изменениях нагрузки по газу и жидкости. При снижении расхода газа или прекращении подачи жидкости, в отличие от ситчатых тарелок, жидкость с полотна колпачковых тарелок полностью не сливается (высота слоя жидкости на полотне тарелки ограничена высотой газового патрубка). Поэтому колонны с колпачковыми тарелками быстро выходят на рабочий режим при восстановлении подачи газа и жидкости.

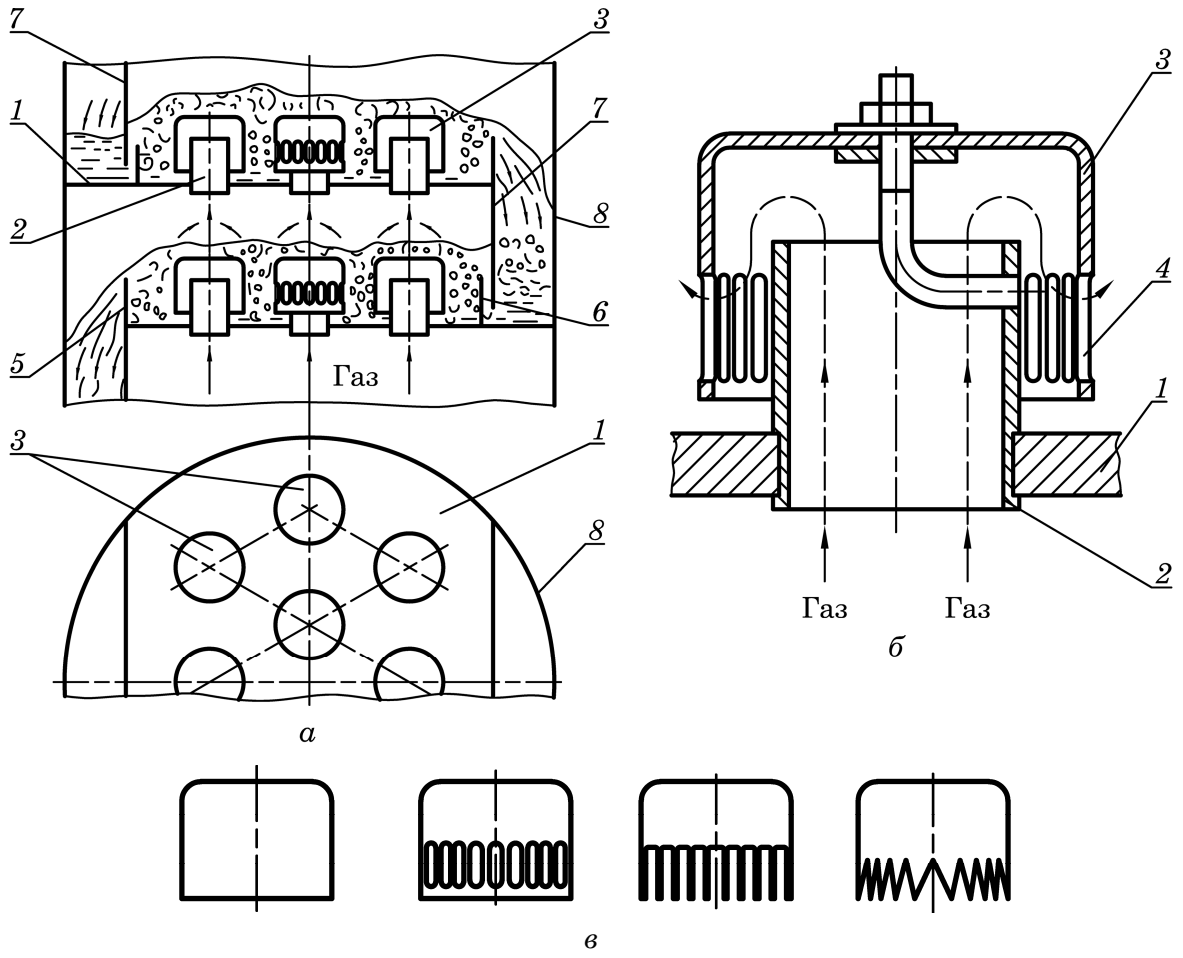


Рис. 4.32. Схема работы колпачковой тарелки с капсульными колпачками:
а – две соседние тарелки; *б* – капсульный колпачок;
в – исполнение щелей капсульных колпачков;
1 – полотно тарелки; *2* – газовые (паровые) патрубки; *3* – колпачки;
4 – прорези; *5* – сливной порог (планка); *6* – переливной порог (планка);
7 – сливной лист; *8* – корпус колонны

К недостаткам колпачковых тарелок стоит отнести сложность конструкции и относительно высокую стоимость, трудность очистки и повышенное гидравлическое сопротивление.

Клапанные тарелки (рис. 4.33) состоят из полотна *1* с отверстиями *2*, над которыми размещены круглые клапаны *3*. Клапанные тарелки работают следующим образом. При подаче газа в колонну он проходит через отверстия *2* и воздействует на подвижные клапаны, приподнимая их. При этом создаются зазоры между клапанами и полотном тарелки. При проходе газа через указанные зазоры на тарелке возникает барботаж и происходит контакт жидкой и газовой фаз.

Чем больше расход газа, тем выше поднимаются клапаны над полотном тарелки и тем больше величина зазоров для прохода газа. Поэтому скорость газа в зазорах остается практически постоянной. Следовательно, с изменением расхода газа, а значит, и средней скорости газа в колонне условия барботажа, гидравлическое сопротивление и величина брызгоуноса жидкой фазы меняются не столь резко, как в ситчатых и колпачковых тарелках. Именно этим обусловлен более широкий диапазон устойчивой работы клапанных тарелок.

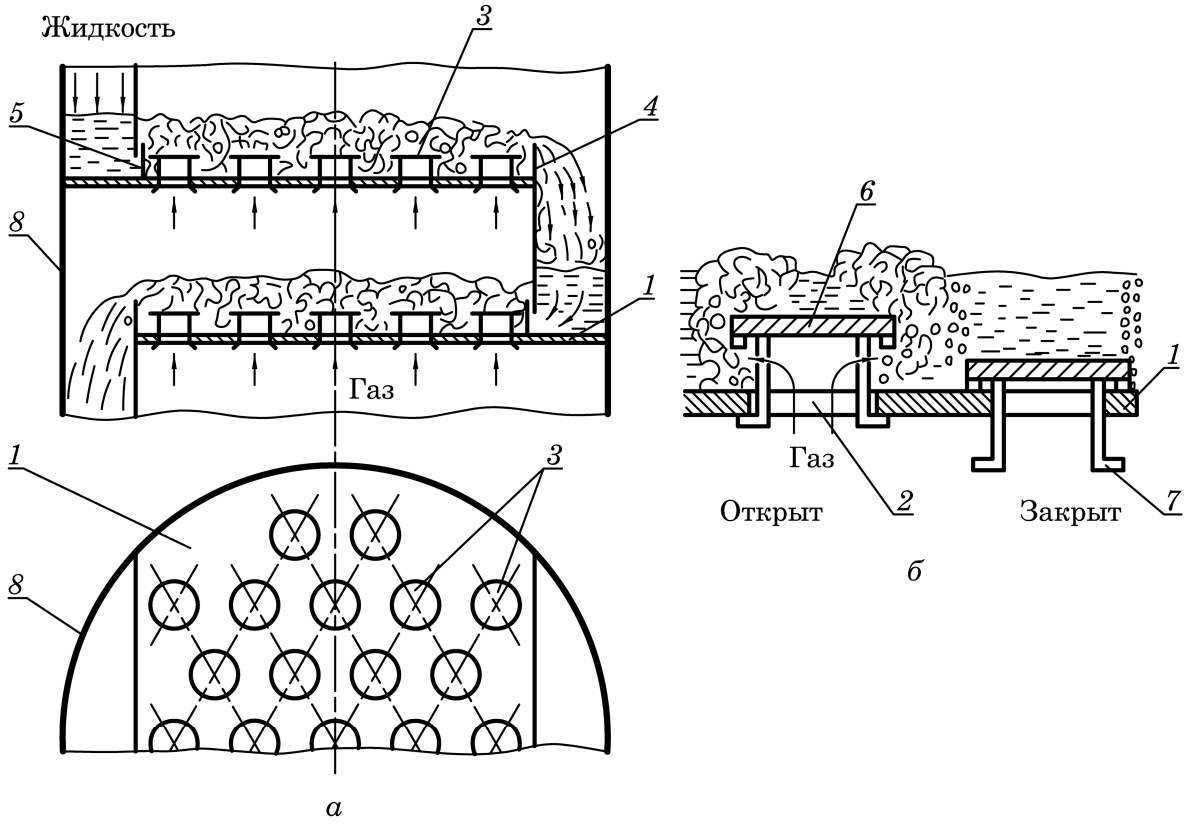


Рис. 4.33. Схема работы клапанных тарелок:
а – две соседние тарелки с клапанами; *б* – схема работы клапана;
1 – полотно тарелки; *2* – отверстия в полотне тарелки; *3* – клапан;
4 – сливной порог (планка); *5* – переливной порог (планка);
6 – диск клапана; *7* – ограничитель подъема клапана; *8* – корпус колонны

В промышленности также применяются тарелки с пластинчатыми клапанами (рис. 4.34), имеющими форму неравнобокого уголка, одна из полок которого (более длинная) закрывает прямоугольное отверстие в тарелке. Под воздействием восходящего потока газа свободный край клапана *1* поднимается вверх, а при уменьшении скорости – опускается.

В **балластных тарелках** между легким круглым клапаном *1* и кронштейном-ограничителем *2* установлен на коротких стойках, опирающихся на тарелку, более тяжелый, чем клапан, балласт *3* (рис. 4.35). При небольших скоростях газа клапан начинает подниматься. С дальнейшим увеличением скорости газа клапан упирается в балласт и затем поднимается вместе с ним. Балластные тарелки характеризуются более равномерной работой и практически полным отсутствием провала жидкости.

Клапанные и балластные тарелки отличаются сравнительно высокой пропускной способностью по газу и гидродинамической устойчивостью, постоянной и высокой эффективностью в широком интервале нагрузок по газу. К недостаткам этих тарелок следует отнести их повышенное гидравлическое сопротивление, обусловленное весом клапана или балласта.

На **пластинчатых тарелках** осуществляется однонаправленное движение фаз. Это позволяет резко повысить нагрузки по газу и жидкости, в то время как колонна в целом работает с противотоком фаз.

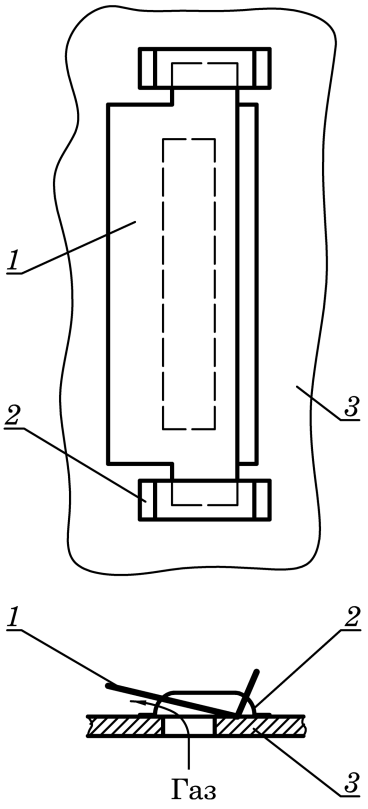


Рис. 4.34. Пластинчатый клапан:
1 – клапан; *2* – кронштейн-ограничитель;
3 – полотно тарелки

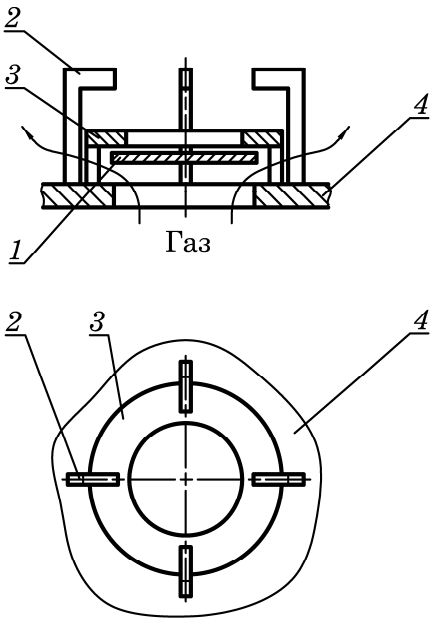


Рис. 4.35. Круглый клапан с балластом:
1 – дисковый клапан; *2* – ограничитель;
3 – балласт; *4* – полотно тарелки

В колонне с пластинчатыми тарелками (рис. 4.36) жидкость (движение которой показано на рисунке сплошными стрелками) поступает с вышележащей тарелки через гидравлический затвор *1* и переливную планку *2* на тарелку, состоящую из ряда наклонных пластин *3*. Дойдя до первой щели, образованной наклонными пластинами, жидкость встречается с газом (пунктирные стрелки), который с большой скоростью (20–40 м/с) проходит сквозь эти щели. Вследствие небольшого угла наклона пластин (α = 10–15°) газ выходит на тарелку в направлении, близком к параллельному по отношению к плоскости тарелки. При этом происходит эжектирование жидкости, которая диспергируется газовым потоком на мелкие капли и отбрасывается вдоль тарелки к следующей щели, где процесс взаимодействия жидкости и газа повторяется. В результате жидкость с большой скоростью движется вдоль тарелки от переливного порога *2* к сливному карману *4*. Поскольку у кармана отсутствует сливной порог, то толщина слоя жидкости на полотне тарелки невелика, что приводит к уменьшению гидравлического сопротивления тарелки.

В отличие от тарелок ранее рассмотренных конструкций на пластинчатой тарелке жидкость является дисперсной фазой, а газ – сплошной, контактирование жидкости и газа осуществляется на поверхности капель и брызг.

К числу других достоинств пластинчатых тарелок можно отнести возможность работы с загрязненными жидкостями, низкий расход металла при их изготовлении. На тарелках этого типа уменьшается продольное перемешивание жидкости, что приводит к увеличению движущей силы массообменных процессов.

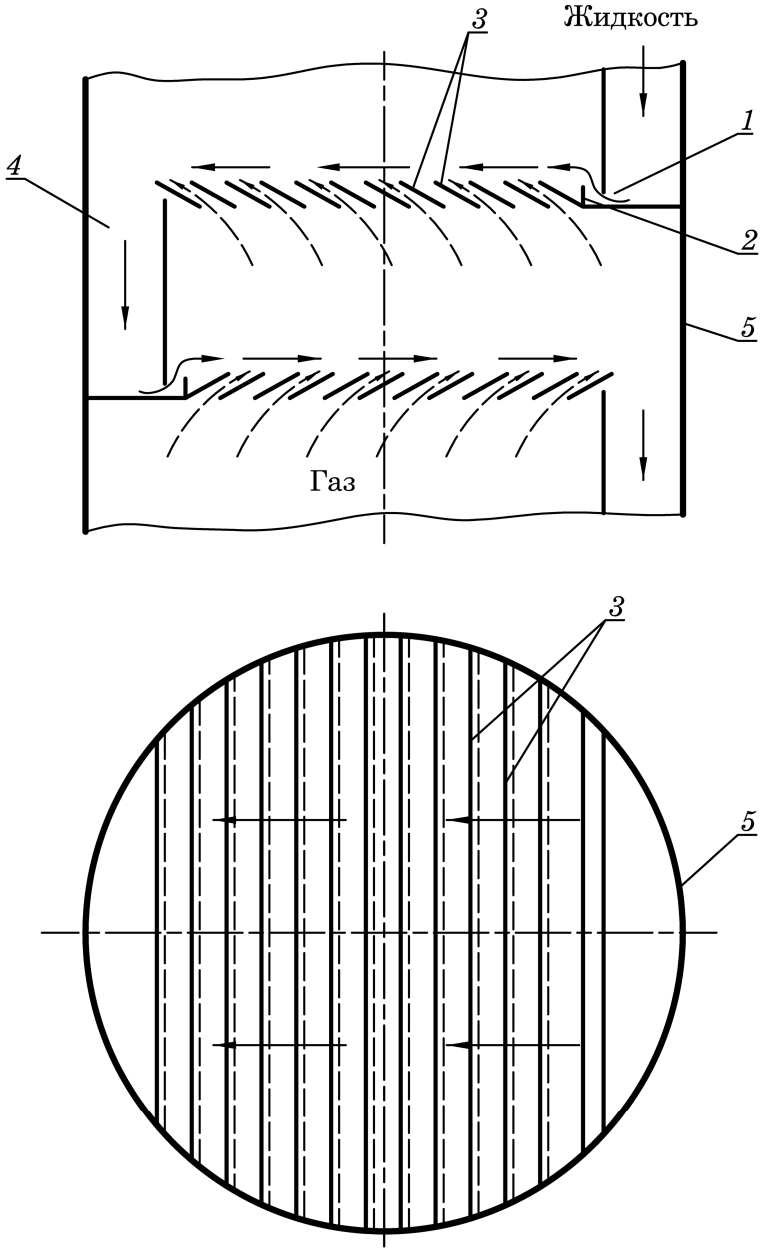


Рис. 4.36. Схема работы пластинчатой тарелки:
1 – гидравлический затвор; *2* – переливная планка;
3 – пластины; *4* – сливной карман; *5* – корпус колонны

Недостатками пластинчатых тарелок являются снижение эффективности при небольших расходах жидкости, необходимость подачи газа с большой скоростью.

В тарелках без сливных устройств газ и жидкость проходят через одни и те же отверстия или щели. На тарелке одновременно с взаимодействием жидкости и газа путем барботажа происходит сток жидкости на нижерасположенную тарелку – «проваливание» жидкости. Поэтому тарелки такого типа обычно называют **провальными тарелками**. К ним относятся дырчатые, решетчатые и другие тарелки (рис. 4.37).

При небольших скоростях газа жидкость на тарелке не задерживается, так как мала сила аэродинамического воздействия газа на нее. При этом жидкость стекает из отверстий и щелей в виде сплошных струй. Эффективность работы колонны в таком режиме минимальна.

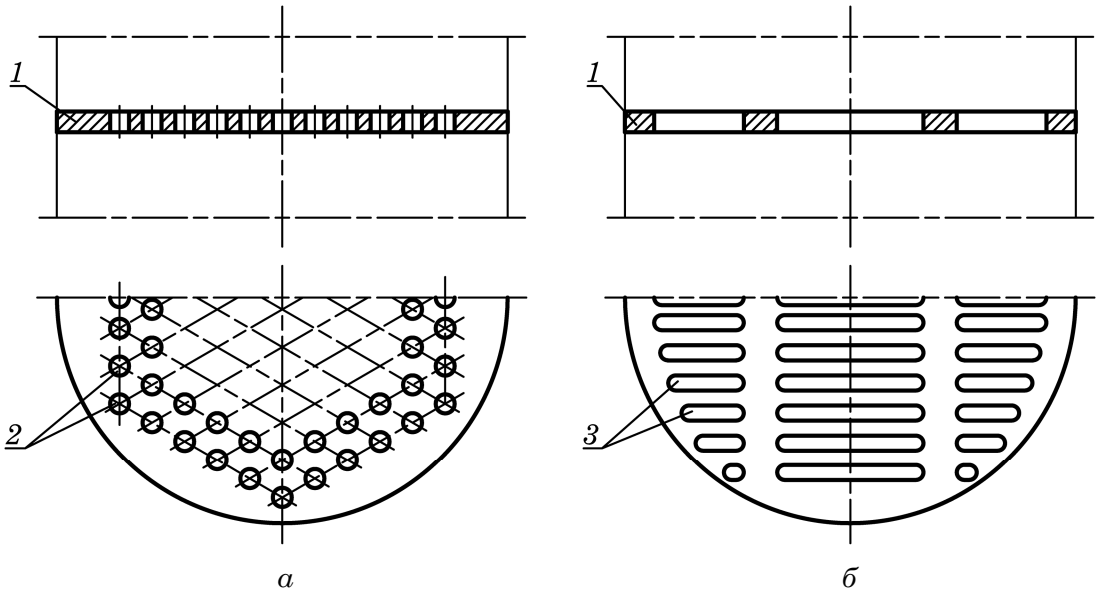


Рис. 4.37. Схемы провальных тарелок:
а – дырчатая; *б* – решетчатая;
1 – полотно тарелки; *2* – отверстия; *3* – щели

С увеличением скорости газа жидкость начинает накапливаться на тарелке, и газ барботирует через слой жидкости – тарелка работает в нормальном (чаще всего в пенном) режиме. Газ и жидкость попеременно проходят через одни и те же отверстия: если уровень жидкости на полотне тарелки небольшой, то ее гидростатическое давление меньше аэродинамического воздействия газа, и газ проходит через отверстия. При этом жидкость накапливается на полотне – ее уровень возрастает. Как только гидростатическое давление превысит аэродинамическое давление газа, то жидкость начнет вытекать из щелей и отверстий.

Если скорость газа еще больше возрастает, то вследствие увеличения аэродинамического воздействия газа на жидкость резко увеличивается накопление ее на тарелке и соответственно гидравлическое сопротивление тарелки, что способствует наступлению состояния захлебывания – данный режим также не является рабочим.

Дырчатые тарелки (рис. 4.37, *а*) аналогичны по устройству ситчатым. Отличие заключается лишь в отсутствии сливных устройств. Как правило, диаметр отверстий в этих тарелках равен 4–10 мм, а суммарная площадь всех отверстий по отношению к сечению колонны составляет 10–25%.

Решетчатые тарелки (рис. 4.37, *б*) имеют отверстия в виде щелей шириной 3–8 мм.

Дырчатые и решетчатые провальные тарелки отличаются простотой конструкции, низкой стоимостью изготовления и монтажа, сравнительно небольшим гидравлическим сопротивлением.

Основной недостаток колонн с дырчатыми и решетчатыми провальными тарелками – небольшой интервал изменения скоростей газа и жидкости, в пределах которого поддерживается устойчивая и эффективная их работа. Кроме того, поверхность контакта фаз является неустойчивой, поскольку в моменты провала жидкости через отверстия пена на полотне тарелки не образуется, поверхность контакта невелика и процессы, протекающие на этой поверхности, малоинтенсивны.

4.2.2.3. Рабочая скорость газа[7] и гидравлическое сопротивление противоточных аппаратов тарельчатого типа

Основными расчетными параметрами непрерывно действующих тарельчатых колонн являются их диаметр и высота (геометрические параметры), а также гидравлическое сопротивление колонны.

Гидравлическое сопротивление колонны представляет собой потери давления в газовой фазе при ее движении через аппарат. Указанные потери давления учитываются при выборе компрессорного и насосного оборудования, а также влияют на энергетические затраты на проведение целевого процесса. Кроме того, если колонна работает при давлениях, близких к атмосферному или под разрежением, то гидравлическое сопротивление тарелок может привести к существенному изменению давления движущегося газового потока по высоте аппарата. Это в свою очередь может привести к заметному изменению физико-химических свойств фаз и повлиять на скорость протекания массообменных процессов в колонне.

Несмотря на многообразие типов тарелок все они, как правило, характеризуются общими гидродинамическими закономерностями. Следовательно, и методы их расчета подобны.

Общее гидравлическое сопротивление тарельчатой колонны $\Delta p_{\text{кол}}$, Па, рассчитывается по формуле

$$\Delta p_{\text{кол}} = \Delta p_{\text{т. ч}} + \Delta p_{\text{всп}}, \tag{4.123}$$

где $\Delta p_{\text{т. ч}}$ – гидравлическое сопротивление тарельчатой части колонны, Па; $\Delta p_{\text{всп}}$ – гидравлическое сопротивление вспомогательных устройств колонны (штуцеров, сепараторов, распределителей и т. д.), Па.

Гидравлическое сопротивление тарельчатой части $\Delta p_{\text{т. ч}}$, Па, определяется как

$$\Delta p_{\text{т. ч}} = N\Delta p_{\text{тар}}, \tag{4.124}$$

где N – число тарелок в колонне; $\Delta p_{\text{тар}}$ – гидравлическое сопротивление одной тарелки, Па.

Для ситчатых, клапанных и колпачковых тарелок величина $\Delta p_{\text{тар}}$, Па, определяется по уравнению

$$\Delta p_{\text{тар}} = \Delta p_{\text{сух}} + \Delta p_{\sigma} + \Delta p_{\text{гж}}, \tag{4.125}$$

где $\Delta p_{\text{сух}}$ – гидравлическое сопротивление сухой тарелки, Па; Δp_{σ} – гидравлическое сопротивление, обусловленное действием сил поверхностного натяжения жидкости, Па; $\Delta p_{\text{гж}}$ – гидравлическое сопротивление газожидкостного слоя на тарелке, Па.

Величину $\Delta p_{\text{сух}}$, Па, можно найти с помощью уравнения

$$\Delta p_{\text{сух}} = \xi \frac{\rho_{\text{г}}}{2}\left(\frac{w_{\text{ф}}}{f_{\text{св}}}\right)^2, \tag{4.126}$$

где ξ – коэффициент сопротивления сухой тарелки; $\rho_{\text{г}}$ – средняя плотность газа в колонне, кг/м^3; $w_{\text{ф}}$ – средняя фиктивная скорость газа в колонне, м/с; $f_{\text{св}}$ – доля свободного сечения тарелки[8] (относительное свободное сечение), м^2/м^2.

---

[7] Подробные методики расчета рабочих скоростей газа для различных типов тарелок колонных аппаратов, а также методы расчета геометрических параметров колонн приведены в учебном пособии «Процессы и аппараты химической технологии. Расчет и проектирование массообменных аппаратов» / Д. Г. Калишук [и др.]. – Минск, 2014. – 498 с.

[8] Доля свободного сечения тарелки $f_{\text{св}}$ – отношение суммарной площади отверстий для прохода газа на тарелке к площади полного поперечного сечения колонны.

Значения коэффициента ξ зависят от типа и исполнения тарелки, а также от величины $f_{св}$. Так, например, для тарелок с капсульными колпачками при полностью открытых прорезях принимают $\xi = 4{,}2–4{,}5$. Для ситчатых тарелок при $f_{св} = 0{,}03–0{,}05$ м^2/м^2 принимают $\xi = 1{,}95–2$; при $f_{св} = 0{,}05–0{,}1$ м^2/м^2 – $\xi = 1{,}82$; при $f_{св} = 0{,}1–0{,}2$ м^2/м^2 – $\xi = 1{,}4–1{,}5$. Для клапанных при полностью открытых клапанах $\xi = 3{,}6$. Для решетчатых и дырчатых провальных тарелок $\xi = 1{,}4–1{,}5$.

Значение Δp_σ, Па, определяют по зависимости

$$\Delta p_\sigma = \frac{4\sigma_ж}{d_э}, \tag{4.127}$$

где $\sigma_ж$ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, Н/м; $d_э$ – эквивалентный диаметр отверстий или щелей тарелки для прохода газа, м.

Для круглых отверстий $d_э = d_0$, где d_0 – диаметр отверстий, м. Для решетчатой и колпачковой тарелок с прямоугольными щелями $d_э = 2b_щ$, где $b_щ$ – ширина щели (отверстия) в решетчатой тарелке или в стенке колпачка. Для колпачковых тарелок со щелями трапециевидной формы в качестве $b_щ$ принимается средняя ширина прорези в стенке колпачка.

Величину $\Delta p_{гж}$, Па, можно рассчитать по уравнению

$$\Delta p_{гж} = \rho_ж g h_0, \tag{4.128}$$

где $\rho_ж$ – плотность жидкой фазы, кг/м^3; h_0 – высота светлого слоя жидкости на полотне тарелки, м.

Для колпачковых тарелок высоту светлого слоя жидкости h_0, м, можно найти по уравнению

$$h_0 = 0{,}0419 + 0{,}19 h_{пер} - 0{,}0135 w_р \sqrt{\rho_г} + 2{,}46 q, \tag{4.129}$$

а для ситчатых и клапанных – с помощью зависимости

$$h_0 = 0{,}787 q^{0{,}2} h_{пер}^{0{,}56} w_р^f \left[1 - 0{,}31 e^{-0{,}11\mu_ж}\right] \left(\frac{\sigma_ж}{\sigma_в}\right)^{0{,}09}, \tag{4.130}$$

где $h_{пер}$ – высота сливной планки (порога) над полотном тарелки, м (ее величину принимают в диапазоне от 0,025 до 0,05 м); $w_р$ – рабочая скорость газа, т. е. скорость газа, отнесенная к рабочему сечению тарелки[9], м/с; $\rho_г$ – плотность газовой фазы, кг/м^3; q – линейная плотность орошения, м^3/(м·с); $\mu_ж$ – коэффициент динамической вязкости жидкости, мПа·с; $\sigma_ж$ и $\sigma_в$ – коэффициенты поверхностного натяжения жидкой фазы при рабочей температуре и воды при 20°С соответственно, Н/м.

Значение $w_р$, м/с, можно определить по зависимости

$$w_р = w_ф \frac{S}{S_т},$$

где $w_ф$ – средняя скорость газа, рассчитанная на полное поперечное сечение колонны, м/с; S – площадь поперечного сечения колонны, м^2; $S_т$ – площадь рабочего сечения тарелки, м^2.

[9] Рабочее сечение тарелки – полное поперечное сечение колонны за вычетом площадей сечений переливов.

Линейная плотность орошения q, $м^3/(м \cdot с)$:

$$q = \frac{Q_ж}{П_{сл}}, \quad (4.131)$$

где $Q_ж$ – объемный расход жидкости, $м^3/с$; $П_{сл}$ – периметр слива (длина сливного порога), м.

Значение показателя степени f в уравнении (4.130) определяется по уравнению

$$f = 0,05 - 4,6h_{пер}. \quad (4.132)$$

ПРИМЕР 4.22

Средний объемный расход газа в массообменной колонне с ситчатыми тарелками составляет $Q_г = 3000$ $м^3/ч$. Внутренний диаметр корпуса колонны $D = 1,2$ м, доля свободного сечения тарелки $f_{св} = 0,09$ $м^2/м^2$. Определить гидравлическое сопротивление сухой тарелки. Средняя плотность газа $\rho_г = 7$ $кг/м^3$.

Решение

Среднюю фиктивную скорость газа в колонне определяем по уравнению (3.1):

$$w_ф = \frac{Q_г}{S},$$

где $S = 0,785D^2$ – площадь поперечного сечения аппарата, $м^2$.

$$w_ф = \frac{Q_г}{0,785D^2} = \frac{3000}{3600 \cdot 0,785 \cdot 1,2^2} = 0,7368 \text{ м/с}.$$

Гидравлическое сопротивление сухой тарелки $\Delta p_{сух}$ найдем по формуле (4.126):

$$\Delta p_{сух} = \xi \frac{\rho_г}{2} \left(\frac{w_ф}{f_{св}} \right)^2.$$

Поскольку значение $0,05 < f_{св} < 1,0$, то коэффициент сопротивления сухой ситчатой тарелки будет $\xi = 1,82$.

Гидравлическое сопротивление сухой тарелки:

$$\Delta p_{сух} = 1,82 \cdot \frac{7}{2} \cdot \left(\frac{0,7368}{0,09} \right)^2 = 427,4 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{сух} = 427,4$ Па.

ПРИМЕР 4.23

Тарельчатая массообменная колонна содержит $N = 32$ одинаковые колпачковые тарелки. Ширина прямоугольной щели колпачка $b_щ = 2,5$ мм. Гидравлическое сопротивление газожидкостного слоя на тарелке $\Delta p_{гж} = 395$ Па; сухой тарелки $\Delta p_{сух} = 275$ Па. Определить гидравлическое сопротивление тарельчатой части аппарата. Коэффициент поверхностного натяжения жидкости принять равным $\sigma_ж = 57$ мН/м.

Решение

Согласно формуле (4.124), гидравлическое сопротивление тарельчатой части колонны равно

$$\Delta p_{\text{т. ч}} = N\Delta p_{\text{тар}},$$

где $\Delta p_{\text{тар}}$ – гидравлическое сопротивление одной тарелки, Па.

Гидравлическое сопротивление колпачковой тарелки можно определить по формуле (4.125):

$$\Delta p_{\text{тар}} = \Delta p_{\text{сух}} + \Delta p_{\sigma} + \Delta p_{\text{гж}}.$$

Гидравлическое сопротивление, обусловленное действием сил поверхностного натяжения жидкости Δp_{σ}, рассчитываем по формуле (4.127):

$$\Delta p_{\sigma} = \frac{4\sigma_{\text{ж}}}{d_{\text{э}}}.$$

Для колпачковых тарелок с прямоугольными щелями их эквивалентный диаметр равен $d_{\text{э}} = 2b_{\text{щ}} = 2 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-3}$ м.

Тогда Δp_{σ} будет равно

$$\Delta p_{\sigma} = \frac{4 \cdot 57 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} = 45{,}6 \text{ Па}.$$

Гидравлическое сопротивление одной тарелки

$$\Delta p_{\text{тар}} = 275 + 45{,}6 + 395 = 715{,}6 \text{ Па}.$$

Гидравлическое сопротивление тарельчатой части колонны

$$\Delta p_{\text{т. ч}} = 32 \cdot 715{,}6 = 22\,900 \text{ Па} = 22{,}9 \text{ кПа}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{т. ч}} = 22{,}9$ кПа.

ПРИМЕР 4.24



В непрерывно действующую абсорбционную колонну с клапанными тарелками подается на орошение $Q_{\text{ж}} = 35 \text{ м}^3/\text{ч}$ воды при температуре 20°С. Высота сливной планки над полотном тарелки $h_{\text{пер}} = 45$ мм, а периметр слива $\Pi_{\text{сл}} = 865$ мм. Рабочая скорость газа в колонне $w_{\text{р}} = 0{,}53$ м/с. Определить гидравлическое сопротивление газожидкостного слоя на полотне тарелки. Свойства воды: плотность $\rho_{\text{ж}} = 998 \text{ кг}/\text{м}^3$; вязкость $\mu_{\text{ж}} = 1 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

Решение

Гидравлическое сопротивление газожидкостного слоя на тарелке можно определить по уравнению (4.128):

$$\Delta p_{\text{гж}} = \rho_{\text{ж}} g h_0,$$

где h_0 – высота светлого слоя жидкости на полотне тарелки, м.

Величину h_0 для клапанных тарелок рассчитываем по зависимости (4.130):

$$h_0 = 0{,}787 q^{0{,}2} h_{\text{пер}}^{0{,}56} w_{\text{р}}^{f} \left[1 - 0{,}31 e^{-0{,}11\mu_{\text{ж}}}\right] \left(\frac{\sigma_{\text{ж}}}{\sigma_{\text{в}}}\right)^{0{,}09},$$

где q – линейная плотность орошения, $м^3/(м \cdot с)$; $\mu_ж$ – коэффициент динамической вязкости жидкости, $мПа \cdot с$; $\sigma_в$ – коэффициент поверхностного натяжения воды при $20°C$, $Н/м$.

Линейную плотность орошения определяем по формуле (4.131)

$$q = \frac{Q_ж}{П_{сл}} = \frac{35}{3600 \cdot 0{,}865} = 0{,}01124\ м^3/(м \cdot с).$$

Значение показателя степени f рассчитываем по уравнению (4.132):

$$f = 0{,}05 - 4{,}6h_{пер} = 0{,}05 - 4{,}6 \cdot 0{,}045 = -0{,}157.$$

Так как на орошение колонны подается вода при температуре 20°C, то $\frac{\sigma_ж}{\sigma_в} = 1$ и, следовательно, $\left(\frac{\sigma_ж}{\sigma_в}\right)^{0{,}09} = 1$.

Тогда высота светлого слоя жидкости на полотне тарелки будет равна

$$h_0 = 0{,}787 \cdot 0{,}01124^{0{,}2} \cdot 0{,}045^{0{,}56} \cdot 0{,}53^{-0{,}157} \cdot \left[1 - 0{,}31e^{-0{,}11 \cdot 1}\right] \cdot 1 = 0{,}04507\ м.$$

Гидравлическое сопротивление газожидкостного слоя на тарелке составит

$$\Delta p_{гж} = 998 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}04507 = 441{,}3\ Па.$$

Ответ: $\Delta p_{гж} = 441{,}3\ Па$.

4.2.3. Пленочное течение жидкости

4.2.3.1. Теоретические основы пленочного течения жидкостей

При проведении ряда процессов химической технологии (мокрая очистка газов, выпаривание, абсорбция, ректификация) применяются аппараты, в которых жидкость движется по поверхности их элементов[10] в виде тонких пленок. Скорость протекания этих процессов в значительной мере зависит от характера (режима) течения пленок, их толщины и скорости движения.

Гидродинамический режим движения пленки определяется критерием Рейнольдса для пленки:

$$Re_{пл} = \frac{4Г}{\mu_ж}, \qquad (4.133)$$

где $\mu_ж$ – коэффициент динамической вязкости жидкости, $Па \cdot с$.

Величину Г, $\frac{кг}{м \cdot с}$, называют **линейной массовой плотностью орошения**. Она представляет собой массу жидкости, проходящей в единицу времени через единицу длины периметра поверхности, по которой течет пленка:

$$Г = \frac{L}{П}, \qquad (4.134)$$

[10] В зависимости от типа аппарата в качестве элементов могут выступать трубы, листы, насадки разнообразных типов и др.

где L – массовый расход жидкости, стекающей по поверхности в виде пленки, кг/с; П – смоченный периметр пленки (например, при движении пленки по внутренней поверхности трубы $\Pi = \pi d$, где d – внутренний диаметр; при движении пленки по плоской листовой насадке величина П равна ширине насадки), м.

Опытным путем было установлено наличие трех основных режимов течения пленки под действием силы тяжести:

– ламинарное течение пленки с гладкой (безволновой) поверхностью $\left(\mathrm{Re}_{\text{пл}} \le 12\right)$ (рис. 4.38, *а*);

– ламинарное течение пленки с волнистой поверхностью $\left(12 < \mathrm{Re}_{\text{пл}} \le 1600\right)$. Причем с увеличением значения $\mathrm{Re}_{\text{пл}}$ размеры волн увеличиваются (рис. 4.38, *б, в*);

– турбулентное течение пленки $\left(\mathrm{Re}_{\text{пл}} > 1600\right)$ (рис. 4.38, *г*).

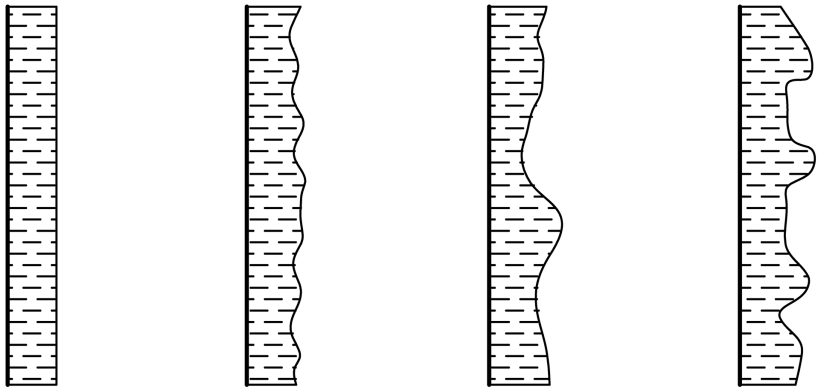


Рис. 4.38. Профиль стекающей пленки в зависимости от режима движения: *а* – ламинарное безволновое течение пленки; *б, в* – ламинарное течение с волнистой поверхностью; *г* – турбулентное течение пленки

Если пленка жидкости стекает при небольших скоростях газа, т. е. влияние газа на движение жидкости пренебрежимо мало, расчет средней скорости движения пленки w, м/с, и ее толщины δ, м, можно проводить в зависимости от режима движения пленки по следующим уравнениям:

– для ламинарного режима:

$$w = \frac{\Gamma}{\rho_{\text{ж}}\delta} = \sqrt[3]{\frac{\Gamma^2 g}{3\mu_{\text{ж}}\rho_{\text{ж}}}}; \tag{4.135}$$

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3\Gamma\mu_{\text{ж}}}{\rho_{\text{ж}}^2 g}}; \tag{4.136}$$

– для турбулентного режима:

$$w = 2{,}3\left(\frac{g}{\rho_{\text{ж}}}\right)^{0{,}333}\frac{\Gamma^{0{,}467}}{\mu_{\text{ж}}^{0{,}133}}; \tag{4.137}$$

$$\delta = 0{,}433\frac{\mu_{\text{ж}}^{0{,}133}\Gamma^{0{,}533}}{g^{0{,}333}\rho_{\text{ж}}^{0{,}667}}, \tag{4.138}$$

где $\rho_ж$ – плотность жидкости, кг/м^3; $\mu_ж$ – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па·с; g – ускорение свободного падения, м^2/с.

При стекании пленки жидкости по внутренней поверхности вертикальной трубы, по которой противотоком к жидкости, т. е. снизу вверх, движется поток газа, скорость пленки и ее толщина не зависят от скорости газа до тех пор, пока эта скорость достаточно мала. В данном случае касательное напряжение трения в пленке максимально у твердой стенки и уменьшается до нуля на свободной поверхности. Однако с возрастанием скорости газа сила его трения о поверхность жидкости увеличивается. Как в газе, так и в жидкости у поверхности их раздела возникают равные, но противоположные по направлению касательные напряжения. При этом движение жидкой пленки начинает тормозиться, причем ее толщина увеличивается, средняя скорость снижается, а гидравлическое сопротивление аппарата газовому потоку возрастает. Причем на поверхности пленки может возникнуть волнообразование и площадь свободной поверхности увеличивается. При определенной скорости газа (5–10 м/с) достигается равновесие между силой тяжести, под действием которой движется пленка, и силой трения у поверхности пленки, тормозящей ее движение. Это приводит к **захлебыванию** аппарата, которое выражается накоплением жидкости в нем, началом ее выброса и резким возрастанием гидравлического сопротивления. Противоточное движение взаимодействующих фаз при скоростях выше точки захлебывания невозможно. В связи с этим точка захлебывания соответствует верхнему пределу скорости для аппаратов любых типов с противоточным движением фаз.

При дальнейшем увеличении скорости газа в вертикальной трубе движение пленки жидкости обращается, и она начинает двигаться снизу вверх. Наступает режим **восходящего прямотока** газа и жидкости. Гидравлическое сопротивление при этом сначала снижается (по сравнению с сопротивлением, отвечающим точке захлебывания) до некоторого минимального значения, а затем снова возрастает. При увеличении скорости газа свыше 15–40 м/с начинается **брызгоунос**, при котором жидкость отрывается от поверхности пленки и уносится газом в виде брызг.

В прямоточных аппаратах, где газ и жидкость двигаются сверху вниз (**нисходящий прямоток**), газ увлекает пленку жидкости, увеличивая скорость пленки и уменьшая ее толщину. При одних и тех же скоростях газа гидравлическое сопротивление для нисходящего потока ниже, чем для восходящего. Устойчивый режим нисходящего прямотока существует при скоростях газа около 15–30 м/с, выше которых происходит брызгоунос.

В некоторых аппаратах, работающих в пленочном режиме, например в насадочных аппаратах, профиль поверхности, по которой стекает пленка, является сложным – пленка стекает по элементам насадки различной формы, часто прерывается и перетекает с элемента на элемент в виде капелек и струек, а затем образуется вновь. Поэтому уравнения (4.135)–(4.138) являются оценочными. Определив скорость движения и толщину пленки, можно оценить значения коэффициентов тепло- и массоотдачи в жидкой фазе, и значения коэффициентов тепло- и массопередачи в целом. В практических расчетах используют другие, в основном эмпирические зависимости, которые представлены в специальной литературе.

ПРИМЕР 4.25

Анилин стекает по внутренней поверхности вертикальной трубы с диаметром $d = 54$ мм. Массовый расход жидкости $L = 2{,}15 \cdot 10^{-3}$ кг/с. Считая, что жидкость полностью смачивает внутреннюю поверхность трубы, определить толщину стекающей пленки и среднюю ее скорость движения. Свойства жидкого анилина: плотность $\rho_{ж} = 1022$ кг/м^3; вязкость $\mu_{ж} = 4{,}4$ мПа·с.

Решение

Линейную массовую плотность орошения найдем по уравнению (4.134):

$$\Gamma = \frac{L}{\Pi}.$$

При движении пленки жидкости внутри круглой трубы смоченный периметр пленки будет равен

$$\Pi = \pi d = 3{,}14 \cdot 0{,}054 = 0{,}1696 \text{ м}.$$

Тогда линейная массовая плотность орошения определится как

$$\Gamma = \frac{2{,}15 \cdot 10^{-3}}{0{,}1696} = 12{,}68 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}.$$

Гидродинамический режим движения пленки определяем критерием Рейнольдса для пленки по формуле (4.133):

$$\mathrm{Re}_{пл} = \frac{4\Gamma}{\mu_{ж}} = \frac{4 \cdot 12{,}68 \cdot 10^{-3}}{4{,}4 \cdot 10^{-3}} = 11{,}53.$$

Так как значение $\mathrm{Re}_{пл} < 12$, то режим движения пленки ламинарный. В этом случае для расчета средней скорости движения пленки w и ее толщины δ воспользуемся зависимостями (4.135) и (4.136) соответственно:

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3\Gamma\mu_{ж}}{\rho_{ж}^2 g}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 12{,}68 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-3}}{1022^2 \cdot 9{,}81}} = 2{,}537 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$w = \frac{\Gamma}{\rho_{ж}\delta} = \frac{12{,}68 \cdot 10^{-3}}{1022 \cdot 2{,}537 \cdot 10^{-4}} = 0{,}0489 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\delta = 2{,}537 \cdot 10^{-4}$ м; $w = 0{,}0489$ м/с.

4.2.3.2. Пленочные трубчатые аппараты

В химической промышленности используются трубчатые пленочные аппараты. В качестве примера аппарата со стекающей пленкой на рис. 4.39 приведена схема пленочного трубчатого абсорбера[11].

Конструктивно трубчатый пленочный абсорбер аналогичен кожухотрубчатому теплообменнику. Жидкий поглотитель поступает на верхнюю трубную решетку, распределяется по трубам *2* и стекает по их внутренней поверхности в виде

[11] В процессе абсорбции распределяемый компонент переходит из газовой фазы в жидкий поглотитель.

тонкой пленки. В абсорберах с большим числом труб для улучшения распределения жидкости по трубам применяют специальные распределительные устройства. Газ движется по трубам вверх навстречу стекающей жидкой пленке. В случае необходимости отвода тепла, выделяющегося при абсорбции в межтрубное пространство аппарата, подают охлаждающий агент (обычно воду).

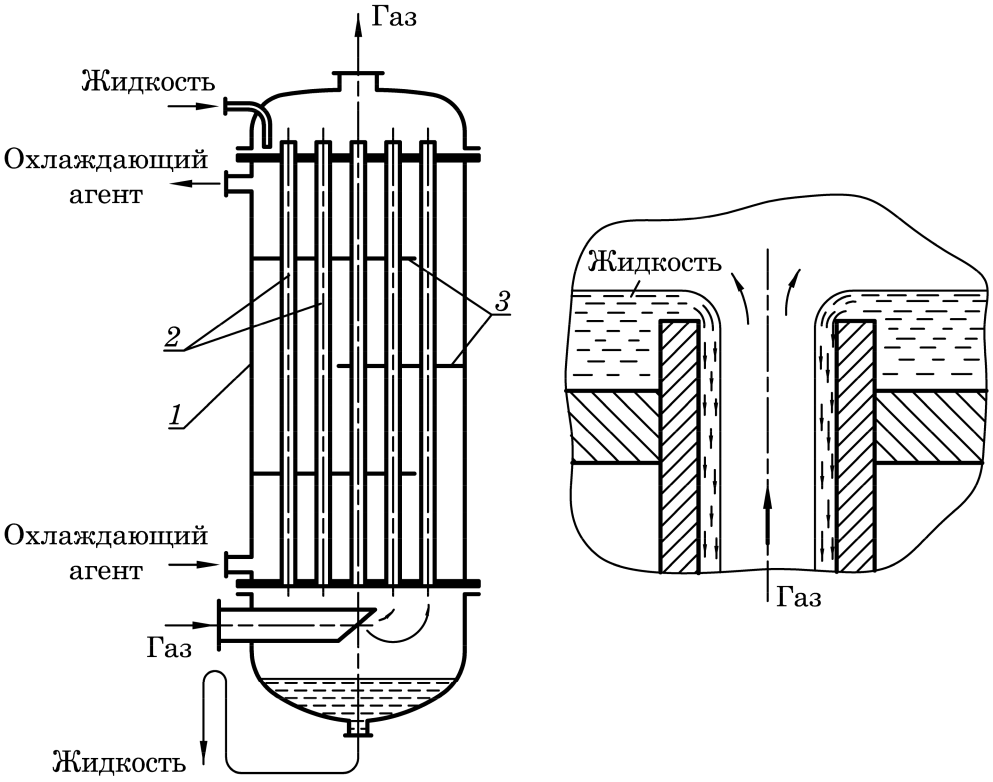


Рис. 4.39. Схема вертикального трубчатого пленочного абсорбера:
1 – корпус; *2* – контактные трубки; *3* – перегородки

Важной характеристикой пленочных трубчатых аппаратов является их гидравлическое сопротивление в газовой фазе $\Delta p_{\text{пл}}$, Па, которое рассчитывают по уравнению, подобному уравнению Дарси – Вейсбаха:

$$\Delta p_{\text{пл}} = \lambda \frac{H}{d_{\text{эк}}} \frac{w_{\text{отн}}^2 \rho_{\text{г}}}{2}, \tag{4.139}$$

где λ – коэффициент трения; H – высота поверхности, по которой стекает пленка (высота труб), м; $d_{\text{эк}}$ – эквивалентный диаметр каналов по которым движется газ, м; $w_{\text{отн}}$ – относительная скорость газа (при противотоке), м/с; $\rho_{\text{г}}$ – плотность газа, кг/м^3.

Относительная скорость газа определяется по формуле

$$w_{\text{отн}} = w + w_{\text{ж}}, \tag{4.140}$$

где w – средняя скорость газа в трубках, м/с; $w_{\text{ж}}$ – средняя скорость движения жидкой пленки, определяемая по уравнениям (4.135) и (4.137) в зависимости от режима стекания пленки, м/с.

Для расчета величины λ вначале определяют критическое значение критерия Рейнольдса для газа $\text{Re}_{\text{г. кр}}$, поскольку движение восходящего газового потока влияет на стекание пленки:

$$\mathrm{Re}_{\text{г. кр}} = \left[\frac{86}{0{,}11 + 0{,}9\left(\frac{w_{\text{ж}}\mu_{\text{ж}}}{\sigma} \right)^{\frac{2}{3}}} \right]^{1{,}19}, \qquad (4.141)$$

где $\mu_{\text{ж}}$ – вязкость жидкости, Па · с; σ – поверхностное натяжение жидкости, Н/м.

Далее рассчитывают действительное значение критерия Рейнольдса для газового потока в трубах аппарата:

$$\mathrm{Re}_{\text{г}} = \frac{w_{\text{отн}} d_{\text{эк}} \rho_{\text{г}}}{\mu_{\text{г}}}, \qquad (4.142)$$

где $\mu_{\text{г}}$ – вязкость газа, Па · с.

Затем величину λ рассчитывают по уравнениям:

– если $\mathrm{Re}_{\text{г}} \le \mathrm{Re}_{\text{г. кр}}$, то

$$\lambda = \frac{86}{\mathrm{Re}_{\text{г}}}; \qquad (4.143)$$

– если $\mathrm{Re}_{\text{г}} > \mathrm{Re}_{\text{г. кр}}$, то

$$\lambda = \frac{0{,}11 + 0{,}9\left(\frac{w_{\text{ж}}\mu_{\text{ж}}}{\sigma} \right)^{\frac{2}{3}}}{\mathrm{Re}_{\text{г}}^{0{,}16}}. \qquad (4.144)$$

ПРИМЕР 4.26

В вертикальных трубах пленочного абсорбера под действием силы тяжести стекает жидкая пленка со скоростью $w_{\text{ж}} = 0{,}052$ м/с, а противоточно ей двигается газ со скоростью $w = 1{,}2$ м/с. Эквивалентный диаметр канала, по которому двигается газ, составляет $d_{\text{эк}} = 28$ мм, а высота труб $H = 3$ м. Определить гидравлическое сопротивление газовому потоку при его движении по трубам. Свойства жидкости: вязкость $\mu_{\text{ж}} = 0{,}75$ мПа · с; коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 43$ мН/м. Свойства газа: плотность $\rho_{\text{г}} = 5{,}8$ кг/м^3; вязкость $\mu_{\text{г}} = 0{,}015$ мПа · с.

Решение

Гидравлическое сопротивление пленочных трубчатых аппаратов в газовой фазе можно рассчитать по уравнению (4.139):

$$\Delta p_{\text{пл}} = \lambda \frac{H}{d_{\text{эк}}} \frac{w_{\text{отн}}^2 \rho_{\text{г}}}{2}.$$

Относительную скорость газа при противотоке находим по формуле (4.140):

$$w_{\text{отн}} = w + w_{\text{ж}} = 1{,}2 + 0{,}052 = 1{,}252 \text{ м/с}.$$

Для определения величины коэффициента трения λ предварительно рассчитываем критическое значение критерия Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\text{г. кр}}$ для газа по уравнению (4.141):

$$\mathrm{Re}_{\text{г. кр}} = \left[\frac{86}{0{,}11 + 0{,}9\left(\frac{w_{\text{ж}}\mu_{\text{ж}}}{\sigma} \right)^{\frac{2}{3}}} \right]^{1{,}19}.$$

$$\mathrm{Re}_{\text{г. кр}} = \left[\frac{86}{0{,}11 + 0{,}9 \cdot \left(\frac{0{,}052 \cdot 0{,}75 \cdot 10^{-3}}{43 \cdot 10^{-3}} \right)^{\frac{2}{3}}} \right]^{1{,}19} = 2539{,}6.$$

По зависимости (4.142) рассчитываем значение критерия Рейнольдса для газа:

$$\mathrm{Re}_{\text{г}} = \frac{w_{\text{отн}} d_{\text{эк}} \rho_{\text{г}}}{\mu_{\text{г}}} = \frac{1{,}252 \cdot 0{,}028 \cdot 5{,}8}{0{,}015 \cdot 10^{-3}} = 13\,531.$$

Так как $\mathrm{Re}_{\text{г}} > \mathrm{Re}_{\text{г. кр}}$, то коэффициент трения определяем по уравнению (4.144):

$$\lambda = \frac{0{,}11 + 0{,}9\left(\frac{w_{\text{ж}}\mu_{\text{ж}}}{\sigma} \right)^{\frac{2}{3}}}{\mathrm{Re}_{\text{г}}^{0{,}16}}.$$

$$\lambda = \frac{0{,}11 + 0{,}9 \cdot \left(\frac{0{,}052 \cdot 0{,}75 \cdot 10^{-3}}{43 \cdot 10^{-3}} \right)^{\frac{2}{3}}}{13\,531^{0{,}16}} = 0{,}02584.$$

Тогда гидравлическое сопротивление аппарата:

$$\Delta p_{\text{пл}} = 0{,}02584 \cdot \frac{3}{0{,}028} \cdot \frac{1{,}252^2 \cdot 5{,}8}{2} = 12{,}61 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{пл}} = 12{,}61$ Па.

4.2.3.3. Насадочные пленочные аппараты

Еще одним распространенным типом пленочных аппаратов, используемых в химической промышленности, являются насадочные аппараты. Эти аппараты широко применяются для проведения различных массообменных процессов, а также для очистки газов от механических примесей.

Схема насадочного пленочного колонного аппарата представлена на рис. 4.40.

Насадочная колонна состоит из цилиндрического корпуса *1*, заполненного одним или несколькими слоями насадки *2*, днища *4*, крышки *5*, распределительного *6* и перераспределительного *7* устройств для жидкости.

Насадка необходима для создания большой поверхности контакта фаз между взаимодействующими в аппарате потоками газа и жидкости. Элементы насадки представляют собой твердые тела различной формы: кольца, седла, кусковые материалы и т. д. (рис. 4.41).

Основными характеристиками насадки являются удельная поверхность $a\left(\text{м}^2/\text{м}^3\right)$, свободный объем $\varepsilon\left(\text{м}^3/\text{м}^3\right)$ и эквивалентный диаметр $d_{\text{эк}}\left(\text{м}\right)$.

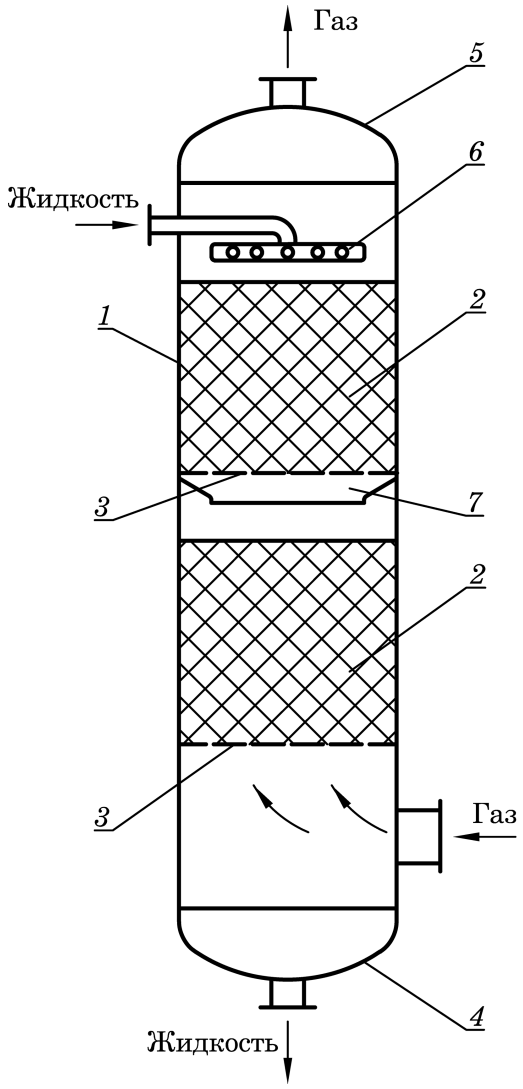


Рис. 4.40. Схема насадочного пленочного абсорбера:
1 – цилиндрический корпус; *2* – слои насадки; *3* – опорные решетки; *4* – днище; *5* – крышка; *6* – распределительное устройство; *7* – перераспределительное устройство

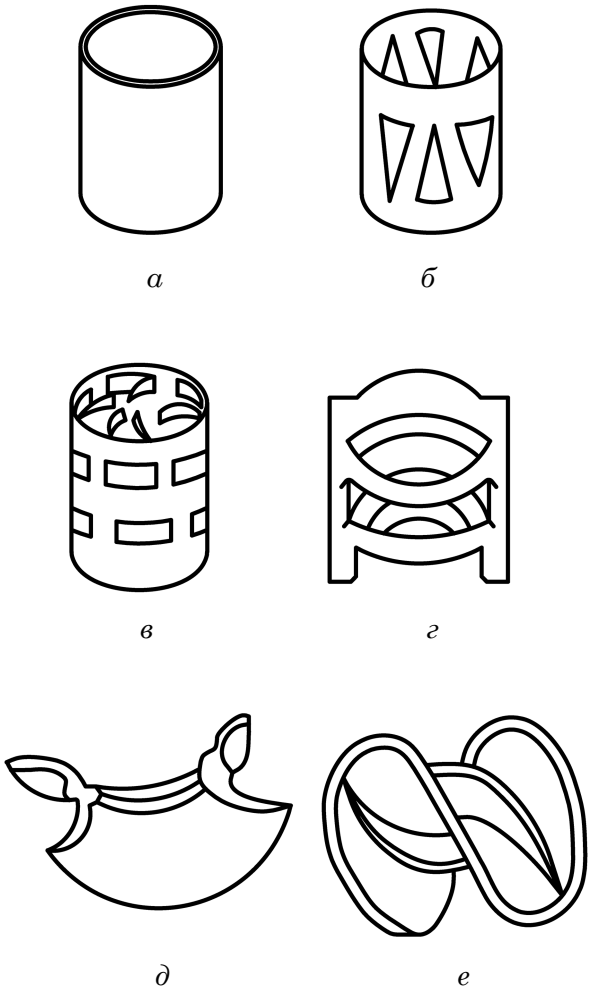


Рис. 4.41. Виды насадок:
а – кольца Рашига;
б – кольца Белецкого;
в – кольца Палля;
г – кольца Интерпак;
д – седла Инталлокс;
е – седла Берля

Требования, предъявляемые к насадке:

1) она должна обладать большой удельной поверхностью;

2) хорошо смачиваться жидкостью;

3) оказывать малое гидравлическое сопротивление газовому потоку;

4) равномерно распределять жидкость;

5) быть стойкой к химическому воздействию жидкости и газа, движущихся в колонне;

6) иметь малый удельный вес;

7) обладать высокой механической прочностью;

8) иметь невысокую стоимость.

Насадок, полностью удовлетворяющих всем указанным требованиям, не существует, так как, например, увеличение удельной поверхности насадки влечет

за собой увеличение гидравлического сопротивления аппарата и снижение предельных нагрузок по фазам. Следует учитывать, что чем больше размеры элементов насадки, тем выше допустимая скорость газа (и соответственно – производительность аппарата) и ниже его гидравлическое сопротивление.

Мелкая насадка предпочтительнее при проведении различных процессов под повышенным давлением, так как в этом случае гидравлическое сопротивление аппарата не приводит к существенному изменению давления по высоте колонны. Кроме того, мелкая насадка, обладающая бóльшей удельной поверхностью, имеет преимущества перед крупной, поскольку обеспечивает более интенсивное протекание целевого процесса.

Для изготовления насадок используют разнообразные материалы – керамику, фарфор, сталь, пластмассу и др. Выбор материала, в первую очередь, зависит от свойств взаимодействующих фаз.

Широко распространена насадка в виде керамических колец высотой, равной диаметру (кольца Рашига), который изменяется в пределах 15–150 мм. Кольца малых размеров засыпают в аппарат навалом. Такой способ загрузки называется внавал, а насадка – **нерегулярная**. Большие кольца (размерами не менее 50×50 мм) укладывают правильными рядами, сдвинутыми друг относительно друга. Этот способ заполнения аппарата насадкой называют загрузкой в укладку, а загруженную таким способом насадку – **регулярной**. Регулярная насадка имеет ряд преимуществ перед нерегулярной: обладает меньшим гидравлическим сопротивлением, допускает бóльшие скорости газа. Однако для улучшения смачивания регулярных насадок необходимо применять более сложные по конструкции распределительные устройства для жидкости.

Насадочная колонна (рис. 4.40) работает следующим образом. Газовая фаза подается в нижнюю часть колонны, проходит через отверстия в опорной решетке *3* и далее – в зазорах между элементами насадки. Жидкая фаза с помощью распределительного устройства *6* орошает насадку *2* и под действием силы тяжести стекает вниз по элементам насадки в виде пленки, а также струек и капелек, на поверхности которых и происходит контакт фаз. При большой высоте слоя насадки обеспечить равномерное распределение жидкости по сечению колонны затруднительно. Это объясняется пристеночным эффектом – бóльшей плотностью укладки элементов насадки в центральной части колонны, чем у ее стенок. Из-за этого жидкость при движении вниз имеет тенденцию растекаться от центральной части колонны к ее стенкам. Поэтому для улучшения смачивания насадки ее укладывают слоями (секциями), а между ними устанавливаются перераспределительные устройства *7*.

Основным достоинством насадочных колонн являются простота устройства. Недостатки: трудность отвода тепла и плохая смачиваемость насадки при низких плотностях орошения; для проведения одного и того же процесса требуются насадочные колонны, как правило, бóльшего объема, чем барботажные. Кроме того, насадочные колонны мало пригодны при работе с загрязненными жидкостями.

Насадочные пленочные аппараты могут работать в различных **гидродинамических режимах**. Эти режимы легко установить из графической зависимости гидравлического сопротивления слоя насадки от фиктивной скорости газа (рис. 4.42).

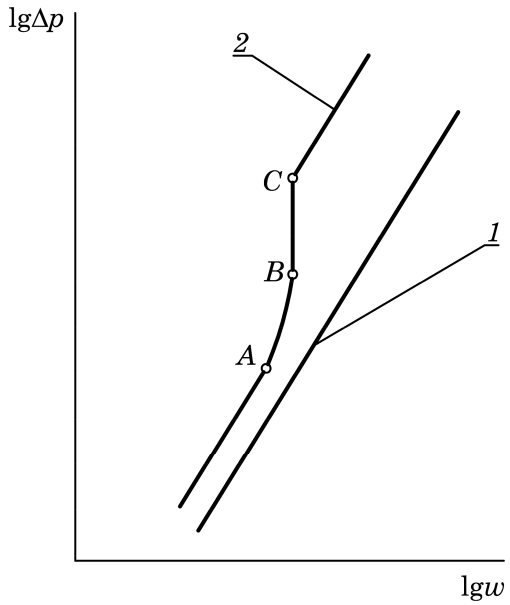


Рис. 4.42. Зависимость гидравлического сопротивления насадки от фиктивной скорости газа в колонне:
1 – сухая насадка;
2 – орошаемая насадка

Первый режим – **пленочный**. Он наблюдается при относительно малых скоростях газа и небольших расходах жидкости. Количество задерживаемой в насадке жидкости в этом режиме практически не зависит от скорости газа, а площадь поверхности контакта фаз практически равна площади поверхности смоченной насадки.

Поскольку скорость газовой фазы в этом режиме невелика, то и гидравлическое сопротивление слоя насадки небольшое. Следует отметить, что данный режим практически аналогичен режиму сухой насадки (линия *1*), так как углы наклона к оси абсцисс линии *1* и отрезка орошаемой насадки до точки *A* одинаковы.

Согласно рис. 4.42, пленочный режим заканчивается в первой переходной точке *A*, называемой **точкой подвисания**.

Второй режим – **режим подвисания**. Вследствие увеличения скорости движения газа, происходит возрастание сил трения газа о поверхность пленки жидкости, в результате этого скорость течения жидкости уменьшается, а ее толщина и количество удерживаемой в насадке жидкости увеличиваются. На поверхности стекающей пленки наблюдается волнообразование, что приводит к турбулизации потока жидкости и некоторому увеличению площади поверхности контакта фаз. Это вызывает интенсификацию процессов, протекающих в колонне. В режиме подвисания (участок *AB*) по сравнению с пленочным режимом возрастает гидравлическое сопротивление орошаемой насадки. Это связано в первую очередь с тем, что накопление в свободном пространстве между элементами насадки жидкости приводит к уменьшению доли свободного объема слоя насадки и, соответственно, проходного сечения для газа. Тем самым увеличиваются действительная скорость движения газовой фазы и силы трения о поверхность стекающей жидкости. Режим подвисания заканчивается во второй переходной точке (точка *B*, рис. 4.42), причем в этой области спокойное течение пленки нарушается: появляются завихрения, брызги, т. е. создаются условия перехода к барботажу.

Третий режим – **режим эмульгирования**. Он возникает в результате накопления жидкости в свободном объеме насадки до практически полного перекрытия проходного сечения для газа. Накопление жидкости происходит до тех пор, пока сила трения между стекающей жидкостью и поднимающимся по колонне газом не уравновесит силу тяжести жидкости, находящейся в слое насадки. При этом наступает обращение, или **инверсия фаз** (жидкость становится сплошной фазой, а газ – дисперсной). Образуется газожидкостная дисперсная система, по внешнему виду напоминающая барботажный слой (пену) или газожидкостную эмульсию. Режим эмульгирования начинается в самом узком проходном сечении слоя насадки, плотность засыпки которой неравномерна по сечению колонны. Путем тщательного регулирования подачи газа режим эмульгирования может быть установлен по всей высоте

насадки. Гидравлическое сопротивление колонны при этом резко возрастает (на рис. 4.42 этот режим характеризуется почти вертикальным отрезком *BC*).

Режим эмульгирования соответствует максимальной эффективности насадочных колонн, прежде всего за счет увеличения поверхности контакта фаз, которая в этом случае определяется не только (и не столько) геометрической поверхностью насадки, сколько поверхностью пузырьков и струй газа в жидкости, заполняющей весь свободный объем насадки. Кроме того, потоки фаз сильно турбулизированы, что способствует более интенсивному протеканию процессов в слое насадки. Однако при работе колонны в таком режиме ее гидравлическое сопротивление значительно.

В обычных насадочных колоннах режим эмульгирования неустойчив и сразу переходит в захлебывание. Пределом нагрузки насадочных абсорберов, работающих в пленочных режимах, является точка окончания режима эмульгирования, или инверсии (точка *C* на рис. 4.42). При дальнейшем увеличении скорости газа (участок графика правее точки *C*) происходит интенсивный вынос жидкости из слоя насадки, насадка орошается слабо, и поверхность контакта фаз практически не образуется – колонна не работает, «захлебывается». Поэтому эту точку называют **точкой захлебывания** насадочных колонн.

Четвертый режим – **режим уноса**, при котором жидкость и газ двигаются прямоточно – снизу вверх, т. е. жидкость уносится из аппарата. На практике этот режим не используется. Следует отметить, что режим уноса соответствует режиму пневмотранспорта для жидкости.

В режимах подвисания и эмульгирования целесообразно работать, если повышение гидравлического сопротивления не имеет существенного значения (например, в процессах абсорбции, проводимых при повышенных давлениях). Для насадочных колонных аппаратов, работающих при атмосферном давлении и ниже атмосферного, гидравлическое сопротивление может оказаться недопустимо большим, что вызовет необходимость работать в пленочном режиме.

Для насадочных аппаратов, работающих в пленочном режиме, рабочая скорость газа $w_{\text{р}}$, рассчитанная на полное сечение аппарата, меньше скорости захлебывания $w_{\text{з}}$ и обычно составляет

$$w_{\text{р}} = (0{,}75\text{–}0{,}95)w_{\text{з}}. \qquad (4.145)$$

Скорость захлебывания $w_{\text{з}}$, м/с, рассчитывают с помощью уравнения

$$\lg\left[\frac{w_{\text{з}}^2 a \rho_{\text{г}}}{g\varepsilon^3 \rho_{\text{ж}}}(1000\mu_{\text{ж}})^{0,16}\right] = A - B\left(\frac{L}{G}\right)^{0,25}\left(\frac{\rho_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}}}\right)^{0,125}, \qquad (4.146)$$

где a – удельная поверхность насадки, $\text{м}^2/\text{м}^3$; $\rho_{\text{г}}$ – плотность газовой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; ε – свободный объем насадки, $\text{м}^3/\text{м}^3$; $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкой фазы, $\text{кг}/\text{м}^3$; $\mu_{\text{ж}}$ – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па·с; A, B – коэффициенты, зависящие от типа насадки; L – массовый расход жидкой фазы в колонне, кг/с; G – массовый расход газа, проходящего по колонне, кг/с.

Значения коэффициентов A и B приведены в табл. 4.1.

Важной расчетной характеристикой насадочных колонных аппаратов является их гидравлическое сопротивление $\Delta p_{\text{кол}}$.

Общее гидравлическое сопротивление насадочной колонны $\Delta p_{\text{кол}}$ есть сумма гидравлических сопротивлений контактной (насадочной) части $\Delta p_{\text{нас}}$ и вспомогательных устройств (штуцеров, сепараторов, распределителей и др.) $\Delta p_{\text{всп}}$:

$$\Delta p_{\text{кол}} = \Delta p_{\text{нас}} + \Delta p_{\text{всп}}. \qquad (4.147)$$

Таблица 4.1

Значения коэффициентов *A* и *B* в уравнении (4.146)

Тип насадки	*A*	*B*
Плоскопараллельная хордовая	0	1,75
Пакетная	0,062	1,55
Кольца Рашига внавал	–0,073	1,75
Кольца Палля	–0,49	1,04
Седла размером:		
25 мм	–0,33	1,04
50 мм	–0,58	1,04

Методы расчета $\Delta p_{\text{всп}}$ приведены в специальной литературе.

Величину $\Delta p_{\text{нас}}$, Па, определяют с помощью уравнения

$$\Delta p_{\text{нас}} = A\Delta p_{\text{сух}}, \tag{4.148}$$

где A – коэффициент, учитывающий увеличение гидравлического сопротивления из-за наличия в свободном объеме насадки орошающей жидкости; $\Delta p_{\text{сух}}$ – гидравлическое сопротивление сухой (неорошаемой насадки), Па.

Величина $\Delta p_{\text{сух}}$, Па, определим по уравнению

$$\Delta p_{\text{сух}} = \lambda \frac{H_{\text{нас}}}{d_{\text{эк}}} \frac{\rho_{\text{г}}}{2} \left(\frac{w_{\text{р}}}{\varepsilon} \right)^2, \tag{4.149}$$

где λ – обобщенный коэффициент трения насадки; $H_{\text{нас}}$ – общая высота насадки в колонне, м; $d_{\text{эк}}$ – эквивалентный диаметр элемента насадки, м; $\rho_{\text{г}}$ – средняя плотность газовой фазы в аппарате, кг/м^3; $w_{\text{р}}$ – рабочая скорость газа в аппарате, м/с.

Эквивалентный диаметр элемента насадки можно определить по зависимости

$$d_{\text{эк}} = \frac{4\varepsilon}{a}, \tag{4.150}$$

где a – удельная поверхность насадки, м^2/м^3; ε – свободный объем насадки, м^3/м^3.

Величину обобщенного коэффициента трения насадки λ можно определить в зависимости от числа Рейнольдса для газовой фазы $\text{Re}_{\text{г}}$ по следующим формулам:

– при $\text{Re}_{\text{г}} \le 80$

$$\lambda = \frac{400}{\text{Re}_{\text{г}}^{0,85}}; \tag{4.151}$$

– при $80 < \text{Re}_{\text{г}} \le 400$

$$\lambda = \frac{70}{\text{Re}_{\text{г}}^{0,45}}; \tag{4.152}$$

– при $\text{Re}_{\text{г}} > 400$

$$\lambda = \frac{16,5}{\text{Re}_{\text{г}}^{0,2}}. \tag{4.153}$$

Число Рейнольдса $\text{Re}_{\text{г}}$ рассчитывается по уравнению

$$\text{Re}_{\text{г}} = \frac{4w_{\text{р}}\rho_{\text{г}}}{a\mu_{\text{г}}} \quad \text{или} \quad \text{Re}_{\text{г}} = \frac{w_{\text{р}} d_{\text{эк}} \rho_{\text{г}}}{\varepsilon \mu_{\text{г}}}. \tag{4.154}$$

Значение коэффициента A для определения $\Delta p_{\text{нас}}$ по уравнению (4.148) рекомендуют рассчитывать по формулам В. В. Кафарова. При этом расчетную зависимость выбирают, предварительно рассчитав величину *плотности орошения* U и фактора Ф.

Плотность орошения $U, \frac{\text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$, определяется по формуле

$$U = \frac{Q_{\text{ж}}}{S} = \frac{L}{\rho_{\text{ж}} S}, \tag{4.155}$$

где $Q_{\text{ж}}$ – объемный расход жидкости в колонне, $\text{м}^3/\text{с}$; S – площадь поперечного сечения пустой колонны, м^2; L – массовый расход жидкости в колонне, $\text{кг}/\text{с}$; $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости, $\text{кг}/\text{м}^3$.

Фактор Ф определяют следующим образом:

$$\Phi = \left(\frac{L}{G}\right)^{1,8} \left(\frac{\rho_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}}}\right) \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}}\right)^{0,2}. \tag{4.156}$$

При $\Phi \le 0,5$

$$A = 1 + 8,4 \left(\frac{L}{G}\right)^{0,405} \left(\frac{\rho_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}}}\right)^{0,225} \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}}\right)^{0,045}; \tag{4.157}$$

при $\Phi > 0,5$

$$A = 1 + 10 \left(\frac{L}{G}\right)^{0,945} \left(\frac{\rho_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}}}\right)^{0,525} \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}}\right)^{0,105}. \tag{4.158}$$

При небольших плотностях орошения $\left(U < 0,02 \frac{\text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}\right)$ для расчета коэффициента A можно воспользоваться формулой Лева:

$$A = 10^{bU}, \tag{4.159}$$

где b – коэффициент, зависящий от типа насадки и размеров ее элементов.

Значение коэффициента b для некоторых типов насадок приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Значение коэффициента *b* для насадок в уравнении (4.159)

Тип насадки	Способ укладки насадки	Размер насадочных тел, мм	*b*
Кольца Рашига	Упорядоченно	50	173
		80	144
		100	119
	Внавал	25	184
		50	169
Кольца Палля	Внавал	50	126
Седла Инталлокс	Внавал	25	33
		50	28
Седла Берля	Внавал	25	33

ПРИМЕР 4.27



Определить скорость захлебывания для насадочного массообменного аппарата при следующих условиях. Массовые расходы фаз через аппарат: жидкости $L = 70$ кг/с; газа $G = 2{,}5$ кг/с. Характеристики насадки (кольца Палля): удельная поверхность $a = 165$ м^2/м^3; свободный объем $\varepsilon = 0{,}76$ м^3/м^3. Свойства жидкой фазы: плотность $\rho_ж = 998$ кг/м^3; вязкость $\mu_ж = 9{,}3 \cdot 10^{-4}$ Па·с. Свойства газовой фазы: плотность $\rho_г = 12{,}5$ кг/м^3.

Решение

Скорость захлебывания $w_з$ можно определить с помощью уравнения (4.146):

$$\lg\left[\frac{w_з^2 a \rho_г}{g\varepsilon^3 \rho_ж}\left(1000\mu_ж\right)^{0{,}16}\right] = A - B\left(\frac{L}{G}\right)^{0{,}25}\left(\frac{\rho_г}{\rho_ж}\right)^{0{,}125},$$

где A, B – коэффициенты, зависящие от типа насадки.

Согласно табл. 4.1, для насадки кольца Палля значения коэффициентов: $A = -0{,}49$; $B = 1{,}04$.

Перепишем формулу в удобном для расчетов виде:

$$w_з = \sqrt{\frac{10^{A1}}{B1}},$$

где $A1 = A - B\left(\frac{L}{G}\right)^{0{,}25}\left(\frac{\rho_г}{\rho_ж}\right)^{0{,}125}$; $B1 = \frac{a\rho_г}{g\varepsilon^3\rho_ж}\left(1000\mu_ж\right)^{0{,}16}$.

Тогда

$$A1 = -0{,}49 - 1{,}04 \cdot \left(\frac{70}{2{,}5}\right)^{0{,}25} \cdot \left(\frac{12{,}5}{998}\right)^{0{,}125} = -1{,}874.$$

$$B1 = \frac{165 \cdot 12{,}5}{9{,}81 \cdot 0{,}76^3 \cdot 998} \cdot \left(1000 \cdot 9{,}3 \cdot 10^{-4}\right)^{0{,}16} = 0{,}4744.$$

Скорость захлебывания будет равна

$$w_з = \sqrt{\frac{10^{-1{,}874}}{0{,}4744}} = 0{,}168 \text{ м/с}.$$

Ответ: $w_з = 0{,}168$ м/с.

ПРИМЕР 4.28



Высота насадочной части массообменной колонны $H_{нас} = 6$ м. Насадка имеет следующие характеристики: удельная поверхность $a = 200$ м^2/м^3; свободный объем $\varepsilon = 0{,}74$ м^3/м^3. Рабочая скорость газовой фазы в аппарате $w_р = 0{,}14$ м/с. Определить гидравлическое сопротивление сухой насадки. Свойства газовой фазы: плотность $\rho_г = 9{,}0$ кг/м^3; вязкость $\mu_г = 0{,}018$ мПа·с.

Решение

Величину гидравлического сопротивления сухой насадки можно вычислить по формуле (4.149):

$$\Delta p_{\text{сух}} = \lambda \frac{H_{\text{нас}}}{d_{\text{эк}}} \frac{\rho_{\text{г}}}{2} \left(\frac{w_{\text{р}}}{\varepsilon} \right)^2 .$$

Эквивалентный диаметр элемента насадки определим по формуле (4.150):

$$d_{\text{эк}} = \frac{4\varepsilon}{a} = \frac{4 \cdot 0{,}74}{200} = 0{,}015 \text{ м}.$$

Число Рейнольдса для газовой фазы рассчитываем по уравнению (4.154):

$$\text{Re}_{\text{г}} = \frac{w_{\text{р}} d_{\text{эк}} \rho_{\text{г}}}{\varepsilon \mu_{\text{г}}} = \frac{0{,}14 \cdot 0{,}015 \cdot 9}{0{,}74 \cdot 0{,}018 \cdot 10^{-3}} = 1400.$$

Поскольку $\text{Re}_{\text{г}} > 400$, то значение обобщенного коэффициента трения можно определить по зависимости (4.153):

$$\lambda = \frac{16{,}5}{\text{Re}_{\text{г}}^{0{,}2}} = \frac{16{,}5}{1400^{0{,}2}} = 3{,}875.$$

Тогда гидравлическое сопротивление сухой насадки будет равно:

$$\Delta p_{\text{сух}} = 3{,}875 \cdot \frac{6}{0{,}015} \cdot \frac{9}{2} \cdot \left(\frac{0{,}14}{0{,}74} \right)^2 = 253 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{сух}} = 253$ Па.

ПРИМЕР 4.29



Высота слоя насадки в массообменной колонне $H_{\text{нас}} = 9$ м, а внутренний диаметр ее корпуса $D = 1$ м. Удельная поверхность насадки $a = 200 \text{ м}^2/\text{м}^3$. Аппарат работает в пленочном режиме, коэффициент смачивания насадки составляет $\psi = 0{,}92$. Определить площадь поверхности контакта между стекающей по насадке жидкостью и восходящим потоком газа.

Решение

Объем слоя насадки в колонне можно определить по следующей зависимости:

$$V_{\text{н}} = \frac{\pi D^2}{4} H_{\text{нас}} = \frac{3{,}14 \cdot 1^2}{4} \cdot 9 = 7{,}065 \text{ м}^3.$$

Площадь поверхности всех элементов слоя насадки:

$$S_{\text{н}} = V_{\text{н}} a = 7{,}065 \cdot 200 = 1413 \text{ м}^2.$$

Поскольку толщина стекающей жидкой пленки невелика, то волнообразованием на ее поверхности можно пренебречь. Тогда искомая площадь поверхности контакта между газом и жидкостью будет равна площади смоченной поверхности насадки:

$$F = S_{\text{н}} \psi = 1413 \cdot 0{,}92 = 1300 \text{ м}^2.$$

Ответ: $F = 1300 \text{ м}^2$.

ПРИМЕР 4.30



Объемный расход жидкой фазы, стекающей в насадочной массообменной колонне с внутренним диаметром $D = 1{,}4$ м составляет $Q_{ж} = 45\,м^3/ч$. В качестве насадки используются упорядоченно уложенные кольца Рашига с размером тел 80 мм. При этом гидравлическое сопротивление сухой насадки равно $\Delta p_{сух} = 143$ Па. Определить гидравлическое сопротивление орошаемой насадки.

Решение

Величину гидравлического сопротивления орошаемой насадки можно рассчитать по формуле (4.148):

$$\Delta p_{нас} = A\Delta p_{сух}.$$

Для определения коэффициента A, учитывающего увеличение гидравлического сопротивления из-за наличия в свободном объеме насадки орошающей жидкости, предварительно вычисляем значение плотности орошения по зависимости (4.155):

$$U = \frac{Q_{ж}}{S} = \frac{Q_{ж}}{\frac{\pi D^2}{4}}.$$

$$U = \frac{45}{3600 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 1{,}4^2}{4}} = 8{,}124 \cdot 10^{-3}\ \frac{м^3}{м^2 \cdot с}.$$

Так как $U < 0{,}02\ \frac{м^3}{м^2 \cdot с}$, то для расчета коэффициента A можно воспользоваться формулой (4.159):

$$A = 10^{bU},$$

где b – коэффициент, зависящий от типа насадки и размеров ее элементов.

Для указанной в условии насадки, согласно табл. 4.2, $b = 144$.

Тогда

$$A = 10^{144 \cdot 8{,}124 \cdot 10^{-3}} = 14{,}787.$$

Гидравлическое сопротивление орошаемой насадки

$$\Delta p_{нас} = 14{,}787 \cdot 143 = 2115\ Па.$$

Ответ: $\Delta p_{нас} = 2115$ Па.

ПРИМЕР 4.31



В условиях задачи 4.27 определить гидравлическое сопротивление орошаемого слоя насадки, если внутренний диаметр аппарата $D = 1{,}4$ м. Гидравлическое сопротивление сухой насадки $\Delta p_{сух} = 145$ Па. Вязкость газовой фазы принять равной $\mu_г = 1{,}7 \cdot 10^{-5}$ Па · с.

Решение

Величину гидравлического сопротивления орошаемой насадки можно рассчитать по формуле (4.148):

$$\Delta p_{\text{нас}} = A\Delta p_{\text{сух}}.$$

Для выбора зависимости для расчета коэффициента A предварительно вычисляем значение плотности орошения по формуле (4.155):

$$U = \frac{L}{\rho_{\text{ж}} S} = \frac{L}{\rho_{\text{ж}} \dfrac{\pi D^2}{4}} = \frac{70}{998 \cdot \dfrac{3{,}14 \cdot 1{,}4^2}{4}} = 0{,}04559 \ \frac{\text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}.$$

Так как $U > 0{,}02 \dfrac{\text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$, то для расчета коэффициента A можно воспользоваться формулами В. В. Кафарова (4.157) либо (4.158).

Для этого вначале определяем значение фактора Ф по зависимости (4.156):

$$\Phi = \left(\frac{L}{G}\right)^{1,8} \left(\frac{\rho_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}}}\right) \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}}\right)^{0,2}.$$

$$\Phi = \left(\frac{70}{2{,}5}\right)^{1,8} \cdot \left(\frac{12{,}5}{998}\right) \cdot \left(\frac{9{,}3 \cdot 10^{-4}}{1{,}7 \cdot 10^{-5}}\right)^{0,2} = 11{,}23.$$

Поскольку $\Phi > 0{,}5$, то значение коэффициента A определяем по зависимости (4.158):

$$A = 1 + 10\left(\frac{L}{G}\right)^{0,945} \left(\frac{\rho_{\text{г}}}{\rho_{\text{ж}}}\right)^{0,525} \left(\frac{\mu_{\text{ж}}}{\mu_{\text{г}}}\right)^{0,105}.$$

$$A = 1 + 10 \cdot \left(\frac{70}{2{,}5}\right)^{0,945} \cdot \left(\frac{12{,}5}{998}\right)^{0,525} \cdot \left(\frac{9{,}3 \cdot 10^{-4}}{1{,}7 \cdot 10^{-5}}\right)^{0,105} = 36{,}59.$$

Гидравлическое сопротивление орошаемой насадки

$$\Delta p_{\text{нас}} = 36{,}59 \cdot 145 = 5306 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p_{\text{нас}} = 5306$ Па.

4.2.4. Диспергирование жидкостей в газовую фазу

Одним из распространенных способов создания поверхности контакта фаз между жидкостью и газом (паром) является диспергирование – распыление (дробление) достаточно большого объема жидкости на капли. Этот же способ используется при образовании контактной поверхности в системе жидкость – жидкость.

Следует учесть, что при таком диспергировании:

1) форма капли при движении ее в газе может существенно изменяться под действием аэродинамического воздействия со стороны газа, при этом изменения могут быть циклическими (при которых происходит колебание поверхности капли) и направленными (форма капли из шарообразной переходит в сфероид, тор и т. д.);

2) внутри капли могут возникать переменные циркуляционные токи жидкости;

3) капли могут разрушаться с образованием более мелких капель;

4) при массовом движении капель они могут сталкиваться между собой, что приводит к взаимному отскоку, слиянию капель в одну, слиянию с последующим диспергированием вследствие сильного возмущения поверхности.

Выделяют следующие основные способы диспергирования: гидравлическое, механическое, пневматическое.

Рассмотрим более подробно **гидравлическое диспергирование**. Основным энергетическим фактором данного вида диспергирования является давление, создаваемое в жидкости. При этом обычно поток жидкости в диспергирующем устройстве приобретает достаточно большую скорость и преобразуется в промежуточную форму (струи, пленка и т. д.), которая затем быстро и эффективно распадается на капли.

Разрушение струй (пленок) в газе происходит в основном под действием сил инерции, сил аэродинамического воздействия газа (в том числе и аэродинамического трения) на движущуюся жидкость, сил поверхностного натяжения и сил вязкостного трения.

Поскольку силы инерции, действующие на различные элементы струй и пленок, вследствие турбулентных возмущений и различных скоростей движения этих элементов, как правило, разнонаправлены, изменяются по величине в пространстве и времени, то их действие приводит к диспергированию жидкости. Подобным образом проявляется действие сил аэродинамического воздействия газовой фазы на движущуюся жидкость.

Силы поверхностного натяжения стремятся уменьшить свободную поверхность. Поэтому если деформация поверхности жидкости в каком-либо месте струи или пленки невелика, то силы поверхностного натяжения будут стремиться вернуть струю или пленку в исходное недеформированное состояние с относительно небольшой свободной поверхностью, а, значит, будут препятствовать диспергированию. Но если деформация указанных поверхностей значительна, то силы поверхностного натяжения будут способствовать дроблению струй и пленок, поскольку вновь образованная поверхность будет меньше по величине, чем исходные сильно деформированные поверхности.

Силы вязкостного трения, действующие внутри движущихся струй и пленок, направлены против сил инерции и против любого перемещения элементов жидкости друг относительно друга – поэтому они препятствуют диспергированию.

Величина и результат действия указанных сил зависят, прежде всего, от физико-химических свойств жидкости (плотности, коэффициента поверхностного натяжения, динамической вязкости и др.), свойств газа (плотности, вязкости и др.), а также от форм конструкции, размеров диспергирующих устройств и режимов их работы.

Следует отметить, что совместное действие вышеперечисленных сил часто приводит к возникновению внутри жидкости и на ее поверхности колебательных процессов, проявляющихся в образовании волн различной конфигурации и амплитуды. Это в свою очередь может оказывать существенное влияние на процесс диспергирования.

При гидравлическом диспергировании скорость окружающего газа (пара) обычно значительно ниже скорости истечения жидкости, вытекающей из диспергирующего устройства обычно в виде цилиндрической струи или пленки различной формы.

Рассмотрим диспергирование цилиндрической струи.

При незначительных скоростях истечения жидкости $(w \approx 0)$ она выходит из отверстий диспергирующего устройства в виде отдельных капель (рис. 4.43, *а*). Увеличение скорости истечения до 1,5 м/с приводит к образованию короткой струи, которая разрушается с образованием капель различных размеров (рис. 4.43, *б*). Это обусловлено медленным перетеканием жидкости в струе из узких мест в более широкие под действием сил поверхностного натяжения. При скорости истечения 1,5–2,5 м/с струя вытягивается и разрушается с образованием капель примерно одинакового размера (рис. 4.43, *в*). При скорости истечения более 2,5 м/с длина струи увеличивается до максимума (рис. 4.43, *г*), число капель одинакового размера при этом уменьшается, происходит образование дополнительных мелких капелек. С ростом скорости истечения увеличивается число таких капель, при этом возрастает и количество крупных капель (рис. 4.43, *д*).

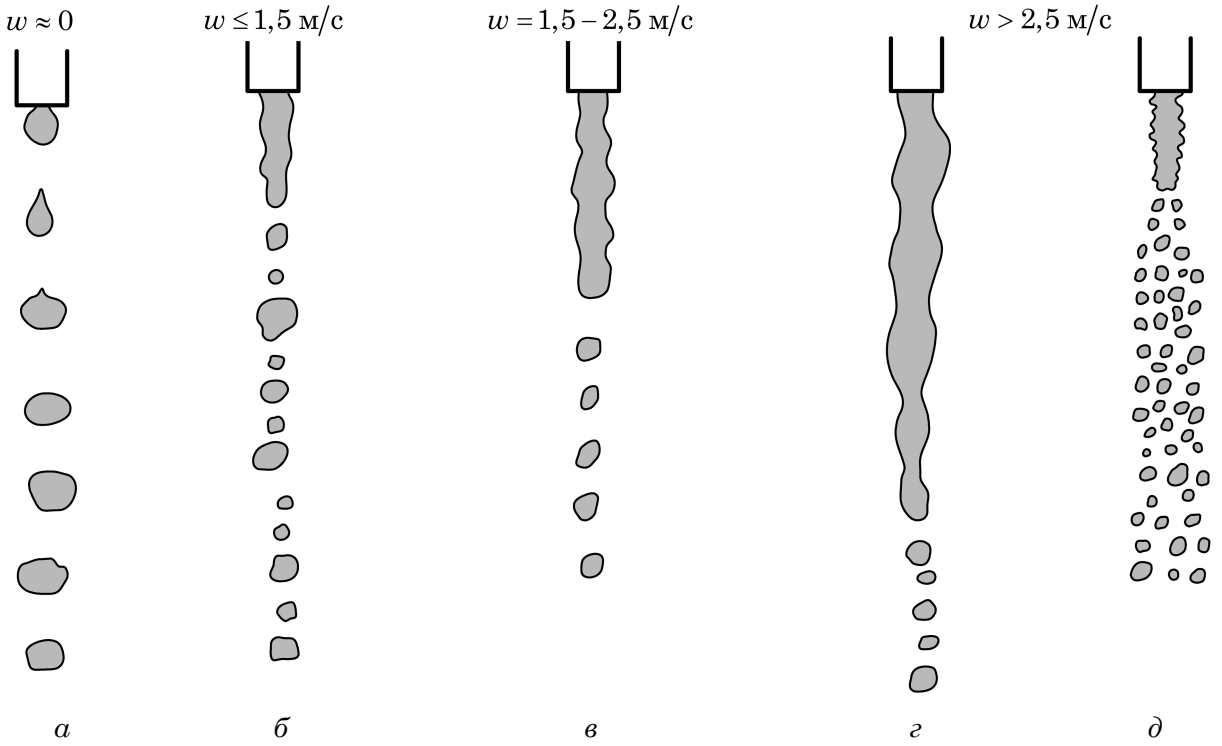


Рис. 4.43. Схема разрушения цилиндрической струи при постепенном увеличении скорости ее истечения из сопла

Отметим, что со снижением вязкости жидкости и ее поверхностного натяжения длина струи увеличивается, а диаметр образующихся капель уменьшается.

При диспергировании жидкой пленки распад происходит в двух основных формах:

1) возникновение на пленке отдельных разрывов, величина и число которых постепенно увеличиваются до образования сетки, состоящей из тонких нитей, распадающихся на множество мелких капель (рис. 4.44, *а*, *б*);

2) образование на пленке перпендикулярно направлению потока неустойчивых волн (амплитуда которых возрастает при удалении от кромки диспергатора), что приводит к разрушению пленки на параллельные нити, которые дробятся на капли (рис. 4.44, *в*).

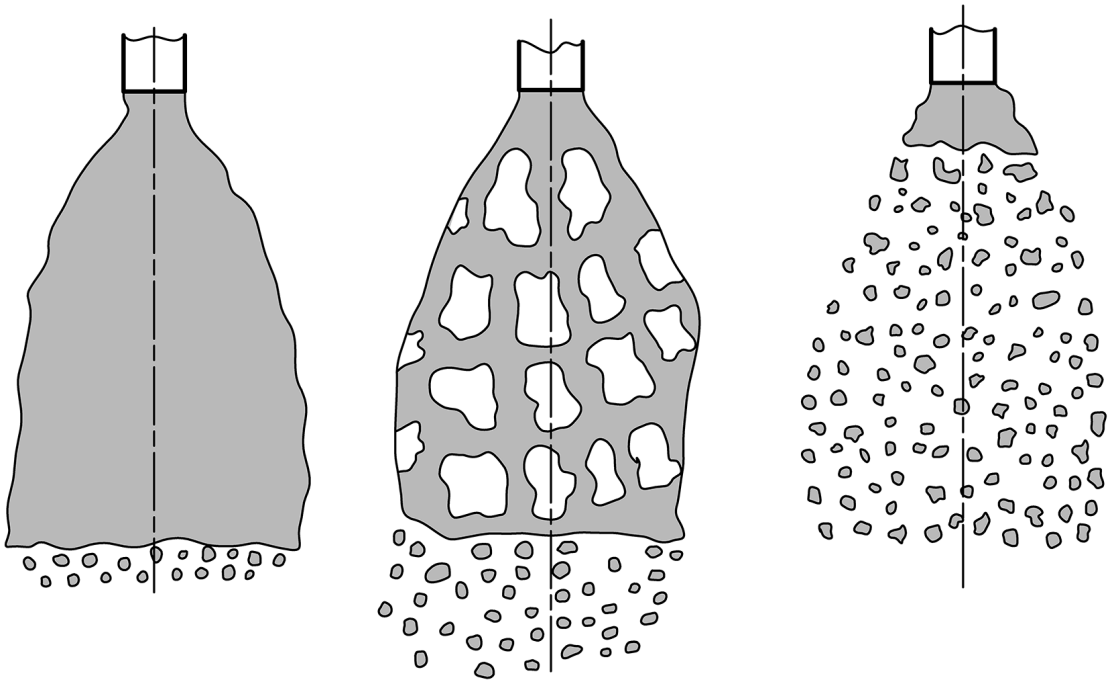


Рис. 4.44. Схема разрушения плоской пленки при увеличении скорости истечения жидкости из сопла

Учесть количественно действие всех сил, влияющих на диспергирование, а также сложную кинематическую и геометрическую обстановку процесса, практически невозможно. Следовательно, строго аналитических универсальных методов расчета процессов дробления жидкости не существует. Поэтому на практике чаще всего используются эмпирические и полуэмпирические методы расчета, нередко основанные на статистических данных.

Одним из основных расчетных параметров, определяемых при диспергировании жидкости в газовую фазу, является площадь вновь образованной межфазной поверхности S. Именно S является одной из основных величин, влияющих на интенсивность процессов тепло и массопереноса, а также на скорость химических превращений, происходящих на границе раздела фаз.

Если в контактной зоне аппарата[12] в некоторый момент времени диспергирована жидкость объемом V на взвешенные в газе капли, средний объем которых равен V_0, то количество таких капель будет N, причем

$$N = \frac{V}{V_0}. \tag{4.160}$$

Величину V_0 можно определить из условия, что взвешенная в газе капля имеют сферическую или близкую к сферической форму:

$$V_0 = \frac{\pi d_0^3}{6}. \tag{4.161}$$

[12] Контактная зона – это часть аппарата, в которой происходят тепло- и массоперенос или разнообразные химические превращения.

В этом уравнении d_0 – средний диаметр взвешенных в газе капель диспергированной жидкости. Тогда площадь поверхности одной капли будет S_0, причем

$$S_0 = \pi d_0^2. \tag{4.162}$$

Следовательно, площадь суммарной вновь образованной поверхности контакта фаз S будет равна площади поверхности всех взвешенных в газе капель:

$$S = NS_0 = \frac{V}{V_0} S_0 = \frac{6V}{\pi d_0^3} \pi d_0^2 = \frac{6V}{d_0}. \tag{4.163}$$

Чаще всего устройствами для гидравлического диспергирования являются форсунки, которые подразделяются на струйные, форсунки с соударением струй, центробежные форсунки.

Гидравлическое диспергирование является самым простым экономичным способом дробления жидкости, поэтому они наиболее широко распространены в технике.

Недостатками гидравлического диспергирования являются довольно грубое и неоднородное дробление жидкости, трудность диспергирования высоковязких жидкостей.

Механическое диспергирование. В этом случае жидкость получает энергию вследствие трения о быстровращающийся рабочий элемент. Далее под действием центробежных сил жидкость срывается в виде пленки и струй с рабочего элемента и дробится на капли.

Пневматическое диспергирование производится в пневматических форсунках, в которых газовый поток, двигающийся с большой скоростью, воздействует на жидкость, интенсивно ее диспергирует с образованием большого количества мелких капель.

ПРИМЕР 4.32



В полом аппарате производится диспергирование $V = 7$ л жидкости на капельки, средний диаметр которых составляет $d_0 = 10$ мкм. Определить: 1) количество капель, полученных при диспергировании жидкости; 2) площадь поверхности всех капель; 3) энергию, которую следует подвести к жидкости для обеспечения ее диспергирования. Коэффициент поверхностного натяжения жидкости принять равным $\sigma = 37$ мН/м.

Решение

Количество получаемых при диспергировании жидких капель можно найти на основании уравнений (4.160) и (4.161):

$$N = \frac{V}{V_0} = \frac{6V}{\pi d_0^3} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot \left(10 \cdot 10^{-6}\right)^3} = 1{,}337 \cdot 10^{13} \text{ капель.}$$

Площадь контактной поверхности S, образованной при дроблении жидкости, находим по формуле (4.163):

$$S = \frac{6V}{d_0} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 4{,}2 \cdot 10^3 \text{ м}^2.$$

Энергию ΔE, которую следует подвести к жидкости для обеспечения ее диспергирования, определяем с помощью уравнения (1.46), учитывая, что изменение поверхности ΔS численно равно вновь образованной контактной поверхности S:

$$\Delta E = \sigma \Delta S = 37 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}2 \cdot 10^{3} = 155{,}4 \text{ Дж}.$$

Ответ: 1) $N = 1{,}337 \cdot 10^{13}$ капель; 2) $S = 4{,}2 \cdot 10^{3}$ м^2; 3) $\Delta E = 155{,}4$ Дж.

4.3. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ И САМОКОНТРОЛЯ

1. От чего зависит величина силы сопротивления при движении частицы в жидкости (газе)?

2. Какие бывают режимы движения твердых частиц в жидкостях? Как они определяются?

3. Что такое фактор формы?

4. В каких случаях используется формула Стокса?

5. Приведите способы определения скоростей свободного осаждения частиц шарообразной и нешарообразной формы.

6. Почему действительная скорость осаждения отличается от теоретической?

7. Приведите основные характеристики зернистых слоев.

8. Как определяется гидравлическое сопротивление неподвижного зернистого слоя?

9. Опишите возможные состояния частиц зернистого материала при пропускании через него восходящего газового потока.

10. Дайте определение скорости начала псевдоожижения, начала уноса.

11. Для чего и каким образом можно использовать графическую зависимость $\mathrm{Ly} = f(\mathrm{Ar}, \varepsilon)$?

12. Что описывает кривая псевдоожижения?

13. Как рассчитывается гидравлическое сопротивление и высота кипящего слоя?

14. Назовите возможные режимы течения газожидкостных потоков в вертикальных и горизонтальных каналах.

15. Что такое барботаж и в каких многофазных системах он может наблюдаться?

16. Приведите основные конструкции барботажных тарелок в колонных аппаратах.

17. Назовите основные режимы пленочного течения жидкости.

18. Опишите конструкцию насадочной колонны. Приведите основные виды насадок.

19. В каких процессах применяется диспергирование жидкостей в газовую среду?

20. Перечислите способы диспергирования.

Глава 5
ТРАНСПОРТИРОВКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Данная глава посвящена перемещению текучих сред, а также машинам (насосам и компрессорным машинам), обеспечивающим транспортирование жидкостей и газов. Приведено устройство аппаратов и емкостей, служащих для хранения жидкостей, газов и их смесей, а также трубопроводов и трубопроводных сетей, предназначенных для транспортировки текучих сред.

В главе рассмотрены конструкции и принципы действия, параметры работы и характеристики различных насосов и компрессорных машин, методы их расчета, совместная работа насосов (компрессорных машин) и трубопроводной сети, подбор насосов и компрессорных машин, способы регулирования рабочей производительности, достоинства и недостатки насосов и компрессорных машин различных конструкций, области и условия их применения.

Rozdział 5
TRANSPORT CIECZY I GAZÓW

Rozdział poświęcony przepływowi płynów, a także urządzeniom do transportu cieczy i gazów (pompom i sprężarkom). Omówiono aparaty do przechowywania cieczy, gazów oraz ich mieszanin, a także rurociągi i sieci przewodów do transportu płynów.

W rozdziale omówiono także konstrukcje, zasady działania, parametry eksploatacyjne i charakterystykę różnych pomp i kompresorów, a także metody ich obliczania. Przeanalizowano współdziałanie pomp (lub kompresorów) z siecią rurociągów, dobór urządzeń przetłaczających oraz sposoby regulacji ich wydajności. Przedstawiono zalety oraz wady pomp i kompresorów o różnej konstrukcji, a także zakres i warunki ich zastosowania.

Chapter 5
TRANSPORT OF LIQUIDS AND GASES

The chapter is focused on the fluid flow and devices used for transporting liquids and gases (i.e. pumps and compressors). Apparatuses for the storage of liquids, gases and their mixtures, as well as pipelines and pipeline networks for the transport of liquids are considered.

The chapter also discusses the design, working principles, operating parameters and the characteristics of various pumps and compressors, as well as the methods of their calculations. The conditions of pumps (or compressors) – pipeline network mutual operation, selection of pumps and compressors as well as–the controlling of their efficiency were analyzed. Pros and cons of pumps and compressors of various designs were presented, demonstrating the range and conditions of their application.

5.1. ТРУБОПРОВОДЫ

Транспортировка текучих сред на предприятиях химической и смежных отраслях промышленности чаще всего осуществляется по закрытым каналам – **трубопроводам**, протяженность которых находится в очень широких пределах: от нескольких метров до многих километров. Объемы транспортируемых жидкостей зависят от масштаба производства и измеряются значениями от нескольких литров до многих кубических метров в секунду. При этом стоимость трубопроводов может составлять до 30% от общих капитальных затрат на оборудование.

5.1.1. Классификация трубопроводов

Трубопроводы в зависимости от длины и схемы их расположения подразделяются на **простые** и **сложные**.

К **простым трубопроводам** относятся трубопроводы, не имеющие ответвлений по длине, с постоянным одинаковым расходом перемещаемых по ним текучих сред (рис. 5.1).

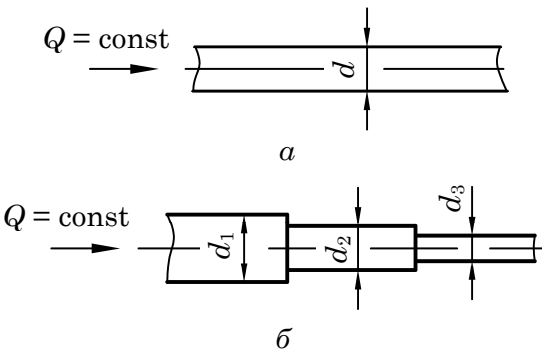


Рис. 5.1. Примеры простых трубопроводов:
а – с постоянным диаметром;
б – с переменным диаметром

Простые трубопроводы в зависимости от длины разделяют на **короткие** и **длинные**. **Короткими** являются трубопроводы с достаточно малой длиной, в которых потери напора на местных сопротивлениях составляют более 10% от гидравлических потерь по длине. Например, к ним относят всасывающие трубопроводы лопастных насосов, трубопроводы внутри зданий и сооружений.

Длинными трубопроводами называют трубопроводы сравнительно большой длины, в которых потери напора по длине значительно преобладают над потерями на местных сопротивлениях. Если потери напора на местных сопротивлениях составляют менее 5% потерь по длине трубопровода, то ими можно пренебречь или ввести при гидравлических расчетах увеличивающий коэффициент, равный 1,05–1,1. Длинные трубопроводы входят в систему водопроводных сетей, водоводов насосных станций и т. п.

Сложные трубопроводы (рис. 5.2) имеют по длине различные ответвления, т. е. трубопровод состоит из сети труб определенных диаметров и длин. Сложные трубопроводы подразделяются на параллельные, тупиковые (разветвленные), кольцевые (замкнутые) трубопроводы, которые, например, часто встречаются в водопроводных сетях.

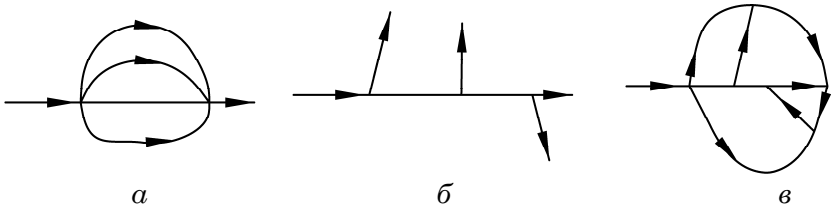


Рис. 5.2. Схемы сложных трубопроводов:
а – параллельный; *б* – разветвленный; *в* – кольцевой

5.1.2. Элементы трубопроводов

Основной частью трубопроводов являются трубы, которые имеют различные по форме поперечные сечения (как правило, круглые). Большинство труб изготавливают из сталей различных марок, однако в последнее время широко используются трубы, изготовленные из других конструкционных материалов, применяемых в химическом машиностроении (например, из пластмассы, керамики, стекла). При выборе материала труб следует учитывать температуру и давление транспортируемой среды, коррозионную стойкость материала в данной среде и другие его свойства.

Для герметизации соединений деталей трубопроводов между собой используют различные прокладочные материалы. Эти материалы должны обладать эластичностью, достаточной прочностью, стойкостью к агрессивным средам, способностью сохранять прочность в определенных пределах температур.

5.1.2.1. Трубы

В соответствии с производственными требованиями выбираются размеры труб и наиболее подходящий материал для них. В целях стандартизации размеры труб унифицированы и классифицированы с учетом допустимого давления.

С целью опознания потоков на предприятиях используют различную окраску трубопроводов (см. табл. 5.1).

Таблица 5.1

Опознавательная окраска трубопроводов промышленных предприятий

Поток	Окраска трубопроводов
Вода	Зеленая
Водяной пар	Красная
Воздух	Синяя
Газы	Желтая
Жидкости	Коричневая
Кислоты	Оранжевая
Щелочи	Фиолетовая
Прочие	Серая

Основной размерной характеристикой труб является **номинальный диаметр** DN[1] (условный проход Ду). Номинальный диаметр – параметр, применяемый при описании трубопроводных систем как характеризующий признак при монтаже и подгонке друг к другу деталей трубопровода (труб, фитингов, арматуры).

Номинальный диаметр (условный проход) не имеет единицы измерения и указывается следующим образом: DN125 (Ду125).

Номинальный диаметр приблизительно равен внутреннему диаметру трубопровода, выраженному в миллиметрах и соответствующему ближайшему значению из ряда чисел, принятых в установленном порядке.

Номинальные диаметры градуируются таким образом, что пропускная способность трубопровода от одного DN до другого возрастает в диапазоне от 60 до 100%.

Общепринятыми считаются следующие условные проходы:

3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 20, 25, 32, 40, 50, 65, 80, 100, 125, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500, 600, 700, 800, 900, 1000 и т. д.

[1] От англ. *diameter nominal*.

Истинный внутренний диаметр труб, за редким исключением, не равен диаметру условного прохода. Так, например, у труб с наружным диаметром 159 мм при толщине стенки 8 мм внутренний диаметр составляет 143 мм, при толщине стенки 4 мм – 151 мм, а при толщине стенки 4,5 мм – 150 мм. Однако во всех приведенных случаях условный проход равен 150.

Такие же значения условных проходов принимают и для других элементов трубопровода (соединений труб, арматуры и т. д.).

5.1.2.2. Соединения труб

Соединения труб бывают разъемными и неразъемными. **Разъемные соединения** могут быть фланцевыми, резьбовыми и раструбными (муфтовыми).

Фланцевое соединение (рис. 5.3) состоит из двух приваренных к концам труб фланцев *2*, уплотнения *3* и болтов (шпилек) *4* с гайками *5*, прижимающих фланцы друг к другу. Фланцевые соединения обеспечивают хорошую герметичность стыков, надежную прочность, возможность применения для широкого интервала давлений. Эти соединения обеспечивают возможность многократной сборки и разборки. Вместе с тем фланцевые соединения имеют и некоторые недостатки: большие габариты и массу, большую трудоемкость сборки и разборки, возможность потери герметичности при вибрации трубопровода. Особенно это проявляется при использовании трубопроводов больших диаметров для средних и высоких давлений.

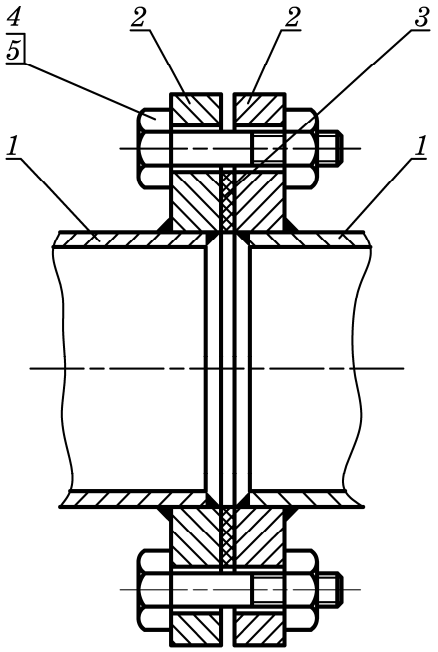


Рис. 5.3. Фланцевое соединение:
1 – трубы; *2* – фланцы;
3 – уплотнение; *4* – болты
(шпильки); *5* – гайки

Для соединения труб и присоединения арматуры с условным проходом менее 80 мм применяют **резьбовое соединение** (рис. 5.4). Резьбовое соединение состоит из двух приваренных (припаянных) к концам труб *1* уплотнительных насадок *2* и перекидной гайки *3*. Уплотнительные насадки имеют наружную резьбу. При затягивании перекидной гайки обе уплотняющие поверхности насадок прижимаются друг к другу, обеспечивая эффект герметизации.

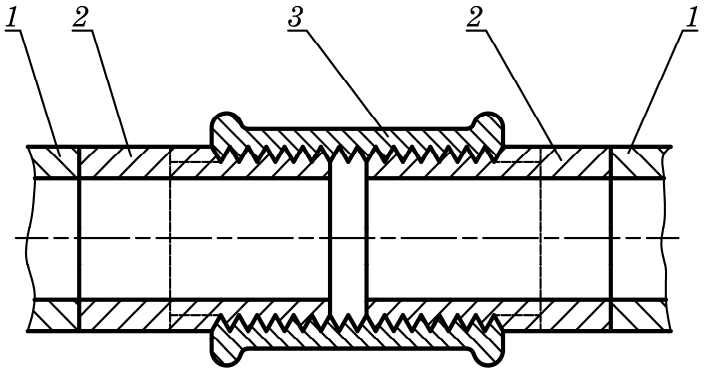


Рис. 5.4. Резьбовое соединение:
1 – трубы; *2* – уплотнительные насадки; *3* – перекидная гайка

Примером резьбовых соединений могут служить соединения в системах водопроводов, системах отопления помещений.

Муфтовое соединение (рис. 5.5) применяют для трубопроводов низкого давления, изготовленных, например, из серого чугуна или пластмассы. Трубы с муфтовым соединением имеют один конец гладкий и один с раструбом. Гладкий конец трубы *1* вставляется в муфту *3* соединительной трубы *2*. Зазор между ними набивается мягким уплотнительным материалом *4*, а затем закрывается опорным уплотнением *5*.

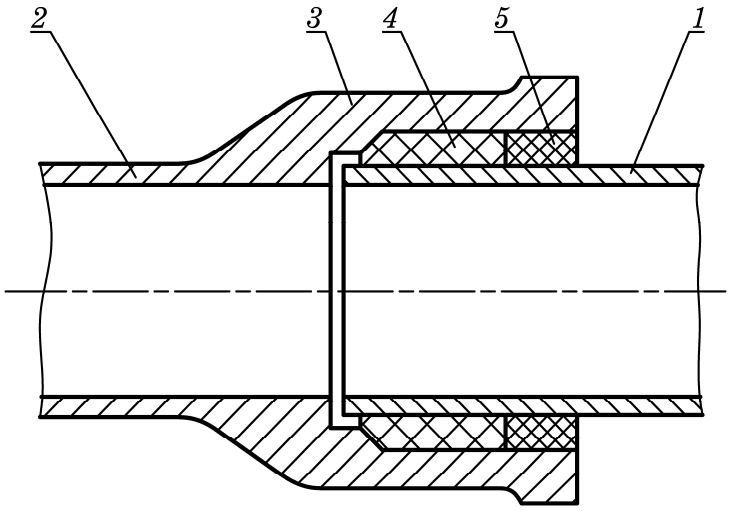


Рис. 5.5. Муфтовое соединение:
1, 2 – трубы; *3* – муфта; *4* – мягкое уплотнение; *5* – опорное уплотнение

Пример использования муфтовых соединений – системы канализации.

Неразъемные соединения как правило получают при помощи сварки, пайки и склеивания.

Выбор типа соединения зависит от материала труб, свойств транспортируемой среды, температуры и давления, потребности в частых демонтажных операциях.

Соединительные части трубопроводов обычно называют **фасонными деталями** или **фитингами**. Они служат для перехода от одного диаметра трубы к другому, для разветвления и поворота участков трубопровода. Наиболее распространенные фасонные детали трубопроводов: отвод, колено, двойник (калач), тройник, крестовина, переход (рис. 5.6).

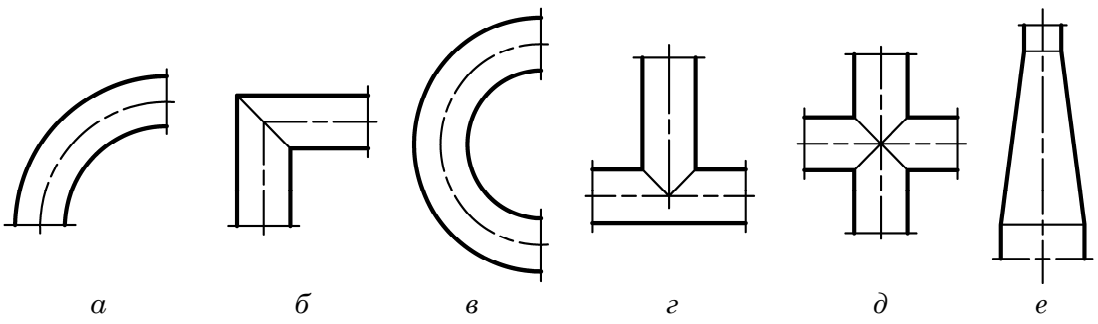


Рис. 5.6. Фасонные детали трубопроводов:
а – отвод; *б* – колено; *в* – калач; *г* – тройник; *д* – крестовина; *е* – переход

5.1.2.3. Трубопроводная арматура

К трубопроводной арматуре относятся устройства, размещаемые на трубопроводах для управления потоками транспортируемых сред посредством изменения площади проходного сечения. Под управлением подразумевается регулирование расхода жидкости (газа), смешивание потоков, перераспределение, сброс и полное отключение.

Для перекрытия потока, транспортируемого по трубе, а также для регулирования его расхода (или давления) применяют **запорно-регулирующую арматуру.** Кроме того, к трубопроводной арматуре относят предохранительные и перепускные клапаны (для выпуска избытка потока при росте давления), обратные клапаны (препятствующие обратному движению потока), спускные краны, конденсатоотводчики, указатели уровня.

Запорно-регулирующая арматура включает в себя (рис. 5.7): 1) клапаны (вентили)[2]; 2) задвижки; 3) краны; 4) затворы[3].

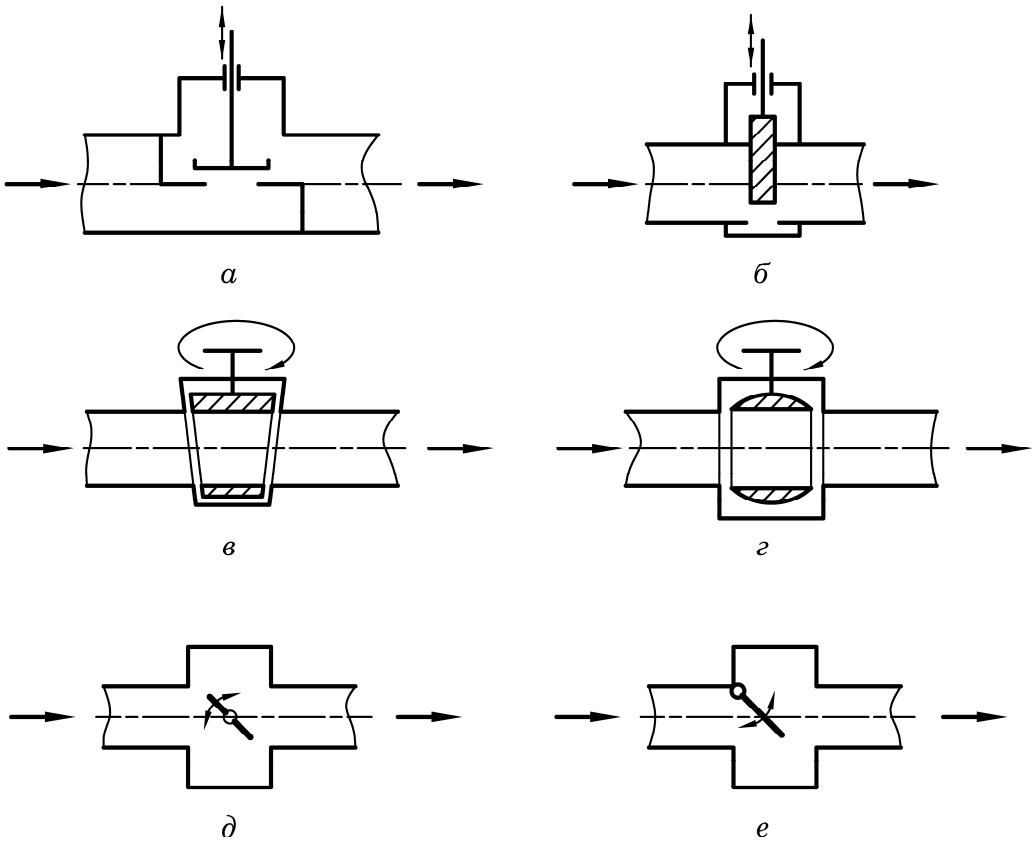


Рис. 5.7. Схемы различных запорно-регулирующих устройств:
а – клапан (вентиль); *б* – задвижка; *в* – конусный кран;
г – шаровой кран; *д*, *е* – затворы (заслонки)

Клапан (вентиль) (рис. 5.7, *а*) представляет собой корпус с отверстием, над которым расположен клапан, совершающий возвратно-поступательное движение. При закрытии вентиля клапан плотно прилегает к отверстию, при открывании – отходит, образуя канал для прохода среды. Диаметр прохода наиболее распространенных вентилей от 25 до 200 мм, они применяются при давлениях

[2] В технической литературе вместо термина «клапан» широко используют термин «вентиль».
[3] Вместо термина «затвор» часто используют термин «заслонка».

до 10 МПа. Вентили достаточно громоздки, имеют большой вес, сложное устройство и высокое гидравлическое сопротивление. В то же время они достаточно надежны и имеют высокую точность регулирования расхода.

Задвижка (рис. 5.7, *б*) включает корпус и затвор, движущийся перпендикулярно направлению движения жидкости в корпусе задвижки, изменяя площадь проходного сечения. Применяют их как для регулирования расхода потока, так и для полного перекрытия трубопровода. Задвижки обладают малым гидравлическим сопротивлением, просты в эксплуатации, устанавливаются на трубопроводы с диаметром до 1,5 м при давлениях до 10 МПа, однако громоздки и дороги.

Конусный кран (рис. 5.7, *в*) состоит из корпуса, в котором вращается коническая пробка со сквозным отверстием. Такие краны имеют простое устройство, низкое гидравлическое сопротивление, однако большая поверхность трения может привести к их заеданию, потери герметичности. Данные краны изготавливают из чугуна, керамики, бронзы, пластмасс, стекла, применяют для трубопроводов небольшого диаметра при температурах до 100 °С и давлениях до 1 МПа, когда не требуется точного регулирования, так как небольшой поворот пробки вызывает значительное изменение площади проходного сечения крана.

В настоящее время широкое распространение получили **шаровые краны** (рис. 5.7, *г*), в которых пробка выполнена в виде шара со сквозным отверстием, диаметр которого равен внутреннему диаметру трубопровода, на котором установлен кран.

Затвор (заслонка) – тип трубопроводной арматуры, в котором запирающий или регулирующий элемент имеет форму диска, поворачивающегося вокруг оси, перпендикулярной или расположенной под углом к направлению потока рабочей среды. Наиболее часто такая арматура применяется при больших диаметрах трубопроводов, малых давлениях среды и пониженных требованиях к герметичности рабочего органа, в основном в качестве запорной арматуры.

К достоинствам затворов можно отнести малые размеры и массу, простоту конструкции, возможность применения для больших диаметров трубопроводов. Недостатком считается повышенное гидравлическое сопротивление в открытом состоянии.

Как и трубы, трубопроводную арматуру классифицируют по условному проходу, а также по условному давлению. Под **условным давлением** $p_{\text{у}}$ понимают максимальное избыточное давление среды с температурой 20 °С, при котором обеспечивается длительная и безопасная эксплуатация элементов трубопровода.

С повышением температуры механические свойства конструкционных материалов снижаются. Поэтому при высокой рабочей температуре (свыше 200 °С) допустимое давление меньше условного.

Стандартом установлен следующий ряд условных давлений (МПа): 0,1; 0,25; 0,4; 0,6; 1; 1,6; 2,5; 4; 6,4; 10; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 64; 80; 100.

По величине условного давления различают арматуру низкого $\left(p_{\text{у}} < 1 \text{ МПа}\right)$, среднего $\left(1{,}6 < p_{\text{у}} < 6{,}4 \text{ МПа}\right)$ и высокого $\left(10 < p_{\text{у}} < 100 \text{ МПа}\right)$ давления. Кроме того, можно также выделить вакуумную арматуру (предназначенную для рабочих давлений ниже атмосферного) и арматуру для сверхвысоких давлений (свыше 100 МПа).

Диаметр условного прохода арматуры Ду соответствует номинальному диаметру трубопровода, на котором ее устанавливают.

По величине Ду различают арматуру малых $\left(\text{Ду} \le 40\right)$, средних $\left(\text{Ду} = 50\text{–}250\right)$ и больших $\left(\text{Ду} > 250\right)$ проходов.

5.1.3. Расчет трубопроводов

При проектировании трубопроводов различают геометрический и гидравлический расчеты.

5.1.3.1. Геометрический расчет короткого простого трубопровода. Оптимальный диаметр трубопровода

Поскольку короткие трубопроводы имеют малую длину, то изменением плотности перемещаемой среды в них можно пренебречь $(\rho = \text{const})$. Поэтому изложенная методика расчета этих трубопроводов пригодна как для жидкостей, так и для газов.

Как правило, перемещение жидкостей (газов) в промышленности производится по трубопроводам круглого поперечного сечения.

Согласно уравнению расхода (3.1), объемный расход среды $Q, \text{м}^3/\text{с}$, перемещаемой по трубам круглого сечения, равен

$$Q = wS = w\frac{\pi d^2}{4},$$

где w – средняя скорость движения среды, м/с; S – площадь поперечного сечения трубопровода, м^2; d – внутренний диаметр трубопровода, м.

Тогда внутренний диаметр трубопровода d может быть определен по формуле

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi w}}. \qquad (5.1)$$

Таким образом, внутренний диаметр трубопровода при заданном расходе определяется значением скорости движущейся в нем жидкости. Чем выше принятая скорость w, тем меньше согласно уравнению (5.1) требуемый диаметр трубопровода, т. е. тем меньше затраты материала на его изготовление, а значит, его стоимость, стоимость монтажа и ремонта трубопровода. С другой стороны, при увеличении скорости, согласно уравнению (3.188), растут потери напора в трубопроводе и, следовательно, возрастают затраты энергии на перемещение жидкости.

Поэтому оптимальный диаметр трубопровода, как правило, определяют на основании технико-экономических расчетов. При оптимальном диаметре трубопровода должны обеспечиваться минимальные затраты[4] на его эксплуатацию.

Введем следующие обозначения затрат. Затраты на материал трубопровода (труб), его изготовление, монтаж – **капитальные затраты (КЗ)**. Затраты на энергию, используемую на перемещение жидкости, а также затраты на техобслуживание и ремонт трубопроводов – **эксплуатационные затраты (ЭЗ)**. Капитальные и эксплуатационные затраты составляют основную долю **суммарных затрат (СЗ)** на перемещение жидкости: $\text{СЗ} = \text{КЗ} + \text{ЭЗ}$.

[4] Расчет затрат, как правило, производят в денежном выражении за какой-то промежуток времени, например за год. В этом случае их называют **удельными** или **годовыми** затратами (руб./год).

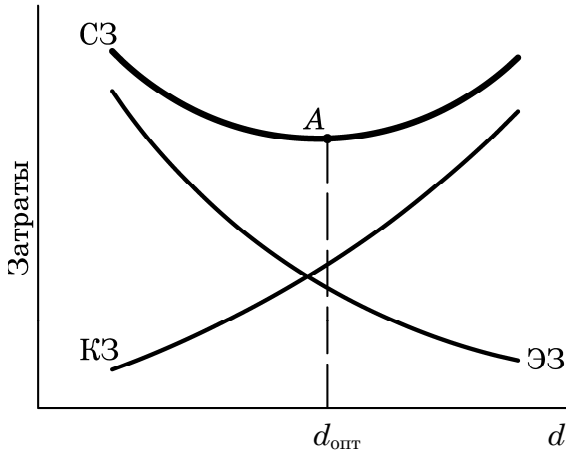


Рис. 5.8. К определению оптимального диаметра

Типичный вид зависимости этих расходов и общих суммарных затрат от диаметра трубопровода представлен на рис. 5.8.

Оптимальный диаметр трубопровода $d_{опт}$ отвечает минимуму на кривой СЗ (точка *A*).

Скорости потока, обеспечивающие близкие к оптимальным значениям диаметры трубопроводов, приведены в табл. 5.2.

После расчета диаметра трубопровода выбирают трубу ближайшего диаметра по стандарту.

Таблица 5.2

Ориентировочные значения средней скорости потока

Вид потока	Средняя скорость, м/с
Жидкости	
При движении самотеком:	
вязкие	0,1–0,5
маловязкие	0,5–1,0
При перекачивании насосами:	
во всасывающих трубопроводах	0,8–2,0
в нагнетательных трубопроводах	1,5–3,0
Газы	
При естественной тяге	2–4
При небольшом давлении (от вентиляторов)	4–15
При большом давлении (от компрессоров)	15–25
Пары	
Перегретые	30–50
Насыщенные при давлении, МПа:	
больше 0,1	15–25
0,1–0,05	20–40
0,05–0,02	40–60
0,02–0,005	60–75

5.1.3.2. Гидравлический расчет коротких простых трубопроводов

При гидравлическом расчете простых коротких трубопроводов решаются задачи двух типов, как правило, с использованием уравнения Бернулли (3.71) и уравнения неразрывности потока (3.38).

К первому типу относятся задачи, в которых при известных геометрических параметрах трубопровода (диаметре d и длине l), расходе Q и физических свойствах жидкости (плотности ρ и вязкости μ) нужно определить начальное давление p_1 или перепад давлений в начале и конце системы Δp.

Вторая задача заключается в определении расхода жидкости Q при известных геометрических параметрах трубопровода (диаметре d и длине l), разности давлений Δp, физических свойствах жидкости (плотности ρ и вязкости μ).

Первая задача, например, решается при расчете простого трубопровода с целью определения требуемого давления (напора) насоса, необходимого для выбора марки насоса установленного типа, обеспечивающего заданный расход Q.

Рассмотрим трубопровод с постоянным внутренним диаметром d (рис. 5.9), по которому жидкость плотностью ρ из емкости *1* перекачивается насосом *3* в емкость *2*. При этом примем, что длина трубопровода от емкости *1* до насоса незначительна, поэтому гидравлическим сопротивлением этого участка можно пренебречь.

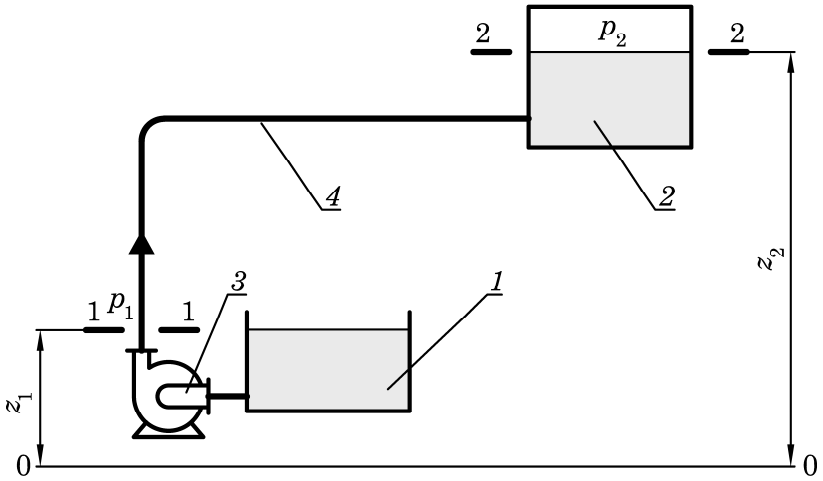


Рис. 5.9. Схема определения напора (давления), необходимого для осуществления заданного расхода:
1 – расходная емкость; *2* – приемная емкость; *3* – насос; *4* – нагнетательный трубопровод

Выбираем характерные для данной схемы сечения и плоскость сравнения. Сечение 1–1 – сечение трубы в начале нагнетательного трубопровода, сечение 2–2 совпадает со свободной поверхностью жидкости в приемной емкости. Плоскость сравнения 0–0 расположена ниже сечения 1–1.

Так как в рассматриваемой схеме насосной установки имеют место потери давления по длине и на местных сопротивлениях, то запишем уравнение Бернулли (3.71) для реальной жидкости для указанных сечений:

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho w_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho w_2^2}{2} + \Delta p_{\text{пот}}. \qquad (5.2)$$

Величину потерь $\Delta p_{\text{пот}}$ можно определить по зависимости (3.216). Тогда уравнение (5.2) примет вид

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho w_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho w_2^2}{2} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi\right) \frac{\rho w_1^2}{2}. \qquad (5.3)$$

Так как площадь поперечного сечения приемной емкости намного больше сечения трубопровода, то можем принять, что $w_2 \approx 0$. Тогда, после несложных преобразований, получим

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \rho \left[g\left(z_2 - z_1\right) + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi - 1\right) \frac{w_1^2}{2} \right]. \qquad (5.4)$$

Скорость движения потока в нагнетательном трубопроводе w_1 определяем по уравнению расхода (3.1), значение коэффициента трения λ и коэффициентов местных сопротивлений ξ_i – по методике, изложенной в подгл. 3.7.

Из формулы (5.4) находим искомое начальное давление p_1 либо разность давлений Δp.

Вторая задача сводится к определению скорости (расхода) по заданной разности давлений (напоров).

Рассмотрим трубопроводную систему (рис. 5.10), согласно которой из емкости *1*, по короткому простому трубопроводу *2* вытекает жидкость.

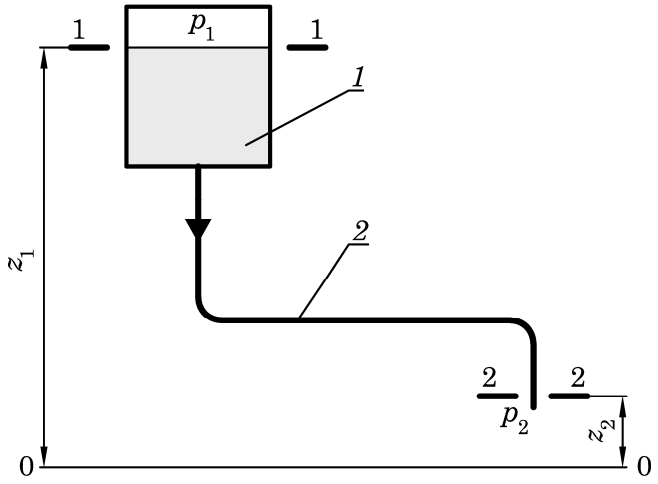


Рис. 5.10. Схема определения расхода по заданному перепаду давлений:
1 – емкость; *2* – трубопровод

Примем, что известны следующие параметры: давление в начале трубопровода p_1, давление в конце – p_2, геометрические размеры трубопровода (диаметр d и длина l), физические свойства жидкости (плотность ρ и вязкость μ), шероховатость внутренней поверхности трубы Δ. Требуется определить скорость движения потока в трубе w (расход жидкости Q).

Запишем уравнение Бернулли для реальной жидкости для сечений 1–1 и 2–2:

$$\rho g z_1 + p_1 + \frac{\rho w_1^2}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho w_2^2}{2} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi\right)\frac{\rho w_2^2}{2}. \qquad (5.5)$$

При решении данной задачи возможно три варианта:

1) площадь сечения 1–1 (поперечное сечение емкости f_1) гораздо больше сечения 2–2 (поперечное сечение трубы f_2), т. е. $f_1 >> f_2$;

2) $f_1 = f_2$;

3) $f_1 << f_2$.

В уравнении (5.5) кроме значения скорости w_2 неизвестны также скорость w_1, значения коэффициентов трения λ и коэффициентов местных сопротивлений ξ_i.

Рассмотрим вариант, когда $f_1 >> f_2$, соответствующий схеме на рис. 5.10. В этом случае $w_1 << w_2$, и слагаемое $\frac{\rho w_1^2}{2}$ в уравнении (5.5) принимаем равным нулю. Тогда, выражая значение скорости w_2 из уравнения (5.5), получим

$$w_2 = \sqrt{\frac{2\left[\left(p_1 + \rho g z_1\right) - \left(p_2 + \rho g z_2\right)\right]}{\rho\left(\lambda\frac{l}{d} + \sum\xi + 1\right)}}. \qquad (5.6)$$

Аналогично можно получить выражения для определения w_2 и для других случаев ($f_1 = f_2$; $f_1 << f_2$).

Для решения подобных задач применяют метод последовательных приближений.

Порядок расчета следующий:

1) задаются скоростью движения жидкости в трубе w_2;

2) определяют режим движения;

3) определяют коэффициент трения λ и значения коэффициентов местных сопротивлений ξ_i по методике, изложенной в подгл. 3.7.

4) по выражению (5.6) вычисляют значение w_2;

5) сравнивают полученное значение w_2 с принятым в начале расчета. Если ошибка составляет более 5%, то выполняют второе приближение, задаваясь уже значением w_2, полученным в первом приближении. Расчет продолжают до тех пор, пока ошибка составит менее 5%.

ПРИМЕР 5.1



Необходимо перекачивать насосом $Q = 180$ м^3/ч воды. Определить требуемый диаметр трубопровода и действительную скорость воды в нем.

Решение

На основании табл. 5.2 принимаем скорость движения воды $w = 1{,}5$ м/с (перекачивание жидкости насосом в нагнетательном трубопроводе). Тогда внутренний диаметр трубопровода по формуле (5.1) будет равен

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi w}} = \sqrt{\frac{4\cdot 180}{3{,}14\cdot 1{,}5\cdot 3600}} = 0{,}206 \text{ м}.$$

Выбираем ближайшую стандартную трубу с наружным диаметром $d_н = 219$ мм и толщиной $\delta = 8$ мм (труба 219×8). Внутренний диаметр трубы равен

$$d_в = d_н - 2\delta = 219 - 2\cdot 8 = 203 \text{ мм}.$$

Действительная скорость движения воды по трубе будет равна

$$w_д = \frac{Q}{0{,}785 d_в^2} = \frac{180}{3600\cdot 0{,}785\cdot 0{,}203^2} = 1{,}546 \text{ м/с}.$$

Ответ: труба 219×8 (Ду200); $w_д = 1{,}546$ м/с.

ПРИМЕР 5.2



Выбрать оптимальный диаметр трубопровода из нержавеющей стали для перекачивания насосом $Q = 108$ м^3/ч воды. Общая длина трубопровода $l = 250$ м, сумма коэффициентов местных сопротивлений $\sum\xi = 24$. Высота подъема жидкости $H_{под} = 8{,}0$ м. Разность давлений газа над жидкостью на выходе и входе в трубопровод $\Delta p = 40$ кПа. Коэффициент трения для труб принять равным $\lambda = 0{,}018$. Стоимость 1 т труб из нержавеющей стали

$Ц_м = 14\,000$ руб., стоимость электроэнергии $Ц_э = 0{,}24$ руб./кВт·ч (цены приняты ориентировочно). Плотность материала труб $\rho_м = 7900$ кг/м^3. Плотность воды $\rho = 992$ кг/м^3. КПД насосной установки $\eta = 0{,}6$. При расчете стоимости трубопровода учитывать только стоимость труб.

Решение

Оптимальный диаметр трубопровода можно определить по минимуму суммарных затрат $(СЗ = КЗ + ЭЗ)$ на перемещение жидкости (см. подп. 5.1.3.1).

В качестве примера приведены расчеты капитальных (КЗ), эксплуатационных (ЭЗ) и суммарных (СЗ) затрат для трубы 159×6 (Ду150), имеющей наружный диаметр $d_н = 159$ мм и толщину стенки $\delta = 6$ мм.

Согласно условию, капитальные затраты определяются только стоимостью труб без учета затрат на монтаж и обслуживание трубопровода.

Стоимость труб определяется главным образом стоимостью материала, который пошел на их изготовление. Масса материала зависит от диаметра труб и толщины их стенок.

Массу трубопровода m, кг, определяем по уравнению

$$m = \rho_м \left[\frac{\pi}{4}\left(d_н^2 - d_в^2\right)\right] l,$$

где $d_в$ – внутренний диаметр трубопровода, м.

Внутренний диаметр трубопровода равен

$$d_в = d_н - 2\delta = 159 - 2\cdot 6 = 147 \text{ мм} = 0{,}147 \text{ м}.$$

Масса трубопровода будет равна

$$m = 7900\cdot\left[\frac{3{,}14}{4}\cdot\left(0{,}159^2 - 0{,}147^2\right)\right]\cdot 250 = 5{,}693\cdot 10^3 \text{ кг}.$$

Стоимость материала труб рассчитываем следующим образом

$$С_м = Ц_м m = \frac{14\,000}{1000}\cdot 5{,}693\cdot 10^3 = 7{,}97\cdot 10^4 \text{ руб.}$$

При сроке службы 20 лет удельные (годовые) капитальные затраты будут равны

$$КЗ = \frac{С_м}{20} = \frac{7{,}97\cdot 10^4}{20} = 3985 \text{ руб./год}.$$

Согласно условию задачи, эксплуатационные затраты определяются стоимостью электроэнергии, потребляемой электродвигателем насоса.

Удельные затраты на энергию при непрерывной работе насоса в течении 330 дней (удельные эксплуатационные затраты) можно рассчитать по зависимости

$$ЭЗ = 330\cdot 24\cdot\left(\frac{N_п}{\eta}\right)Ц_э,$$

где $N_п$ – полезная мощность насоса, кВт.

Скорость движения жидкости по трубопроводу равна

$$w = \frac{Q}{0{,}785 d_в^2} = \frac{108}{3600\cdot 0{,}785\cdot 0{,}147^2} = 1{,}769 \text{ м/с}.$$

Напор насоса определяем по формуле

$$H = \left(\lambda \frac{l}{d_{\text{в}}} + \sum \xi \right) \frac{w^2}{2g} + H_{\text{под}} + \frac{\Delta p}{\rho g};$$

$$H = \left(0{,}018 \cdot \frac{250}{0{,}147} + 24 \right) \cdot \frac{1{,}769^2}{2 \cdot 9{,}81} + 8{,}0 + \frac{40\,000}{992 \cdot 9{,}81} = 20{,}8 \text{ м}.$$

Полезная мощность насоса согласно формуле (5.19) составляет

$$N_{\text{п}} = \rho g H Q = 992 \cdot 9{,}81 \cdot 20{,}8 \cdot \frac{108}{3600} = 6077 \text{ Вт} = 6{,}077 \text{ кВт}.$$

Удельные эксплуатационные затраты будут равны

$$\text{ЭЗ} = 330 \cdot 24 \cdot \left(\frac{6{,}077}{0{,}6} \right) \cdot 0{,}24 = 19\,253 \text{ руб./год}$$

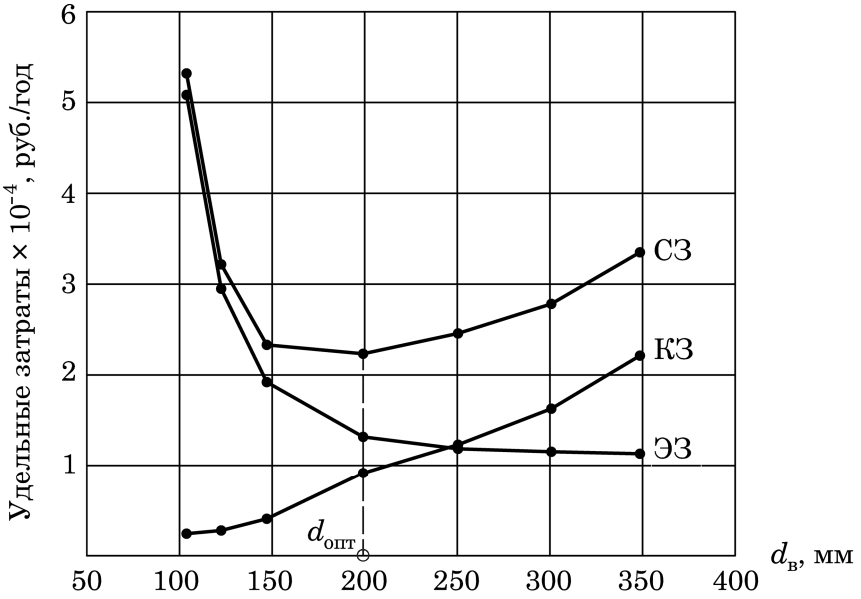
Удельные суммарные затраты составят

$$\text{СЗ} = 3985 + 19\,253 = 23\,238 \text{ руб./год}.$$

Результаты расчетов для других размеров труб сведены в следующую таблицу.

Труба	$d_{\text{в}}$, мм	m, кг	КЗ, руб./год	w, м/с	H, м	$N_{\text{п}}$, кВт	ЭЗ, руб./год	СЗ, руб./год
114×5	104	3 380	2 366	3,533	54,9	16,03	50 790	53 160
133×5	123	3 969	2 778	2,526	31,8	9,29	29 420	32 200
159×6	147	5 693	3 985	1,769	20,8	6,08	19 250	23 238
219×10	199	12 960	9 073	0,965	14,3	4,18	13 250	22 320
273×11	251	17 870	12 510	0,607	12,9	3,77	11 930	24 440
325×12	301	23 290	16 300	0,422	12,5	3,64	11 530	27 830
377×14	349	31 520	22 060	0,314	12,3	3,59	11 370	33 430

По данным этой таблицы строим графические зависимости $\text{КЗ} = f(d_{\text{в}})$, $\text{ЭЗ} = f(d_{\text{в}})$ и $\text{СЗ} = f(d_{\text{в}})$.



Согласно графику, минимуму удельных суммарных затрат на перекачивание жидкости соответствует внутренний диаметр трубопровода $d_{\text{опт}} = 199$ мм, что, согласно таблице (см. с. 297), удовлетворяет трубопроводу 219×10 (Ду200).

Ответ: труба 219×10 (Ду200).

ПРИМЕР 5.3



Из открытой емкости, в которой поддерживается постоянный уровень жидкости, самотеком по трубопроводу вытекает вода (см. рис. 5.10). Уровень жидкости в емкости находится выше выходного сечения трубопровода на $z_1 - z_2 = 11$ м. Трубопровод имеет следующие параметры: внутренний диаметр $d = 0{,}1$ м, длина $l = 30$ м, абсолютная шероховатость поверхности $\Delta = 0{,}5$ мм, сумма коэффициентов местных сопротивлений $\sum\xi = 16$. Свойства воды: плотность $\rho = 992$ кг/м^3; вязкость $\mu = 0{,}656 \cdot 10^{-3}$ Па·с. Определить скорость движения жидкости по трубопроводу.

Решение

Скорость движения жидкости по трубопроводу можно определить по формуле (5.6) методом последовательных приближений.

С учетом того, что жидкость вытекает из открытой емкости в открытое пространство, $p_1 - p_2 = 0$. Тогда расчетное уравнение упрощается и принимает вид

$$w_2 = \sqrt{\frac{2g\left(z_1 - z_2\right)}{\lambda\dfrac{l}{d} + \sum\xi + 1}}.$$

В первом приближении принимаем скорость движения воды в трубе $w_2 = 1{,}5$ м/с. Режим движения воды по трубопроводу, согласно уравнению (3.12), составит

$$\mathrm{Re} = \frac{w_2 d\rho}{\mu} = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}1 \cdot 992}{0{,}656 \cdot 10^{-3}} = 2{,}268 \cdot 10^5.$$

Значение относительной шероховатости стенок трубопровода определим по формуле (3.200):

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{d} = \frac{0{,}5}{100} = 0{,}005.$$

Коэффициент трения рассчитаем по уравнению (3.202):

$$\lambda = \frac{1}{4\left[\lg\left(\dfrac{\varepsilon}{3{,}7} + \left(\dfrac{6{,}81}{\mathrm{Re}}\right)^{0{,}9}\right)\right]^2} = \frac{1}{4\left[\lg\left(\dfrac{0{,}005}{3{,}7} + \left(\dfrac{6{,}81}{2{,}268 \cdot 10^5}\right)^{0{,}9}\right)\right]^2} = 0{,}0309.$$

Скорость жидкости по трубопроводу

$$w_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 11}{0{,}0309 \cdot \dfrac{30}{0{,}1} + 16 + 1}} = 2{,}866 \text{ м/с}.$$

Так как полученное значение скорости $w_2 = 2{,}866$ м/с существенно отличается от принятого в начале расчета $(1{,}5$ м/с$)$, то выполняем второе приближение, приняв в качестве начального значения $w_2 = 2{,}866$ м/с.

Результаты расчетов второго приближения: $\mathrm{Re} = 4{,}333 \cdot 10^5$, $\lambda = 0{,}0307$, $w_2 = 2{,}87$ м/с.

После второго приближения ошибка составляет

$$\frac{2{,}87 - 2{,}866}{2{,}866} \cdot 100\% = 0{,}14\% < 5\%,$$

следовательно, скорость жидкости определена верно.

Ответ: $w_2 = 2{,}87$ м/с.

5.1.3.3. Расчет длинных трубопроводов

Как было указано ранее, при расчете длинных трубопроводов вкладом местных сопротивлений при определении потерь давления можно пренебречь.

5.1.3.3.1. Транспортирование несжимаемых жидкостей. Для капельных жидкостей, которые можно считать практически несжимаемыми $(\rho = \mathrm{const})$, на основании уравнения Дарси – Вейсбаха (3.188) перепад давлений в трубопроводе Δp будет равен

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2},$$

откуда скорость движения жидкости в трубопроводе составит

$$w = \sqrt{\frac{(p_1 - p_2) 2d}{\lambda l \rho}}, \tag{5.7}$$

где p_1 и p_2 – давления на входе в трубопровод и на выходе из него; d – внутренний диаметр трубопровода; λ – коэффициент трения; l – длина трубопровода.

Тогда расход жидкости в трубопроводе можно описать зависимостью

$$Q = Sw = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2d} \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\lambda l \rho}}. \tag{5.8}$$

Как видно из уравнения (5.8), расход несжимаемой жидкости в длинном трубопроводе прямо пропорционален $\sqrt{\Delta p}$.

5.1.3.3.2. Газопроводы. Движение газа в трубопроводах в отличие от движения капельной жидкости сопровождается непрерывным уменьшением плотности ρ и соответственным ростом линейной скорости потока w вследствие падения давления p. Изменение ρ и, следовательно, w может быть вызвано, кроме того, повышением или понижением температуры газа в случае его преднамеренного нагревания или охлаждения (приращение температуры за счет трения чаще всего пренебрежимо мало).

Согласно уравнению неразрывности потока (3.3), массовый расход транспортируемого газа равен

$$G = Sw\rho = SW = \mathrm{const}, \tag{5.9}$$

где $W = w\rho$ – массовая скорость.

Из уравнения (5.9) следует, что для трубопровода с постоянным поперечным сечением массовая скорость потока неизменна $(W = \text{const})$.

Из определения массовой скорости можем записать

$$w = \frac{W}{\rho} = W\upsilon, \tag{5.10}$$

где $\upsilon = \frac{1}{\rho}$ – удельный объем газа.

Потери давления в газопроводе по его длине определяются по уравнению Дарси – Вейсбаха (3.188):

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho w^2}{2}.$$

Подставляя в последнее уравнение значение скорости из уравнения (5.10), получим

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{d} \upsilon \frac{W^2}{2}. \tag{5.11}$$

Очевидно, что величина удельного объема зависит от давления: $\upsilon = f(p)$.

Тогда для элементарного участка трубопровода длиной $\mathrm{d}l$ можем записать:

$$-\mathrm{d}p = \lambda \frac{\mathrm{d}l}{d} \upsilon \frac{W^2}{2}.$$

Знак «–» перед $\mathrm{d}p$ в левой части последнего уравнения показывает на то, что по длине трубы по ходу движения газа давление снижается.

Из уравнения состояния идеального газа (1.14)

$$\upsilon = \frac{RT}{Mp},$$

тогда можем записать

$$-\mathrm{d}p = \lambda \frac{\mathrm{d}l}{d} \frac{RT}{Mp} \frac{W^2}{2}.$$

После разделения переменных получим

$$-p\mathrm{d}p = \frac{\lambda W^2 RT}{2dM} \mathrm{d}l.$$

Интегрируя последнее уравнение в пределах от p_1 до p_2 и от L_1 до L_2 при $T = \text{const}$, получим зависимость

$$\int_{p_1}^{p_2} -p\mathrm{d}p = \frac{\lambda W^2 RT}{2dM} \int_{L_1}^{L_2} \mathrm{d}l.$$

$$-\left(\frac{p_2^2}{2} - \frac{p_1^2}{2} \right) = \frac{\lambda W^2 RT}{2dM} (L_2 - L_1).$$

Учитывая, что $L_2 - L_1 = l$ – длина трубопровода, запишем последнее уравнение в следующем виде:

$$p_1^2 - p_2^2 = \lambda W^2 \frac{RT}{M}\frac{l}{d}. \tag{5.12}$$

Выразим из последнего уравнения величину массовой скорости:

$$W = \sqrt{\frac{\left(p_1^2 - p_2^2\right)d}{\lambda l}\frac{M}{RT}}. \tag{5.13}$$

Тогда в соответствии с уравнением (5.9) массовый расход транспортируемого через трубопровод газа будет равен

$$G = S\sqrt{\frac{\left(p_1^2 - p_2^2\right)d}{\lambda l}\frac{M}{RT}}. \tag{5.14}$$

Преобразуя уравнение (5.14), получим выражение для определения давления газа p_1 на входе в газопровод:

$$p_1 = \sqrt{\left(\frac{G}{S}\right)^2 \frac{\lambda l}{d}\frac{RT}{M} + p_2^2}. \tag{5.15}$$

ПРИМЕР 5.4



Под каким давлением p_1 должен поступать метан в трубопровод с внутренним диаметром $d = 80$ мм, чтобы можно было обеспечить подачу $G = 0{,}14$ кг/с газа на расстоянии $l = 12$ км. Абсолютное давление газа на выходе из трубопровода должно быть $p_2 = 1{,}4$ ат. Принять температуру газа постоянной: $t = 20$ °С. Молярная масса метана $M = 16$ кг/кмоль. Коэффициент трения принять $\lambda = 0{,}022$.

Решение

Давление на входе в трубопровод можно определить по формуле (5.15):

$$p_1 = \sqrt{\left(\frac{G}{S}\right)^2 \frac{\lambda l}{d}\frac{RT}{M} + p_2^2}.$$

Площадь поперечного сечения трубопровода

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot \left(80 \cdot 10^{-3}\right)^2}{4} = 5{,}024 \cdot 10^{-4}\ \text{м}^2.$$

Тогда давление на входе в газопровод будет равно

$$p_1 = \sqrt{\left(\frac{0{,}14}{5{,}024 \cdot 10^{-4}}\right)^2 \cdot \frac{0{,}022 \cdot 12 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8314 \cdot (20 + 273)}{16} + \left(1{,}4 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4\right)^2} =$$

$$= 6{,}395 \cdot 10^5\ \text{Па}.$$

Ответ: $p_1 = 6{,}395 \cdot 10^5$ Па.

5.1.4. Гидравлический удар

При проведении различных производственных процессов может возникнуть необходимость быстро перекрыть движущийся с большой скоростью (больше 2 м/с) поток жидкости в трубопроводе (аварийная ситуация, специфика технологического процесса и т. п.). При этом происходит резкое торможение движущейся жидкости, возникают значительные инерционные силы торможения. Это приводит к быстрому, ударному повышению давления в трубопроводе. Явление резкого повышения давления в трубе при быстром изменении скорости движения жидкости называется **гидравлическим ударом.** В некоторых случаях это может привести к повреждению насосов, трубопроводов и их соединений.

Чтобы разобраться в основных закономерностях этого явления, рассмотрим участок трубопровода, по которому из резервуара движется жидкость со средней скоростью w и плотностью ρ (рис. 5.11).

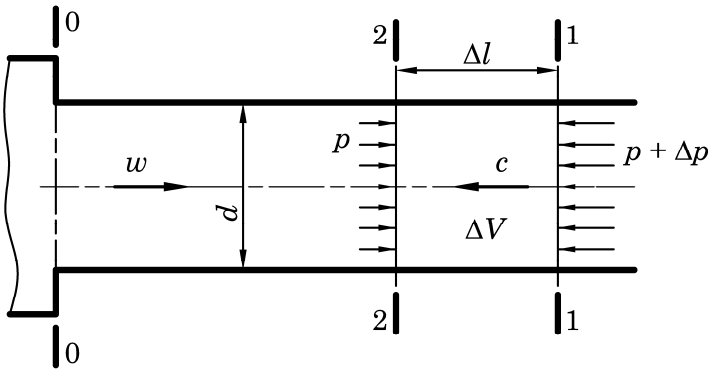


Рис. 5.11. Схема участка трубопровода для анализа гидравлического удара

Пусть в сечении 1–1 трубопровод резко перекрывается каким-либо запорным устройством в момент времени τ. Находящаяся слева от запорного устройства жидкость должна остановиться, и, согласно уравнению Бернулли, кинетическая энергия жидкости перейдет в потенциальную энергию давления. Поскольку жидкость сжимаема, вся масса жидкости, находящаяся слева от сечения 1–1, будет двигаться по инерции вправо, сжимая остановившуюся перед этим сечением жидкость. Если в какой-то момент времени $\tau + \Delta\tau$ сечением 2–2 ограничить объем жидкости, которая остановилась, то граница остановившейся жидкости будет перемещаться влево со скоростью c. Эту скорость называют **скоростью распространения ударной волны**.

Если давление вблизи запорного устройства до его закрытия было равно p, то после закрытия станет равным $p + \Delta p$. Для нахождения величины повышения давления Δp при гидравлическом ударе используют уравнение, полученное Н. Е. Жуковским:

$$\Delta p = \rho c w. \qquad (5.16)$$

Возникшее первоначально в месте перекрытия трубопровода запорным устройством повышение давления распространяется против течения жидкости по всему трубопроводу со скоростью c. Достигнув резервуара, где жидкость практически неподвижна (сечение 0–0), ударная волна отразится и будет двигаться в обратном направлении к сечению 1–1 и т. д. Т. е. находящаяся в трубопроводе

жидкость будут совершать колебательные движения, которые будут затухающими, что обусловлено гидравлическими сопротивлениями.

Скорость распространения ударной волны c, м/с, зависит от свойств перекачиваемой жидкости, материала, диаметра и толщины стенки трубы и может быть определена по уравнению

$$c = \sqrt{\frac{\frac{E}{\rho}}{1 + \frac{Ed}{E_{тв}\delta}}}, \qquad (5.17)$$

где E – модуль упругости жидкости (величина, обратная коэффициенту сжимаемости β_V), Па; ρ – плотность жидкости, кг/м^3; d – внутренний диаметр трубопровода, м; $E_{тв}$ – модуль упругости материала трубы, Па; δ – толщина стенки трубопровода, м.

При гидравлическом ударе повышение давления в трубопроводе достигает значительных величин и, как правило, рассчитывается по различным эмпирическим зависимостям. Например, для водопроводных труб из стали и чугуна, отношение повышения давления Δp, МПа, к скорости движения жидкости w, м/с, может быть определено по следующей формуле

$$\frac{\Delta p}{w} = 1{,}0–1{,}4. \qquad (5.18)$$

В реальных условиях в результате гидравлического удара давление в трубопроводе может достигать десятков атмосфер.

Для уменьшения негативных воздействий гидравлического удара рекомендуется медленно закрывать задвижки на трубопроводах (если, конечно, речь не идет об аварийных ситуациях) или устанавливать на трубопроводах (до задвижек) амортизирующие устройства (газовые полости – «колпаки» (рис. 5.12), специальные клапаны с гибкими мембранами и т. п.) либо изготавливать трубопровод с нежесткими участками – компенсаторами (рис. 5.13).

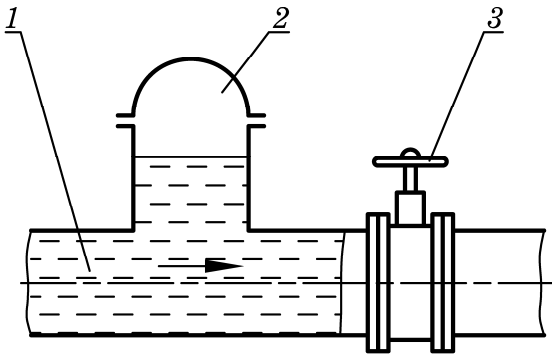


Рис. 5.12. Схема воздушного колпака:
1 – трубопровод; *2* – воздушный колпак
3 – задвижка

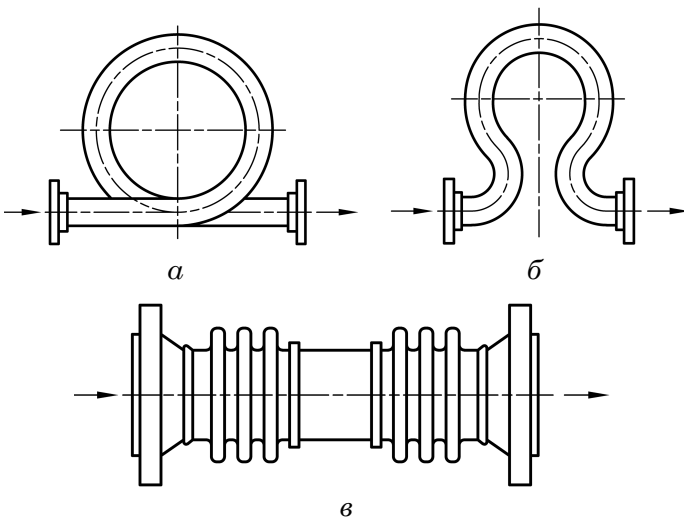


Рис. 5.13. Компенсаторы:
а – петлевой закрытый; *б* – петлевой открытый;
в – сильфонный фланцевый

ПРИМЕР 5.5

Определить величину повышения давления в стальном трубопроводе, если скорость воды в трубе до гидроудара была $w = 1$ м/с, внутренний диаметр трубопровода $d = 0{,}5$ м и толщина стенок $\delta = 5$ мм. Коэффициент объемного сжатия (коэффициент сжимаемости) для воды принять равным $\beta_V = 5{,}05 \cdot 10^{-10}$ Па$^{-1}$. Плотность воды $\rho = 998$ кг/м^3. Модуль упругости материала трубы принять равным $E_{\text{тв}} = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па.

Решение

Скорость распространения ударной волны определим по уравнению (5.17):

$$c = \sqrt{\frac{\frac{E}{\rho}}{1 + \frac{Ed}{E_{\text{тв}}\delta}}},$$

где E – модуль упругости жидкости, Па.

Величину E рассчитаем по уравнению (1.51):

$$E = \frac{1}{\beta_V} = \frac{1}{5{,}05 \cdot 10^{-10}} = 1{,}98 \cdot 10^9 \text{ Па}.$$

Скорость распространения ударной волны:

$$c = \sqrt{\frac{\frac{1{,}98 \cdot 10^9}{998}}{1 + \frac{1{,}98 \cdot 10^9 \cdot 0{,}5}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}}} = 1011 \text{ м/с}.$$

Величину повышения давления определим по уравнению (5.16):

$$\Delta p = \rho c w = 998 \cdot 1011 \cdot 1 = 1{,}01 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1{,}01 \text{ МПа}.$$

Ответ: $\Delta p = 1{,}01$ МПа.

5.2. НАСОСЫ

При движении по трубопроводам и аппаратам энергия перемещаемой жидкости необратимо теряется на преодоление различных гидравлических сопротивлений, рассеиваясь в форме теплоты в окружающую среду, а также обратимо переходит в другие формы энергии.

Самопроизвольное перемещение текучих сред по трубопроводам и аппаратам происходит лишь при наличии разности полных напоров (давлений) на его концах, необходимых для компенсации вышеуказанных потерь. Если эта разность напоров обусловлена более высоким уровнем жидкости в исходной емкости по сравнению с конечной емкостью, то такое перемещение жидкости именуется **самотеком**. Скорость движения жидкости при этом, как правило, невелика.

Для транспортирования жидкости с некоторого уровня на более высокий уровень обычно используют **принудительное течение** за счет создания дополнительного напора (давления) различными гидравлическими машинами. Гидравлические машины для перемещения жидких сред называют **насосами.**

5.2.1. Классификация насосов

Насосы по наличию или отсутствию рабочего органа, воздействующего на перемещаемую жидкость, можно разделить на **механические** и **немеханические**.

В механических насосах напор создается путем передачи механической энергии от движущихся рабочих органов (поршень, винт, колесо и т. д.) к жидкости.

К немеханическим насосам относят устройства без движущихся механических органов, обеспечивающих разность напоров жидкости или ее подъем на некоторую высоту другими способами.

Напор также может быть обеспечен путем увеличения давления газа на свободную поверхность жидкости в резервуаре, из которого откачивается жидкость. Такие устройства получили название **монтежю**.

По принципу действия насосы можно разделить на **динамические** и **объемные**.

В динамических насосах текучая среда двигается под воздействием различных сил на незамкнутый объем перемещаемой среды, который непрерывно сообщается со входом в машину и выходом из нее.

Динамические насосы по виду сил, действующих на жидкость, подразделяются на **лопастные** и **насосы трения**. В лопастных насосах энергия передается жидкости при воздействии лопастей вращающегося рабочего колеса на перемещаемую среду. В насосах трения помимо воздействия лопастей энергия к перемещаемой среде передается также вследствие сил трения.

В объемных насосах среда перемещается (вытесняется) при периодическом изменении замкнутого объема среды, который попеременно сообщается со входом в насос и выходом из него.

Механические насосы, в свою очередь, подразделяются по виду рабочего органа:

– на **поршневые**, в которых движущимся рабочим органом является поршень или плунжер, совершающий возвратно-поступательное движение в цилиндре;

– **ротационные**, которые можно разделить:

а) на **пластинчатые**, рабочим органом которых является ротор с подвижными пластинами;

б) **шестеренные**, у которых рабочим органом являются шестерни;

в) **винтовые**, в качестве рабочего органа которых служит винт;

– **шланговые**, в которых рабочим органом являются прижимы, перемещающиеся на внешней поверхности гибкого шланга;

– **лопастные**, которые разделяют:

а) на **центробежные** – рабочее колесо с лопатками при вращении обеспечивает выброс жидкости на периферию;

б) **пропеллерные (осевые)** – лопасти на вращающемся валу обеспечивают перемещение жидкости в осевом направлении;

в) **вихревые** – многократный выброс жидкости на периферию вращающимися лопатками рабочего колеса с возвратом в колесо.

Немеханические насосы можно разделить по принципу действия:

– на **газлифты** – создается и вытесняется вверх газожидкостная смесь с плотностью меньшей, чем у жидкости;

– **струйные** – в этих насосах перемещение текучей среды происходит за счет создания и использования кинетической энергии струи;

– **монтежю** – в них жидкость вытесняется под давлением газа на ее свободную поверхность.

5.2.2. Основные параметры работы насосов и насосных установок

К основным параметрам работы насоса относятся:

1) производительность;

2) вырабатываемый насосом напор (давление);

3) полезная мощность насоса;

4) коэффициент полезного действия (КПД) насоса.

Как правило, все насосы работают совместно с **трубопроводной сетью**, которая обычно включает в себя систему трубопроводов и трубопроводную арматуру, связывающие между собой расходную (исходную), приемную (конечную) емкости и насос (рис. 5.14). При этом жидкость перемещается из исходной в конечную емкость, благодаря энергии, передаваемой ей насосом[5].

Под **производительностью (подачей)** насоса $Q, \text{м}^3/\text{с}$, понимают средний объем жидкости, проходящий через насос в единицу времени.

Напор, создаваемый насосом, $H, \text{м}$ (метры столба перекачиваемой жидкости), является движущей силой процесса перемещения жидкости. Напор также можно представить как высоту, на которую может быть поднят 1 кг перекачиваемой жидкости за счет энергии, сообщаемой ей насосом.

Полезная мощность насоса $N_{\text{п}}$, Вт, – это мощность, передаваемая в насосе перемещаемой жидкости.

Величину полезной мощности определяют по формуле

$$N_{\text{п}} = \rho g H Q, \tag{5.19}$$

где ρ – плотность перекачиваемой жидкости, $\text{кг}/\text{м}^3$; $g = 9{,}81\ \text{м}/\text{с}^2$ – ускорение свободного падения; H – напор насоса, м; Q – производительность насоса, $\text{м}^3/\text{с}$.

Коэффициентом полезного действия (КПД) насоса $\eta_{\text{н}}$ называют отношение полезной мощности $N_{\text{п}}$ к мощности $N_{\text{н}}$, потребляемой насосом:

$$\eta_{\text{н}} = \frac{N_{\text{п}}}{N_{\text{н}}}. \tag{5.20}$$

КПД насоса характеризует эффективность (степень полноты) преобразования подводимой к насосу энергии в энергию давления жидкости.

Для большинства конструкций механических насосов $\eta_{\text{н}}$ можно определить как

$$\eta_{\text{н}} = \eta_V \eta_{\text{г}} \eta_{\text{м}}, \tag{5.21}$$

где η_V, $\eta_{\text{г}}$ и $\eta_{\text{м}}$ – объемный, гидравлический и механический КПД насоса соответственно.

[5] В качестве емкости может выступать любой резервуар, аппарат, установка и т. д.

Объемный КПД насоса (коэффициент подачи)

$$\eta_V = \frac{Q}{Q_т},$$

где $Q_т$ – теоретическая производительность насоса.

Коэффициент η_V учитывает потери производительности насоса $(Q < Q_т)$ за счет утечек жидкости через зазоры, клапаны, сальники и т. д.

Гидравлический КПД насоса $\eta_г$ учитывает потери напора $\Delta h_{нас}$ при движении жидкости через насос:

$$\eta_г = \frac{H}{H_т} = \frac{H_т - \Delta h_{нас}}{H_т} = 1 - \frac{\Delta h_{нас}}{H_т},$$

где $H_т$ – теоретический напор насоса.

Механический КПД насоса $\eta_м$ связан с потерями мощности на механическое трение в насосе (подшипниках, сальниках и др.). Значение $\eta_м$ зависит от производительности насоса, его конструкции, степени износа. Для разных насосов $\eta_м$ колеблется в значительных пределах. Например, для центробежных насосов $\eta_м \approx 0{,}5–0{,}7$, для поршневых насосов $\eta_м \approx 0{,}8–0{,}9$.

Насосная установка состоит из насоса и привода, который в свою очередь включает двигатель и нередко механическую передачу.

Важнейшими параметрами насосной установки, использующей механические насосы, являются:

– мощность, потребляемая двигателем;

– установочная мощность двигателя;

– КПД насосной установки.

Мощность, потребляемая двигателем (электродвигателем) $N_{дв}$, Вт, является мерой потребляемой насосной установкой энергии и определяется как

$$N_{дв} = \frac{N_п}{\eta} = \frac{\rho g H Q}{\eta}, \qquad (5.22)$$

где η – общий коэффициент полезного действия насосной установки.

Величину η определяют по уравнению

$$\eta = \eta_н \eta_п \eta_{дв}, \qquad (5.23)$$

где $\eta_п$, $\eta_{дв}$ – КПД передачи и двигателя соответственно.

Коэффициент полезного действия передачи $\eta_п$ учитывает потери мощности из-за механических потерь в передаче от двигателя (электродвигателя) к валу насоса. Величина $\eta_п \approx 0{,}95–0{,}99$. Если передача отсутствует[6], то принимают $\eta_п = 1$.

С учетом возможных перегрузок во время работы (особенно в момент запуска насосной установки) двигатель подбирается с некоторым запасом мощности. При этом установочная мощность двигателя $N_{уст}$, Вт, определяется по формуле

$$N_{уст} = \beta N_{дв}, \qquad (5.24)$$

где β – коэффициент запаса мощности.

[6] Например, при малой производительности центробежного насоса рабочее колесо может быть насажено непосредственно на вал ротора электродвигателя.

Значение коэффициента запаса мощности β зависит от потребляемой двигателем мощности $N_{дв}$, причем больший запас берется для насосов меньшей мощности:

если $N_{дв} < 1$ кВт, то $\beta = 1{,}5–2$;

если $1 < N_{дв} < 5$ кВт, то $\beta = 1{,}2–1{,}5$;

если $5 < N_{дв} < 50$ кВт, то $\beta = 1{,}1–1{,}2$;

если $N_{дв} > 50$ кВт, то $\beta = 1{,}1$.

Установочная мощность является одним из важнейших показателей, с учетом которых производится подбор двигателя насосной установки.

5.2.2.1. Определение напора насоса

Рассмотрим схему насосной установки, представленной на рис. 5.14.

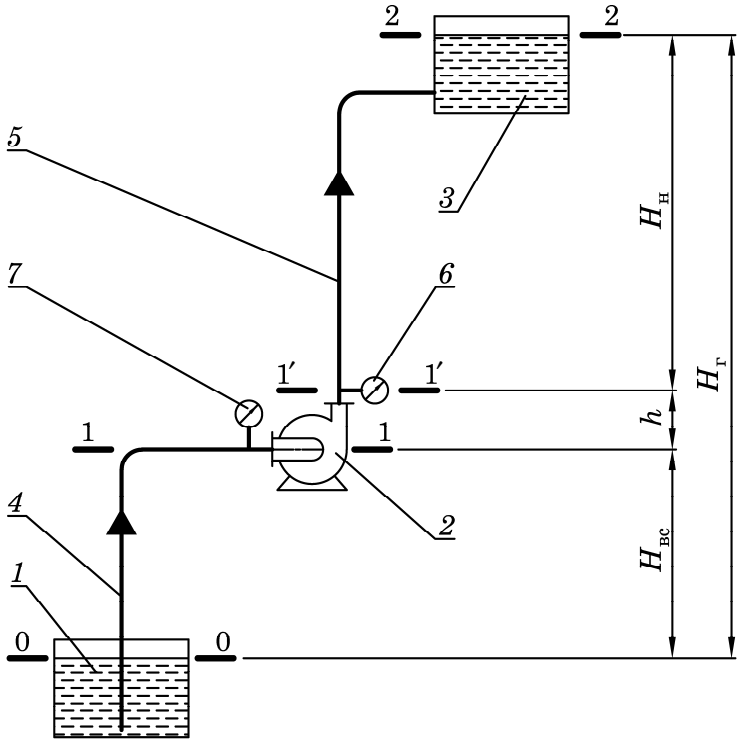


Рис. 5.14. Типовая схема насосной установки:
1 – расходная (исходная) емкость; *2* – механический насос;
3 – приемная (конечная) емкость; *4* – всасывающий трубопровод;
5 – нагнетательный трубопровод; *6* – манометр; *7* – вакуумметр

Жидкость из расходной емкости *1* по всасывающему трубопроводу *4* поступает в насос *2,* где ей передается энергия от рабочего органа насоса. Давление жидкости при этом увеличивается, и она подается по нагнетательному трубопроводу *5* в приемную емкость *3*. Для измерения давления до и после насоса устанавливаются вакуумметр *7* на линии всасывания и манометр *6* на линии нагнетания[7].

Введем следующие обозначения: p_0 – абсолютное давление газа над жидкостью в расходной емкости; p_2 – абсолютное давление газа над жидкостью в приемной емкости; $p_{вс}$ – абсолютное давление жидкости во всасывающем патрубке

[7] Если давление во всасывающем трубопроводе больше атмосферного, то вместо вакуумметра на линии всасывания устанавливают манометр.

насоса; $p_{н}$ – абсолютное давление жидкости в нагнетательном патрубке насоса; $H_{вс}$ – разность уровней расположения всасывающего патрубка насоса и жидкости в расходной емкости (геометрическая высота всасывания); $H_{н}$ – разность между уровнем жидкости в приемной емкости и уровнем расположения нагнетательного патрубка насоса (геометрическая высота нагнетания); $H_{г}$ – разность уровней жидкости в приемной и расходной емкостях (геометрическая высота подъема жидкости); h – расстояние по вертикали между уровнями точек подсоединения манометра и вакуумметра; ρ – плотность перекачиваемой жидкости; g – ускорение свободного падения.

Для определения напора насоса воспользуемся уравнением Бернулли для реальной жидкости (3.71).

Примем за плоскость сравнения уровень жидкости в расходной емкости (сечение 0–0). Сечение 1–1 проходит через ось всасывающего патрубка насоса, а сечение $1'-1'$ – через точку подсоединения манометра. Сечение 2–2 совпадает с уровнем жидкости в приемной емкости.

Тогда уравнение Бернулли для сечений 0–0 и 1–1 примет вид

$$\frac{p_0}{\rho g}+\frac{w_0^2}{2g}=H_{вс}+\frac{p_{вс}}{\rho g}+\frac{w_{вс}^2}{2g}+\Delta h_{вс}. \qquad (5.25)$$

Для сечений $1'-1'$ и 2–2 уравнение Бернулли запишется как

$$H_{вс}+h+\frac{p_{н}}{\rho g}+\frac{w_{н}^2}{2g}=H_{вс}+h+H_{н}+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{w_2^2}{2g}+\Delta h_{н}. \qquad (5.26)$$

В уравнениях (5.25) и (5.26): w_0 и w_2 – скорости жидкости в расходной и приемной емкостях (в сечениях 0–0 и 2–2 соответственно); $w_{вс}$ и $w_{н}$ – скорости жидкости во всасывающем и нагнетательном трубопроводах соответственно; $\Delta h_{вс}$ и $\Delta h_{н}$ – потери напора на трение и на местных сопротивлениях во всасывающем и нагнетательном трубопроводах соответственно.

Скорость жидкости w_0 пренебрежимо мала по сравнению со скоростью во всасывающем трубопроводе $(w_0 << w_{вс})$, поскольку поперечное сечение всасывающего трубопровода в большинстве случаев намного меньше поперечного сечения исходной емкости. Поэтому можно принять $w_0 = 0$. Тогда из уравнения (5.25) можно получить напор жидкости на входе в насос $H_{вх}$:

$$H_{вх}=H_{вс}+\frac{p_{вс}}{\rho g}+\frac{w_{вс}^2}{2g}=\frac{p_0}{\rho g}-\Delta h_{вс}. \qquad (5.27)$$

Проводя аналогичные рассуждения, получаем, что $w_2 << w_{н}$, поэтому величиной w_2 в уравнении (5.26) также можно пренебречь $(w_2 = 0)$.

Суммарная высота подъема жидкости из исходной емкости в приемную представляет собой геометрическую высоту подъема жидкости:

$$H_{г}=H_{вс}+h+H_{н}. \qquad (5.28)$$

Тогда из уравнения (5.26) можно определить напор жидкости на выходе из насоса $H_{вых}$:

$$H_{вых}=H_{вс}+h+\frac{p_{н}}{\rho g}+\frac{w_{н}^2}{2g}=H_{г}+\frac{p_2}{\rho g}+\Delta h_{н}. \qquad (5.29)$$

Напор насоса H можно получить как разность напоров на выходе из насоса и на входе в него:

$$H = H_{\text{вых}} - H_{\text{вх}}. \tag{5.30}$$

Тогда, используя левые части уравнений (5.29) и (5.27), преобразуем уравнение (5.30):

$$H = \left(H_{\text{вс}} + h + \frac{p_{\text{н}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{н}}^2}{2g} \right) - \left(H_{\text{вс}} + \frac{p_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{вс}}^2}{2g} \right). \tag{5.31}$$

После раскрытия скобок и сокращений получим

$$H = h + \frac{p_{\text{н}} - p_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{н}}^2 - w_{\text{вс}}^2}{2g}. \tag{5.32}$$

Если нагнетательный и всасывающий трубопроводы имеют одинаковые диаметры (или они отличаются незначительно), то $w_{\text{н}} \approx w_{\text{вс}}$ и уравнение (5.32) упрощается:

$$H = h + \frac{p_{\text{н}} - p_{\text{вс}}}{\rho g}. \tag{5.33}$$

Для определения напора действующего насоса по уравнениям (5.32) и (5.33) используют показания манометра и вакуумметра, установленных на нагнетательном и всасывающем трубопроводах соответственно. Тогда абсолютные давления $p_{\text{н}}$ и $p_{\text{вс}}$ через показания манометра $p_{\text{м}}$ и вакуумметра $p_{\text{в}}$ составят:

$$p_{\text{н}} = p_{\text{м}} + p_{\text{бар}}; \tag{5.34}$$

$$p_{\text{вс}} = p_{\text{бар}} - p_{\text{в}}, \tag{5.35}$$

где $p_{\text{бар}}$ – барометрическое (атмосферное) давление.

Подставив эти выражения в уравнение (5.32) и сократив $p_{\text{бар}}$, получим

$$H = h + \frac{p_{\text{м}} + p_{\text{в}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{н}}^2 - w_{\text{вс}}^2}{2g}. \tag{5.36}$$

Таким образом, напор действующего насоса может быть определен через показания манометра и вакуумметра и расстояния по вертикали между уровнями точек подсоединения этих приборов.

Если использовать правые части уравнений (5.29) и (5.27), то уравнение (5.30) запишется в виде

$$H = \left(H_{\text{г}} + \frac{p_2}{\rho g} + \Delta h_{\text{н}} \right) - \left(\frac{p_0}{\rho g} - \Delta h_{\text{вс}} \right). \tag{5.37}$$

После соответствующих преобразований получим следующее уравнение для расчета напора насоса:

$$H = H_{\text{г}} + \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + \Delta h, \tag{5.38}$$

где $\Delta h = \Delta h_{\text{н}} + \Delta h_{\text{вс}}$ – суммарное гидравлическое сопротивление всасывающего и нагнетательного трубопроводов.

Уравнение (5.38) содержит величины, характеризующие параметры трубопроводной сети, поэтому его используют для подбора насоса при его работе на конкретную трубопроводную сеть.

Согласно уравнению (5.38), напор насоса затрачивается на перемещение жидкости на геометрическую высоту ее подъема $H_г$, преодоление разности давлений в приемной и расходной емкостях $\left(\frac{p_2 - p_0}{\rho g}\right)$ и суммарного гидравлического сопротивления Δh во всасывающем и нагнетательном трубопроводах.

Если давления в приемной и расходной емкостях одинаковы $(p_2 = p_0)$, то уравнение (5.38) примет вид

$$H = H_г + \Delta h. \tag{5.39}$$

При перекачивании жидкости по горизонтальному трубопроводу $(H_г = 0)$ уравнение (5.38) запишется как

$$H = \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + \Delta h. \tag{5.40}$$

В случае равенства давлений в приемной и расходной емкостях $(p_2 = p_0)$ для горизонтального трубопровода $(H_г = 0)$ напор насоса определится как

$$H = \Delta h. \tag{5.41}$$

5.2.2.2. Высота всасывания

Важным показателем работоспособности насосов, особенно в тех случаях, когда уровень жидкости в расходной емкости находится ниже уровня входа жидкости в насос, является теоретическая (допустимая) высота всасывания $H_{вс}^{доп}$ (рис. 5.15).

Всасывание жидкости насосом происходит под действием разности давлений в расходной емкости p_0 и на входе в насос $p_{вс}$ или под действием разности соответствующих напоров $\frac{p_0}{\rho g} - \frac{p_{вс}}{\rho g}$. Допустимая высота всасывания может быть определена из уравнения (5.25):

$$H_{вс}^{доп} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(\frac{p_{вс}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2 - w_0^2}{2g} + \Delta h_{вс}\right). \tag{5.42}$$

Принимая во внимание, что скорость $w_0 \approx 0$, получим

$$H_{вс}^{доп} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(\frac{p_{вс}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2}{2g} + \Delta h_{вс}\right). \tag{5.43}$$

Уравнение (5.43) показывает, что допустимая высота всасывания насоса увеличивается с возрастанием давления p_0 в расходной емкости и уменьшается с увеличением давления $p_{вс}$, скорости жидкости $w_{вс}$ и потерь напора $\Delta h_{вс}$ во всасывающем трубопроводе.

Давление на входе в насос $p_{вс}$ должно быть больше давления насыщенного пара $p_{нас}$ перекачиваемой жидкости при ее температуре $(p_{вс} > p_{нас})$, так как в противном случае жидкость в насосе начнет кипеть. При этом в результате интенсивного образования пузырьков пара в жидкости и выделения растворенных в ней газов возможен разрыв потока жидкости и уменьшение высоты всасывания до нуля.

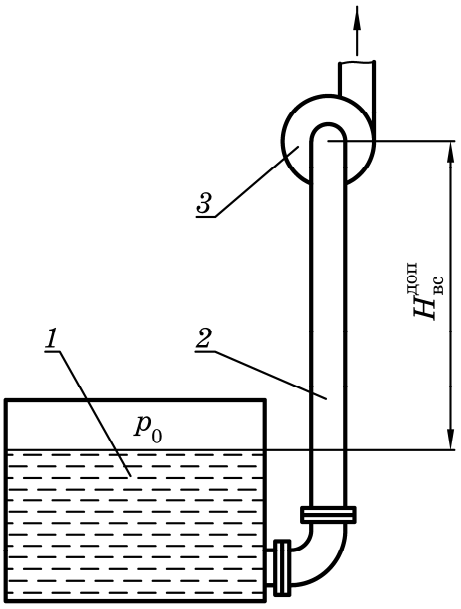


Рис. 5.15. Расчетная схема для определения высоты всасывания насоса:
1 – расходная емкость;
2 – всасывающий трубопровод;
3 – насос

Поэтому допустимая высота всасывания может быть определена по зависимости

$$H_{вс}^{доп} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(\frac{p_{нас}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2}{2g} + \Delta h_{вс} \right). \qquad (5.44)$$

Если жидкость перекачивается из открытой емкости, то давление p_0 равно барометрическому (атмосферному) $p_{бар}$. Тогда зависимость (5.44) примет вид

$$H_{вс}^{доп} = \frac{p_{бар}}{\rho g} - \left(\frac{p_{нас}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2}{2g} + \Delta h_{вс} \right). \qquad (5.45)$$

Из уравнения (5.45) следует, что допустимая высота всасывания из открытой емкости зависит от барометрического давления $p_{бар}$, скорости движения жидкости во всасывающем трубопроводе $w_{вс}$, ее плотности ρ, температуры (и соответственно, давления ее насыщенных паров $p_{нас}$), гидравлического сопротивления всасывающего трубопровода $\Delta h_{вс}$.

При перекачивании из открытых резервуаров допустимая высота всасывания не может быть больше высоты столба перекачиваемой жидкости, соответствующего барометрическому давлению, которое зависит от высоты места установки насоса над уровнем моря. Так, например, при перемещении воды при $20°$ С и нормальном барометрическом давлении $(760$ мм рт. ст.$)$ допустимая высота всасывания даже теоретически не может быть более 10 м.

Давление насыщенного пара жидкости увеличивается с повышением температуры и становится равным внешнему (барометрическому) давлению при температуре кипения. Следовательно, при увеличении температуры перекачиваемой жидкости допустимая высота всасывания насоса уменьшается. Как следует из уравнения (5.45), допустимая высота всасывания для жидкостей, имеющих температуру, близкую к температуре кипения при условиях всасывания, может оказаться равной нулю ($H_{вс} = 0$ при $\frac{p_{бар}}{\rho g} = \left(\frac{p_{нас}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2}{2g} + \Delta h_{вс} \right)$). Поэтому при перекачивании горячих жидкостей насос устанавливают ниже уровня исходной емкости, чтобы обеспечить некоторый подпор жидкости со стороны всасывания, или создают избыточное давление в исходной емкости $\left(p_0 > p_{бар}\right)$. Таким же образом поступают при перекачивании высоковязких жидкостей, когда величина $\Delta h_{вс}$ принимает большие значения.

На снижение допустимой высоты всасывания насосов также влияет явление **кавитации**[8], которое заключается в следующем. Пузырьки пара, образовавшиеся

[8] **Кавитация** (от лат. *cavita* – пустота) – процесс образования и последующего схлопывания пузырьков в потоке жидкости, сопровождающийся шумом и гидравлическими ударами, образование в жидкости полостей (кавитационных пузырьков или пустот), которые могут содержать разреженный пар.

при кипении жидкости в местах наименьшего давления (например, на входе в насос), быстро перемещаются в зону повышенного давления в насосе, где происходит их практически мгновенная конденсация. При этом объем образовавшегося конденсата во много раз меньше объема пузырьков пара. Следовательно, в зоне конденсации создаются локальные области с низким давлением. В освобождающиеся при этом полости (пустоты) со всех сторон устремляется жидкость, вызывая гидравлические микроудары. Работа насоса в таком режиме сопровождается шумом, сотрясением всей машины. За небольшой период работы в таком режиме образуются раковины на элементах рабочих органов насоса и в итоге они разрушаются. При работе в режиме кавитации существенно снижается производительность насоса и его гидравлический КПД, а сам насос быстро выходит из строя.

Более подробно влияние явления кавитации на параметры работы насосов будет рассмотрено при изучении конкретных типов насосов.

Очевидно, что насос сможет всасывать жидкость из расходной емкости, если $H_{вс} < H_{вс}^{доп}$. В противном случае жидкость не сможет поступать из емкости в насос и потребуется понизить уровень установки насоса либо увеличить давление в расходной емкости.

ПРИМЕР 5.6

Насос перекачивает $Q = 108\ м^3/ч$ воды по трубопроводу, создавая при этом напор $H = 42$ м. Определить КПД насоса, если потребляемая им мощность $N_н = 16$ кВт. Плотность воды $\rho = 992\ кг/м^3$.

Решение

Определяем полезную мощность насоса по формуле (5.19):

$$N_п = \rho g H Q = 992 \cdot 9{,}81 \cdot 42 \cdot \frac{108}{3600} = 12\,262\ Вт.$$

Тогда КПД насоса согласно формуле (5.20) будет равен

$$\eta_н = \frac{N_п}{N_н} = \frac{12\,262}{16\,000} = 0{,}766.$$

Ответ: $\eta_н = 0{,}766$.

ПРИМЕР 5.7

Насос перекачивает $Q = 6\ м^3/мин$ воды. Манометр на нагнетательном трубопроводе показывает давление $p_м = 0{,}38$ МПа, вакуумметр на всасывающем трубопроводе показывает разрежение $p_в = 28$ кПа. Расстояние по вертикали между точками присоединения манометра и вакуумметра $h = 450$ мм. Диаметр всасывающего трубопровода $d_{вс} = 350$ мм, нагнетательного $d_н = 250$ мм. Определить напор, развиваемый насосом. Барометрическое давление $p_{бар} = 1{,}0 \cdot 10^5$ Па. Плотность воды $\rho = 998\ кг/м^3$.

Решение

Напор действующего насоса можно определить по формуле (5.32):

$$H = h + \frac{p_{\text{н}} - p_{\text{вс}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{н}}^2 - w_{\text{вс}}^2}{2g}.$$

Абсолютное давление в нагнетательном трубопроводе рассчитаем по формуле (5.34):

$$p_{\text{н}} = p_{\text{м}} + p_{\text{бар}} = 0{,}38 \cdot 10^6 + 1{,}0 \cdot 10^5 = 480\,000 \text{ Па}.$$

Абсолютное давление во всасывающем трубопроводе определится согласно формуле (5.35):

$$p_{\text{вс}} = p_{\text{бар}} - p_{\text{в}} = 1{,}0 \cdot 10^5 - 28 \cdot 10^3 = 72\,000 \text{ Па}.$$

Скорость воды во всасывающем трубопроводе рассчитаем по формуле (3.1):

$$w_{\text{вс}} = \frac{Q}{0{,}785 d_{\text{вс}}^2} = \frac{6{,}0}{60 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}35^2} = 1{,}04 \text{ м/с}.$$

Аналогично находим скорость воды в нагнетательном трубопроводе:

$$w_{\text{н}} = \frac{Q}{0{,}785 d_{\text{н}}^2} = \frac{6{,}0}{60 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}25^2} = 2{,}04 \text{ м/с}.$$

Напор, развиваемый насосом:

$$H = 0{,}45 + \frac{480\,000 - 72\,000}{998 \cdot 9{,}81} + \frac{2{,}04^2 - 1{,}04^2}{2 \cdot 9{,}81} = 42{,}3 \text{ м вод. ст.}$$

Ответ: $H = 42{,}3$ м вод. ст.

ПРИМЕР 5.8



Определить полный напор насоса для перекачивания воды из открытого резервуара в аппарат, работающий под избыточным давлением $p_{\text{изб}} = 1{,}2$ ат. Уровень жидкости в аппарате выше, чем в резервуаре на $H_{\text{г}} = 9{,}5$ м. Потери напора на всасывающем трубопроводе $\Delta h_{\text{вс}} = 0{,}9$ м вод. ст., на нагнетательном $\Delta h_{\text{н}} = 4{,}5$ м вод. ст. Барометрическое давление $p_{\text{бар}} = 720$ мм рт. ст. Плотность воды $\rho = 992 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Решение

Требуемый напор насоса можно определить по формуле (5.38):

$$H = H_{\text{г}} + \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + \Delta h.$$

Абсолютное давление в открытом резервуаре:

$$p_0 = p_{\text{бар}} = 720 \cdot 133{,}3 = 95\,976 \text{ Па}.$$

Абсолютное давление в аппарате определится согласно формуле (5.34):

$$p_2 = p_{\text{м}} + p_{\text{бар}} = p_{\text{изб}} + p_{\text{бар}} = 1{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 10^4 + 95\,976 = 213\,696 \text{ Па}.$$

Суммарные потери напора во всасывающем и нагнетательном трубопроводах составят

$$\Delta h = \Delta h_{\text{н}} + \Delta h_{\text{вс}} = 4,5 + 0,9 = 5,4 \text{ м вод. ст.}$$

Тогда требуемый напор насоса будет равен:

$$H = 9,5 + \frac{213\,696 - 95\,976}{992 \cdot 9,81} + 5,4 = 27 \text{ м вод. ст.}$$

Ответ: $H = 27$ м вод. ст.

ПРИМЕР 5.9

В условиях примера 5.8 определить установочную мощность двигателя насосной установки, если насос предназначен для перекачивания $Q = 180\,\text{м}^3/\text{ч}$ воды. Значения коэффициентов полезного действия: насоса $\eta_{\text{н}} = 0,75$, передачи $\eta_{\text{п}} = 0,96$, двигателя $\eta_{\text{дв}} = 0,88$.

Решение

Определяем полезную мощность насоса по формуле (5.19):

$$N_{\text{п}} = \rho g H Q = 992 \cdot 9,81 \cdot 27 \cdot \frac{180}{3600} = 13\,140 \text{ Вт.}$$

Общий коэффициент полезного действия насосной установки рассчитываем по формуле (5.23):

$$\eta = \eta_{\text{н}} \eta_{\text{п}} \eta_{\text{дв}} = 0,75 \cdot 0,96 \cdot 0,88 = 0,634.$$

Мощность, потребляемую двигателем насоса, определяем по формуле (5.22):

$$N_{\text{дв}} = \frac{N_{\text{п}}}{\eta} = \frac{13\,140}{0,634} = 20\,732 \text{ Вт.}$$

Установочную мощность двигателя насоса рассчитываем по формуле (5.24):

$$N_{\text{уст}} = \beta N_{\text{дв}},$$

где β – коэффициент запаса мощности.

Значение коэффициента β зависит от величины $N_{\text{дв}}$. Так как $5 < N_{\text{дв}} < 50$ кВт, принимаем $\beta = 1,15$.

$$N_{\text{уст}} = 1,15 \cdot 20\,732 = 23\,842 \text{ Вт} = 23,842 \text{ кВт.}$$

Ответ: $N_{\text{уст}} = 23,842$ кВт.

ПРИМЕР 5.10

Определить допустимую высоту всасывания насоса для условий примера 5.8 и 5.9, если температура перекачиваемой воды 40 °С. Как изменится допустимая высота всасывания, если температура воды будет 80 °С. Расчеты

проводить без кавитационной поправки. Внутренний диаметр всасывающего трубопровода $d_{вс} = 0{,}350$ м. Давление насыщенных паров воды: при 40 °С $p_{нас} = 7374$ Па; при 80 °С $p_{нас} = 47\,335$ Па. Плотность воды: при 40 °С $\rho = 992$ кг/м^3; при 80 °С $\rho = 972$ кг/м^3.

Решение

Так как жидкость перекачивается из открытого резервуара, то допустимую высоту всасывания можно определить по формуле (5.45):

$$H_{вс}^{доп} = \frac{p_{бар}}{\rho g} - \left(\frac{p_{нас}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2}{2g} + \Delta h_{вс} \right).$$

Согласно задачам 5.8 и 5.9: барометрическое давление $p_{бар} = 720$ мм рт. ст. = $= 95\,976$ Па; потери напора на всасывающем трубопроводе $\Delta h_{вс} = 0{,}9$ м вод. ст.; расход воды $Q = 180\,м^3/ч = 0{,}05\,м^3/с$.

Скорость воды во всасывающем трубопроводе согласно формуле (3.1) равна

$$w_{вс} = \frac{Q}{0{,}785 d_{вс}^2} = \frac{0{,}05}{0{,}785 \cdot 0{,}35^2} = 0{,}52 \text{ м/с}.$$

Тогда допустимая высота всасывания при 40 °С составит

$$H_{вс}^{доп} = \frac{95\,976}{992 \cdot 9{,}81} - \left(\frac{7374}{992 \cdot 9{,}81} + \frac{0{,}52^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}9 \right) = 8{,}19 \text{ м}.$$

А при 80 °С будет равна:

$$H_{вс}^{доп} = \frac{95\,976}{972 \cdot 9{,}81} - \left(\frac{47\,335}{972 \cdot 9{,}81} + \frac{0{,}52^2}{2 \cdot 9{,}81} + 0{,}9 \right) = 4{,}19 \text{ м}.$$

Ответ: при 40 °С $H_{вс}^{доп} = 8{,}19$ м; при 80 °С $H_{вс}^{доп} = 4{,}19$ м.

5.2.3. Центробежные насосы

Центробежные насосы наиболее широко используются в химической промышленности. Они относятся к механическим насосам динамического действия.

Схема центробежного насоса представлена на рис. 5.16. Рабочим органом центробежного насоса является закрепленное на валу *6* свободно вращающееся внутри улиткообразного корпуса *1* рабочее колесо *2*. Колесо имеет внутренний объем, ограниченный двумя дисками *4* и *5*. Между дисками колеса, соединяя их в единую конструкцию, находятся лопатки *3*, плавно изогнутые в сторону, противоположную направлению вращения колеса. Внутренние поверхности дисков и поверхности лопаток образуют криволинейные каналы. Диск *4* имеет отверстие в центре для входа перекачиваемой жидкости внутрь рабочего колеса, а диск *5* – сплошной. Подача жидкости в насос осуществляется через всасывающий патрубок *8*, соединенный с центральной частью корпуса насоса. Нагнетательный патрубок *9*, расположенный тангенциально по отношению к рабочему колесу, служит для отвода жидкости из насоса.

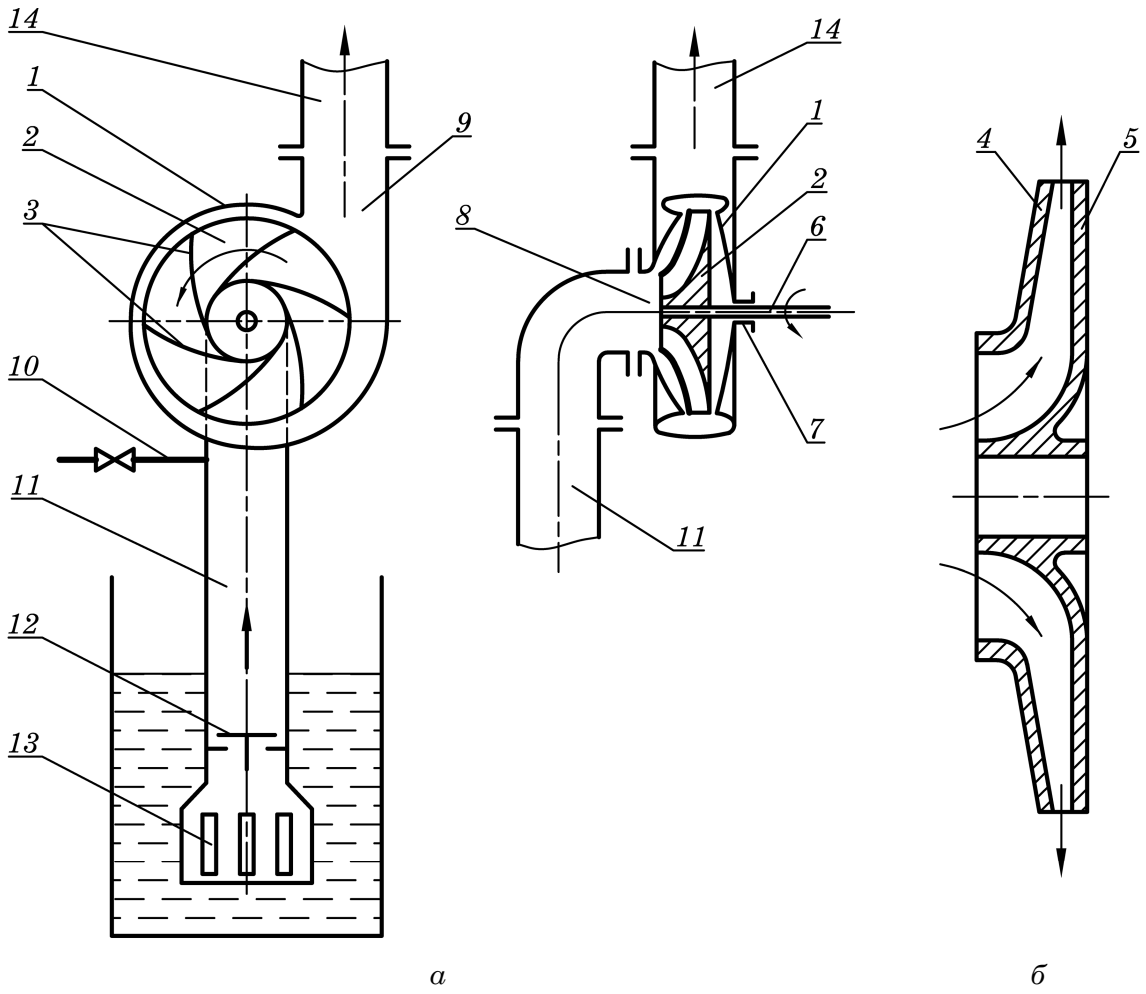


Рис. 5.16. Центробежный насос:
а – схема насоса; *б* – схема рабочего колеса;
1 – корпус; *2* – рабочее колесо; *3* – лопатки; *4*, *5* – диски; *6* – вал; *7* – сальник;
8 – всасывающий патрубок; *9* – нагнетательный патрубок; *10* – линия для залива насоса жидкостью перед пуском; *11* – всасывающий трубопровод;
12 – обратный клапан; *13* – фильтр; *14* – нагнетательный трубопровод

При вращении рабочего колеса жидкость, находящаяся внутри криволинейных каналов под воздействием лопаток, также совершает вращательное движение вместе с колесом, и на нее начинает действовать центробежная сила.

Под действием этой силы жидкость отбрасывается от входного отверстия к периферии лопаток и с большой скоростью поступает в спиралевидную камеру между рабочим колесом и корпусом насоса. При этом в центре насоса образуется разрежение, и жидкость по всасывающему трубопроводу *11* поступает внутрь центробежного насоса.

Поскольку проходное сечение спиралевидной камеры увеличивается по направлению к выходу из насоса, то в ней уменьшается скорость движения жидкости и, согласно уравнению Бернулли (3.69), уменьшается динамический напор, а также на соответствующую величину возрастает пьезометрический напор, т. е. давление жидкости повышается. Далее жидкость поступает в нагнетательный трубопровод *14*.

Всасывание жидкости в насос и нагнетание в сеть происходит равномерно и непрерывно.

Необходимо отметить, что для обеспечения неразрывности потока жидкости во всасывающем трубопроводе перед пуском насос необходимо залить жидкостью с помощью линии *10*. Для того чтобы жидкость при этом не выливалась из насоса, на всасывающем трубопроводе устанавливают обратный клапан *12*. Во избежание утечек жидкости через зазор между валом *6* и корпусом *1*, установлен сальник *7*.

Центробежные насосы классифицируются по конструктивным признакам, создаваемому напору и частоте вращения рабочего колеса. По создаваемому напору насосы делятся:

– на **насосы низкого давления**, создающие напор 20–25 м столба перекачиваемой жидкости;

– **насосы среднего давления** с напором 25–60 м;

– **насосы высокого давления**, способные создавать напор свыше 60 м.

По расположению вала рабочего колеса центробежные насосы бывают **вертикальные** и **горизонтальные**.

В зависимости от частоты вращения рабочего колеса насосы делятся на **тихоходные** и **быстроходные**.

По числу рабочих колес насосы бывают **одноступенчатыми** и **многоступенчатыми** (рис. 5.17).

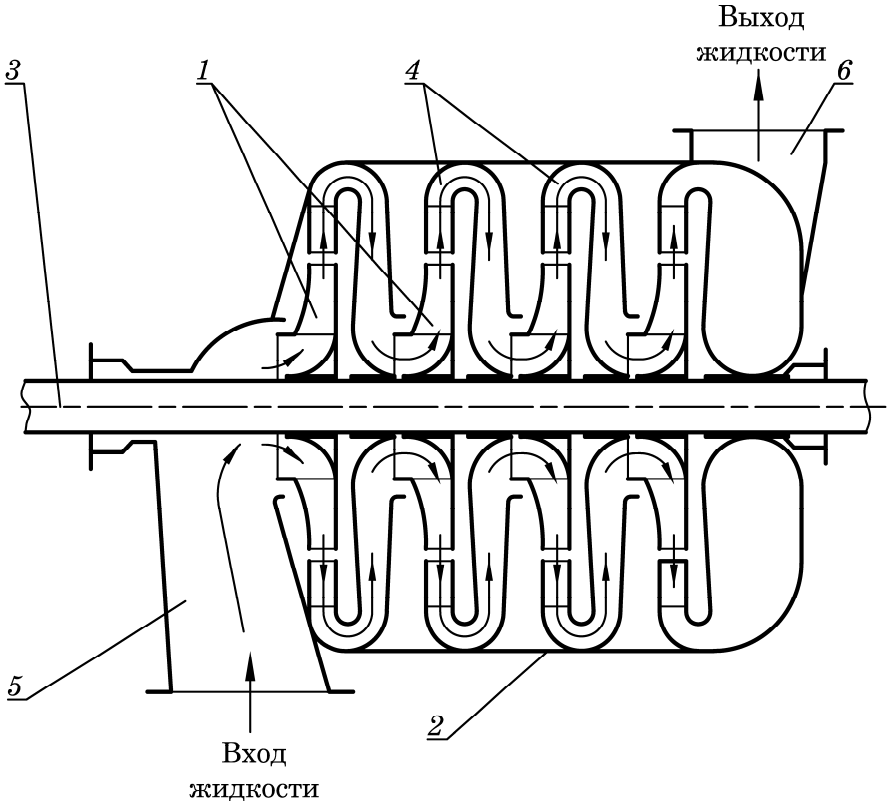


Рис. 5.17. Схема многоступенчатого центробежного насоса:
1 – рабочие колеса; *2* – корпус; *3* – вал; *4* – отводные каналы;
5 – всасывающий патрубок; *6* – нагнетательный патрубок

В одноступенчатых центробежных насосах напор ограничен и, как правило, не превышает 50 м. Многоступенчатые центробежные насосы применяют для создания более высоких напоров. В таком насосе несколько рабочих колес *1* в общем

корпусе *2* расположены последовательно на одном валу *3*. Жидкость, выходящая из первого колеса, поступает по специальному отводному каналу *4* в корпусе насоса во второе колесо и т. д. Развиваемый таким насосом напор равен сумме напоров, создаваемых в каждом из рабочих колес, при последовательном прохождении жидкости через них. Многоступенчатые насосы относятся к группе насосов среднего и высокого давления.

К достоинствам центробежных насосов следует отнести непрерывную и равномерную подачу жидкости, безынерционность (как следствие этого – отсутствие необходимости выполнения тяжелых фундаментов). Вал рабочего колеса может быть непосредственно соединен с электродвигателем. В центробежных насосах не используются клапаны, что дает возможность перекачки загрязненных жидкостей и суспензий. У этих насосов низкая металлоемкость, они компактны.

К недостаткам центробежных наосов следует отнести понижение напора с увеличением производительности, а также низкий коэффициент полезного действия при малой производительности (ниже $0{,}25–0{,}30$ м^3/с).

5.2.3.1. Основное уравнение центробежных машин Эйлера

Основы теоретического расчета центробежных гидравлических машин были заложены Леонардом Эйлером.

Рассмотрим вращающееся рабочее колесо центробежного насоса, в каналах между лопатками которого движется жидкость. При этом жидкость, двигаясь вдоль лопаток, одновременно совершает вращательное движение вместе с рабочим колесом.

Для нахождения полного напора, развиваемого рабочим колесом, рассмотрим сначала движение в нем идеальной капельной жидкости. Допустим, что колесо неподвижно, а жидкость движется по каналам между лопатками с той же относительной скоростью, что и во вращающемся колесе.

При работе насоса жидкость движется вдоль лопатки с относительной скоростью w, перемещаясь одновременно вместе с рабочим колесом по касательной к окружности (нормально к радиусу) с окружной (переносной) скоростью u. Абсолютная скорость жидкости c равна геометрической сумме относительной w и окружной u скоростей.

Обозначим (рис. 5.18): w_1 и w_2 – относительные скорости жидкости на входе на лопатку и на выходе с нее соответственно; r_1 и r_2 – внутренний и внешний радиусы колеса соответственно; u_1 и u_2 – окружные скорости на радиусах r_1 и r_2 соответственно; c_1 и c_2 – абсолютные скорости жидкости на входе на лопатку рабочего колеса и выходе с нее соответственно.

Принимая за плоскость сравнения плоскость рабочего колеса (колесо расположено горизонтально, следовательно, $z_1 = z_2$), запишем уравнение Бернулли для жидкости при прохождении ее вдоль лопаток условно неподвижного колеса под действием центробежных сил:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}. \qquad (5.46)$$

При вращении колеса жидкость на выходе приобретает дополнительную энергию A, равную работе центробежной силы на перемещение жидкости на расстояние $r_2 - r_1$.

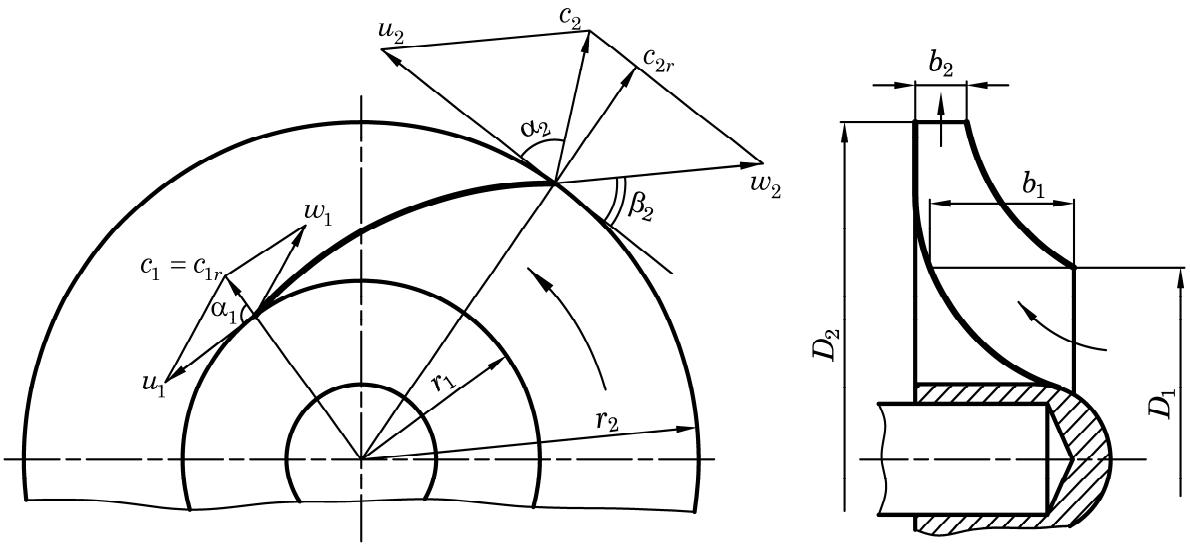


Рис. 5.18. К выводу основного уравнения центробежных машин

Тогда уравнение (5.46) с учетом вышесказанного примет вид

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{w_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{w_2^2}{2g}-A. \tag{5.47}$$

Выделим в движущейся вдоль лопаток жидкости относительно малый объем массой m. Если рабочее колесо вращается с угловой скоростью ω, то центробежная сила $F_{\text{ц}}$, действующая на выделенный объем жидкости массой m, равна

$$F_{\text{ц}}=m\omega^2 r=\frac{G}{g}\omega^2 r, \tag{5.48}$$

где G – сила тяжести, действующая на выделенный объем жидкости; r – текущий радиус вращения выделенного объема жидкости.

Работа $A_{F_{\text{ц}}}$, совершаемая центробежной силой при перемещении этого же объема жидкости на расстояние r_2-r_1, составляет

$$A_{F_{\text{ц}}}=\int_{r_1}^{r_2}\frac{G}{g}\omega^2 r dr=\frac{G\omega^2}{2g}\left(r_2^2-r_1^2\right)=\frac{G}{2g}\left[\left(\omega r_2\right)^2-\left(\omega r_1\right)^2\right]. \tag{5.49}$$

Произведение угловой скорости ω на радиус вращения r равно окружной скорости движения выделенного объема u. Поэтому можем записать

$$\omega^2 r_1^2=u_1^2 \tag{5.50}$$

и

$$\omega^2 r_2^2=u_2^2. \tag{5.51}$$

С учетом выражений (5.50) и (5.51) уравнение (5.49) примет вид

$$A_{F_{\text{ц}}}=\frac{G}{2g}\left(u_2^2-u_1^2\right)=\frac{mu_2^2}{2}-\frac{mu_1^2}{2}. \tag{5.52}$$

Удельная работа, отнесенная к единице силы тяжести, действующей на выделенный объем жидкости, равна удельной энергии, приобретаемой жидкостью в насосе.

Поэтому

$$A = \frac{A_{F_ц}}{G} = \frac{A_{F_ц}}{mg} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}. \tag{5.53}$$

Подставляя последнее выражение в уравнение (5.47), получим

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}, \tag{5.54}$$

откуда

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho g} = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}. \tag{5.55}$$

Вполне очевидно, что в соответствии с уравнением Бернулли, а также с учетом ранее принятых допущений полные напоры жидкости на входе во вращающееся колесо H_1 и выходе из него H_2 составят:

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g}; \\ H_2 &= \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^2}{2g}, \end{aligned} \tag{5.56}$$

где c_1, c_2 – полные скорости жидкости на входе в колесо и на выходе из него.

Теоретический напор $H_т$ насоса равен разности напоров на выходе из колеса и на входе в него:

$$H_т = H_2 - H_1 = \frac{p_2 - p_1}{\rho g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}. \tag{5.57}$$

Подставив выражение для $\frac{p_2 - p_1}{\rho g}$ из уравнения (5.55), получим

$$H_т = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}. \tag{5.58}$$

Из параллелограммов скоростей на входе в колесо и выходе из него (см. рис. 5.18), применяя теорему косинусов, можем записать выражения для значений квадратов относительных скоростей:

$$\begin{aligned} w_1^2 &= u_1^2 + c_1^2 - 2u_1 c_1 \cos\alpha_1; \\ w_2^2 &= u_2^2 + c_2^2 - 2u_2 c_2 \cos\alpha_2, \end{aligned} \tag{5.59}$$

где α_1 и α_2 – углы между соответствующими абсолютными c_i и окружными u_i скоростями движения выделенного объема жидкости на входе в рабочее колесо и выходе из него.

Подставляя в уравнение (5.58) выражения для w_1^2 и w_2^2 из (5.59), получим

$$H_т = \frac{\left(u_1^2 + c_1^2 - 2u_1 c_1 \cos\alpha_1\right) - \left(u_2^2 + c_2^2 - 2u_2 c_2 \cos\alpha_2\right)}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}. \tag{5.60}$$

После соответствующих преобразований уравнение (5.60) примет вид

$$H_{\text{т}} = \frac{u_2 c_2 \cos\alpha_2 - u_1 c_1 \cos\alpha_1}{g}. \qquad (5.61)$$

Уравнение (5.61) называется **основным уравнением центробежных машин** и может быть применено к расчету всех центробежных машин, в том числе турбогазодувок, турбокомпрессоров и вентиляторов.

Уравнение (5.61) выполняется строго в том случае, когда все частицы жидкости движутся в насосе по подобным траекториям. Это возможно лишь при условии, что рабочее колесо имеет бесконечно большое число лопаток и сечение канала для прохода жидкости невелико.

Обычно жидкость, поступая из всасывающего трубопровода, движется по колесу в радиальном направлении. В этом случае угол между абсолютным значением скорости жидкости на входе в рабочее колесо c_1 и окружной скоростью u_1 составляет $\alpha_1 = 90°$ (что соответствует условию безударного ввода жидкости в колесо). Тогда уравнение (5.61) упрощается:

$$H_{\text{т}} = \frac{u_2 c_2 \cos\alpha_2}{g}. \qquad (5.62)$$

Рассматривая параллелограмм скоростей на выходе из колеса (см. рис. 5.18), можем записать

$$c_2 \cos\alpha_2 = u_2 - w_2 \cos\beta_2, \qquad (5.63)$$

где β_2 – угол между относительной скоростью на выходе из колеса w_2 и вектором, противоположным окружной скорости u_2.

Тогда величину теоретического напора можно определить как

$$H_{\text{т}} = \frac{u_2^2}{g}\left(1 - \frac{w_2}{u_2}\cos\beta_2\right). \qquad (5.64)$$

Поскольку окружная скорость u пропорциональна числу оборотов рабочего колеса n $(u = \pi D n)$, то, анализируя уравнение (5.64), можно отметить, что напор насоса пропорционален квадрату оборотов рабочего колеса и зависит от формы лопаток (значения угла β_2).

Рассмотрим три возможных случая (рис. 5.19):

1) лопатки загнуты в направлении, обратном направлению вращения рабочего колеса – загнуты назад (рис. 5.19, *а*): угол $\beta_2 < 90°$, $\cos\beta_2 > 0$ и $H_{\text{т}} < \frac{u_2^2}{g}$;

2) прямые лопатки (рис. 5.19, *б*): угол $\beta_2 = 90°$, $\cos\beta_2 = 0$ и $H_{\text{т}} = \frac{u_2^2}{g}$;

3) лопатки загнуты в направлении вращения рабочего колеса – загнуты вперед (рис. 5.19, *в*): угол $\beta_2 > 90°$, $\cos\beta_2 < 0$ и $H_{\text{т}} > \frac{u_2^2}{g}$.

Из анализа рассмотренных случаев следует, что наибольший теоретический напор достигается в насосе с лопатками, загнутыми в направлении вращения рабочего колеса (рис. 5.19, *в*), наименьший – в противоположном направлении (рис. 5.19, *а*).

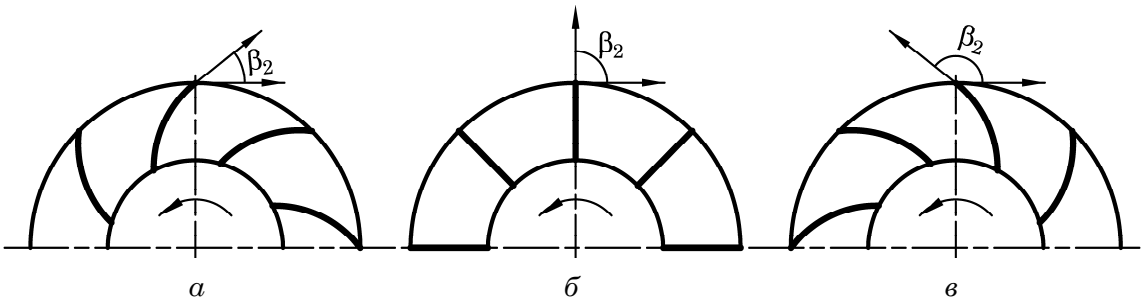


Рис. 5.19. Варианты расположения лопаток в рабочем колесе:
а – лопатки загнуты назад; *б* – прямые лопатки; *в* – лопатки загнуты вперед

Несмотря на это, насосы изготавливаются с лопатками, загнутыми назад $(\beta_2 < 90°)$, так как с возрастанием β_2 одновременно с ростом напора увеличиваются гидравлические потери и, соответственно, уменьшается гидравлический КПД насоса.

Действительный напор H, создаваемый насосом, меньше теоретического $H_т$, поскольку часть энергии жидкости теряется на преодоление гидравлических сопротивлений внутри насоса, а жидкость в нем при конечном числе лопаток не движется по подобным траекториям.

Действительный напор определяют по уравнению

$$H = H_т \eta_г \varepsilon, \tag{5.65}$$

где $\eta_г$ – гидравлический КПД насоса; ε – коэффициент, учитывающий конечное число лопаток в насосе. Величины $\eta_г$ и ε, как правило, зависят от конструкции насоса и приводятся в справочной литературе.

Теоретическая производительность центробежного насоса $Q_т$ соответствует расходу жидкости через каналы шириной b_1 и b_2 между лопатками рабочего колеса (рис. 5.18):

$$Q_т = b_1 (\pi D_1 - \delta z) c_{1r} = b_2 (\pi D_2 - \delta z) c_{2r}, \tag{5.66}$$

где δ – толщина лопаток; z – число лопаток; b_1 и b_2 – ширина рабочего колеса на внутреннем радиусе r_1 и внешнем радиусе r_2 соответствующих окружностей с диаметрами D_1 и D_2; c_{1r} и c_{2r} – радиальные составляющие абсолютных скоростей на входе в колесо и на выходе из него, при этом $c_{1r} = c_1$.

Действительная производительность центробежного насоса будет несколько ниже:

$$Q = Q_т \eta_V, \tag{5.67}$$

где η_V – объемный КПД насоса.

5.2.3.2. Характеристики центробежных насосов

Параметры центробежных насосов, как и насосов других типов, связаны между собой так называемыми характеристиками.

Характеристиками центробежного насоса при постоянной частоте вращения n рабочего колеса являются следующие зависимости:

1) напора насоса от его производительности (напорная характеристика) $H = f(Q)$;

2) потребляемой насосом полезной мощности от производительности $N = f(Q)$;

3) коэффициента полезного действия насоса от производительности $\eta = f(Q)$.

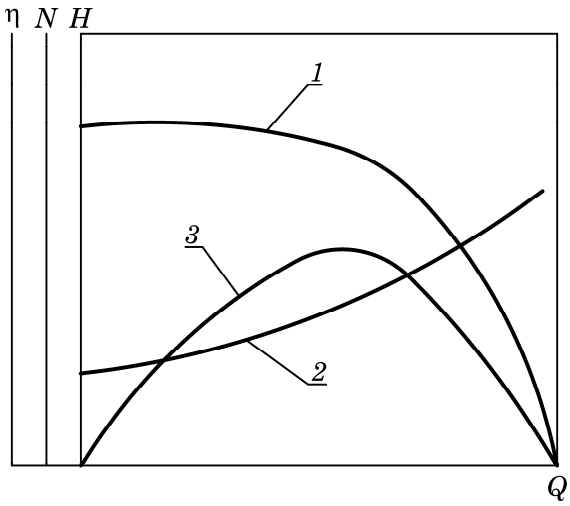


Рис. 5.20. Характеристики центробежного насоса при $n = \text{const}$:
$1 - H = f(Q)$; $2 - N = f(Q)$; $3 - \eta = f(Q)$

Эти зависимости получают при испытаниях центробежных насосов и приводят в каталогах на насосы, например в виде графиков. Образец таких зависимостей представлен на рис. 5.20.

Из рис. 5.20 следует, что с увеличением производительности при $n = \text{const}$ напор насоса уменьшается, потребляемая мощность возрастает, а КПД проходит через максимум. Для некоторых конструкций центробежных насосов может наблюдаться небольшой начальный участок кривой $H = f(Q)$, где напор слегка возрастает с увеличением производительности и соответствует неустойчивой работе насоса.

5.2.3.3. Законы пропорциональности

Частота вращения рабочего колеса центробежного насоса n существенно влияет на параметры работы насоса, прежде всего на его производительность и на создаваемый напор.

Из уравнения (5.66) следует, что производительность центробежного насоса Q прямо пропорциональна радиальной составляющей абсолютной скорости жидкости на выходе из рабочего колеса:

$$Q \sim c_{2r}.$$

Изменение частоты вращения от n_1 до n_2 приведет к изменению производительности от Q_1 до Q_2. При условии сохранения подобия траектории движения жидкости параллелограммы скоростей в любых сходственных точках потоков будут геометрически подобны (рис. 5.21).

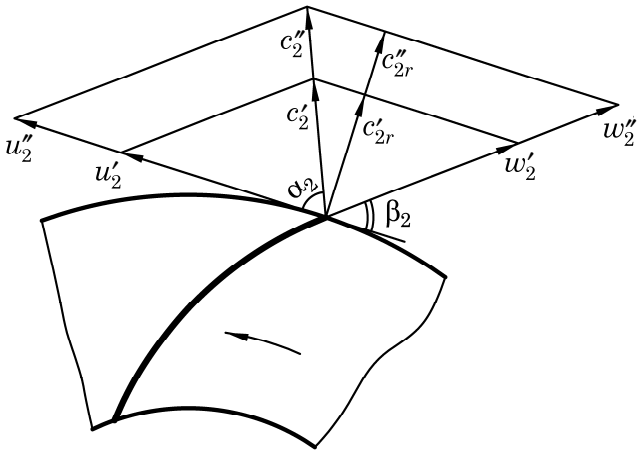


Рис. 5.21. Подобие параллелограммов скоростей при изменении частоты вращения рабочего колеса от n_1 до n_2

Тогда можем записать

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{c''_{2r}}{c'_{2r}} = \frac{u''_2}{u'_1} = \frac{\pi D_2 n_2}{\pi D_2 n_1},$$

откуда следует, что изменение производительности центробежного насоса пропорционально изменению частоты вращения рабочего колеса:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{n_2}{n_1}. \tag{5.68}$$

Согласно уравнению (5.64), напор центробежного насоса пропорционален квадрату окружной скорости:

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{u''_2}{u'_2}\right)^2 = \left(\frac{\pi D_2 n_2}{\pi D_2 n_1}\right)^2,$$

т. е. изменение напора пропорционально изменению частот вращения рабочего колеса в квадрате:

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2. \tag{5.69}$$

Согласно уравнению (5.19), мощность N, потребляемая насосом, пропорциональна произведению производительности Q насоса на его напор H:

$$N \sim QH.$$

С учетом зависимостей (5.68) и (5.69) запишем

$$\frac{N_2}{N_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3, \tag{5.70}$$

т. е. изменение потребляемой мощности пропорционально изменению частот вращения в третьей степени.

Таким образом, регулируя частоту вращения рабочего колеса, можно изменять характеристики центробежного насоса.

Соотношения (5.68)–(5.70) получили название **законы пропорциональности центробежных машин**. С их помощью можно по одной напорной характеристике построить аналогичные характеристики для других частот вращения.

Однако следует отметить, что зависимости (5.68)–(5.70) достаточно точно выполняются при изменении частоты вращения n рабочего колеса центробежного насоса в относительно небольшом диапазоне (±20%), иначе расчеты по этим формулам приводят к значительным погрешностям.

5.2.3.4. Работа насосов на сеть. Характеристика сети. Рабочая точка. Подбор насоса

Рассмотрим работу центробежного насоса на трубопроводную сеть постоянного поперечного сечения $(d = \text{const})$, который перекачивает жидкость с постоянной плотностью $(\rho = \text{const})$.

Режим работы центробежного насоса определяется характеристикой трубопроводной сети, на которую он работает (рис. 5.14). Характеристика сети представляет

собой зависимость между расходом Q жидкости и напором $H_{\text{с}}$, необходимым для перемещения этой жидкости по данной сети $H_{\text{с}} = f(Q)$.

В установившемся режиме работы напор сети $H_{\text{с}}$ и напор, создаваемый насосом H, равны, т. е.

$$H_{\text{с}} = H. \tag{5.71}$$

Напор насоса может быть определен по уравнению (5.38):

$$H = H_{\text{г}} + \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + \Delta h,$$

где $H_{\text{г}}$ – геометрическая высота подъема жидкости; p_2 и p_0 – абсолютные давления газа над жидкостью в приемной и расходной емкостях; $\Delta h = \Delta h_{\text{н}} + \Delta h_{\text{вс}}$ – суммарное гидравлическое сопротивление всасывающего и нагнетательного трубопроводов.

Используя зависимость (3.216) для расчета гидравлического сопротивления трубопровода, можем записать уравнение (5.71) в развернутом виде:

$$H_{\text{с}} = H_{\text{г}} + \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi\right) \frac{w^2}{2g}, \tag{5.72}$$

где λ – коэффициент трения; l – суммарная длина трубопровода; $\sum \xi$ – сумма коэффициентов местных сопротивлений; w – скорость течения жидкости по трубопроводу.

Скорость жидкости можно выразить через уравнение расхода (3.1):

$$w = \frac{Q}{S}. \tag{5.73}$$

Тогда уравнение (5.72) можно записать следующим образом:

$$H_{\text{с}} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi\right) \frac{Q^2}{2gS^2} + H_{\text{г}} + \frac{p_2 - p_0}{\rho g}. \tag{5.74}$$

Как правило, перекачивание жидкости насосами производится в развитом турбулентном режиме, поэтому, приняв $\lambda = \text{const}$ и $\sum \xi = \text{const}$, для трубопровода постоянного поперечного сечения зависимость (5.74) может быть представлена в упрощенном виде:

$$H_{\text{с}} = aQ^2 + b, \tag{5.75}$$

где a – константа, характеризующая конструкцию трубопроводной сети (длину, диаметр, шероховатость стенок, наличие местных сопротивлений); b – константа, характеризующая потери напора на преодоление статических давлений и подъем жидкости.

Значения констант a и b определяют по следующим зависимостям:

$$a = \frac{\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi}{2gS^2}; \tag{5.76}$$

$$b = \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + H_{\text{г}}. \tag{5.77}$$

Уравнение (5.75), описывающее характеристику сети, в системе координат $H-Q$ представляет собой параболу (рис. 5.22, кривая *2*). Если характеристику сети совместить на одном графике с напорной характеристикой насоса $H=f(Q)$ – кривая *1*, то точка пересечения этих характеристик (точка *A*) будет **рабочей точкой насоса**. В этой точке развиваемый насосом напор $H_{\text{р}}$ равен напору, необходимому для перемещения жидкости по трубопроводной сети $H_{\text{с}}$.

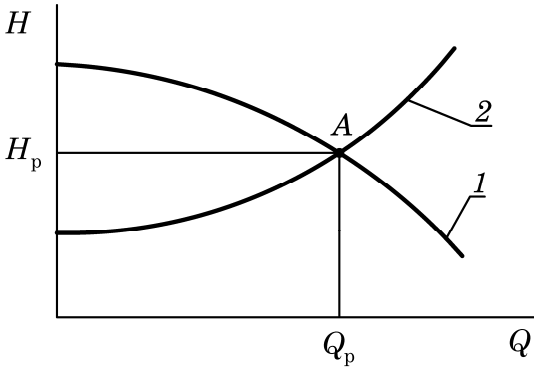


Рис. 5.22. Совместная работа насоса и трубопроводной сети:
1 – характеристика насоса $H=f(Q)$ при $n=\text{const}$;
2 – характеристика трубопроводной сети $H_{\text{с}}=f(Q)$

По положению рабочей точки графически определяют действительный (рабочий) расход жидкости $Q_{\text{р}}$, который обеспечивает насос при работе на данную трубопроводную сеть, и сравнивают его с технологическим (требуемым) расходом $Q_{\text{т}}$.

Если $Q_{\text{р}}<Q_{\text{т}}$, то насос не обеспечит требуемый расход жидкости. В этом случае для перекачивания нужного расхода жидкости следует либо увеличить частоту вращения рабочего колеса, либо установить более производительный насос, либо, если это возможно, снизить гидравлическое сопротивление трубопроводной сети, т. е. изменить характеристику сети.

Если $Q_{\text{р}}>Q_{\text{т}}$, то данный насос с *запасом* обеспечит требуемый расход жидкости. При небольшом запасе (до 5%) расход жидкости до требуемого можно снизить, частично перекрывая нагнетательный трубопровод, например, с помощью вентиля. При большом запасе следует снизить число оборотов рабочего колеса либо выбрать насос с меньшей производительностью.

Центробежный насос должен быть выбран так, чтобы рабочая точка находилась в области максимальных значений КПД насоса. В противном случае часть мощности насоса будет необратимо теряться в форме тепла, и работа насоса с точки зрения рационального использования энергоресурсов будет неэффективной.

Для анализа работы центробежного насоса, выбора оптимального режима его работы при $n\neq\text{const}$ целесообразно использовать его **универсальную характеристику**. Пример такой характеристики приведен на рис. 5.23.

На этом графике приведен ряд характеристик насоса $H-Q$ для разных частот вращения рабочего колеса.

Кроме того, на этом графике имеется ряд линий $\eta=\text{const}$. Пользуясь универсальной характеристикой, можно установить пределы работы насоса (соответствующие максимальному значению КПД) и выбрать наиболее благоприятный режим работы.

Выбор типа центробежного насоса (серии) проводят при помощи сводного графика полей характеристик насосов.

Эти поля строятся для различных способов регулирования параметров насоса (изменение частоты вращения рабочего колеса, изменение диаметра рабочего колеса и др.).

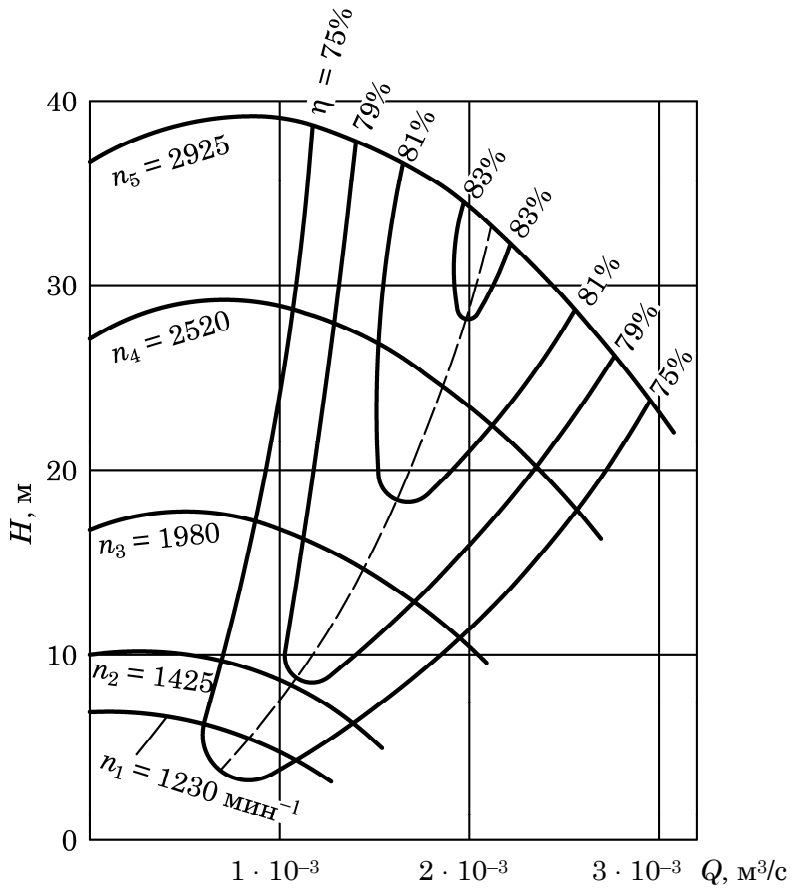


Рис. 5.23. Универсальная характеристика центробежного насоса

Для иллюстрации на рис. 5.24 приведен сводный график полей для центробежных консольных насосов, полученный при изменении диаметра рабочего колеса и $n = \text{const}$.

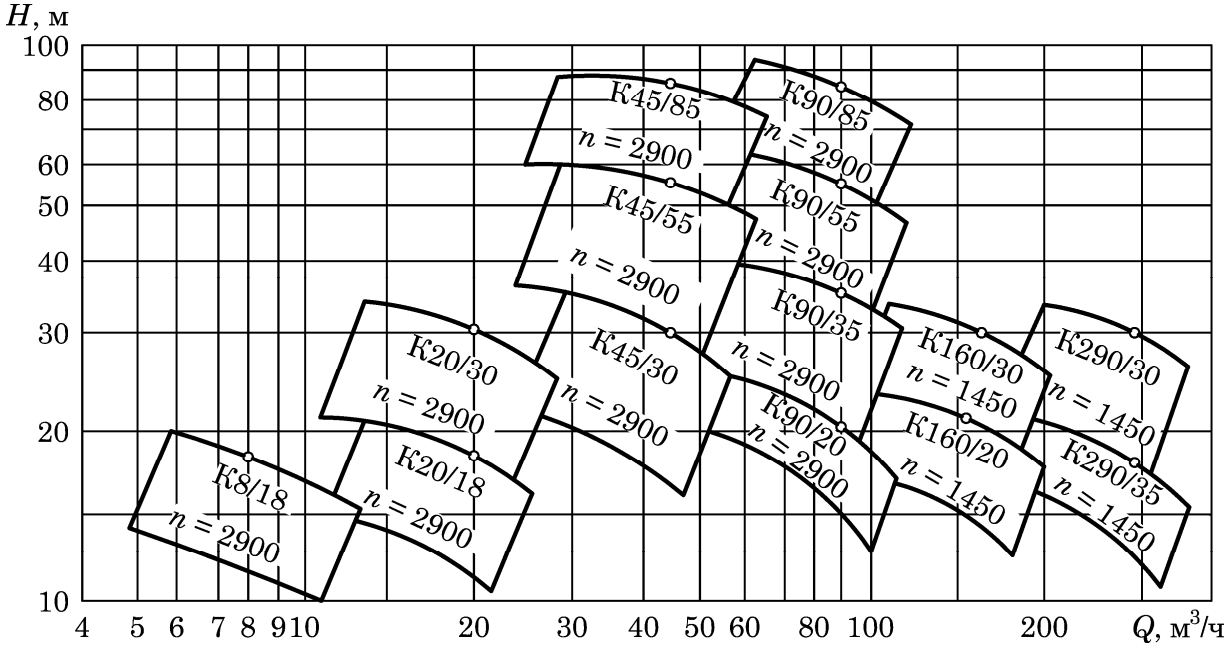


Рис. 5.24. Пример сводного графика полей насосов типа К

Поле конкретного насоса представляет собой область, ограниченную сверху и снизу напорными характеристиками, полученными при максимальном и минимальном диаметрах рабочего колеса, а со сторон – границами рабочей области, соответствующими допустимым значениям КПД[9]. На поле каждого насоса нанесены его краткие технические параметры. Например, К20/30 – центробежный насос консольного типа с подачей $Q = 20$ м^3/ч и напором $H = 30$ м. Если расчетная точка с требуемой производительностью и напором попадает в поле конкретного насоса, то насос подобран удачно, так как он не только сможет обеспечить требуемые параметры, но и будет это делать наиболее эффективно.

5.2.3.5. Параллельное и последовательное соединение центробежных насосов

В тех случаях когда работа одного центробежного насоса не обеспечивает требуемую подачу или требуемый напор в системе, применяют работу двух и более насосов. Для совместной работы используют, как правило, насосы одного типа с одинаковыми характеристиками.

Параллельную работу насосов применяют в том случае, когда при неизменном напоре подача жидкости не может быть обеспечена работой одного центробежного насоса. Рассмотрим параллельную работу двух центробежных насосов с одинаковыми характеристиками (рис. 5.25).

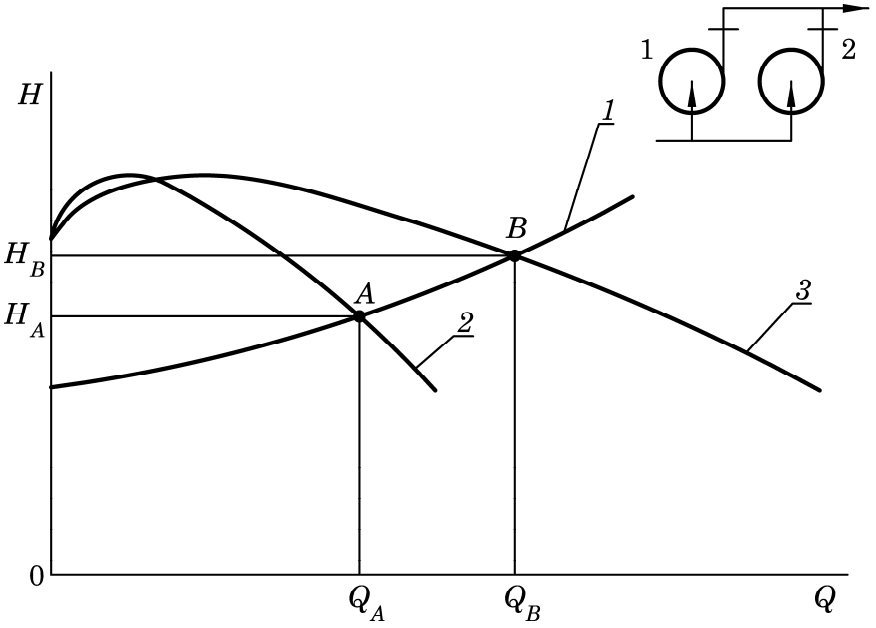


Рис. 5.25. Параллельное соединение центробежных насосов:
1 – характеристика сети $H_c = f(Q)$; *2* – характеристика одного насоса $H = f(Q)$;
3 – совместная характеристика двух насосов $H_{1+2} = f(Q)$

При параллельном соединении центробежных насосов имеем:

$$Q_{1+2} = Q_1 + Q_2; \tag{5.78}$$

$$H_{1+2} = H_1 = H_2. \tag{5.79}$$

[9] Работа насоса с низким КПД невыгодна, поэтому допустимые отклонения КПД от его максимального значения регламентируются. Как правило, отклонения составляют не более 7% от максимального КПД данного насоса.

Т. е. напоры насосов одинаковы, а их общая подача равна сумме подач обоих насосов. Суммарная характеристика насосов $H_{1+2} = f(Q)$, представленная на рис. 5.25, строится на основании уравнений (5.78) и (5.79). При работе одного из насосов режим работы определяется точкой *A*, при совместной работе двух насосов – точкой *B*. Как видно из рис. 5.25, при параллельном соединении насосов увеличивается подача Q_B и несколько увеличивается их общий напор H_B.

Такое соединение насосов позволяет значительно увеличить подачу, если характеристика сети является пологой. Однако отметим, что суммарная подача двух насосов (Q_B) меньше, чем удвоенная подача одного насоса: $Q_B < 2Q_A$.

Последовательную работу насосов применяют в том случае, когда при неизменной подаче один насос не обеспечивает требуемый напор. Рассмотрим работу двух последовательно соединенных центробежных насосов с одинаковыми характеристиками. В этом случае первый насос подает жидкость во всасывающий патрубок второго, который подает ее далее в сеть (рис. 5.26).

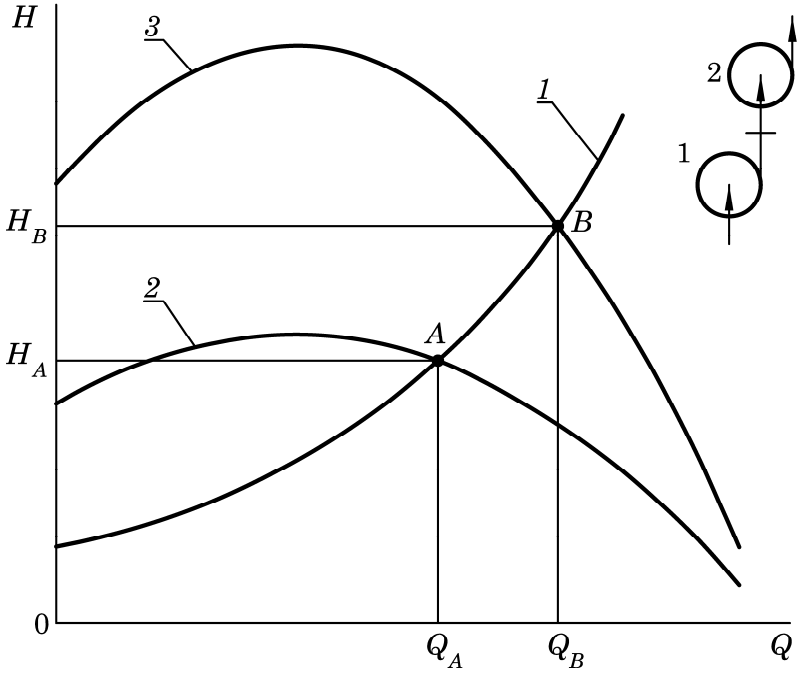


Рис. 5.26. Последовательное соединение центробежных насосов:
1 – характеристика сети $H_c = f(Q)$;
2 – характеристика одного насоса $H = f(Q)$;
3 – совместная характеристика двух насосов $H_{1+2} = f(Q)$

При последовательном соединении двух центробежных насосов имеем:

$$Q_{1+2} = Q_1 = Q_2; \tag{5.80}$$

$$H_{1+2} = H_1 + H_2. \tag{5.81}$$

Т. е. подачи насосов одинаковы, а общий напор равен сумме напоров обоих насосов. Суммарная характеристика $H_{1+2} = f(Q)$ строится на основании уравнений (5.80) и (5.81). Для заданной трубопроводной сети, характеристика которой описывается уравнением $H_c = f(Q)$, режим работы одного из насосов определяется точкой *A*, при совместной работе двух насосов – точкой *B*. Как показано

на рис. 5.26, при последовательном соединении насосов увеличивается напор H_B и несколько увеличивается их общая подача Q_B.

Такое соединение насосов позволяет значительно увеличить напор, если характеристика сети является достаточно крутой. Но при этом отметим, что последовательное соединение центробежных насосов обычно менее выгодно, чем применение одного центробежного насоса с требуемым напором.

5.2.3.6. Высота всасывания центробежного насоса

В основе расчета допустимой высоты всасывания лежит общая формула (5.44). Для центробежных насосов следует учитывать эффекты, связанные с неравномерным распределением скоростей и давлений в рабочем колесе вблизи входного сечения.

За счет большой скорости вращения рабочего колеса при входе жидкости в него за лопаткой рабочего колеса создается зона пониженного давления. Если это давление ниже давления насыщенных паров $p_{\text{нас}}$, соответствующего температуре перекачиваемой жидкости, то тогда жидкость закипит. Образовавшиеся пузырьки пара вместе с жидкостью перемещаются к выходу из колеса в зону более высокого давления и конденсируются там. В образующиеся при этом полости (пустоты) устремляется жидкость и с большой силой бьет по лопаткам.

При работе насоса в таком режиме возникает явление **кавитации**. Работа центробежного насоса в этом режиме быстро приводит к образованию раковин на лопатках и дисках рабочего колеса, его децентровке, биению колеса на валу и в итоге к его разрушению.

Эффект снижения давления (напора) за счет неравномерности распределения скоростей во входном сечении рабочего колеса обозначим $\Delta h_{\text{кав}}$. Для обеспечения надежной безкавитационной работы предельно допустимую высоту всасывания уменьшают на эту величину

$$H_{\text{вс}}^{\text{доп}} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(\frac{p_{\text{нас}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{вс}}^2}{2g} + \Delta h_{\text{вс}} + \Delta h_{\text{кав}} \right). \qquad (5.82)$$

Для определения $\Delta h_{\text{кав}}$ предложены различные расчетные соотношения. В качестве примера приведем следующую полуэмпирическую формулу

$$\Delta h_{\text{кав}} = \frac{2{,}75}{g} \left(Q n^2 \right)^{0{,}67}. \qquad (5.83)$$

Как видно из приведенной зависимости, значение кавитационной поправки $\Delta h_{\text{кав}}$ зависит как от частоты вращения рабочего колеса $n, \text{с}^{-1}$, так и от производительности насоса Q, $\text{м}^3/\text{с}$.

ПРИМЕР 5.11



Центробежный насос при числе оборотов рабочего колеса $n_1 = 1400$ об./мин и подаче воды $Q_1 = 0{,}06\ \text{м}^3/\text{с}$ создает напор $H_1 = 32$ м, потребляя при этом мощность $N_1 = 25$ кВт. Определить производительность Q_2, напор H_2 и потребляемую мощность N_2 насоса, если число оборотов его рабочего колеса увеличится до $n_2 = 1600$ об./мин.

Решение

Для решения задачи воспользуемся законами пропорциональности центробежных машин.

Новое значение производительности выразим из формулы (5.68):

$$Q_2 = Q_1 \frac{n_2}{n_1} = 0{,}06 \cdot \frac{1600}{1400} = 0{,}069 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Новое значение напора выразим из формулы (5.69):

$$H_2 = H_1 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = 32 \cdot \left(\frac{1600}{1400}\right)^2 = 41{,}8 \text{ м}.$$

Новое значение мощности выразим из формулы (5.70):

$$N_2 = N_1 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^3 = 25 \cdot \left(\frac{1600}{1400}\right)^3 = 37{,}3 \text{ кВт}.$$

Ответ: $Q_2 = 0{,}069$ м^3/с; $H_2 = 41{,}8$ м; $N_2 = 37{,}3$ кВт.

ПРИМЕР 5.13

Характеристика центробежного насоса $H_{n1} = f(Q)$ при частоте вращения рабочего колеса $n_1 = 1400$ об./мин представлена в табл. 1. При работе насоса на трубопроводную сеть, характеристика которой описывается уравнением $H_c = 0{,}9Q^2 + 12{,}2$, не обеспечивается требуемая производительность $Q_т = 6$ м^3/ч перекачиваемой жидкости. Определить, обеспечит ли требуемую производительность увеличение числа оборотов рабочего колеса насоса до $n_2 = 1600$ об./мин.

Таблица 1

Характеристика центробежного насоса при частоте вращения рабочего колеса $n_1 = 1400$ об./мин

Q, м^3/ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8
H, м	36,0	39,0	40,5	40,4	38,4	34,7	28,2	18,3	5,1

Решение

Чтобы получить новую характеристику насоса $H_{n2} = f(Q)$ при $n_2 = 1600$ об./мин, воспользуемся законами пропорциональности (5.68) и (5.69).

В качестве примера приведем расчет для значений $Q_1 = 1$ м^3/ч и $H_1 = 39{,}0$ м.

Новое значение производительности выразим из формулы (5.68):

$$Q_2 = Q_1 \frac{n_2}{n_1} = 1 \cdot \frac{1600}{1400} = 1{,}143 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Новое значение напора выразим из формулы (5.69):

$$H_2 = H_1 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = 39{,}0 \cdot \left(\frac{1600}{1400}\right)^2 = 50{,}94 \text{ м}.$$

Результаты остальных расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристика центробежного насоса при частоте вращения рабочего колеса $n_2 = 1600$ об./мин

Q, м^3/ч	0	1,143	2,286	3,429	4,571	5,714	6,857	8	9,143
H, м	47,02	50,94	52,90	52,77	50,16	45,32	36,83	23,90	6,66

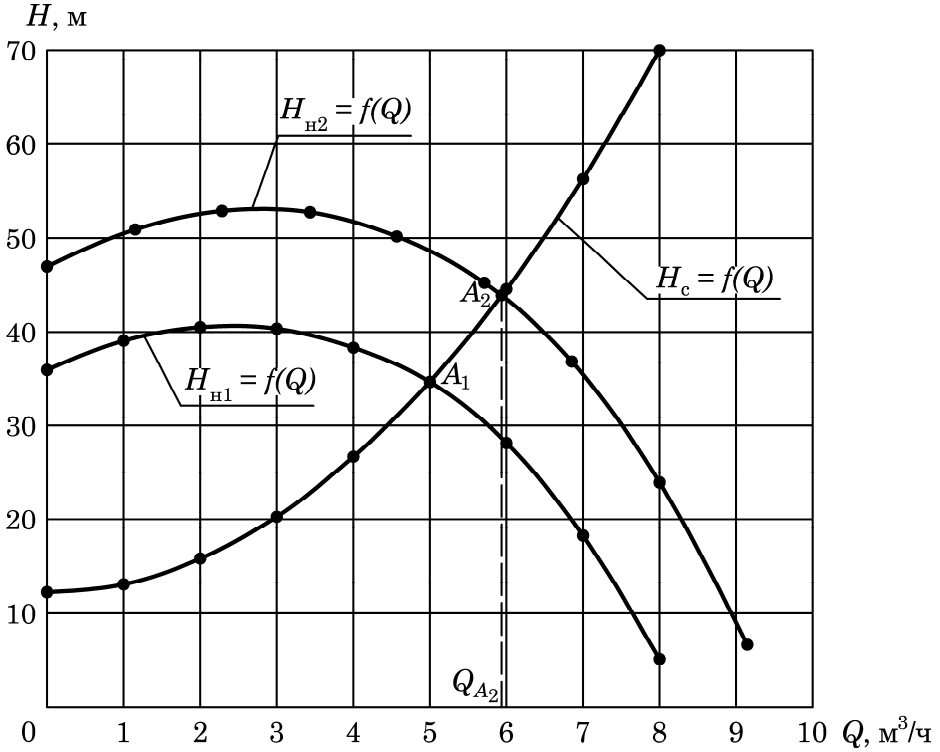
Результаты расчета характеристики сети $H_с = f(Q)$ по уравнению $H_с = 0{,}9Q^2 + 12{,}2$ представлены в табл. 3.

Таблица 3

Характеристика сети

Q, м^3/ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$H_с$, м	12,2	13,1	15,8	20,3	26,6	34,7	44,6	56,3	69,8

Далее производим построения характеристики насоса $H_{n2} = f(Q)$ при $n_2 = 1600$ об./мин и характеристики сети $H_с = f(Q)$, используя значения, приведенные в таблицах. Находим точку пересечения указанных характеристик – рабочую точку A_2, абсцисса которой дает значение производительности насоса при его работе на трубопроводную сеть с новой частотой вращения рабочего колеса. Так как $Q_{A_2} = 5{,}91$ м^3/ч, следовательно, увеличение частоты вращения рабочего колеса до $n_2 = 1600$ об./мин не обеспечит требуемую производительность $Q_т = 6$ м^3/ч.



Ответ: не обеспечит.

ПРИМЕР 5.12

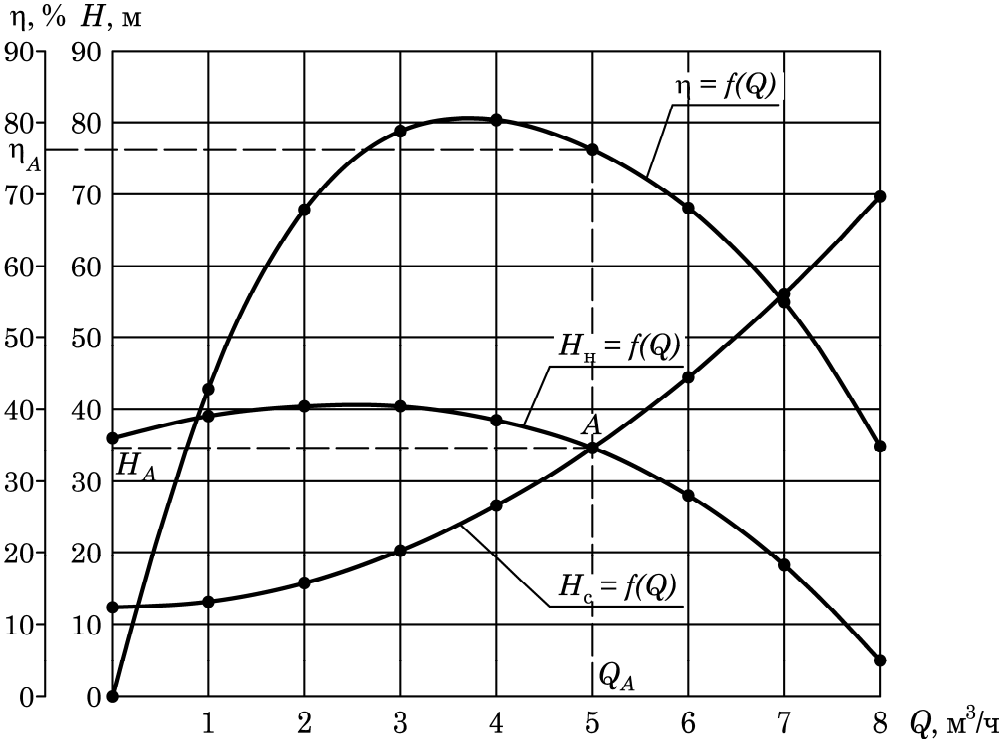
Характеристики центробежного насоса при $n = \text{const}$ представлены в таблице. Характеристика трубопроводной сети описывается уравнением $H_{\text{с}} = 0{,}9Q^2 + 12{,}0$. Определить производительность, напор и КПД центробежного насоса при его работе на трубопроводную сеть.

Характеристики центробежного насоса

Q, м^3/ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8
H, м	36,0	39,0	40,5	40,4	38,4	34,7	28,2	18,3	5,1
η, %	0,0	43,0	68,0	79,0	80,5	76,5	68,2	55,0	35,0

Решение

Для определения параметров насоса при его работе на трубопроводную сеть производим построение характеристики насоса $H = f(Q)$ и характеристики сети $H_{\text{с}} = f(Q)$. Находим точку пересечения указанных характеристик – рабочую точку A. По абсциссе точки A определяем производительность насоса $Q_A = 5{,}0$ м^3/ч, по ординате – напор насоса $H_A = 34{,}7$ м. На основании найденной производительности по зависимости $\eta = f(Q)$ определяем КПД насоса $\eta_A = 76{,}5\%$.



Ответ: $Q_A = 5{,}0$ м^3/ч; $H_A = 34{,}7$ м; $\eta_A = 76{,}5\%$.

ПРИМЕР 5.14

Получить уравнение характеристики трубопроводной сети $H_{\text{с}} = f(Q)$, предназначенной для перекачивания жидкости из открытого резервуара $(p_0 = p_{\text{бар}})$ в аппарат, находящийся под избыточным давлением $p_{\text{изб}} = 60$ кПа. Трубопровод имеет постоянное поперечное сечение, внутренний

диаметр его $d = 100$ мм, длина $l = 80$ м. Коэффициент трения для трубопровода принять равным $\lambda = 0{,}02$, сумму коэффициентов местных сопротивлений, находящихся на трубопроводе, – $\sum\xi = 46$. Высота подъема жидкости $H_г = 4{,}5$ м. Плотность жидкости $\rho = 920$ кг/м^3.

Решение

Уравнение характеристики трубопроводной сети постоянного поперечного сечения имеет вид (5.75):

$$H_с = aQ^2 + b.$$

Значение коэффициентов a и b в уравнении можно определить по формулам (5.76) и (5.77) соответственно:

$$a = \frac{\lambda\dfrac{l}{d} + \sum\xi}{2gS^2}; \qquad b = \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + H_г.$$

Площадь поперечного сечения трубопровода равна

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1^2}{4} = 7{,}85 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Так как жидкость перекачивается из открытого резервуара, то $p_0 = p_{бар}$. Тогда разность давлений газа над жидкостью в приемной и расходной емкостях будет равна

$$p_2 - p_0 = p_{бар} + p_{изб} - p_{бар} = p_{изб} = 60\,000 \text{ Па}.$$

Значение коэффициентов в уравнении характеристики сети

$$a = \left(0{,}02 \cdot \frac{80}{0{,}1} + 46\right) \cdot \frac{1}{2 \cdot 9{,}81 \cdot \left(7{,}85 \cdot 10^{-3}\right)^2} = 5{,}128 \cdot 10^4 \text{ с}^2/\text{м}^5;$$

$$b = \frac{60\,000}{920 \cdot 9{,}81} + 4{,}5 = 11{,}15 \text{ м}.$$

Тогда уравнение характеристики сети запишется в следующем виде:

$$H_с = 5{,}128 \cdot 10^4 Q^2 + 11{,}15.$$

Ответ: $H_с = 5{,}128 \cdot 10^4 Q^2 + 11{,}15.$

ПРИМЕР 5.15



Характеристика центробежного насоса $H = f(Q)$ при $n = \text{const}$ представлена в табл. 1. Уравнение характеристики трубопроводной сети $H_с = 0{,}15Q^2 + 12{,}0$. Сколько жидкости будут перекачивать два одинаковых насоса при работе на данную трубопроводную сеть, если их подсоединить параллельно?

Таблица 1

Характеристика центробежного насоса

Q, м^3/ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8
H, м	36,0	39,0	40,5	40,4	38,4	34,7	28,2	18,3	5,1

Решение

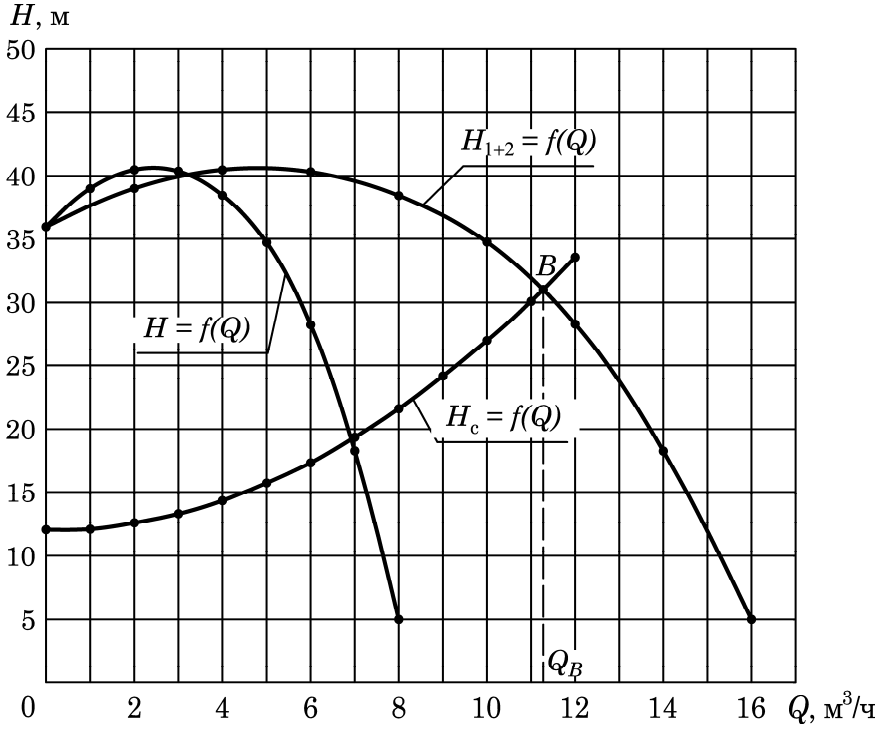
Совместную характеристику двух одинаковых насосов при их параллельном подсоединении $H_{1+2} = f(Q)$ получим путем сложения производительностей насосов для данного напора. Совместная характеристика двух насосов представлена в табл. 2.

Таблица 2

Совместная характеристика центробежных насосов

Q, м^3/ч	0	2	4	6	8	10	12	14	16
H_{1+2}, м	36,0	39,0	40,5	40,4	38,4	34,7	28,2	18,3	5,1

Далее производим построения совместной характеристики насосов $H_{1+2} = f(Q)$ и характеристики сети $H_c = f(Q)$. Находим точку пересечения указанных характеристик – рабочую точку B, абсцисса которой дает значение производительности насосов при их работе на трубопроводную сеть: $Q_B = 11{,}2$ м^3/ч.



Ответ: $Q_B = 11{,}2$ м^3/ч.

ПРИМЕР 5.16

Характеристика центробежного насоса $H = f(Q)$ при $n = \text{const}$ представлена в табл. 1. Уравнение характеристики трубопроводной сети $H_c = 1{,}9Q^2 + 12{,}0$. Какой напор будут обеспечивать два одинаковых насоса при работе на данную трубопроводную сеть, если насосы подсоединить последовательно?

Таблица 1

Характеристика центробежного насоса

Q, м^3/ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8
H, м	36,0	39,0	40,5	40,4	38,4	34,7	28,2	18,3	5,1

Решение

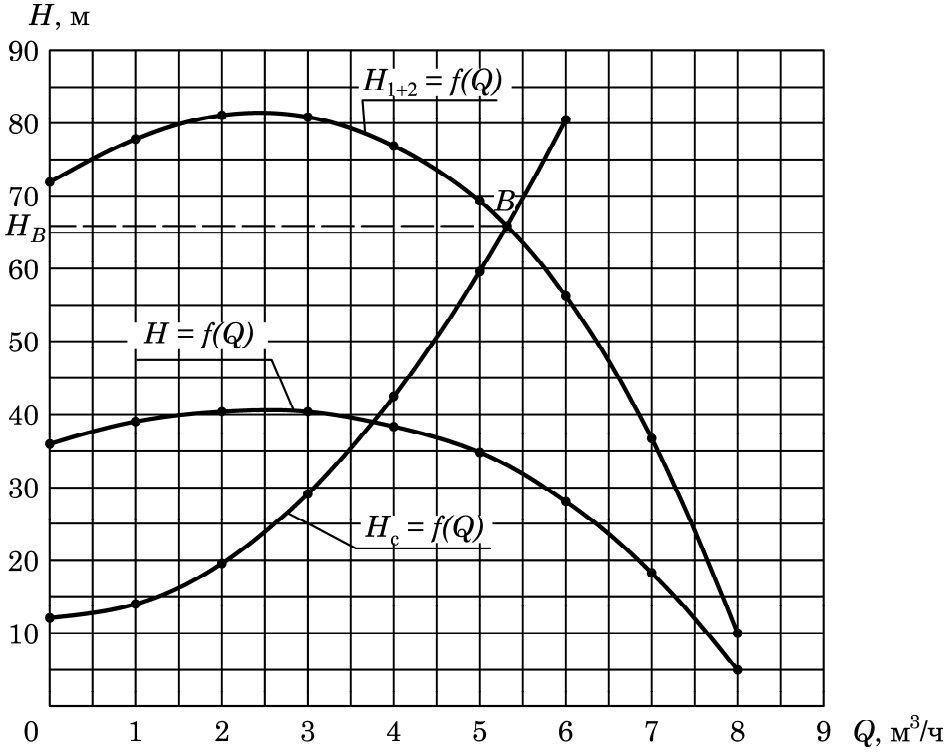
Совместную характеристику двух одинаковых насосов при их последовательном подсоединении $H_{1+2} = f(Q)$ получим путем сложения напоров насосов для данной производительности. Совместная характеристика двух насосов представлена в табл. 2.

Таблица 2

Совместная характеристика центробежных насосов

Q, м^3/ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8
H_{1+2}, м	72,0	78,0	81,0	80,8	76,8	69,4	56,4	36,6	10,2

Далее производим построение совместной характеристики насосов $H_{1+2} = f(Q)$ и характеристики сети $H_c = f(Q)$. Находим точку пересечения указанных характеристик – рабочую точку B, ордината которой дает значение напора насосов при их работе на трубопроводную сеть: $H_B = 65{,}3$ м.



Ответ: $H_B = 65{,}3$ м.

ПРИМЕР 5.17

Определить допустимую высоту всасывания центробежного насоса, предназначенного для перекачивания из резервуара $Q = 2{,}4$ м^3/мин воды при 40 °С. Частота вращения рабочего колеса насоса $n = 1500$ об./мин. Над жидкостью в резервуаре поддерживается разрежение $p_в = 20$ кПа. Внутренний диаметр всасывающего трубопровода $d_{вс} = 0{,}35$ м, потери напора в нем $\Delta h_{вс} = 1{,}2$ м вод. ст. При расчетах учесть кавитационную поправку $\Delta h_{кав}$. Давление насыщенных паров воды при 40 °С $p_{нас} = 7374$ Па. Барометрическое давление $p_{бар} = 730$ мм рт. ст. Плотность воды при 40 °С $\rho = 992$ кг/м^3.

Решение

Допустимую высоту всасывания для центробежного насоса можно определить по формуле (5.82):

$$H_{\text{вс}}^{\text{доп}} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(\frac{p_{\text{нас}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{вс}}^2}{2g} + \Delta h_{\text{вс}} + \Delta h_{\text{кав}} \right).$$

Абсолютное давление газа над жидкостью в расходной емкости определим, используя формулу (5.35):

$$p_0 = p_{\text{бар}} - p_{\text{в}} = 730 \cdot 133{,}3 - 20 \cdot 10^3 = 77\,309 \text{ Па}.$$

Скорость воды во всасывающем трубопроводе рассчитаем согласно уравнению (3.1):

$$w_{\text{вс}} = \frac{Q}{0{,}785 d_{\text{вс}}^2} = \frac{2{,}4}{60 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}35^2} = 0{,}416 \text{ м/с}.$$

Значение кавитационной поправки $\Delta h_{\text{кав}}$ для центробежного насоса можно определить по формуле (5.83):

$$\Delta h_{\text{кав}} = \frac{2{,}75}{g} \left(Q n^2 \right)^{0{,}67} = \frac{2{,}75}{9{,}81} \cdot \left(\frac{2{,}4}{60} \cdot \left(\frac{1500}{60} \right)^2 \right)^{0{,}67} = 2{,}42 \text{ м вод. ст.}$$

Тогда допустимая высота всасывания при 40 °С составит:

$$H_{\text{вс}}^{\text{доп}} = \frac{77\,309}{992 \cdot 9{,}81} - \left(\frac{7374}{992 \cdot 9{,}81} + \frac{0{,}416^2}{2 \cdot 9{,}81} + 1{,}2 + 2{,}42 \right) = 3{,}6 \text{ м}.$$

Ответ: $H_{\text{вс}}^{\text{доп}} = 3{,}6$ м.

5.2.4. Поршневые насосы

Поршневые и плунжерные насосы также достаточно широко распространены в промышленности. Эти насосы относятся к насосам объемного действия. Их применяют при сравнительно небольших расходах и высоких напорах (давлениях), а также при перекачивании высоковязких, огне- и взрывоопасных жидкостей.

Поршневой насос состоит из двух частей: гидравлической и приводной. Первая предназначена для перемещения жидкости из области низкого в область высокого давления. Приводная часть передает гидравлической части энергию от двигателя. На рис. 5.27 схематически показана гидравлическая часть поршневого насоса однократного (простого действия). Она включает цилиндр *1*, в котором находится поршень *2*. Для обеспечения герметичности между поршнем и внутренней поверхностью цилиндра устанавливаются уплотнительные устройства (например, кольца, которые на рисунке не показаны). Поршень через шток *3* связан с приводной частью насоса и совершает возвратно-поступательное движение, на расстояние S (ход поршня). К всасывающему патрубку *6*, в котором установлен клапан *4* присоединен всасывающий трубопровод *8*, к нагнетательному (напорному) патрубку *7*, в котором установлен клапан *5* присоединен нагнетательный трубопровод *9*. Клапаны обеспечивают пропуск жидкости только в одном направлении.

Принцип действия насоса следующий. При перемещении поршня из левого положения в правое (обратный ход) объем рабочей зоны *10* увеличивается и в цилиндре *1* создается разрежение, благодаря которому жидкость по всасывающему трубопроводу поступает в эту зону (в это время клапан *4* открыт, а клапан *5* закрыт). После достижения правого крайнего положения поршень начинает движение справа налево (прямой ход), повышая давление жидкости в рабочей зоне. Под давлением жидкости открывается нагнетательный клапан *5,* и жидкость выдавливается в нагнетательный трубопровод *9* (всасывающий клапан *4* закрыт). Таким образом, за один цикл поршень выполняет два хода – обратный и прямой, а жидкость при этом всасывается и нагнетается.

По способу действия поршневые насосы могут быть однократного (простого) и многократного действия. В качестве примера насоса многократного действия на рис. 5.28 приведена схема поршневого насоса двойного действия. Основное его отличие от предыдущей конструкции – это наличие двух рабочих зон *6*, *7*, а также использование пары всасывающих (впускных) *4* и пары нагнетательных (выпускных) клапанов *5*, работающих попеременно.

При ходе поршня *2* вправо жидкость всасывается в рабочую зону *6* через левый всасывающий клапан *4* и одновременно через правый нагнетательный клапан *5* выдавливается поршнем из рабочей зоны *7* в нагнетательный трубопровод.

При движении поршня влево всасывание жидкости происходит в рабочей зоне *7* через правый всасывающий клапан *4,* а нагнетание – в рабочей зоне *6* через левый нагнетательный клапан *5*.

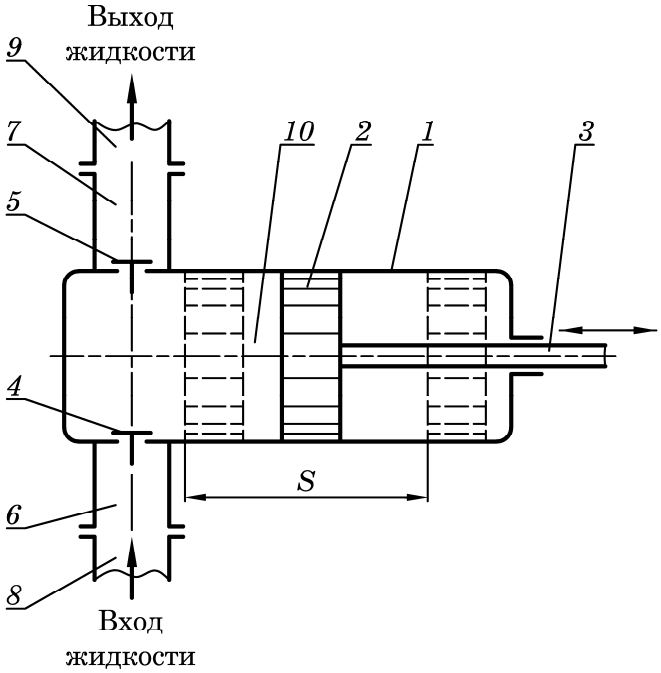


Рис. 5.27. Схема поршневого насоса однократного действия:
1 – цилиндр; *2* – поршень; *3* – шток; *4* – всасывающий клапан; *5* – нагнетательный клапан; *6* – всасывающий патрубок; *7* – нагнетательный патрубок; *8* – всасывающий трубопровод; *9* – нагнетательный трубопровод; *10* – рабочая зона

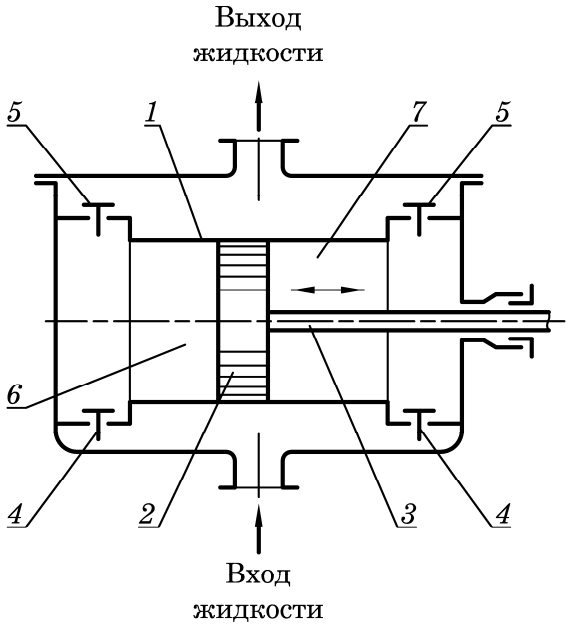


Рис. 5.28. Схема поршневого насоса двойного действия:
1 – цилиндр;
2 – поршень;
3 – шток;
4 – всасывающие клапаны;
5 – нагнетательные клапаны;
6, *7* – рабочие зоны

Таким образом, в поршневых насосах двойного действия всасывание и нагнетание происходят при каждом ходе поршня. Поэтому производительность насосов такого типа больше и подача равномернее, чем у насосов простого действия.

Еще более равномерной является подача многоцилиндровых насосов. Например, на рис. 5.29 приведена схема поршневого насоса тройного действия (триплекс-насоса). Триплекс-насосы представляют собой насосы простого действия, кривошипы которых расположены под углом 120° друг относительно друга. Общая подача триплекс-насоса складывается из подач насосов простого действия. При этом за один оборот коленчатого вала жидкость три раза всасывается и три раза нагнетается.

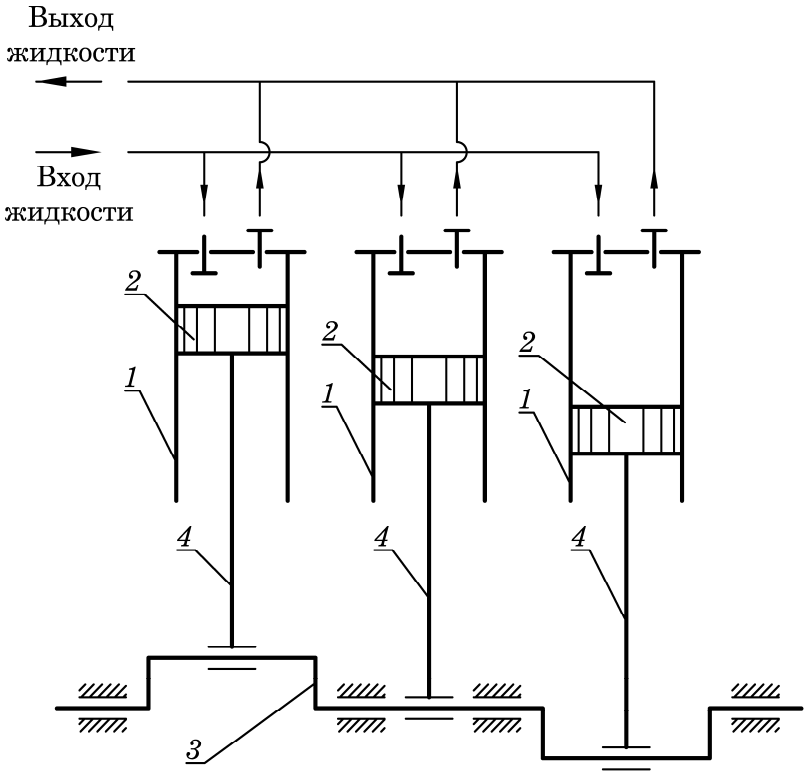


Рис. 5.29. Схема поршневого насоса тройного действия:
1 – цилиндры; *2* – поршни; *3* – коленчатый вал; *4* – шатуны

Достоинством поршневых насосов является возможность создания очень высоких напоров при заданной производительности. С помощью этих насосов также можно перекачивать вязкие жидкости.

К недостаткам следует отнести невозможность перекачивания загрязненных жидкостей и суспензий, неравномерность подачи. Ввиду повышенной инерционности движущихся неравномерно частей насоса необходимо изготовление тяжелых фундаментов. Также необходимо отметить сложность конструкции и большую металлоемкость этих насосов.

Разновидностью поршневых насосов являются плунжерные насосы, которые отличаются конструкцией рабочего органа. Плунжер не имеет уплотнительных колец и отличается от поршня значительно бóльшим отношением длины к диаметру.

На рис. 5.30 приведена схема плунжерного насоса простого действия. В этом насосе плунжер *1* совершает возвратно-поступательное движение в цилиндре *2*, получая энергию от штока *3*, соединенного с двигателем (на схеме не показан).

Плунжер при своем движении не касается стенок цилиндра, поэтому не требуется тщательной обработки внутренней рабочей поверхности, а неплотности легко устраняются подтягиванием или заменой уплотнения *4* (например, набивки сальника).

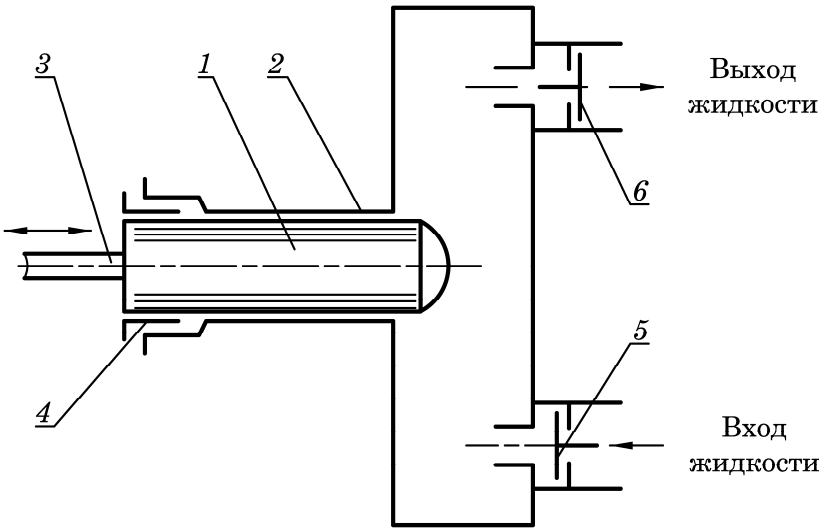


Рис. 5.30. Схема плунжерного насоса простого действия:
1 – плунжер (скалка); *2* – цилиндр; *3* – шток; *4* – уплотнение;
5 – всасывающий клапан; *6* – нагнетательный клапан

Как и поршневой насос простого действия данная конструкция также характеризуется неравномерностью подачи. Более равномерной подачей обладает плунжерный насос двойного действия, схема которого представлена на рис. 5.31.

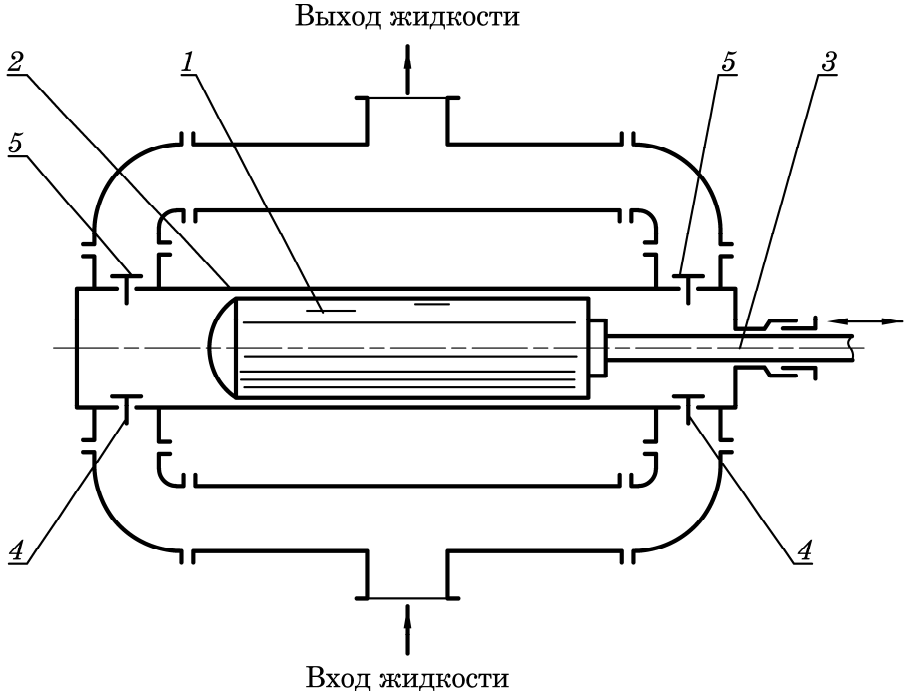


Рис. 5.31. Схема плунжерного насоса двойного действия:
1 – плунжер; *2* – цилиндр; *3* – шток; *4* – всасывающие клапаны;
5 – нагнетательные клапаны

Принцип работы этого насоса аналогичен поршневому насосу двойного действия, описанного ранее.

К достоинствам плунжерных насосов относят создание более высоких давлений, чем у поршневых насосов, возможность перекачивания загрязненных и вязких жидкостей, более простое изготовление (нет необходимости в тщательной обработке внутренней поверхности цилиндра).

К недостаткам этих насосов относят худшее (по сравнению с поршневыми насосами) использование рабочего объема цилиндра.

Для перемещения высокоагрессивных жидких сред и суспензий, содержащих абразивные твердые частицы, применяют **диафрагмовые (мембранные) насосы** (рис. 5.32), которые по конструкции рабочего органа и наличию клапанов также можно отнести к плунжерным насосам.

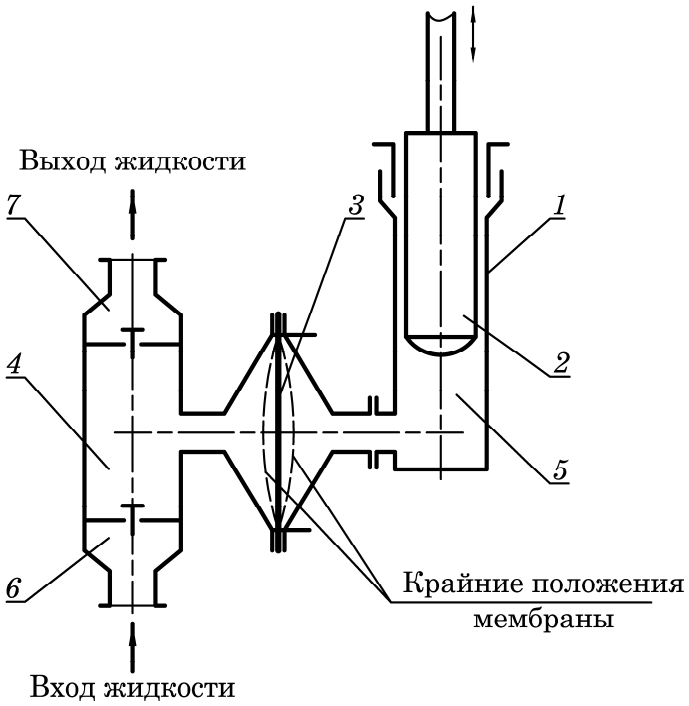


Рис. 5.32. Схема диафрагмового (мембранного) насоса:
1 – цилиндр; *2* – плунжер; *3* – диафрагма (мембрана);
4 – рабочая зона насоса; *5* – зона работы плунжера;
6 – всасывающий патрубок; *7* – нагнетательный патрубок

Цилиндр *1* и плунжер *2* отделены от перекачиваемой жидкости эластичной герметичной перегородкой *3* – диафрагмой (мембраной), которая изготовлена из специальной резины или мягкой стали. Плунжер совершает возвратно-поступательное движение в зоне работы *5*, заполненной специальной жидкостью. При движении плунжера вверх диафрагма прогибается вправо и перемещаемая жидкость из всасывающего патрубка *6* поступает в рабочую зону насоса *4*. При обратном движении плунжера вниз диафрагма *3* выгибается влево и вытесняет перемещаемую жидкость из рабочей зоны насоса *4* в нагнетательный патрубок *7*.

Недостатком этих насосов является недолговечность мембран, которые быстро разрушаются от механического и химического воздействия.

5.2.4.1. Основные параметры работы поршневых насосов. Характеристики поршневых насосов

Так же как и для центробежных насосов напор H, создаваемый поршневым насосом в установившемся режиме, равен напору H_c, потребляемому трубопроводной сетью. Предельный напор, развиваемый насосом, ограничен прочностными характеристиками конструкции и надежностью уплотнений.

Для определения теоретической производительности $Q_т$ поршневого насоса однократного (простого) действия рассмотрим его схему с приводной частью (рис. 5.33).

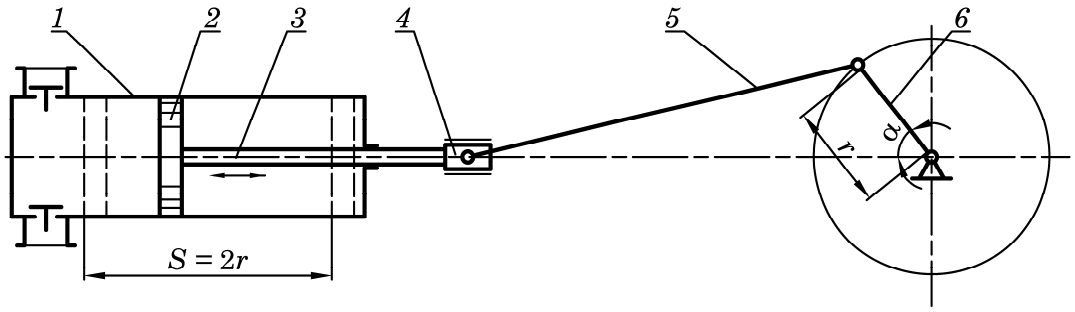


Рис. 5.33. Схема для расчета производительности поршневого насоса простого действия:
1 – цилиндр; *2* – поршень; *3* – шток; *4* – ползун; *5* – шатун; *6* – кривошип

Теоретическую производительность насоса $Q_т$, м^3/с, можно представить как объем жидкости V, м^3, вытесняемый поршнем за один двойной ход поршня:

$$Q_т = \frac{V}{\tau_ц}, \tag{5.84}$$

где $\tau_ц$ – время цикла, с.

Принимаем, что за обратный ход (движение поршня вправо) жидкость полностью заполняет рабочий объем цилиндра, а за прямой ход (движение поршня влево) полностью вытесняется поршнем в нагнетательный трубопровод. Этот объем жидкости можно определить как

$$V = FS, \tag{5.85}$$

где F – рабочая площадь поршня (площадь поперечного сечения поршня), м^2; S – длина хода поршня (расстояние между крайними положениями поршня в цилиндре) (рис. 5.33), м.

При этом время цикла $\tau_ц$ связано с частотой вращения кривошипа n, с$^{-1}$, известным соотношением:

$$\tau_ц = \frac{1}{n}. \tag{5.86}$$

С учетом выражений (5.85) и (5.86) уравнение (5.84) запишется

$$Q_т = Vn = FSn. \tag{5.87}$$

Для поршневых насосов двойного действия (рис. 5.28) аналогично можем получить зависимость для определения теоретической производительности:

$$Q_т = (2F - f)Sn, \tag{5.88}$$

где f – площадь поперечного сечения штока, м^2.

Уравнения (5.87) и (5.88) показывают, что теоретическая производительность поршневых насосов определяется геометрическими параметрами насоса, такими как рабочая площадь поршня и ход поршня S, а также частотой вращения n кривошипа, т. е. числом двойных ходов поршня.

Действительная производительность поршневых насосов меньше теоретической вследствие утечки жидкости через уплотнительные устройства между поверхностью цилиндра и поршнем в ходе нагнетания жидкости. Также вследствие неплотностей открытия и закрытия клапанов происходят обратные токи жидкости во всасывающем и нагнетательных трубопроводах.

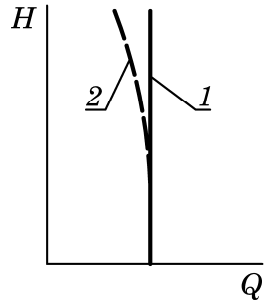


Рис. 5.34. Напорные характеристики поршневого насоса: *1* – теоретическая; *2* – действительная

Действительная производительность насоса Q рассчитывается по следующей зависимости:

$$Q = \eta_V Q_т, \tag{5.89}$$

где η_V – коэффициент подачи (объемный КПД насоса).

Коэффициент подачи η_V зависит от производительности насоса и его физического состояния.

Опытные значения коэффициентов подачи насосов при их нормальном рабочем состоянии:

– малой производительности $\eta_V = 0{,}85–0{,}90$;

– средней производительности $\eta_V = 0{,}90–0{,}95$;

– большой производительности $\eta_V = 0{,}95–0{,}99$.

Поскольку подача жидкости поршневыми насосами неравномерная, то по формулам (5.87) и (5.88) определяется осредненная по времени производительность.

Из уравнения (5.87) видно, что теоретическая производительность $Q_т$ поршневого насоса не зависит от создаваемого им теоретического напора $H_т$. Поэтому теоретическая напорная характеристика $H_т = f(Q)$ в координатах $Q – H$ представляет собой вертикальную прямую линию (рис. 5.34, линия 1).

Вместе с тем с увеличением напора увеличиваются утечки жидкости через зазоры внутри насоса (т. е. уменьшается величина η_V), поэтому действительная напорная характеристика поршневого насоса $H = f(Q)$ несколько отклоняется влево (рис. 5.34, штриховая линия 2).

Средняя полезная мощность $N_п$, Вт, передаваемая поршнем перемещаемой жидкости, определяется аналогично уравнению (5.19):

$$N_п = \rho g H Q = pQ, \tag{5.90}$$

где H – напор насоса, м; Q – действительная производительность насоса, $м^3/с$; p – среднее давление, создаваемое насосом, Па.

Средняя мощность, потребляемая поршневым насосом N, Вт:

$$N = \frac{N_п}{\eta_н}, \tag{5.91}$$

где $\eta_н$ – КПД поршневого насоса.

КПД поршневого насоса можно определить как

$$\eta_н = \eta_V \eta_г \eta_м, \tag{5.92}$$

где η_V, $\eta_г$ и $\eta_м$ – объемный, гидравлический и механический КПД насоса.

Для промышленных поршневых насосов величина гидравлического КПД составляет $\eta_г = 0{,}8–0{,}94$, а величина механического КПД $\eta_м = 0{,}85–0{,}95$.

Общий (полный) КПД насосной установки можно определить по формуле (5.23).

5.2.4.2. Совместная работа поршневого насоса и трубопроводной сети

Так как характеристика поршневого насоса $H = f(Q)$ имеет вид почти вертикальной линии, то абсцисса точки пересечения ее с характеристикой сети любого вида (крутой или пологой) $H_с = f(Q)$ будет практически неизменной. Это означает, что поршневой насос способен обеспечить заданный расход жидкости при его работе на любую сеть при достаточной мощности привода и прочности конструкции насоса[10].

Пример совместной работы поршневого насоса и различных трубопроводных сетей представлен на рис. 5.35.

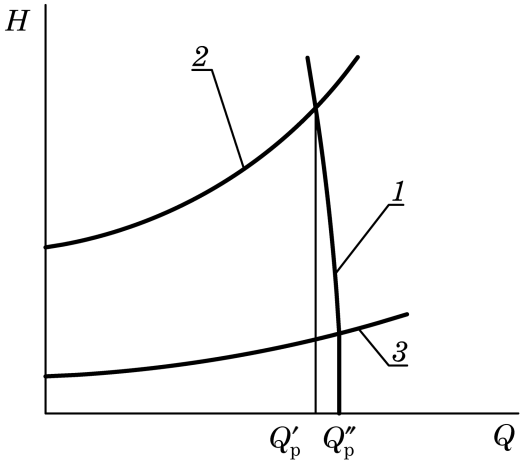


Рис. 5.35. Совместная работа поршневого насоса и различных трубопроводных сетей:
1 – характеристика насоса; *2* – крутая характеристика трубопроводной сети; *3* – пологая характеристика трубопроводной сети

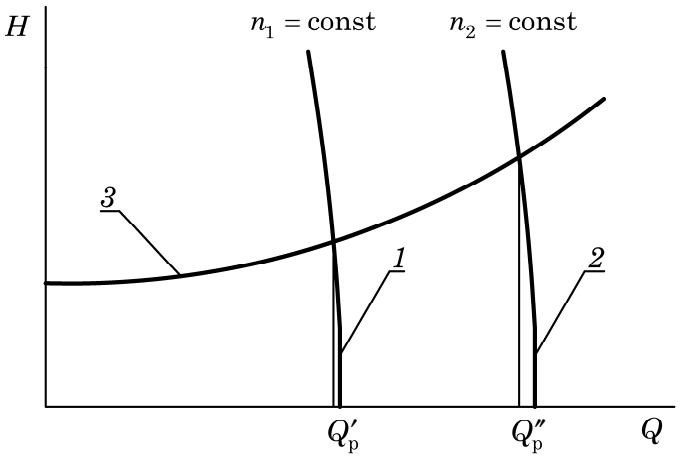


Рис. 5.36. Регулирование производительности поршневого насоса путем изменения частоты вращения кривошипа n:
1 – характеристика насоса при $n_1 = \text{const}$; *2* – характеристика насоса при $n_2 = \text{const}$; *3* – характеристика трубопроводной сети

Как видно из рис. 5.35 изменение характеристики сети незначительно влияет на производительность поршневого насоса $\left(Q'_р \approx Q''_р\right)$.

Согласно зависимостям (5.87) и (5.88) увеличить рабочую производительность поршневого насоса можно путем повышения частоты вращения n кривошипа. Пример такого регулирования производительности приведен на рис. 5.36.

Как видно из рис. 5.36, производительность поршневого насоса увеличивается практически пропорционально увеличению частоты вращения кривошипа:

$$\frac{Q''_р}{Q'_р} \approx \frac{n_2}{n_1}.$$

[10] Приведенное свойство поршневых насосов является их неоспоримым достоинством, однако следствием этого свойства является необходимость защиты насоса от аварийной ситуации – установки предохранительного клапана в непосредственной близости от насоса.

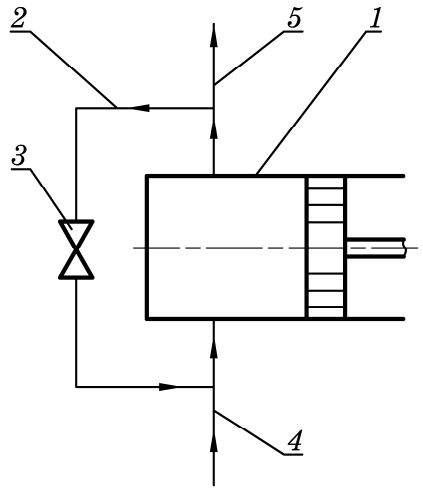


Рис. 5.37. Регулирование производительности поршневого насоса с помощью обратной линии:
1 – насос; *2* – обратная линия; *3* – вентиль (задвижка); *4* – всасывающая линия; *5* – нагнетательная линия

5.2.4.3. Регулирование производительности поршневых насосов

В соответствии с формулой (5.87) производительность поршневого насоса может регулироваться следующими способами:

– изменением частоты вращения кривошипа n (рис. 5.36);

– изменением хода поршня S (применяется редко из-за усложнения конструкции насоса);

– использованием обратной линии (рис. 5.37). В этом случае происходит переток части жидкости из нагнетательного трубопровода во всасывающий по обратной линии *2* с помощью вентиля (задвижки) *3*. Однако этот способ является невыгодным в энергетическом плане, поэтому его применяют лишь при малом изменении производительности (менее 10–20%).

В отличие от центробежного насоса не следует регулировать производительность поршневого насоса задвижками (или вентилями) на всасывающей и нагнетательной линиях.

При регулировании задвижкой на всасывающей линии возможно дополнительное понижение давления на этой линии, что приводит к снижению допустимой высоты всасывания.

При регулировании задвижкой на нагнетательной линии в ней возникают большие давления, что, в свою очередь, может привести к различным поломкам (трубопроводов, запорно-регулирующей арматуры, насоса, двигателя).

5.2.4.4. Неравномерность подачи жидкости поршневыми насосами

Скорость поршня, приводимого в движение кривошипно-шатунным механизмом, – величина переменная. Она изменяется от нуля в крайних положениях поршня до некоторого максимального значения при среднем его положении (рис. 5.33). Как следует из теории кривошипно-шатунного механизма, поступательная скорость движения поршня изменяется пропорционально синусу угла поворота кривошипа α.

В теоретическом насосе, для которого справедливо уравнение (5.87), жидкость следует за поршнем безотрывно, поэтому мгновенная объемная производительность поршневого насоса простого действия $Q_{\text{мг}}$ в нагнетательном трубопроводе будет изменяться по синусоидальному закону. Зависимость $Q_{\text{мг}} = f(\alpha)$ называют **диаграммой подачи** (рис. 5.38).

Согласно приведенной диаграмме подачи поршневой насос простого действия подает жидкость в нагнетательный трубопровод порциями в фазе нагнетания I, а в фазе всасывания II подача отсутствует.

Неравномерность подачи можно снизить следующими способами:

– используя насосы двойного или тройного действия;

– используя газовые колпаки.

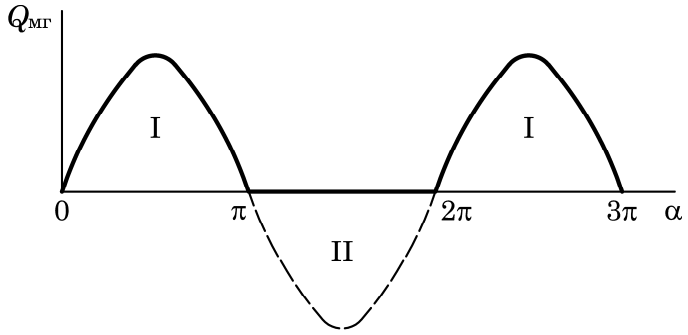


Рис. 5.38. Диаграмма подачи поршневого насоса простого действия (значение 2π на шкале абсцисс соответствует полному обороту кривошипа $\alpha = 360°$)

Насосы двойного и тройного действия отличаются более равномерной подачей. Ее можно представить как сумму двух или трех насосов простого действия, у которых фазы нагнетания и всасывания сдвинуты во времени. Диаграммы подачи таких насосов приведены на рис. 5.39.

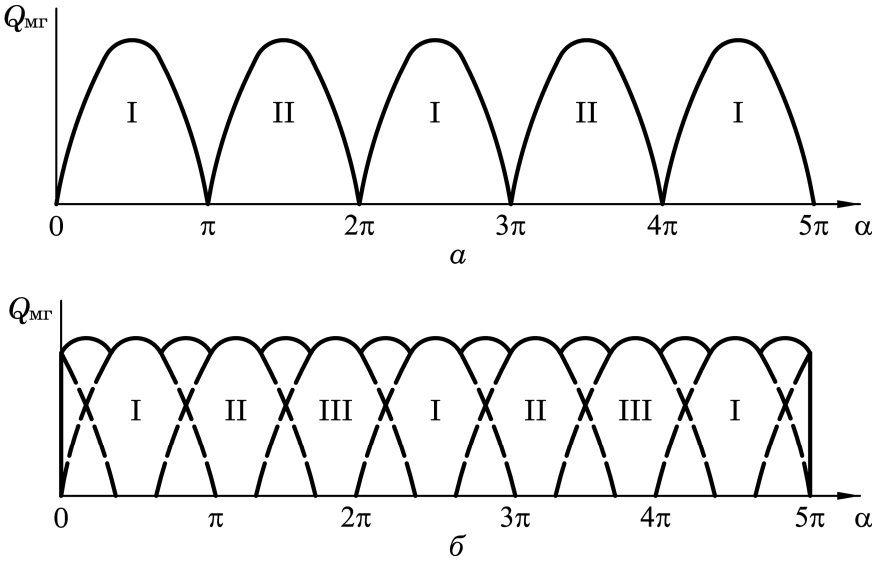


Рис. 5.39. Диаграммы подачи поршневых насосов двойного (*а*) и тройного (*б*) действия

Пример использования газового колпака приведен на рис. 5.40.

Газовый колпак *3*, установленный на нагнетательном трубопроводе *4*, представляет собой буферный промежуточный сосуд с диаметром, намного большим диаметра трубопровода, часть объема которого заполнена газом (чаще всего воздухом).

В фазе нагнетания часть жидкости из-за возрастания давления в нагнетательном трубопроводе поступает в газовый колпак, в результате газ в нем сжимается. В фазе всасывания давление в трубопроводе снижается, и жидкость из газового колпака вытесняется потребителю сжатым газом, компенсируя недостаток подачи насоса.

Подобным образом работает газовый колпак и на линии всасывания (на рисунке не показан).

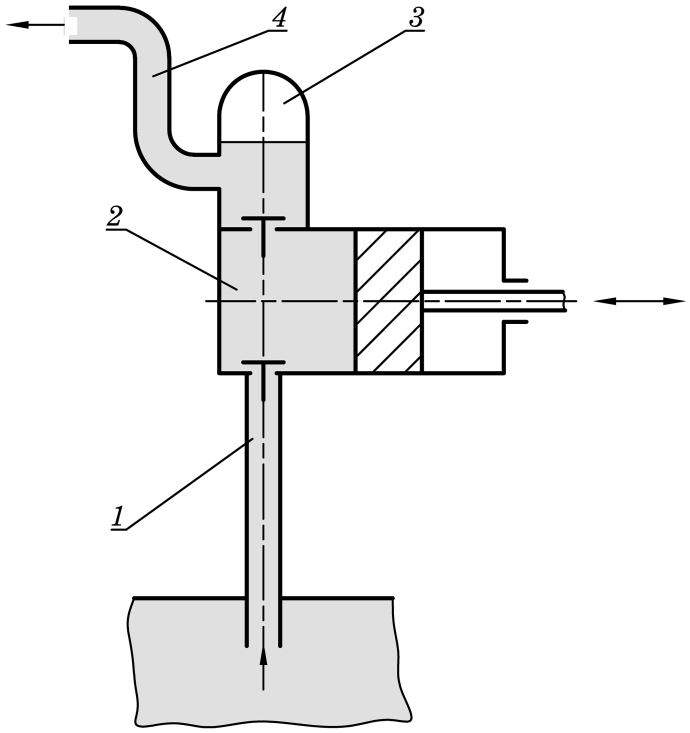


Рис. 5.40. Схема поршневого насоса с газовым колпаком:
1 – всасывающий трубопровод; *2* – насос;
3 – газовый колпак; *4* – нагнетательный трубопровод

Снижение неравномерности подачи при использовании газовых колпаков проиллюстрировано на рис. 5.41.

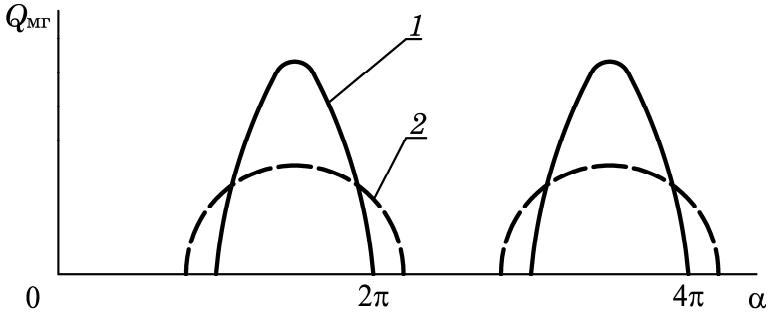


Рис. 5.41. Диаграмма подачи поршневого насоса
с использованием газового колпака:
1 – без газового колпака; *2* – при наличии газового колпака

5.2.4.5. Высота всасывания поршневых насосов

При расчете допустимой высоты всасывания поршневых насосов можно использовать формулу (5.44), однако дополнительно надо учитывать потери напора на преодоление сил инерции во всасывающем трубопроводе. Эти потери обусловлены неравномерностью подачи поршневого насоса, в результате чего на столб жидкости, находящейся во всасывающем трубопроводе и движущейся с некоторым переменным ускорением, действует сила инерции, преодолеваемая при разгоне жидкости. Эта сила направлена в сторону, противоположную направлению движения жидкости.

Потери напора на преодоление сил инерции $\Delta h_{ин}$, м, в поршневых насосах могут быть рассчитаны из уравнения, связывающего давление, действующее на поршень, с силой инерции столба жидкости, движущейся во всасывающем трубопроводе:

$$\Delta h_{ин} = \frac{6}{5}\frac{h_ж}{g}\frac{F}{f}\frac{u^2}{r}, \tag{5.93}$$

где $h_ж$ – высота столба жидкости в трубопроводе (при наличии газовых колпаков – расстояние от оси насоса до уровня жидкости в колпаке), м; g – ускорение силы тяжести, м/с^2; F и f – площадь сечения поршня и трубопровода соответственно, м^2; u – окружная скорость вращения кривошипа, м/с; r – радиус кривошипа, м.

Тогда на основании уравнения (5.44) допустимая высота всасывания поршневого насоса определится как

$$H_{вс}^{доп} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(\frac{p_{нас}}{\rho g} + \frac{w_{вс}^2}{2g} + \Delta h_{вс} + \Delta h_{ин} \right). \tag{5.94}$$

Поршневой насос обеспечит всасывание жидкости из исходной емкости, если $H_{вс}^{доп} > H_{вс}$, где $H_{вс}$ – действительная высота подъема жидкости во всасывающей линии.

ПРИМЕР 5.18

Определить действительную производительность поршневого насоса одностороннего действия, имеющего поршень диаметром $D = 60$ мм с длиной хода $S = 90$ мм. Число двойных ходов поршня $n = 100$ мин$^{-1}$. Коэффициент подачи $\eta_V = 0,9$.

Решение

Определяем теоретическую производительность поршневого насоса, используя зависимость (5.87):

$$Q_т = FSn,$$

где F – рабочая площадь поршня (площадь поперечного сечения поршня), м^2.

$$Q_т = \frac{\pi D^2}{4} Sn = \frac{3,14 \cdot 0,06^2}{4} 0,09 \cdot \frac{100}{60} = 4,241 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Действительная производительность насоса, согласно формуле (5.89), будет равна

$$Q = \eta_V Q_т = 0,9 \cdot 4,241 \cdot 10^{-4} = 3,817 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Ответ: $Q = 3,817 \cdot 10^{-4}$ м^3/с.

ПРИМЕР 5.19

Определить действительную производительность поршневого насоса двойного действия, имеющего поршень диаметром $D = 50$ мм с длиной хода $S = 90$ мм. Диаметр штока $d = 15$ мм. Число двойных ходов поршня $n = 100$ мин$^{-1}$. Коэффициент подачи $\eta_V = 0,9$.

Решение

Определяем теоретическую производительность поршневого насоса двойного действия, используя зависимость (5.88):

$$Q_{\text{т}} = \left(2F - f\right)Sn,$$

где F – рабочая площадь поршня (площадь поперечного сечения поршня), м^2; f – площадь поперечного сечения штока, м^2.

$$Q_{\text{т}} = \frac{\pi}{4}\left(2D^2 - d^2\right)Sn = \frac{3{,}14}{4}\cdot\left(2\cdot 0{,}05^2 - 0{,}015^2\right)\cdot 0{,}09\cdot\frac{100}{60} = 5{,}625\cdot 10^{-4}\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Действительная производительность насоса, согласно формуле (5.89), будет равна

$$Q = \eta_V Q_{\text{т}} = 0{,}9\cdot 5{,}625\cdot 10^{-4} = 5{,}063\cdot 10^{-4}\ \text{м}^3/\text{с}.$$

Ответ: $Q = 5{,}063\cdot 10^{-4}\ \text{м}^3/\text{с}$.

ПРИМЕР 5.20

Поршневым насосом простого действия необходимо подавать $Q = 420$ л/мин жидкости из открытого сборника в аппарат, избыточное давление в котором по манометру $p_{\text{м}} = 4\ \text{кгс}/\text{см}^2$. Геометрическая высота подъема жидкости $H_{\text{г}} = 18$ м. Суммарные потери напора во всасывающем и нагнетательном трубопроводах $\Delta h = 12$ м. Какой мощности двигатель необходимо установить? Значения коэффициентов полезного действия: насоса $\eta_{\text{н}} = 0{,}85$, передачи $\eta_{\text{п}} = 0{,}98$, двигателя $\eta_{\text{дв}} = 0{,}95$. Плотность жидкости $\rho = 930\ \text{кг}/\text{м}^3$.

Решение

Определяем требуемый напор насоса по формуле (5.38):

$$H = H_{\text{г}} + \frac{p_2 - p_0}{\rho g} + \Delta h,$$

где p_2 и p_0 – абсолютные давления газа над жидкостью в приемной и расходной емкостях соответственно, Па.

Так как сборник открыт, то давление $p_0 = p_{\text{бар}}$, а абсолютное давление в приемной емкости $p_2 = p_{\text{м}} + p_{\text{бар}}$. Следовательно, разность давлений $p_2 - p_0$ будет равна избыточному давлению в аппарате $p_{\text{м}} = 4\ \text{кгс}/\text{см}^2$:

$$p_2 - p_0 = p_{\text{м}} = 4\cdot 9{,}81\cdot 10^4 = 392\ 400\ \text{Па}.$$

Требуемый напор насоса будет равен

$$H = 18 + \frac{392\ 400}{930\cdot 9{,}81} + 12 = 73{,}01\ \text{м вод. ст.}$$

Общий КПД насосной установки определяем по формуле (5.23):

$$\eta = \eta_{\text{н}}\eta_{\text{п}}\eta_{\text{дв}} = 0{,}85\cdot 0{,}98\cdot 0{,}95 = 0{,}791.$$

Мощность двигателя, согласно формуле (5.22), будет равна:

$$N_{\text{дв}} = \frac{\rho g H Q}{\eta} = \frac{930\cdot 9{,}81\cdot 73{,}01\cdot 420\cdot 10^{-3}}{0{,}791\cdot 60} = 5892\ \text{Вт}.$$

Установочную мощность двигателя насоса рассчитываем по формуле (5.24):

$$N_{\text{уст}} = \beta N_{\text{дв}},$$

где β – коэффициент запаса мощности.

Значение коэффициента β зависит от величины $N_{\text{дв}}$. Так как $5 < N_{\text{дв}} < 50$ кВт, принимаем $\beta = 1{,}17$.

$$N_{\text{уст}} = 1{,}17 \cdot 5892 = 6894 \text{ Вт} = 6{,}894 \text{ кВт}.$$

Ответ: $N_{\text{уст}} = 6{,}894$ кВт.

ПРИМЕР 5.21

По условиям задачи 5.20 определить, какую частоту вращения должен иметь электродвигатель, если диаметр поршня $D = 150$ мм, ход поршня $S = 200$ мм. Объемный КПД насоса $\eta_V = 0{,}89$.

Решение

Определяем рабочую площадь поршня:

$$F = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}15^2}{4} = 1{,}767 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Требуемую частоту вращения электродвигателя выразим из формул (5.87) и (5.89):

$$n = \frac{Q}{FS\eta_V} = \frac{420 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 1{,}767 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}89} = 2{,}225 \text{ об./с}.$$

Ответ: $n = 2{,}225$ об./с.

ПРИМЕР 5.22

Определить действительную производительность и среднее давление, создаваемое поршневым насосом простого действия, потребляемая мощность которого $N = 3{,}3$ кВт, при частоте вращения кривошипа $n = 1440$ мин$^{-1}$, если его рабочий объем $V = 12$ см^3, КПД насоса $\eta_{\text{н}} = 0{,}8$, объемный КПД $\eta_V = 0{,}89$.

Решение

Определяем теоретическую производительность поршневого насоса, используя зависимость (5.87):

$$Q_{\text{т}} = Vn = \frac{12}{10^6} \cdot \frac{1440}{60} = 2{,}88 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Действительная производительность насоса, согласно формуле (5.89), составит

$$Q = \eta_V Q_{\text{т}} = 0{,}89 \cdot 2{,}88 \cdot 10^{-4} = 2{,}563 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Полезную мощность насоса определим из формулы (5.91):

$$N_{\text{п}} = N\eta_{\text{н}} = 3{,}3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}8 = 2{,}64 \cdot 10^3 \text{ Вт}.$$

Среднее давление, создаваемое насосом, можно определить из выражения (5.90):

$$p = \frac{N_{\text{п}}}{Q} = \frac{2{,}64 \cdot 10^3}{2{,}563 \cdot 10^{-4}} = 1{,}03 \cdot 10^7 \text{ Па} = 10{,}3 \text{ МПа}.$$

Ответ: $p = 10{,}3$ МПа.

ПРИМЕР 5.23

Трехпоршневой насос одностороннего действия (см. рис. 5.29) развивает среднее давление $p = 0{,}64$ МПа и подачу $Q = 10$ л/с. Определить частоту вращения коленчатого вала насоса и его среднюю мощность, если диаметры поршней $D = 150$ мм, радиусы кривошипов $r = 60$ мм, объемный КПД насоса $\eta_{\text{V}} = 0{,}94$, полный КПД насоса $\eta_{\text{н}} = 0{,}80$.

Решение

Частоту вращения коленчатого вала насоса можно выразить из формулы (5.87):

$$n = \frac{Q_{\text{т}}}{V},$$

где $Q_{\text{т}}$ – теоретическая производительность насоса, м^3/с; V – объем жидкости, вытесняемый за один цикл, м^3.

Теоретическую производительность насоса определим, воспользовавшись формулой (5.89):

$$Q_{\text{т}} = \frac{Q}{\eta_V} = \frac{10}{1000 \cdot 0{,}94} = 1{,}064 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Рабочий объем одного цилиндра можно вычислить по формуле (5.85):

$$V_1 = FS,$$

где $S = 2r$ – длина хода поршня (см. рис. 5.33), м.

Тогда рабочий объем трехцилиндрового поршневого насоса одностороннего действия будет равен

$$V = 3V_1 = 3FS = 3\frac{\pi D^2}{4} 2r.$$

$$V = 3 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}15^2}{4} \cdot 2 \cdot 0{,}06 = 6{,}359 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Следовательно, частота вращения коленчатого вала насоса будет равна

$$n = \frac{1{,}064 \cdot 10^{-2}}{6{,}359 \cdot 10^{-3}} = 1{,}673 \text{ об./с} = 100{,}4 \text{ об./мин}.$$

Полезную мощность насоса определим по формуле (5.90):

$$N_{\text{п}} = pQ = 0{,}64 \cdot 10^6 \cdot \frac{10}{1000} = 6400 \text{ Вт} = 6{,}4 \text{ кВт}.$$

Средняя мощность, потребляемая насосом, согласно формуле (5.91), составит

$$N = \frac{N_{\text{п}}}{\eta_{\text{н}}} = \frac{6,4}{0,8} = 8,0 \text{ кВт}.$$

Ответ: $n = 100,4$ об./мин; $N = 8,0$ кВт.

ПРИМЕР 5.24

Определить допустимую высоту всасывания поршневого насоса одностороннего действия, предназначенного для перекачивания воды при 40 °С из резервуара, в котором поддерживается давление p_0 = 1,2 ата[11]. Диаметр поршня $D = 150$ мм, ход поршня $S = 200$ мм. Частота вращения кривошипа насоса $n = 120$ об./мин. Внутренний диаметр всасывающего трубопровода $d_{\text{вс}} = 0,125$ м, потери напора в нем $\Delta h_{\text{вс}} = 0,8$ м. Высота столба жидкости во всасывающем трубопроводе $h_{\text{ж}} = 1,5$ м, а средняя скорость ее движения $w_{\text{вс}} = 0,57$ м/с. Давление насыщенных паров воды при 40 °С $p_{\text{нас}} = 7374$ Па. Плотность воды $\rho = 992$ кг/м^3.

Решение

Допустимую высоту всасывания для поршневого насоса можно определить по формуле (5.94):

$$H_{\text{вс}}^{\text{доп}} = \frac{p_0}{\rho g} - \left(\frac{p_{\text{нас}}}{\rho g} + \frac{w_{\text{вс}}^2}{2g} + \Delta h_{\text{вс}} + \Delta h_{\text{ин}} \right).$$

Потери напора на преодоление сил инерции $\Delta h_{\text{ин}}$ в поршневых насосах могут быть рассчитаны из уравнения (5.93):

$$\Delta h_{\text{ин}} = \frac{6}{5} \frac{h_{\text{ж}}}{g} \frac{F}{f} \frac{u^2}{r},$$

где F и f – площади сечения поршня и всасывающего трубопровода соответственно, м^2; u – окружная скорость вращения кривошипа, м/с; r – радиус кривошипа, м.

Площади сечения поршня и трубопровода равны соответственно:

$$F = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,15^2}{4} = 0,018 \text{ м}^2;$$

$$f = \frac{\pi^2 d_{\text{вс}}^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,125^2}{4} = 0,012 \text{ м}^2.$$

Радиус кривошипа можно определить через ход поршня (рис. 5.33):

$$r = \frac{S}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ мм} = 0,1 \text{ м}.$$

Окружную скорость вращения кривошипа выразим через его радиус и частоту вращения:

$$u = \pi \cdot 2rn = 3,14 \cdot 2 \cdot 0,1 \cdot \frac{120}{60} = 1,256 \text{ м/с}.$$

[11] ата – абсолютное давление в технических атмосферах.

Потери напора на преодоление сил инерции будут равны

$$\Delta h_{\text{ин}} = \frac{6}{5} \cdot \frac{1,5}{9,81} \cdot \frac{0,018}{0,012} \cdot \frac{1,256^2}{0,1} = 4,17 \text{ м}.$$

Тогда допустимая высота всасывания составит

$$H_{\text{вс}}^{\text{доп}} = \frac{1,2 \cdot 98100}{992 \cdot 9,81} - \left(\frac{7374}{992 \cdot 9,81} + \frac{0,57^2}{2 \cdot 9,81} + 0,8 + 4,17 \right) = 6,35 \text{ м}.$$

Ответ: $H_{\text{вс}}^{\text{доп}} = 6,35$ м.

5.2.5. Насосы других типов

5.2.5.1. Шестеренные насосы

Шестеренные насосы используются для перекачивания вязких жидкостей, не содержащих твердых примесей при относительно высоких давлениях.

Схема шестеренного насоса представлена на рис. 5.42.

В корпусе *1* такого насоса заключены две шестерни *2*, одна из которых (ведущая) приводится во вращение от электродвигателя. Когда зубья выходят из зацепления, образуется разрежение, под действием которого происходит всасывание жидкости из всасывающего патрубка *3* в корпус насоса. Жидкость захватывается зубьями шестерен и перемещается вдоль стенок корпуса в направлении вращения. В области, где зубья вновь входят в зацепление, жидкость вытесняется и поступает в нагнетательный патрубок *4*.

Теоретическая производительность шестеренных насосов $Q_{\text{т}}$, $\text{м}^3/\text{с}$, определяется по уравнению

$$Q_{\text{т}} = 2fbzn, \tag{5.95}$$

где f – площадь поперечного сечения впадины между соседними зубьями, м^2; b – ширина зуба шестерни, м; z – число зубьев шестерни; n – частота вращения шестерен, с^{-1}.

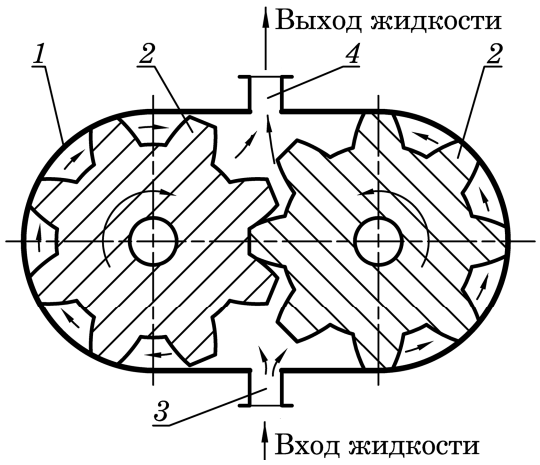


Рис. 5.42. Схема шестеренного насоса: *1* – корпус; *2* – шестерни; *3* – всасывающий патрубок; *4* – нагнетательный патрубок

Отметим, что шестеренные насосы обладают *реверсивностью*, т. е. при изменении направления вращения шестерен области всасывания и нагнетания меняются местами.

Достоинствами шестеренных насосов является равномерная подача жидкости.

К недостаткам можно отнести сложность изготовления и тщательность сборки – происходит резкое снижение производительности и напора при увеличении рабочих зазоров между корпусом и шестернями сверх допустимых пределов.

ПРИМЕР 5.25

Шестеренный насос, шестерни которого вращаются с частотой $n = 400$ об./мин, перекачивает $Q = 300$ л/мин жидкости. Число зубьев на шестерне $z = 12$, ширина зуба $b = 42$ мм, площадь поперечного сечения впадины между соседними зубьями $f = 960$ мм^2. Определить коэффициент подачи насоса.

Решение

Определяем теоретическую производительность шестеренного насоса, используя зависимость (5.95):

$$Q_т = 2fbzn = 2 \cdot 960 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}042 \cdot 12 \cdot \frac{400}{60} = 6{,}451 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Коэффициент подачи насоса выразим из формулы (5.89):

$$\eta_V = \frac{Q}{Q_т} = \frac{300 \cdot 10^{-3}}{60 \cdot 6{,}451 \cdot 10^{-3}} = 0{,}775.$$

Ответ: $\eta_V = 0{,}775$.

5.2.5.2. Винтовые насосы

Рабочим органом винтового насоса (рис. 5.43) являются ведущий винт *1* и несколько ведомых винтов *2*, заключенных в обойму *3*, расположенную внутри корпуса *4*.

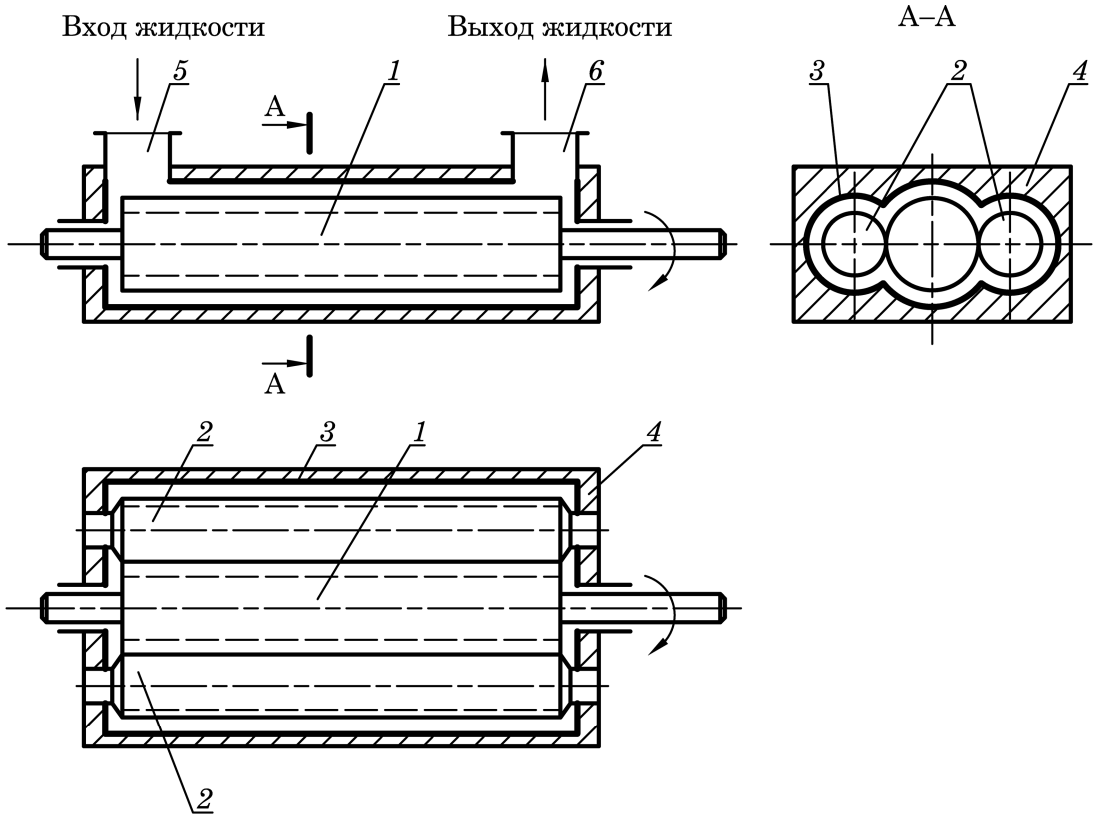


Рис. 5.43. Схема винтового насоса:
1 – ведущий винт; *2* – ведомые винты; *3* – обойма; *4* – корпус;
5 – всасывающий патрубок; *6* – нагнетательный патрубок

Преимущественное распространение в промышленности получили насосы, имеющие три винта, – один ведущий и два ведомых. Обойма имеет полость, внутри которой вращаются три винта, имеющих параллельные оси: средний – ведущий *1* и два одинаковых ведомых винта *2* меньшего наружного диаметра. Винты находятся в зацеплении. Нарезка винтов имеет специальную форму и образует в местах их взаимного касания герметичные уплотнения, которые разделяют насос по длине на ряд замкнутых полостей. Направление нарезки каждого ведомого винта противоположно направлению нарезки ведущего. Все винты обычно выполняются двухзаходными. Соотношение размеров винтов выбраны такими, что ведомые винты получают вращение не от ведущего винта, а под действием давления перекачиваемой жидкости, что не требует установки зубчатой передачи между ведущим и ведомым винтами.

При вращении винтов жидкость, поступая из всасывающего патрубка *5*, заполняет впадины в нарезках, за один оборот винта перемещается вдоль оси вала на расстояние, равное шагу винта. Ведомые винты выполняют роль герметизирующих уплотнителей, препятствующих перетеканию жидкости из камеры нагнетания в камеру всасывания. Из камеры нагнетания жидкость подается в нагнетательный патрубок *6*. Описанный принцип действия показывает, что винтовые насосы относятся к насосам объемного действия.

Давление, развиваемое винтовыми насосами, зависит от числа шагов винтовой нарезки и увеличивается с возрастанием отношения длины винта к его диаметру.

К достоинствам винтовых насосов можно отнести равномерность подачи, движение рабочих органов с постоянной скоростью. Недостатки данного типа насосов аналогичны недостаткам шестеренных насосов.

5.2.5.3. Одновинтовые (героторные) насосы

Одновинтовой (героторный) насос (рис. 5.44) состоит из корпуса *1*, в котором находится цилиндр *2* с внутренней профилированной винтовой поверхностью, которую называют обоймой.

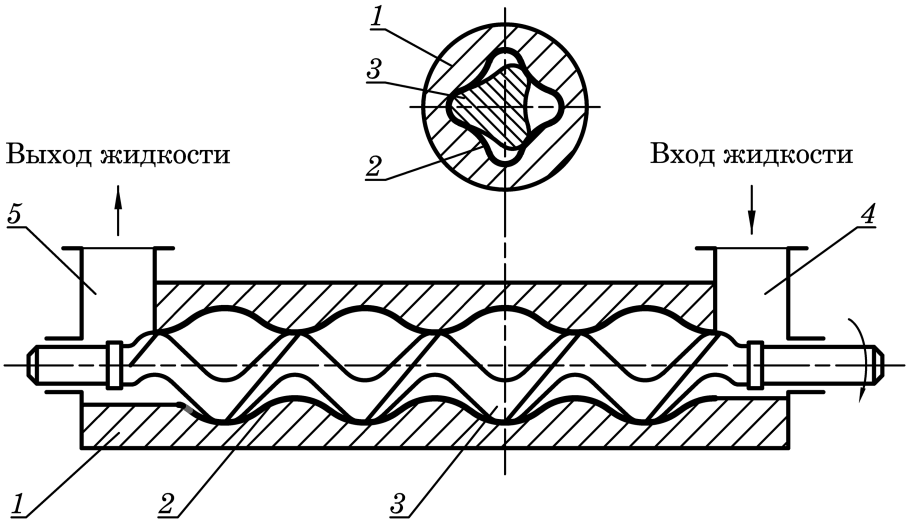


Рис. 5.44. Одновинтовой (героторный) насос:
1 – корпус; *2* – цилиндр (обойма); *3* – винт;
4 – всасывающий патрубок; *5* – нагнетательный патрубок

Соосно корпусу установлен однозаходный асимметричный винт *3*, у которого высота выступа меняется по длине (сначала плавно уменьшается, затем плавно увеличивается). Именно асимметричная конструкция винта способствует образованию между обоймой и винтом относительно замкнутых полостей, заполненных жидкостью. При вращении винта в обойме, объем полостей непрерывно меняется, а сами полости перемещаются вдоль оси насоса.

При вращении винта его передняя поверхность толкает жидкость перед собой, передавая ей энергию и увеличивая давление, в то время как за задней поверхностью винта образуется разряжение, увлекающее жидкость за собой. Таким образом, происходит перемещение жидкости от всасывающего патрубка *4* вдоль оси винта к нагнетательному патрубку *5*.

Винты и обоймы одновинтовых насосов изготовляют из различных коррозионностойких материалов, что позволяет использовать эти насосы для перекачивания агрессивных жидкостей.

К достоинствам этих насосов можно отнести равномерность подачи, поскольку рабочий орган движется с постоянной скоростью. К недостаткам – сложность изготовления, тщательность сборки, малую производительность.

5.2.5.4. Осевые (пропеллерные) насосы

В осевых насосах рабочее колесо обычно имеет форму, близкую к гребному винту (пропеллеру), т. е. лопасти его расположены под наклоном к оси вращения, а также могут быть профилированные (сложной формы).

Рабочий вал *2* (рис. 5.45) с винтовыми лопастями *3* вращается в корпусе *1*. Лопасти воздействуют на жидкость, перемещая ее вдоль оси вала и одновременно сообщая некоторое вращательное движение. Вращение жидкости вокруг оси вала преобразуется в дополнительное осевое движение неподвижными направляющими лопатками *4*, имеющими по сравнению с вращающимися лопастями *3* обратную закрутку.

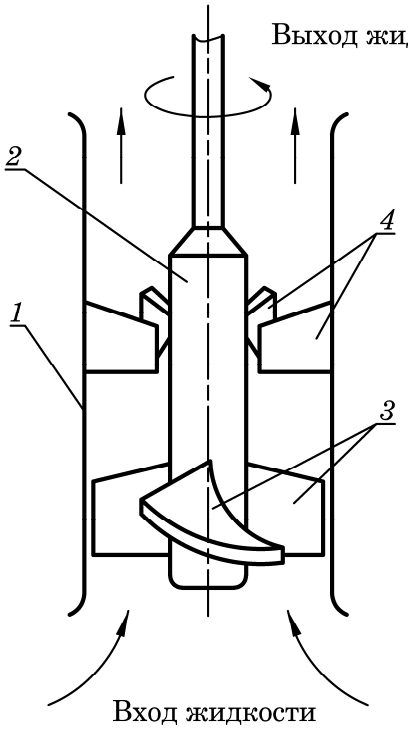


Рис. 5.45. Осевой (пропеллерный) насос:
1 – корпус; *2* – рабочий вал;
3 – винтовые лопасти; *4* – неподвижные направляющие лопатки

Осевые насосы применяют для перемещения больших объемов жидкости (десятки кубических метров в секунду) при относительно невысоких напорах (до 20 м), например для создания циркуляции жидкости в различных аппаратах. Значительнее зазоры между элементами осевых насосов позволяет использовать их для перекачки загрязненных жидкостей и суспензий. По сравнению с центробежными насосами осевые имеют значительно бóльшую подачу, но меньший напор. КПД высокопроизводительных осевых насосов достигает значения 0,9 и выше.

5.2.5.5. Вихревые насосы

Вихревой насос (рис. 5.46) содержит корпус *1*, вал *2*, расположенный соосно корпусу. На валу жестко закреплено рабочее колесо *3* с лопатками *4*. В корпусе насоса имеется входное торцевое окно *5,* соединенное с всасывающим патрубком *6*, и нагнетательный патрубок 7.

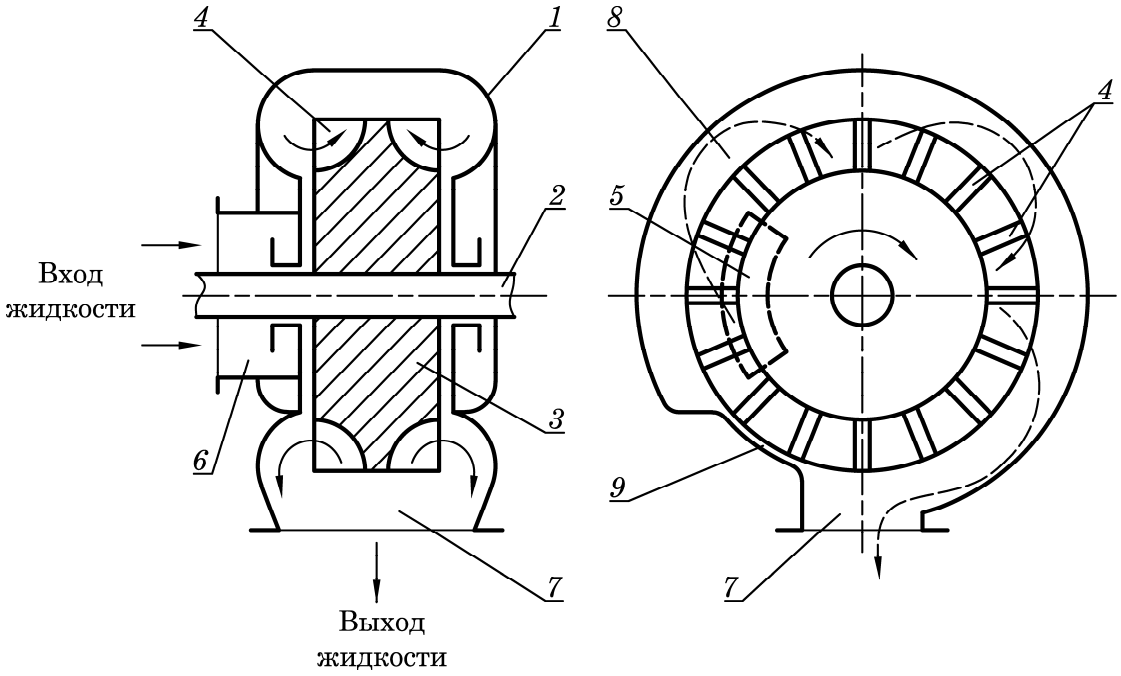


Рис. 5.46. Вихревой насос:
1 – корпус; *2* – вал; *3* – рабочее колесо; *4* – лопатки;
5 – входное торцевое окно; *6* – всасывающий патрубок;
7 – нагнетательный патрубок; *8* – кольцевой канал;
9 – уплотняющий зазор

Жидкость из всасывающего патрубка *6* через входное торцевое окно *5* поступает в корпус насоса *1*, попадает на вращающееся рабочее колесо *3* и приобретает кинетическую энергию вращения от его лопаток *4*. Под действием центробежной силы жидкость выбрасывается в кольцевой канал *8*, между корпусом и рабочим колесом, где приобретает вихревое движение и перемещается вдоль канала к нагнетательному патрубку *7*. При движении в кольцевом канале жидкость неоднократно контактирует с лопатками рабочего колеса (ход жидкости внутри насоса показан штриховыми линиями со стрелками), где ей дополнительно передается механическая энергия движущихся лопаток. В результате такого многократного контакта достигаются более высокие (в 2–4 раза) напоры, чем у центробежных насосов при одном и том же диаметре рабочего колеса и его частоте вращения.

За нагнетательным патрубком *7* в корпусе насоса выполнен уплотняющий зазор *9*, который препятствует возврату перемещаемой жидкости из нагнетательного патрубка в кольцевой канал *8*.

По сравнению с центробежными, вихревые насосы потребляют бóльшую мощность и обладают меньшим КПД вследствие значительных потерь энергии в вихрях, образующихся в кольцевом канале.

5.2.5.6. Пластинчатые насосы

В пластинчатом насосе (рис. 5.47) в корпусе *1* эксцентрично расположен массивный ротор *2* с радиальными прорезями постоянной ширины. Вал ротора *3* через сальник в торцевой крышке выводится из корпуса для соединения с валом электродвигателя. В прорези ротора вставляются подвижные прямоугольные пластины *4*, которые при вращении ротора под действием центробежной силы выходят из прорезей и плотно прижимаются к внутренней поверхности корпуса, разделяя серповидное рабочее пространство *5* между корпусом и ротором на камеры всасывания и нагнетания. Объем каждой камеры увеличивается при движении пластины от всасывающего патрубка *6* к вертикальной плоскости, в результате чего в камере образуется разрежение и происходит всасывание жидкости в корпус насоса. При движении пластины от вертикальной плоскости в направлении к нагнетательному патрубку *7* объем камеры уменьшается, давление жидкости увеличивается и она вытесняется из насоса в нагнетательный трубопровод.

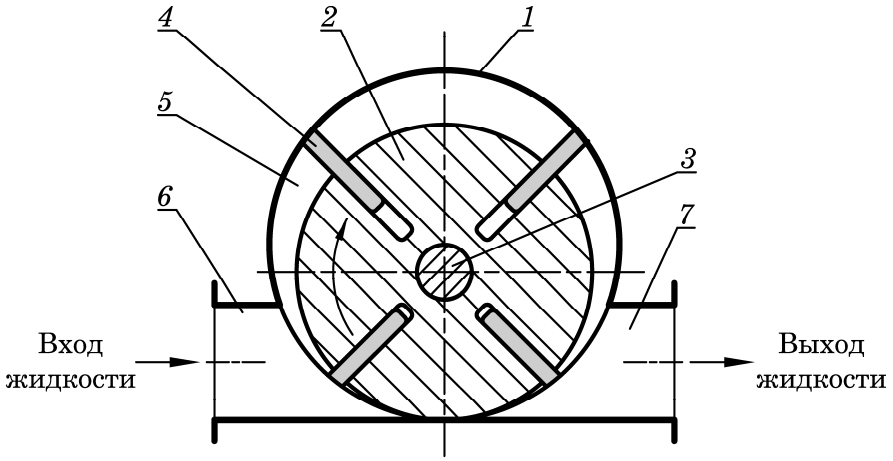


Рис. 5.47. Пластинчатый насос:
1 – корпус; *2* – ротор; *3* – вал; *4* – пластины; *5* – рабочее пространство; *6* – всасывающий патрубок; *7* – нагнетательный патрубок

Достоинством пластинчатых насосов является плавность подачи жидкости. К недостаткам следует отнести сложность изготовления и сборки, а также резкое снижение производительности и создаваемого напора при увеличении рабочего зазора между пластинами и корпусом. Для уменьшения этих зазоров иногда пластины подпружиниваются.

5.2.5.7. Струйные насосы

В струйных насосах для перемещения жидкости и создания напора используют кинетическую энергию другой жидкости, которую называют **рабочей**. Обычно в качестве рабочей жидкости применяют пар или воду.

Струйные насосы подразделяются на **инжекторы** (для создания давления выше атмосферного) и **эжекторы** (применяемые для создания вакуума в аппаратах).

Принцип действия струйных насосов можно объяснить с помощью уравнения Бернулли (3.69), согласно которому в сужающейся части потока возрастает его скорость и, следовательно, кинетическая энергия, а потенциальная энергия, т. е. статическое давление, – уменьшается.

В струйном насосе (рис. 5.48) в сужающемся сопле *2*, в которое подается поток рабочей жидкости, статическое давление уменьшается. За счет этого в камере смешения *1* создается разрежение и в нее снизу всасывается перекачиваемая жидкость. Образующаяся смесь поступает сначала в горловину *3*, а затем в расширяющийся патрубок (диффузор) *4*, где кинетическая энергия смеси преобразуется в избыточное статическое давление, позволяющее нагнетать (поднимать) транспортируемую жидкость на требуемую высоту.

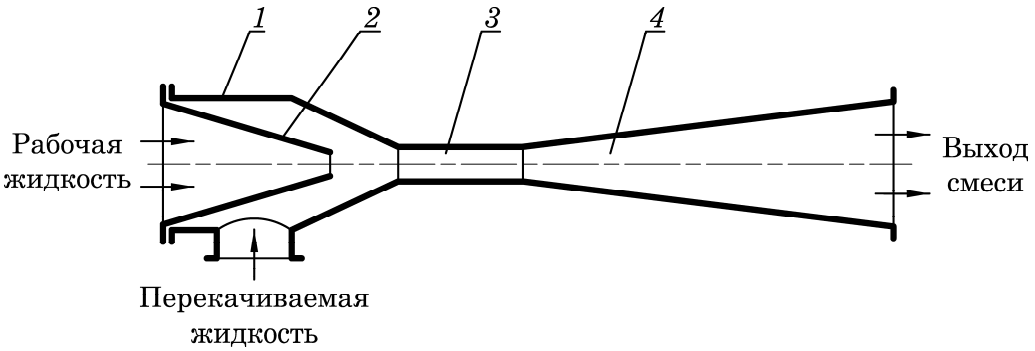


Рис. 5.48. Схема струйного насоса:
1 – камера смешения; *2* – сопло; *3* – горловина; *4* – диффузор

Производительность струйных насосов удобно оценивать **коэффициентом инжекции:**

$$\psi = \frac{G_{\text{п}}}{G_{\text{р}}}, \tag{5.96}$$

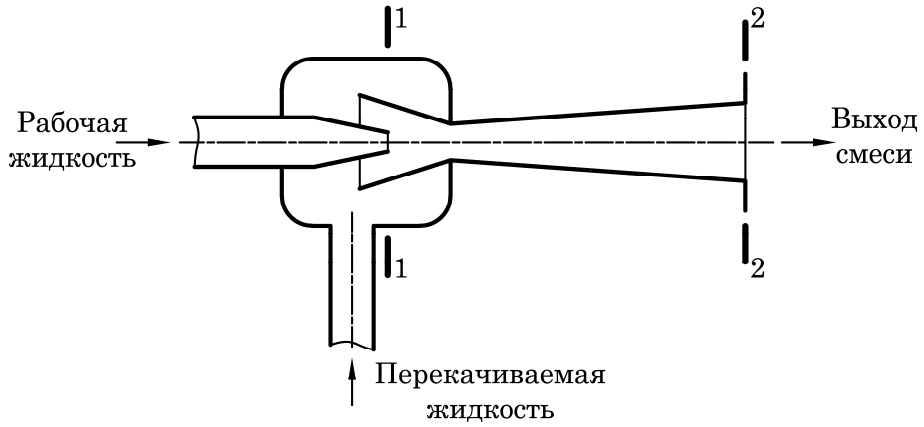
где $G_{\text{п}}$ – массовый расход перекачиваемой жидкости, кг/с; $G_{\text{р}}$ – массовый расход рабочей жидкости, кг/с.

К достоинствам этих насосов следует отнести простоту, надежность и дешевизну конструкции ввиду отсутствия движущихся частей. С помощью этих насосов можно перекачивать жидкости, содержащие твердые частицы (суспензии, коллоидные растворы, загрязненные жидкости), поскольку в конструкции струйного насоса отсутствуют клапаны, уплотнения и узкие проходы. Также их можно использовать для перемещения фекалий, стоков и других жидкостей в системах очистки. Эти насосы могут использоваться в системах гидротранспорта твердых сыпучих материалов.

Основные недостатки струйных насосов – низкий коэффициент полезного действия (обычно не превышает 25%), низкие создаваемые напоры. Струйные насосы можно использовать, если рабочую и перемещаемую жидкость допустимо смешивать.

ПРИМЕР 5.26

Определить (пренебрегая потерями) теоретическое разрежение, которое может быть создано рабочей струей воды в камере смешения водоструйного насоса. Барометрическое давление на выходе из диффузора $p_2 = p_{\text{бар}} = 100$ кПа, скорость струи в этом месте $w_2 = 2{,}5$ м/с. Диаметр струи в сечении 1–1 $d_1 = 23$ мм, в сечении 2–2 $d_2 = 50$ мм. Плотность воды $\rho = 998$ кг/м^3.



Решение

Запишем, пренебрегая потерями, уравнение Бернулли для сечений струи 1–1 и 2–2:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}.$$

При горизонтальном расположении насоса

$$z_1 = z_2.$$

Используя уравнение неразрывности потока (3.41), выразим скорость струи в сечении 1–1 через скорость в сечении 2–2:

$$w_1 = \frac{d_2^2}{d_1^2} w_2 = \frac{0{,}05^2}{0{,}023^2} \cdot 2{,}5 = 11{,}82 \text{ м/с}.$$

Из уравнения Бернулли находим абсолютное давление в сечении 1–1:

$$p_1 = p_2 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}\rho = 10^5 + \frac{2{,}5^2 - 11{,}82^2}{2} \cdot 998 = 10^5 - 66\,540 = 33\,460 \text{ Па}.$$

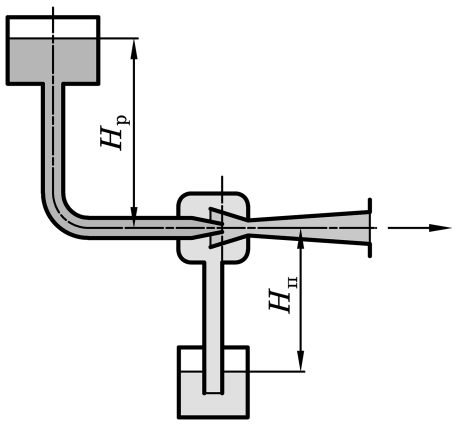
Следовательно, теоретическое разрежение составит

$$p_{\text{разр}} = p_{\text{бар}} - p_1 = 100\,000 - 33\,460 = 66\,540 \text{ Па}.$$

Ответ: $p_{\text{разр}} = 66\,540$ Па.

ПРИМЕР 5.27

Водоструйный насос поднимает $Q_{\text{п}} = 7{,}9 \text{ м}^3/\text{ч}$ перекачиваемой жидкости на высоту $H_{\text{п}} = 4$ м. Расход рабочей жидкости (воды) $Q_{\text{р}} = 9{,}8 \text{ м}^3/\text{ч}$. Напор рабочей жидкости перед насосом $H_{\text{р}} = 18$ м. Определить коэффициенты полезного действия и инжекции водоструйного насоса. Плотности жидкостей: перекачиваемой $\rho_{\text{п}} = 1010 \text{ кг}/\text{м}^3$, рабочей $\rho_{\text{р}} = 998 \text{ кг}/\text{м}^3$.



Решение

Согласно формуле (5.19) производимая насосом полезная работа (мощность) будет равна

$$N_{\text{п}} = \rho_{\text{п}} g H_{\text{п}} Q_{\text{п}} = 1010 \cdot 9{,}81 \cdot 4 \cdot \frac{7{,}9}{3600} = 86{,}97 \text{ Вт}.$$

Затрачиваемую насосом мощность определяем следующим образом:

$$N_{\text{н}} = \rho_{\text{р}} g H_{\text{р}} Q_{\text{р}} = 998 \cdot 9{,}81 \cdot 18 \cdot \frac{9{,}8}{3600} = 479{,}73 \text{ Вт}.$$

По формуле (5.20) КПД водоструйного насоса будет равен

$$\eta_{\text{н}} = \frac{N_{\text{п}}}{N_{\text{н}}} = \frac{86{,}97}{479{,}73} = 0{,}181.$$

Коэффициент инжекции определяем по формуле (5.96):

$$\psi = \frac{G_{\text{п}}}{G_{\text{р}}} = \frac{Q_{\text{п}} \rho_{\text{п}}}{Q_{\text{р}} \rho_{\text{р}}},$$

где $G_{\text{п}}$ и $G_{\text{р}}$ – массовые расходы перекачиваемой и рабочей жидкостей соответственно, кг/с.

$$\psi = \frac{7{,}9 \cdot 1010}{9{,}8 \cdot 998} = 0{,}816.$$

Ответ: $\eta_{\text{н}} = 0{,}181;\ \psi = 0{,}816.$

5.2.5.8. Монтежю

В данных насосах для перекачивания жидкости используется энергия сжатого воздуха или инертного газа.

Монтежю[12] (рис. 5.49) представляет собой цилиндрический резервуар, состоящий из корпуса *1* с крышкой *2*. В крышке имеются штуцеры для подвода коммуникаций: трубы наполнения, коллектора *3*, трубы передавливания *4*.

Монтежю работает периодически. Сначала корпус насоса заполняется перекачиваемой жидкостью через открытый кран *5*. Для чего открывают кран-воздушник *7* (если наполнение происходит под атмосферным давлением) или кран *8*, соединяющий монтежю с вакуум-линией (если наполнение происходит под вакуумом). При передавливании жидкости закрывают краны *5*, *7* и *8* и открывают кран *6* на трубе передавливания *4* и кран *9* подачи сжатого газа, давление которого контролируется манометром *10*. Жидкость при этом выдавливается сжатым газом из корпуса и по трубе передавливания *4* отводится из насоса.

После опорожнения монтежю, закрывают краны *9* и *6* и открывают кран *7* для сообщения монтежю с атмосферой. При необходимости цикл повторяют.

В некоторых случаях монтежю можно использовать как сосуд для временного хранения жидкостей.

[12] Монтежю (от фр. *montejus* = *monter* – подниматься + *jus* – сок, вода) работает по принципу вытеснения жидкости из резервуара газом или паром.

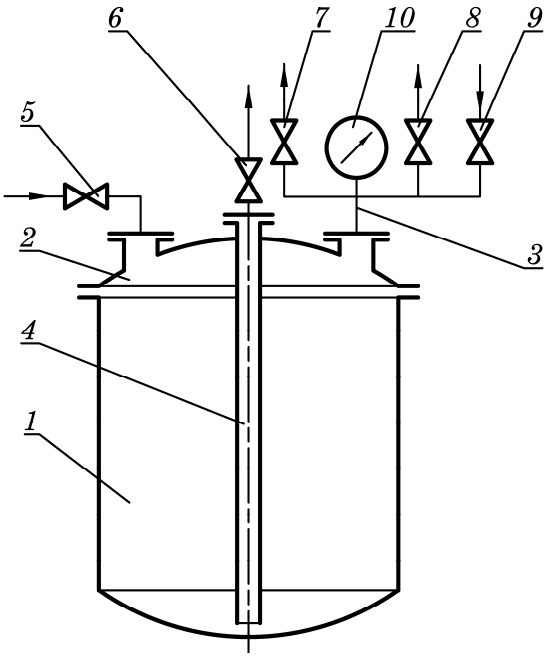


Рис. 5.49. Монтежю:
1 – корпус; *2* – крышка; *3* – коллектор;
4 – труба передавливания;
5–9 – краны; *10* – манометр

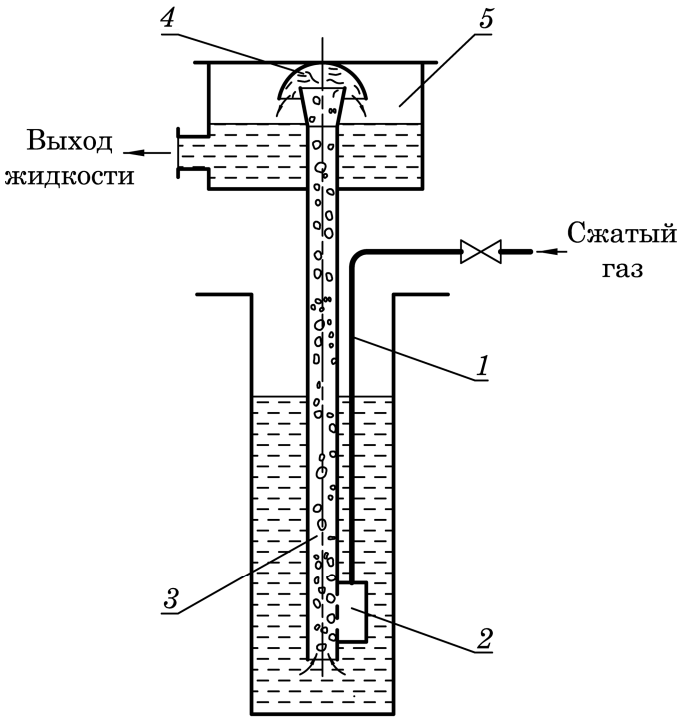


Рис. 5.50. Газлифт:
1 – труба для подачи сжатого газа;
2 – смеситель; *3* – подъемная труба;
4 – отбойник; *5* – сборник

К достоинствам монтежю относят простоту конструкции, надежность работы, поскольку отсутствуют движущиеся части, а также трущиеся уплотнения (сальники, манжеты и др.).

Недостатком является периодичность работы и повышенная толщина стенок в случае высокого давления в аппарате.

5.2.5.9. Газлифт (эрлифт)

Перекачивание жидкостей в этих насосах осуществляется за счет создания газожидкостной смеси с плотностью, меньшей чем у перемещаемой жидкости.

Газлифт (рис. 5.50) состоит из трубы *1* для подачи сжатого газа, смесителя *2*, подъемной трубы *3*, отбойника *4* и сборника *5*.

Сжатый газ (воздух) по трубе *1* подается в смеситель *2*, который чаще всего выполняется в виде барботера. Через отверстия барботера газ в виде пузырей поступает в подъемную трубу *3*. В нижний открытый конец подъемной трубы всасывается перекачиваемая жидкость. Так как плотность газа значительно меньше плотности жидкости, пузыри под действием архимедовой силы всплывают по трубе вверх, увлекая за собой жидкость, образуя восходящий газожидкостный поток. Из верхней части трубы *3* газожидкостная смесь проходит через каплеотбойник *4* и попадает в сборник *5*.

Такой насос может работать как периодически, так и непрерывно. Но в основном они применяются в непрерывных процессах для перекачивания загрязненных, химически агрессивных и радиоактивных жидкостей несмотря на низкий КПД (10–20%).

5.2.5.10. Шланговый насос

Шланговый насос (рис. 5.51) состоит из короткого цилиндрического корпуса *1*, входного *2* и выходного *3* штуцеров. В эти штуцеры плотно вставлен эластичный прочный шланг *4*. На оси корпуса расположен вал *5*, на котором вращается роликовый механизм *6* с двумя прижимными роликами *7* и *8*. Насос также содержит жесткий элемент *9* в форме полуцилиндра. При вращении роликового механизма по направлению стрелки прижимные ролики *7* и *8* катятся по внутренней поверхности элемента *9* и по наружной поверхности шланга. При этом ролик *7* деформирует шланг *4* таким образом, что происходит плотное касание внутренних поверхностей шланга. Образующийся от ролика прогиб шланга делит внутреннее пространство шланга на две зоны: от входного штуцера *2* до ролика *7* – зона всасывания, а от ролика *7* до выходного штуцера *3* – зона нагнетания. В зоне всасывания создается разрежение, и жидкость поступает в нее из всасывающего трубопровода, а в зоне нагнетания создается избыточное давление, и жидкость вытесняется из нее в нагнетающий трубопровод.

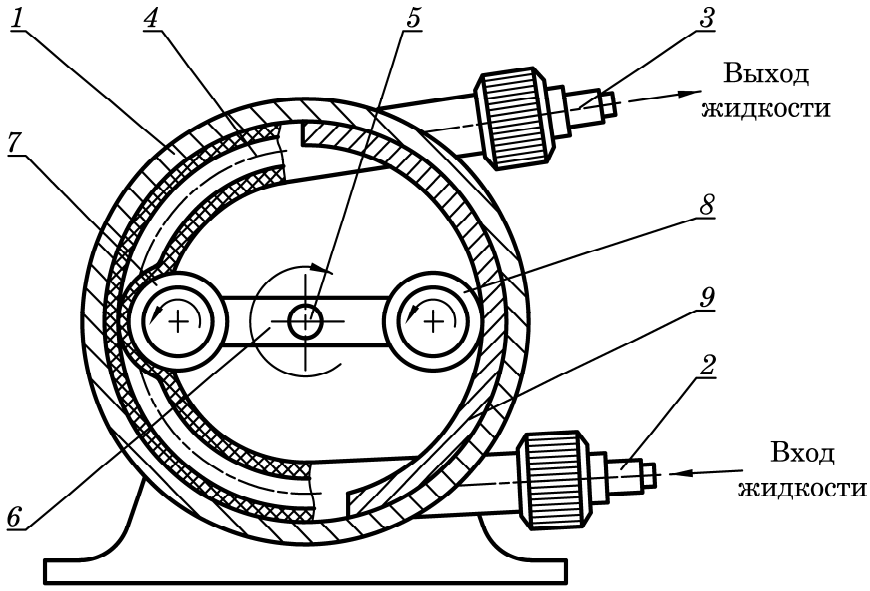


Рис. 5.51. Схема шлангового насоса:
1 – корпус; *2* – входной штуцер; *3* – выходной штуцер; *4* – шланг; *5* – вал;
6 – роликовый механизм; *7*, *8* – прижимные ролики; *9* – жесткий элемент

Шланговый насос обеспечивает импульсную объемную подачу, которая зависит от частоты вращения вала с держателями роликов и диаметра шланга, а также от количества шлангов, расположенных параллельно друг другу в корпусе насоса.

Напор, вырабатываемый шланговым насосом, как правило, не превосходит 25 м. КПД этих насосов составляет 30–40%. Используются они в основном для перекачки высокоагрессивных жидкостей, там, где не требуется большая производительность, – в лабораториях, в пищевой и фармацевтической промышленности.

5.2.6. Области применения насосов

Выбор насоса производят в соответствии со свойствами перекачиваемой жидкости, производительностью и необходимым напором. Каждый вид насоса имеет свои предпочтительные области применения (рис. 5.52), в которых с наибольшей

полнотой реализуются их достоинства и в наименьшей мере – недостатки. Приведенные области применения насосов являются рекомендательными и могут сдвигаться и перекрываться.

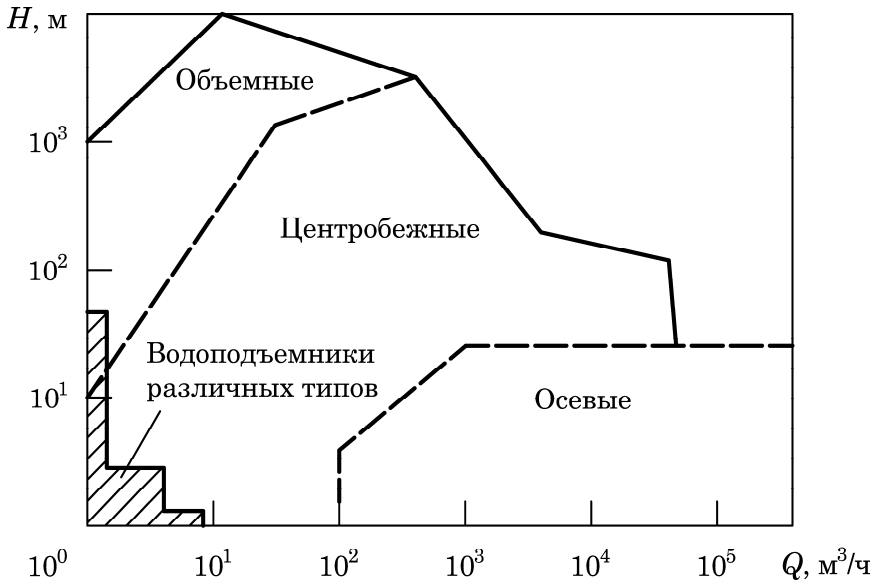


Рис. 5.52. Предпочтительные области применения насосов различных видов

Наибольшее распространение в химической промышленности получили **центробежные насосы** в силу ряда преимуществ, отмеченных ранее. Они пригодны для перекачивания практически любых жидкостей за исключением высоковязких. Ограничение применения центробежных насосов связаны с понижением напора при высоких производительностях и низким коэффициентом полезного действия при низких производительностях.

Для перекачивания чистых, незагрязненных жидкостей используют поршневые, пластинчатые, шестеренные, вихревые насосы.

Поршневые насосы целесообразно применять при сравнительно небольших подачах и высоких давлениях (50–1000 атм).

При средней производительности и напоре более пригодны пластинчатые насосы.

Шестеренные и вихревые насосы применяют при небольших подачах и давлениях до 25 атм.

Загрязненные жидкости помимо центробежных насосов могут перекачиваться пропеллерными (осевыми) насосами, монтежю. Причем производительность пропеллерных насосов может достигать 1500 $м^3/мин$ при напорах 10–15 м.

Перекачивание высоковязких жидкостей производят винтовыми, а также поршневыми и шестеренными насосами. Винтовые насосы с успехом используются для перекачки нефтепродуктов, жидких топлив. Производительность их с изменением напора практически не изменяется, при этом КПД может достигать 0,75–0,80.

Легковоспламеняющиеся и взрывоопасные жидкости перекачивают струйными насосами, монтежю, газлифтами и поршневыми насосами с приводом от парового двигателя. Однако струйные насосы, как уже указывалось, можно применять лишь в тех случаях, когда допустимо смешение перекачиваемой жидкости с рабочей. Следует отметить, что монтежю и газлифты могут быть использованы для перекачивания жидкостей с повышенной температурой.

5.3. КОМПРЕССОРНЫЕ МАШИНЫ

Машины, предназначенные для перемещения и сжатия газов, называют **компрессорными машинами.**

Практически нет ни одной отрасли промышленности, где бы не применялись компрессоры. Порядка 15% всей электроэнергии, получаемой европейскими электростанциями, расходуется на привод компрессорных машин.

Очень широко компрессорные машины представлены в химической и нефтехимической промышленности, где они используются в самых разнообразных целях: для проведения химических реакций и физико-химических процессов при высоких давлениях, для транспортирования газов и т. п. Так, например, при синтезе аммиака требуется сжатие газов до 32–70 МПа, для производства полиэтилена – до 250 МПа и более. В производстве метанола, каучука, искусственного жидкого топлива используются газы, давление которых измеряется десятками и сотнями мегапаскалей. Кроме того, некоторые процессы, наоборот, требуют создания в газовых средах давлений ниже атмосферного.

5.3.1. Классификация и области применения компрессорных машин

Устройства для сжатия газов и паров до давления выше атмосферного называют компрессорами, газодувками и вентиляторами в зависимости от развиваемого ими избыточного давления. Устройства для создания разрежения, т. е. всасывающие газ под давлением ниже атмосферного, сжимающие его до давления чуть больше атмосферного, называют вакуум-насосами[1].

Основной классификационной характеристикой компрессорных машин является степень сжатия K – отношение конечного давления p_2, создаваемого компрессорной машиной, к начальному давлению p_1, при котором происходит всасывание газа:

$$K = \frac{p_2}{p_1}. \tag{5.97}$$

По величине степени сжатия различают следующие типы компрессорных машин:

1) **вентиляторы** $(1 < K \le 1{,}1)$ – служат для перемещения больших количеств газа при небольших повышениях давления;

2) **газодувки** $(1{,}1 < K \le 3)$ – предназначены для перемещения газов при относительно высоком сопротивлении газопроводной сети;

3) **компрессоры** $(K > 3)$ – служат для создания высоких давлений.

По принципу действия компрессорные машины делятся на поршневые, ротационные, центробежные и осевые.

В **поршневых машинах** сжатие газа происходит в результате уменьшения рабочего объема при возвратно-поступательном движении поршня.

В **ротационных машинах** сжатие газа обусловлено уменьшением рабочего объема при вращении эксцентрично расположенного ротора.

В **центробежных машинах** сжатие газа происходит под действием центробежных сил.

---

[1] Термин вакуум-насос сохранился исторически. В данном случае речь идет не о насосах как устройствах для перемещения жидкости, а о компрессорных машинах определенного назначения.

В **осевых машинах** газ сжимается при движении его вдоль оси рабочего колеса.

Как и для насосов, для компрессорных машин широко используется классификация по принципу действия: **объемные** и **динамические** компрессоры.

Принцип работы компрессоров объемного действия основан на сжатии газов в результате уменьшения объема замкнутого рабочего пространства с постоянной массой газа в нем. К таким компрессорам относятся поршневые и ротационные.

Для динамических компрессоров характерно повышение кинетической энергии газового потока и преобразование затем значительной ее доли в потенциальную (энергию давления).

5.3.2. Элементы теории компрессорных машин

Процесс сжатия газов имеет существенное отличие от процесса повышения давления капельных жидкостей в насосах. Оно связано с тем, что газы обладают свойством значительно уменьшать свой объем по мере повышения давления, в то время как у капельных жидкостей сжимаемость настолько мала, что в расчетах их плотность ρ $\left(\text{удельный объем } \upsilon = \frac{1}{\rho}\right)$ обычно считается постоянной.

При любом способе сжатия газов должна производиться внешняя работа против силы повышающегося давления газа, т. е. процесс сжатия газов требует затрат энергии.

Из курса технической термодинамики известно, что величина работы сжатия зависит от способа проведения этого процесса. Существуют два предельно возможных способа сжатия: адиабатический и изотермический.

При **адиабатическом** сжатии теплота, выделяющаяся в процессе сжатия газа, не отводится в окружающую среду, поэтому наряду с повышением давления газа происходит повышение его температуры.

Работа адиабатического сжатия зависит от степени сжатия $\frac{p_2}{p_1}$ и показателя адиабаты $k = \frac{c_p}{c_v}$. Величина этой работы $L_{\text{ад}}$, Дж, определяется по уравнению

$$L_{\text{ад}} = \frac{k}{k-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right], \tag{5.98}$$

где p_1 и p_2 – давление газа до и после сжатия, Па; V_1 – начальный объем газа, м^3; c_p – теплоемкость газа при постоянном давлении (изобарная теплоемкость), $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$; c_v – теплоемкость газа при постоянном объеме (изохорная теплоемкость) $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

При втором предельным варианте – **изотермическом** сжатии, теплота, выделяющаяся при сжатии газа, полностью отводится от него в окружающую среду.

Работа изотермического сжатия $L_{из}$ также зависит от степени сжатия газа $\frac{p_2}{p_1}$, но в отличие от $L_{ад}$ не зависит от природы газа. Величина $L_{из}$, Дж, определяется по формуле

$$L_{из} = p_1 V_1 \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right). \quad (5.99)$$

При одинаковой степени сжатия работа изотермического сжатия всегда меньше, чем адиабатического. Это объясняется дополнительной работой, затрачиваемой в адиабатическом процессе на сжатие нагревающегося и стремящегося вследствие этого увеличить свой объем газа.

На практике стремятся к реализации процесса сжатия, как можно более приближающегося к изотермическому. Но осуществить это в реальных условиях затруднительно, потому что при быстром сжатии газа соответственно быстро выделяется теплота сжатия, и ее сложно с такой же скоростью отвести от газа. Поэтому даже применяя водяное охлаждение, можно лишь в некоторой степени приблизить процесс сжатия к изотермическому.

В реальности реализуется некоторый промежуточный процесс сжатия – **политропный**. При нем значительная часть выделяющейся теплоты отводится, а оставшаяся теплота несколько повышает температуру сжатого газа.

Работа, затрачиваемая на политропное сжатие $L_{пол}$, Дж, определяется как

$$L_{пол} = \frac{m}{m-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right], \quad (5.100)$$

где m – показатель политропы, значение которого зависит от природы газа и условий теплообмена с окружающей средой. Например, при сжатии воздуха в компрессорах с водяным охлаждением газа $m \approx 1{,}35$.

Сравнение возможных способов сжатия представлено в координатах $p - V$ на рис. 5.53, *а*. При этом работа сжатия в данных координатах представляется площадью фигуры, ограниченной снизу и сверху линиями давлений $p_1 = \text{const}$ и $p_2 = \text{const}$, слева – осью ординат, а справа – линией процесса сжатия. На рисунке затемненная область соответствует работе изотермического сжатия $L_{из}$.

Для анализа также можно использовать термодинамическую диаграмму температура – энтропия[2] ($T - S$-диаграмму), изображенную на рис. 5.53, *б*.

Как показано на $T - S$-диаграмме, температура газа при политропном процессе возрастает менее существенно, чем при адиабатическом.

Температура газа после сжатия T_2 может быть рассчитана по формулам:

– для адиабатического процесса

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}; \quad (5.101)$$

[2] Энтропия (от др.-греч. ἐν – в + τροπία – обращение, превращение) – широко используемый в естественных и точных науках термин. Впервые введен в рамках термодинамики как функция состояния термодинамической системы. Энтропия определяет меру необратимого рассеивания энергии или бесполезности энергии, потому что не всю энергию системы можно использовать для превращения в какую-нибудь полезную работу. Энтропия обычно применяется для описания равновесных (обратимых) процессов.

– для политропного процесса

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}. \qquad (5.102)$$

Для упрощения анализа работы поршневого компрессора введем понятие идеального поршневого компрессора, который имеет следующие свойства: 1) клапаны безынерционны; 2) отсутствуют утечки газа; 3) перекачивается идеальный газ.

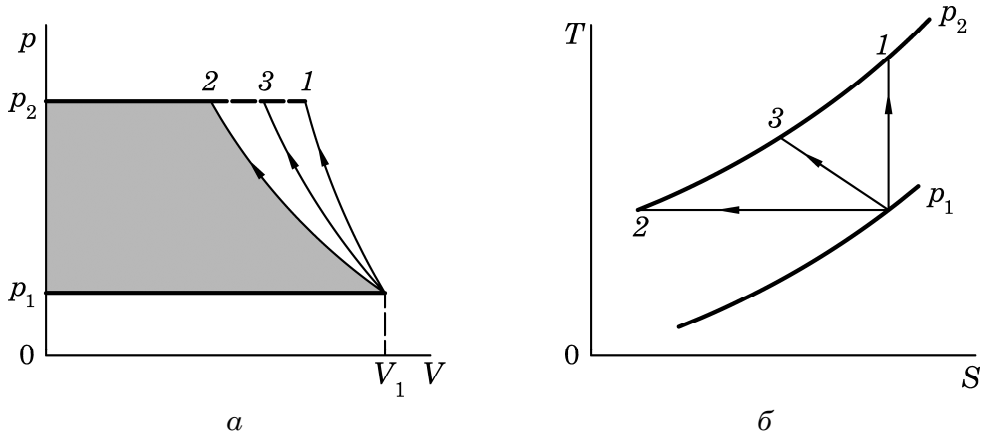


Рис. 5.53. Сравнение способов сжатия газов:
а – в $p-V$ координатах; *б* – в $T-S$ координатах;
1 – адиабатическое сжатие; *2* – изотермическое сжатие; *3* – политропное сжатие

Требуемая мощность двигателя компрессора $N_{\text{дв}}$ с учетом механических потерь энергии (например, трение поршня о стенки цилиндра, в редукторе, кривошипно-шатунном механизме, уплотнениях и др.) определяется по формуле

$$N_{\text{дв}} = \frac{L}{\eta_{\text{к}}\eta_{\text{п}}\eta_{\text{дв}}}, \qquad (5.103)$$

где L – работа сжатия, которая в зависимости от условий работы компрессора определяется по формулам (5.98), (5.99) либо (5.100); $\eta_{\text{к}}$ – КПД компрессора, который зависит от конструкции компрессора и условий его работы; $\eta_{\text{п}}$ – КПД передачи; $\eta_{\text{дв}}$ – КПД двигателя.

Установочная мощность двигателя $N_{\text{дв}}$ обычно принимается с запасом 10–15%, т. е.

$$N_{\text{уст}} = (1{,}1\text{–}1{,}15)\,N_{\text{дв}}. \qquad (5.104)$$

5.3.3. Поршневые компрессоры

Поршневые компрессоры являются типичными и наиболее распространенными представителями объемных компрессоров.

Поршневые компрессоры делятся по числу всасываний и нагнетаний за один двойной ход поршня на компрессоры **простого** (одинарного) и **двойного** действия. За один двойной ход поршня компрессор простого действия производит одно всасывание и одно нагнетание, компрессор двойного действия – два всасывания, два нагнетания.

По числу ступеней сжатия поршневые компрессоры подразделяются на *одноступенчатые* и *многоступенчатые*.

Ступенью сжатия называется часть компрессора, где газ сжимается до конечного или промежуточного давления.

5.3.3.1. Одноступенчатое сжатие

Конструкция и принцип действия одноступенчатых поршневых компрессоров во многом похожи на поршневые насосы.

Схема одноступенчатого поршневого компрессора простого действия приведена на рис. 5.54.

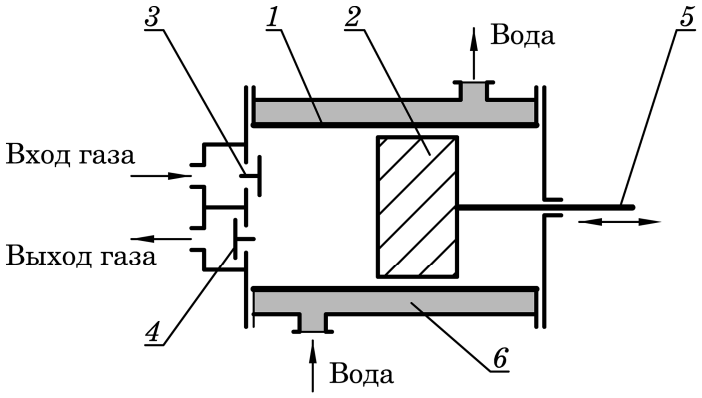


Рис. 5.54. Одноступенчатый компрессор простого действия с водяным охлаждением:
1 – цилиндр; *2* – поршень; *3* – всасывающий клапан; *4* – нагнетательный клапан; *5* – шток; *6* – рубашка

Этот компрессор состоит из цилиндра *1*, в котором двигается поршень *2*, снабженный уплотнительными кольцами (на рисунке не показаны). Цилиндр закрыт с одной стороны крышкой, в которой расположены всасывающий *3* и нагнетательный *4* клапаны. Поршень соединен непосредственно со штоком *5*, который приводится в движение с помощью приводного механизма (на схеме не показан). При ходе поршня слева направо в пространстве между крышкой цилиндра и поршнем создается разряжение. Под действием разности давлений во всасывающей линии и цилиндре открывается клапан *3* и газ поступает в цилиндр. При ходе поршня справа налево всасывающий клапан закрывается, а находящийся в цилиндре газ сжимается поршнем до некоторого давления, при котором открывается клапан *4* и газ выталкивается в нагнетательный трубопровод. Затем цикл повторяется снова.

Для отвода тепла, выделяющегося при сжатии газа, стенка цилиндра компрессора снабжается рубашкой *6*, через которую пропускают охлаждающую воду.

Для уменьшения неравномерности подачи газ после сжатия в компрессоре предварительно направляют в сборник (ресивер), где он одновременно очищается от масла и влаги.

Как и для поршневых насосов, существуют конструкции поршневых компрессоров двойного действия (рис. 5.55).

Такой компрессор состоит из цилиндра *1*, в котором совершает возвратно-поступательное движение поршень *2*, размещенный на штоке *7*, который приводится в движение с помощью приводного механизма (на схеме не показан). Компрессор содержит два всасывающих клапана *3*, *4* и два нагнетательных *5*, *6*.

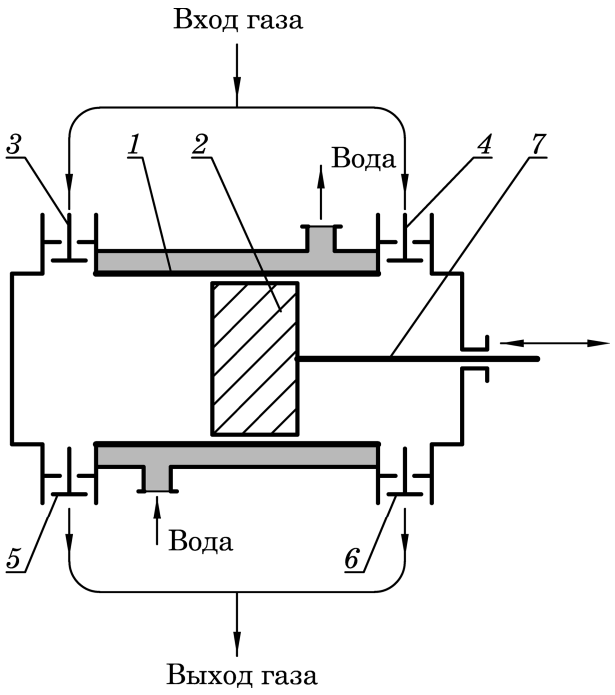


Рис. 5.55. Одноступенчатый компрессор двойного действия:
1 – цилиндр; *2* – поршень; *3*, *4* – всасывающие (впускные) клапаны;
5, *6* – нагнетательные (выпускные) клапаны; *7* – шток

При движении поршня слева направо в левом от поршня рабочем пространстве создается разрежение, всасывающий клапан *3* под действием создаваемого разрежения открывается, а нагнетательный клапан *5* закрыт, и газ из всасывающего трубопровода поступает в левое рабочее пространство цилиндра. В это же время справа от поршня давление увеличивается, при этом всасывающий клапан *4* закрыт. Когда давление в зоне сжатия газа превысит давление в нагнетательном трубопроводе, клапан *6* открывается, и сжатый газ подается в нагнетательный трубопровод. При обратном движении поршня справа налево в правом рабочем пространстве создается разрежение, а в левом – сжатие. Поэтому газ всасывается в правое рабочее пространство и сжимается в левом с последующей подачей в нагнетательный трубопровод.

Очевидно, что компрессор двойного действия одновременно осуществляет всасывание газа из всасывающего трубопровода и подачу газа в нагнетательный трубопровод, тем самым обеспечивая более плавную работу по сравнению с поршневым компрессором простого действия. Кроме того, существенно, практически в два раза, увеличивается объемная производительность. К недостаткам данного компрессора следует отнести более сложную конструкцию и более худшие условия охлаждения газа.

Для контроля за работой поршневых компрессоров используется **индикаторная диаграмма**, представляющая собой зависимость между давлением p и объемом газа V, который всасывается и нагнетается компрессором за один двойной ход поршня. Пример такой диаграммы для одноступенчатого компрессора простого действия приведен на рис. 5.56.

Точка 1 соответствует крайнему правому положению поршня в цилиндре, а точка 3 – крайнему левому положению поршня. Процессу всасывания соответствует линия 4–1, процессу сжатия газа – политропа 1–2, процессу нагнетания – линия 2–3. Расширение газа, оставшегося в мертвом пространстве, описывается

линией 3–4. **Мертвым (вредным) пространством** называют объем $V_м$ между крышкой цилиндра и поршнем в крайнем левом положении. Существование этого пространства обусловлено тем, что поршень в реальном компрессоре никогда не подходит вплотную к крышке цилиндра из-за наличия в ней клапанов.

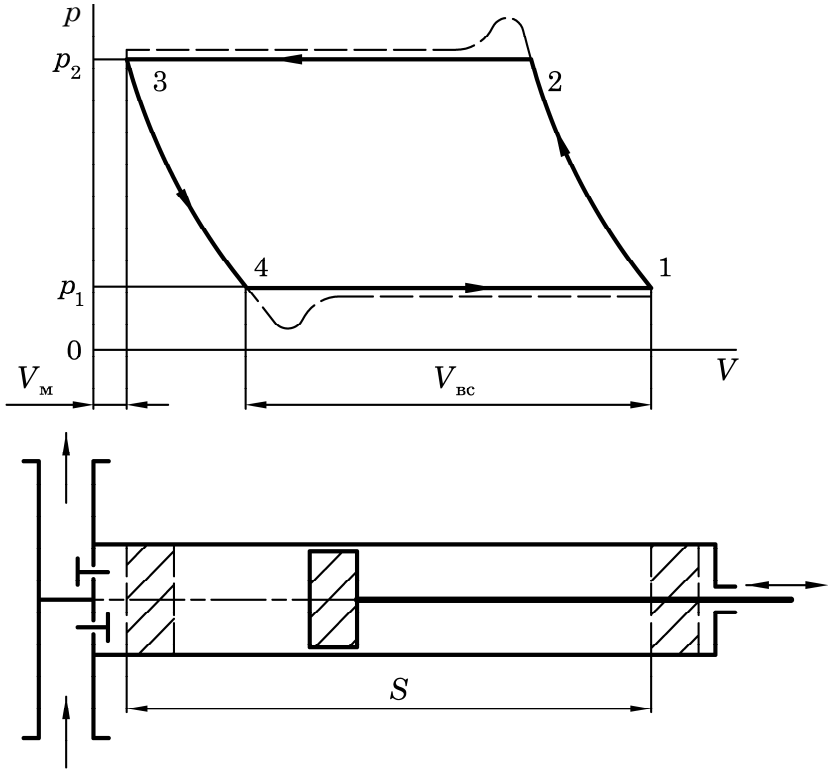


Рис. 5.56. Индикаторная диаграмма работы одноступенчатого поршневого компрессора простого действия

На рис. 5.56 изображена идеализированная индикаторная диаграмма работы компрессора (сплошная линия). Реальная диаграмма (штриховая линия) отличается от идеальной вследствие влияния инерционных свойств клапанов, которые не срабатывают мгновенно. Кроме того, для их открытия и закрытия требуется некоторая конечная разность давления по обе стороны клапана.

Теоретическая производительность поршневого компрессора простого действия $Q_т$, м^3/с, определяется по формуле

$$Q_т = FSn, \tag{5.105}$$

где F – рабочая площадь поверхности поршня, м^2; S – ход поршня, м; n – число двойных ходов поршня в единицу времени, с$^{-1}$.

Теоретическая производительность поршневого компрессора двойного действия $Q_т$, м^3/с, определяется по формуле

$$Q_т = (2F - f)Sn, \tag{5.106}$$

где f – площадь поперечного сечения штока, м^2.

Действительная производительность поршневого компрессора связана с теоретической производительностью $Q_т$ через коэффициент подачи λ:

$$Q = \lambda Q_т. \tag{5.107}$$

Коэффициент подачи, в свою очередь, определяется как произведение частных коэффициентов подачи:

$$\lambda = \lambda_0 \lambda_г \lambda_т, \tag{5.108}$$

где λ_0 – объемный коэффициент всасывания; $\lambda_г$ – коэффициент герметичности; $\lambda_т$ – термический коэффициент.

Объемный коэффициент всасывания учитывает потери производительности, связанные с уменьшением полезного объема цилиндра при расширении газа, находящегося в мертвом пространстве. Он может быть выражен через объем всасываемого газа $V_{вс}$ и рабочий объем цилиндра $V_ц$:

$$\lambda_0 = \frac{V_{вс}}{V_ц}. \tag{5.109}$$

Величина $\lambda_0 < 1$ и уменьшается по мере увеличения степени сжатия $\frac{p_2}{p_1}$ и доли мертвого пространства по отношению к объему цилиндра $\frac{V_м}{V_ц}$.

Коэффициент герметичности учитывает влияние прямых утечек газа на производительность компрессора, а термический коэффициент – влияние нагрева газа на производительность.

Для современных компрессоров $\lambda_0 = 0{,}7–0{,}9$; $\lambda_г = 0{,}95–0{,}98$; $\lambda_т = 0{,}9–0{,}98$.

Среднюю мощность, потребляемую реальным поршневым компрессором (при условии, что показатели политропы сжатия и расширения практически равны), можно определить по формуле

$$N = \frac{m}{m-1} \frac{p_1 Q}{\eta_{мех} \lambda} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right], \tag{5.110}$$

где $\eta_{мех}$ – механический КПД поршневого компрессора.

5.3.3.2. Многоступенчатое сжатие

На практике степень сжатия одноступенчатых компрессоров не превышает обычно значения $K = 5$. Для получения более высоких давлений газа применяют многоступенчатое сжатие в многоступенчатых компрессорах, в которых газ последовательно проходит ряд ступеней, постепенно сжимаясь до нужного, достаточно высокого давления. Между ступенями, а также после последней ступени газ охлаждается в холодильниках. Так как при сжатии плотность газа увеличивается, а объем соответственно уменьшается, то объемы цилиндров постепенно уменьшаются от первой к последней ступени по ходу движения газа.

Различают многоступенчатые компрессоры со ступенями сжатия в отдельно установленных цилиндрах (рис. 5.57) и со ступенями сжатия в одном цилиндре (рис. 5.59).

Двухступенчатый компрессор со сжатием газа в отдельных цилиндрах состоит из последовательно установленных цилиндров первой ступени *1* и второй ступени *2*. В этих цилиндрах совершают возвратно-поступательное движение поршни *3* и *4*, расположенные на общем штоке *5*. Каждая ступень работает как поршневой

компрессор двойного действия. После первой ступени частично сжатый до давления $p_{1'}$ газ поступает в промежуточный холодильник *6* и охлаждается до требуемой температуры, а затем направляется на окончательное сжатие на вторую ступень, откуда поступает в нагнетательный трубопровод.

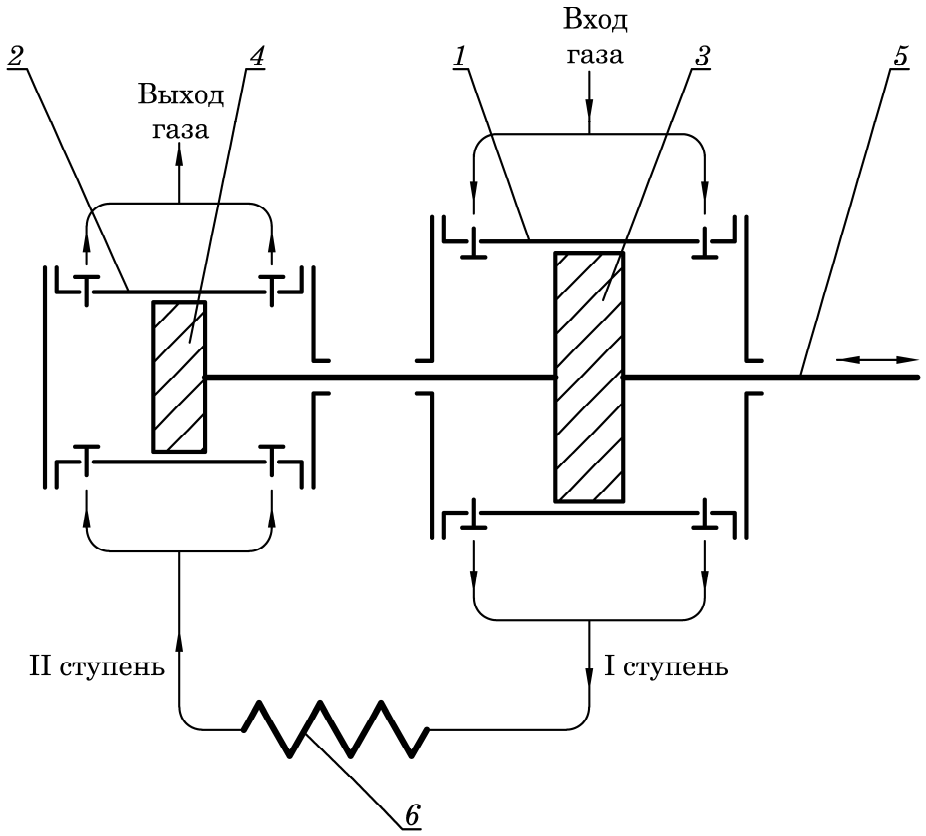


Рис. 5.57. Двухступенчатый компрессор со сжатием газа в отдельных цилиндрах:
1 – цилиндр первой ступени; *2* – цилиндр второй ступени;
3 – поршень первой ступени; *4* – поршень второй ступени; *5* – шток;
6 – промежуточный холодильник

Индикаторная диаграмма для такого компрессора представлена на рис. 5.58. На этой диаграмме отрезок $1'-2'$ соответствует сжатию газа в цилиндре первой ступени, а отрезок $2'-1''$ соответствует изобарическому охлаждению сжатого газа в промежуточном холодильнике *6* (см. рис. 5.57), сопровождающемуся при этом уменьшением объема газа от $V_{2'}$ до $V_{1''}$. Затушеванная на рис. 5.58 площадь показывает выигрыш в работе двухступенчатого политропного сжатия по сравнению со сжатием в одной ступени до того же уровня давления $p_{2''}$.

Двухступенчатый компрессор со сжатием газа в одном цилиндре представлен на рис. 5.59. Он состоит из цилиндра *1*, в котором на штоке *7* закреплен и совершает возвратно-поступательное движение поршень *2*. Компрессор содержит впускной клапан *3* и выпускной клапан *4* первой ступени, а также впускной *5* и выпускной *6* клапаны второй ступени.

При движении поршня слева направо на первой ступени слева от поршня создается разрежение, впускной клапан *3* открыт, а выпускной *4* закрыт. Газ из всасывающего трубопровода заполняет рабочее пространство первой ступени. При этом в рабочем пространстве второй ступени справа от поршня давление повышается,

впускной клапан *5* закрыт, а выпускной *6* открыт. Окончательно сжатый газ со второй ступени под давлением подается в холодильник (на схеме не указан), где охлаждается до требуемой температуры, после чего подается в нагнетательный трубопровод.

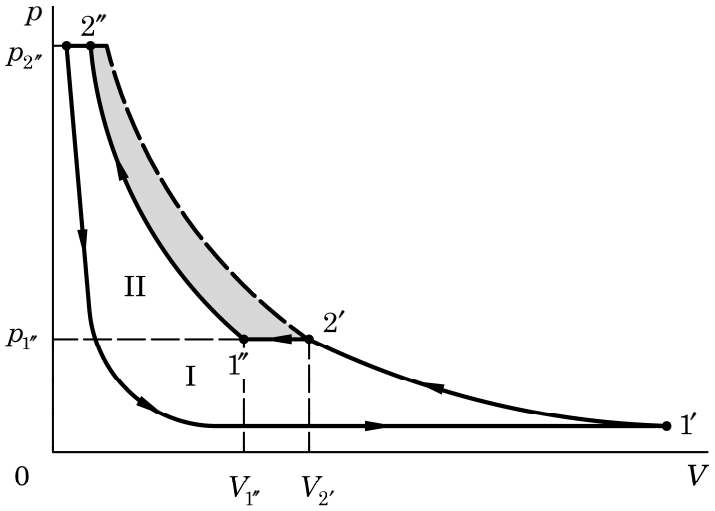


Рис. 5.58. Индикаторная схема двухступенчатого сжатия

При обратном движении поршня справа налево впускной клапан *3* закрыт, а выпускной *4* открыт. Давление в первой ступени повышается, газ частично сжимается и подается в промежуточный холодильник *8*, где охлаждается до требуемой температуры и подается через открытый впускной клапан *5* в рабочее пространство второй ступени, в которой благодаря движению поршня справа налево создается пониженное давление. Далее цикл повторяется.

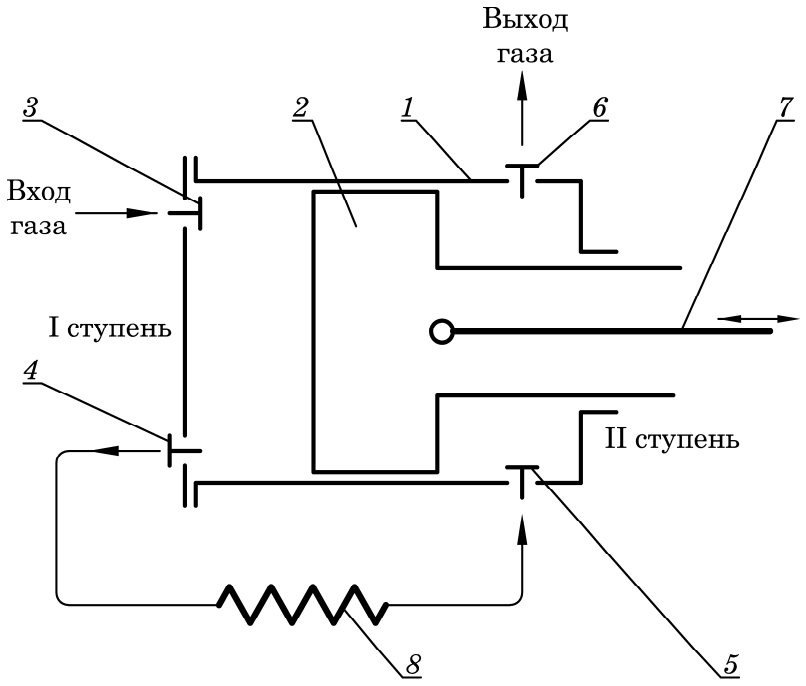


Рис. 5.59. Двухступенчатый компрессор со сжатием газа в одном цилиндре:
1 – цилиндр; *2* – поршень; *3*, *4* – впускной и выпускной клапаны I ступени;
5, *6* – впускной и выпускной клапаны II ступени; *7* – шток;
8 – промежуточный холодильник

Следует обратить внимание на конструкцию поршня – с левой стороны он имеет плоскую поверхность, а с правой плоская поверхность переходит в цилиндрическую. Это обеспечивает меньший объем второй рабочей зоны.

Двухступенчатый компрессор со сжатием газа в одном цилиндре более компактен и имеет менее сложную конструкцию, однако обеспечивает меньшую производительность и худшую плавность подачи по сравнению с двухступенчатым компрессором со сжатием газа в отдельных цилиндрах.

Поршневые компрессоры используются в технологиях, требующих высокой степени сжатия газа (до 1000 атм) при неограниченном нижнем пределе производительности. К недостаткам следует отнести громоздкость, высокие инерционные усилия вследствие возвратно-поступательного движения поршня, загрязнение сжимаемого газа смазкой, неравномерность подачи, высокую стоимость.

ПРИМЕР 5.28



Компрессор всасывает $V_1 = 100$ м^3/ч воздуха при давлении $p_1 = 1$ ат и температуре $t_1 = 27$ °С. Конечное давление воздуха $p_2 = 8$ ат. Определить работу, совершаемую компрессорной машиной при адиабатическом, политропическом и изотермическом процессах сжатия. Показатель адиабаты для воздуха $k = 1,4$. Показатель политропы для воздуха $m = 1,25$.

Решение

Величину работы адиабатического сжатия можно определить по формуле (5.98):

$$L_{\text{ад}} = \frac{k}{k-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right].$$

$$L_{\text{ад}} = \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 1 \cdot 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{100}{3600} \cdot \left[\left(\frac{8 \cdot 9,81 \cdot 10^4}{1 \cdot 9,81 \cdot 10^4} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} - 1 \right] = 7739 \text{ Дж}.$$

Величину работы изотермического сжатия рассчитаем по формуле (5.99):

$$L_{\text{из}} = p_1 V_1 \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = 1 \cdot 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{100}{3600} \cdot \ln \left(\frac{8 \cdot 9,81 \cdot 10^4}{1 \cdot 9,81 \cdot 10^4} \right) = 5666 \text{ Дж}.$$

Величину работы политропического сжатия определим по формуле (5.100):

$$L_{\text{пол}} = \frac{m}{m-1} p_1 V_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right].$$

$$L_{\text{пол}} = \frac{1,25}{1,25-1} 1 \cdot 9,81 \cdot 10^4 \cdot \frac{100}{3600} \cdot \left[\left(\frac{8 \cdot 9,81 \cdot 10^4}{1 \cdot 9,81 \cdot 10^4} \right)^{\frac{1,25-1}{1,25}} - 1 \right] = 7027 \text{ Дж}.$$

Ответ: $L_{\text{ад}} = 7739$ Дж; $L_{\text{из}} = 5666$ Дж; $L_{\text{пол}} = 7027$ Дж.

ПРИМЕР 5.29



По условиям задачи 5.28 определить температуру в конце адиабатического и политропического сжатия компрессором воздуха.

Решение

По условию задачи 5.28 начальная температура газа $T_1 = t_1 + 273 = 27 + 273 = 300$ К.

Температуру газа после адиабатического сжатия можно определить по формуле (5.101):

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 300\cdot\left(\frac{8\cdot 9{,}81\cdot 10^4}{1\cdot 9{,}81\cdot 10^4}\right)^{\frac{1{,}4-1}{1{,}4}} = 543{,}4 \text{ К}.$$

Температуру газа после политропического сжатия можно рассчитать по формуле (5.102):

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} = 300\cdot\left(\frac{8\cdot 9{,}81\cdot 10^4}{1\cdot 9{,}81\cdot 10^4}\right)^{\frac{1{,}25-1}{1{,}25}} = 454{,}7 \text{ К}.$$

Ответ: после адиабатического сжатия $T_2 = 543{,}4$ К; после политропического сжатия $T_2 = 454{,}7$ К.

ПРИМЕР 5.30



По условиям задачи 5.28 определить установочную мощность двигателя компрессора для политропического сжатия воздуха. Политропический КПД компрессора $\eta_к = 0{,}88$. КПД передачи $\eta_п = 0{,}9$. КПД двигателя $\eta_{дв} = 0{,}94$.

Решение

Согласно задаче 5.28 величина работы политропического сжатия равна $L_{пол} = 7027$ Дж.

Требуемую мощность двигателя компрессора определяем по формуле (5.103):

$$N_{дв} = \frac{L_{пол}}{\eta_к\eta_п\eta_{дв}} = \frac{7027}{0{,}88\cdot 0{,}9\cdot 0{,}94} = 9438 \text{ Вт}.$$

Установочную мощность двигателя принимаем с запасом 12% согласно формуле (5.104):

$$N_{уст} = 1{,}12N_{дв} = 1{,}12\cdot 9438 = 10\,571 \text{ Вт}.$$

Ответ: $N_{уст} = 10\,571$ Вт.

5.3.4. Ротационные компрессоры

Рассматриваемые здесь компрессоры отличаются от поршневых наличием вращающегося рабочего органа. Но несмотря на это, они относятся к компрессорным машинам объемного, а не динамического действия, поскольку давление в них создается не за счет действия центробежной силы, а в результате изменения объема полости.

5.3.4.1. Пластинчатые ротационные компрессоры

Схема роторного компрессора пластинчатого типа представлена на рис. 5.60.

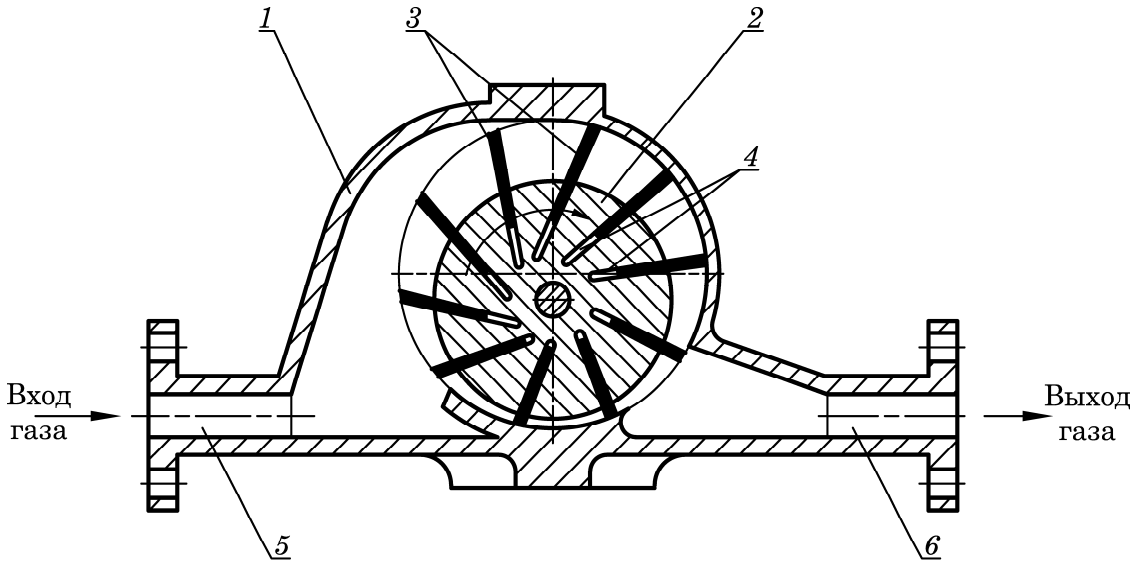


Рис. 5.60. Роторный компрессор пластинчатого типа:
1 – корпус; *2* – ротор; *3* – пластины; *4* – прорези;
5 – всасывающий патрубок; *6* – нагнетательный патрубок

Компрессор включает корпус *1*, в котором эксцентрично по отношению к его оси расположен вращающийся ротор *2*. В роторе имеются прорези *4*, в которых расположены подвижные пластины *3*. Через всасывающий патрубок *5* газ поступает в полость насоса и захватывается пластинами, далее попадает в уменьшающийся в объеме зазор между корпусом *1*, лопатками *3* и ротором *2* и перемещается к нагнетательному патрубку *6*. Таким образом сжатый до требуемого давления газ из патрубка *6* поступает в нагнетательный трубопровод.

Достоинством компрессоров этого типа является практически равномерная подача газа, а также относительная простота конструкции. Недостатки: сильный шум при работе; износ пластин вследствие трения о корпус; кроме того, не исключено заклинивание пластин при вращении ротора вследствие их перекоса.

5.3.4.2. Роторный водокольцевой компрессор

По устройству и принципу действия роторный водокольцевой компрессор принципиально похож на роторный компрессор пластинчатого типа. Следует отметить, что данные компрессоры можно использовать и в качестве вакуум-насосов. Схема роторного водокольцевого компрессора представлена на рис. 5.61.

Он состоит из цилиндрического корпуса *1*, в котором эксцентрично (на величину ε) по отношению к его оси расположен вращающийся ротор *2* с жестко закрепленными лопатками *3* одинаковой длины. Перед пуском компрессор наполовину заполняют водой. При вращении ротора вода, вращаясь вместе с лопатками ротора, под действием центробежных сил отбрасывается к периферии, образуя на внутренней поверхности корпуса жидкостное кольцо *4* (область, затушеванная на схеме). Между лопатками ротора и водяным кольцом образуются ячейки, объем которых за время первой половины оборота ротора увеличивается (ячейки А, Б, В, Г), а за время второй половины – уменьшается (ячейки Д, Е, Ж, З). Газ засасывается через

торцевой всасывающий патрубок *5* в ячейку Г, имеющую максимальный объем и соответственно, максимальное разрежение. Вращаясь вместе с ротором *2* газ поступает в узкую часть зазора (ячейка З), его объем уменьшается, а давление увеличивается. Достигнув нужного давления, сжатый газ выходит через нагнетательной патрубок *6* в нагнетательный трубопровод.

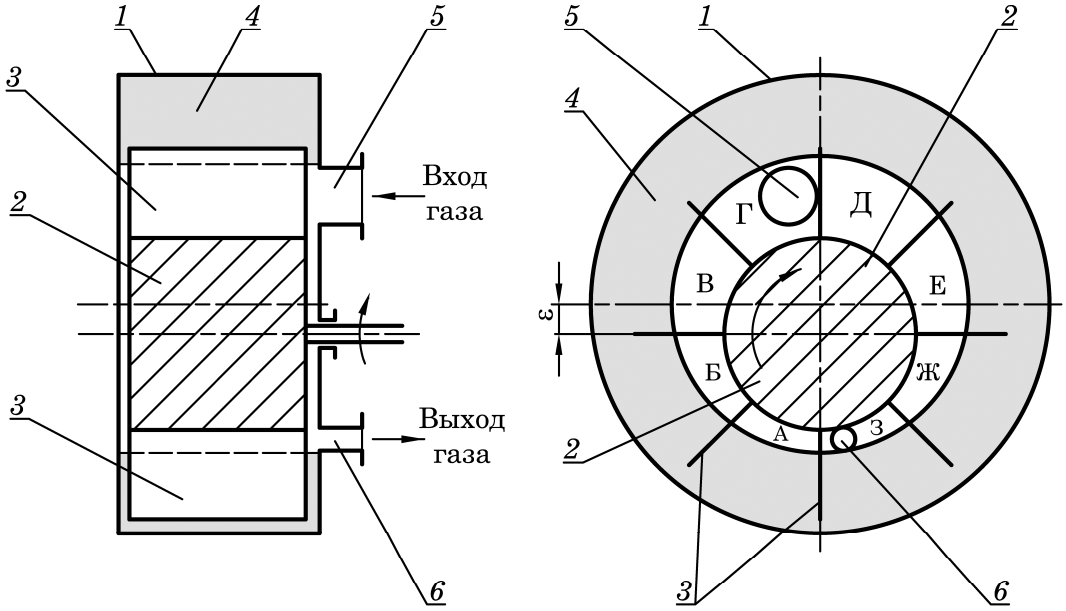


Рис. 5.61. Роторный водокольцевой (мокрый) компрессор:
1 – цилиндрический корпус; *2* – ротор; *3* – лопатки; *4* – жидкостное кольцо;
5 – всасывающий патрубок; *6* – нагнетательный патрубок

Производительность этих компрессоров в зависимости от размеров и условий работы достигает $0{,}3\ м^3/с$. Создаваемое давление при работе на нагнетание – до $0{,}2$ МПа, остаточное давление при работе на вакуум – до 5 кПа.

К достоинствам этого компрессора можно отнести равномерную подачу газа, возможность непосредственного присоединения к электродвигателю (частота вращения – порядка $10\ с^{-1}$), высокую надежность (особенно если нет частых остановок). Кроме того, в отличие от предыдущей конструкции в роторных водокольцевых компрессорах пластины практически не изнашиваются вследствие отсутствия касания корпуса и жесткого закрепления в роторе. К недостаткам следует отнести повышенный расход энергии на раскрутку и перемещение жидкости. Также из компрессора вместе с газом в значительных количествах выбрасываются капли воды, поэтому необходима установка влагоотделителя после компрессора, что усложняет технологическую схему.

5.3.4.3. Роторные компрессоры

Рабочий орган двухроторного компрессора – пара роторов в виде «восьмерок» *2*, размещенных в овальном корпусе *1*. Роторы вращаются в противоположных направлениях (рис. 5.62) и как бы катятся друг по другу. При этом зазор между роторами, а также между каждым ротором и корпусом – очень мал (доли миллиметра). В целях герметизации (для уменьшения зазоров) в рабочую зону добавляют в небольших количествах смазочные материалы.

При вращении роторов газ захватывается и порциями (на рисунке – затушевано) проталкивается от всасывающей стороны к нагнетательной. При этом в полости между ротором и корпусом газ незначительно меняет объем, а сжатие его происходит при сообщении полости с нагнетательным пространством, где газ сжимается роторами и выталкивается в напорный трубопровод.

Несмотря на порционную подачу, ее неравномерность практически не ощущается вследствие высокой частоты вращения роторов.

Диапазон производительности (в зависимости от размеров компрессора и скорости вращения роторов) – весьма широк: от 100 до 25 000 $м^3/ч$. Частота вращения роторов, как правило, соответствует стандартной частоте вращения валов электродвигателей, что позволяет непосредственно (без редуктора) присоединять компрессор к электродвигателю. Создаваемое роторными компрессорами давление достигает 0,3–0,4 МПа.

К достоинствам роторных компрессоров можно отнести компактность, простоту, надежность. Существенным недостатком является повышенный шум во время работы. Кроме того, необходимо обеспечить тщательное изготовление роторов, корпуса и точность монтажа, иначе из-за увеличения зазоров существенно снижаются давление и производительность.

5.3.4.4. Винтовые компрессоры

Винтовой компрессор (рис. 5.63) имеет два ротора *2* и *3* с параллельными осями, вращающиеся в корпусе *1*. Ротор *2* представляет собой цилиндр с несколькими зубьями (обычно 3–4), расположенными по винтовой линии. На роторе *3* имеются углубления, также расположенные по винтовой линии с переменным профилем и соответствующие по форме зубьям ротора *2*.

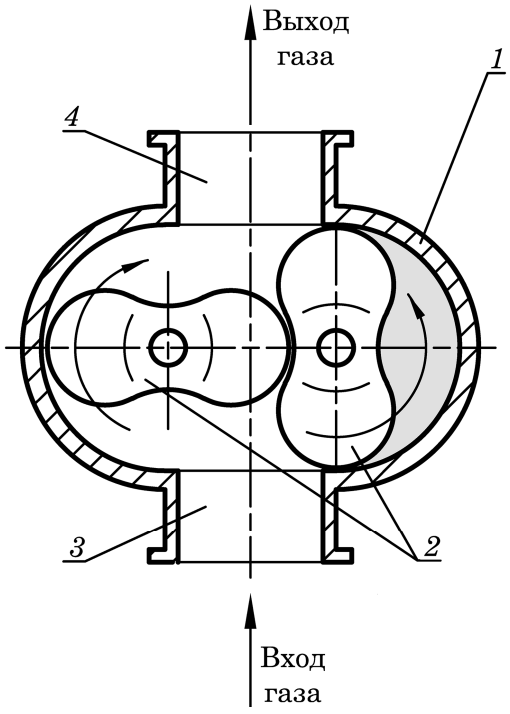


Рис. 5.62. Схема двухроторного компрессора: *1* – корпус; *2* – роторы; *3* – патрубок входа газа; *4* – патрубок выхода газа

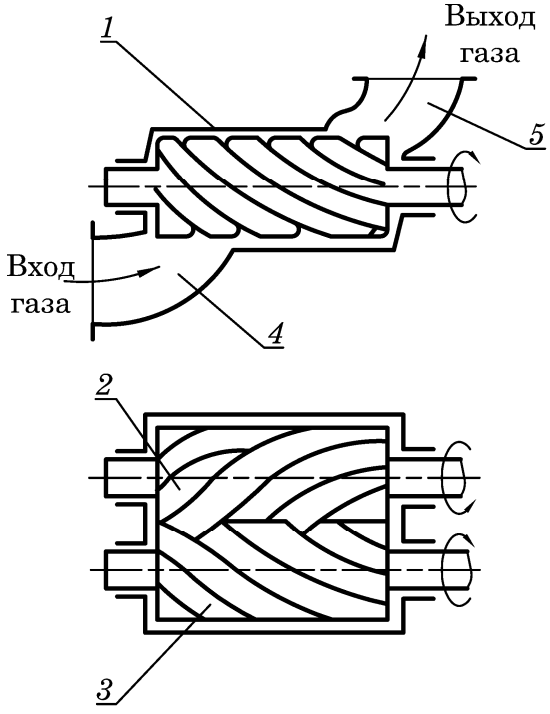


Рис. 5.63. Схема винтового компрессора: *1* – корпус; *2*, *3* – роторы; *4* – всасывающий патрубок; *5* – нагнетательный патрубок

При вращении ротора *2* винтовые зубья входят в зацепление с углублениями на роторе *3* и вытесняют газ, находящийся в полостях, ограниченных роторами и корпусом, перемещая его в продольном направлении.

Сжатие газа происходит за счет уменьшения объема полостей по ходу движения газа. Сжатый газ через патрубок *5* выходит из компрессора и поступает в нагнетательный трубопровод.

Достоинствами этих компрессоров являются компактность, быстроходность, равномерность подачи газа. При степени сжатия более двух, винтовые машины имеют КПД бóльший, чем машины других типов. К недостаткам винтовых компрессоров следует отнести сложность изготовления винтовых поверхностей роторов и высокий уровень шума при работе этих машин.

5.3.5. Центробежные компрессорные машины

Для перемещения газов и газовых смесей в трубопроводных сетях с невысоким избыточным давлением широко используются такие центробежные компрессорные машины, как вентиляторы и газодувки.

5.3.5.1. Параметры работы центробежных вентиляторов и газодувок

Так же как и для насосов, к основным параметрам работы вентиляторов относятся создаваемое ими давление Δp (напор H), производительность Q, полезная мощность $N_{\text{п}}$ и коэффициент полезного действия (КПД) η. Основные расчетные формулы для нахождения указанных параметров в основном аналогичны формулам для определения параметров насосов (см. подгл. 5.2).

Давление Δp, Па, создаваемое вентилятором или газодувкой при подаче газа, можно определить по уравнению

$$\Delta p = \left(p_2 - p_1\right) + \left(\Delta p_{\text{вс}} + \Delta p_{\text{н}}\right) + \frac{\rho w_2^2}{2} + \rho g H_{\text{под}} \qquad (5.111)$$

или

$$\Delta p = \left(p_{\text{вых}} + \frac{\rho w_{\text{н}}^2}{2}\right) - \left(p_{\text{вх}} + \frac{\rho w_{\text{вс}}^2}{2}\right), \qquad (5.112)$$

где p_2 и p_1 – абсолютные давления в пространствах (аппаратах), куда подается и откуда забирается газ, Па; $\Delta p_{\text{вс}}$ и $\Delta p_{\text{н}}$ – потери давления во всасывающем и нагнетательном трубопроводах, Па; ρ – средняя плотность перемещаемого газа, кг/м^3; w_2 – средняя скорость газа на выходе из нагнетательного трубопровода, м/с; $H_{\text{под}}$ – разность высот точек подачи и забора газа, м; $p_{\text{вых}}$ и $p_{\text{вх}}$ – абсолютные давления на выходном и входном патрубках вентилятора (газодувки), Па; $w_{\text{н}}$ и $w_{\text{вс}}$ – средние скорости газа в нагнетательном и всасывающем трубопроводах, м/с (рис. 5.64).

Уравнение (5.111) используется при подборе вентилятора для конкретной трубопроводной сети, а уравнение (5.112) можно применять для расчета Δp действующего вентилятора.

Зависимость (5.111) используется в том случае, если пространства всасывания и нагнетания изолированы от атмосферы (закрытые аппараты). Если величина $H_{\text{под}}$ невелика, то членом $\rho g H_{\text{под}}$ в уравнении (5.111) можно пренебречь.

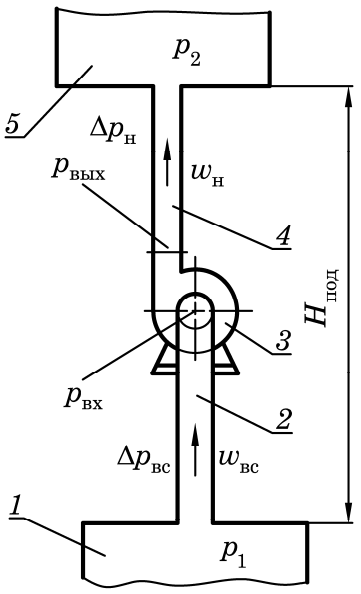


Рис. 5.64. Схема установки центробежного вентилятора: *1* – аппарат (пространство), откуда забирается газ; *2* – всасывающий трубопровод; *3* – вентилятор; *4* – нагнетательный трубопровод; *5* – аппарат (пространство), куда подается газ

Если пространства всасывания и нагнетания соединены с атмосферой, то вместо $\rho g H_{под}$ в уравнении (5.111) необходимо подставлять $(\rho - \rho_{возд}) g H_{под}$, где $\rho_{возд}$ – плотность окружающего воздуха, кг/м^3. Если $\rho \cong \rho_{возд}$, то членом $(\rho - \rho_{возд}) g H_{под}$ в уравнении (5.111) можно пренебречь.

Скорости газа в соответствующих трубопроводах определяются по следующим формулам:

– во всасывающем трубопроводе $w_{вс}$, м/с:

$$w_{вс} = \frac{G}{\rho_{вс} S_{вс}}; \qquad (5.113)$$

– в нагнетательном трубопроводе $w_н$, м/с:

$$w_н = \frac{G}{\rho_н S_н}; \qquad (5.114)$$

– на выходе из нагнетательного трубопровода w_2, м/с:

$$w_2 = \frac{G}{\rho_2 S_н}, \qquad (5.115)$$

где G – массовый расход газа в трубопроводной сети, кг/с; $\rho_{вс}$ – средняя плотность газа при рабочих условиях во всасывающем трубопроводе, кг/м^3; $\rho_н$ – средняя плотность газа при рабочих условиях в нагнетательном трубопроводе, кг/м^3; ρ_2 – плотность газа при рабочих условиях на выходе из нагнетательного трубопровода, кг/м^3; $S_{вс}$ – площадь поперечного сечения всасывающего трубопровода, м^2; $S_н$ – площадь поперечного сечения нагнетательного трубопровода, м^2.

Полезная мощность вентилятора $N_п$, Вт, определяется по формуле

$$N_п = \Delta p Q, \qquad (5.116)$$

где Δp – давление, создаваемое вентилятором, Па; Q – средний объемный расход газа при рабочих условиях, м^3/с.

Мощность, потребляемую двигателем вентилятора, $N_{дв}$, Вт, можно определить по зависимости

$$N_{дв} = \frac{N_п}{\eta} = \frac{\Delta p Q}{\eta}, \qquad (5.117)$$

где η – общий КПД вентиляторной установки.

КПД вентиляторной установки рассчитывается по формуле

$$\eta = \eta_в \eta_п \eta_{дв}, \qquad (5.118)$$

где $\eta_в$ – КПД вентилятора; $\eta_п$ – КПД передачи; $\eta_{дв}$ – КПД двигателя.

Коэффициент полезного действия крупных центробежных вентиляторов достигает значения 0,87.

Установочная мощность двигателя $N_{уст}$, Вт, определяется по формуле

$$N_{уст} = \beta N_{дв}, \tag{5.119}$$

где β – коэффициент запаса мощности.

Величина коэффициента β зависит от мощности двигателя и типа вентилятора и приводится в специальной литературе.

5.3.5.2. Конструкции центробежных вентиляторов и газодувок

Центробежные вентиляторы и газодувки в зависимости от создаваемого избыточного давления Δp, кПа, подразделяют:

– на вентиляторы низкого давления (0,1–1 кПа);

– вентиляторы среднего давления (1–4 кПа);

– вентиляторы высокого давления (4–10 кПа).

Схема центробежного вентилятора представлена на рис. 5.65.

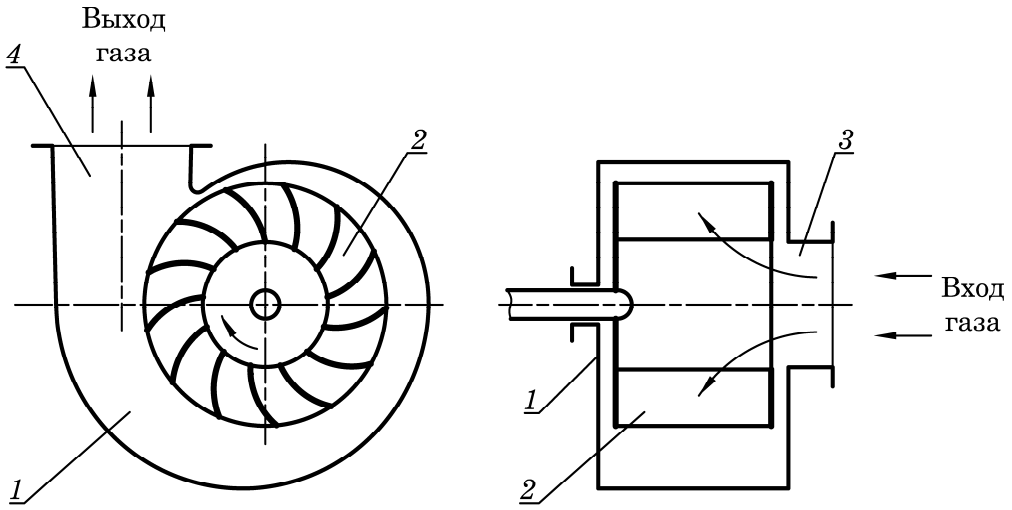


Рис. 5.65. Центробежный вентилятор:
1 – корпус; *2* – рабочее колесо; *3* – входной патрубок; *4* – выходной патрубок

По конструкции и принципу действия центробежный вентилятор очень похож на центробежный насос (см. п. 5.2.3). Основным конструктивным отличием центробежных вентиляторов от центробежных насосов является то, что лопатки вентиляторов короче, но шире, чем лопатки центробежных насосов. Кроме того, меньше окружные скорости (не более 60–80 м/с).

В вентиляторах используют лопатки различных типов – прямые и криволинейные. Форма и расположение лопаток зависят от назначения вентилятора. Криволинейные лопатки могут быть загнуты назад (как показано на рис. 5.65) или вперед (по ходу вращения рабочего колеса). Если лопатки загнуты вперед, то создаваемое вентилятором давление больше по сравнению с давлением, создаваемым вентилятором с лопатками, загнутыми назад, при той же частоте вращения рабочего колеса. Величина гидравлического КПД при этом ниже.

Если необходимо обеспечить степень сжатия в интервале $1{,}1 < K < 3$, то применяют центробежные машины, называемые **турбогазодувками** (рис. 5.66). Основным отличием этих машин от центробежных вентиляторов является наличие в корпусе *1* статического направляющего аппарата *3*. Задачей этого аппарата

является более эффективное преобразование скоростного (динамического) давления в статическое давление газа без значительных потерь энергии. Лопатки статического аппарата *3* направляют выходящий из центробежного колеса *2* газовый поток по направлению к выходу, препятствуя образованию вихрей в спиралеобразном корпусе, а значит, и потерь энергии в них.

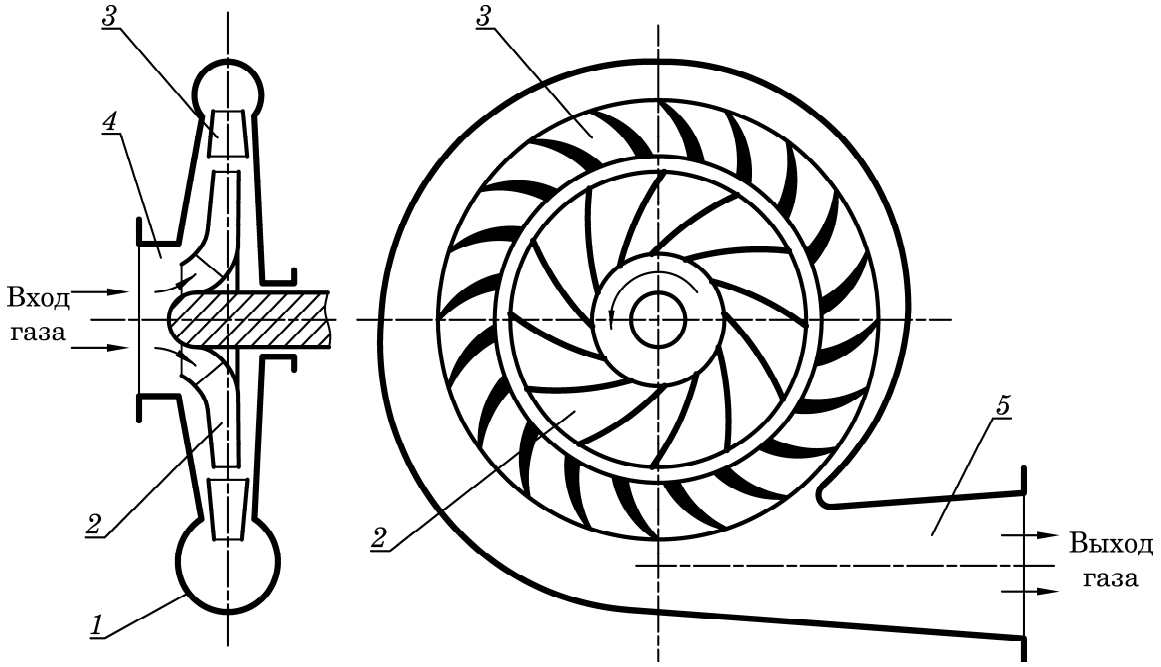


Рис. 5.66. Схема турбогазодувки:
1 – корпус; *2* – рабочее колесо; *3* – направляющий аппарат;
4 – входной патрубок; *5* – выходной патрубок

Для увеличения степени сжатия применяют многоступенчатые турбогазодувки. В таких аппаратах на одном валу последовательно установлены несколько (обычно 2–4) рабочих колес. Диаметры колес в многоступенчатых турбогазодувках постоянны, но ширина их уменьшается в направлении от первого колеса к последнему. Этим достигается сжатие в каждой последующей ступени без изменения числа оборотов вала и формы лопаток рабочих колес.

Как известно, газ при относительно быстром сжатии (увеличении давления) нагревается, но поскольку в турбогазодувках степень сжатия невелика $(K < 3)$, то охлаждающие системы не применяют, ограничиваются пассивным охлаждением за счет естественной конвекции окружающего воздуха (например, наружную поверхность корпуса выполняют ребристой).

5.3.5.3. Характеристики центробежных вентиляторов и газодувок, их работа на трубопроводную сеть

Характеристики центробежных вентиляторов и газодувок $\Delta p = f(Q)$, $N = f(Q)$, $\eta = f(Q)$ в основном схожи с характеристиками центробежных насосов, но имеют более пологие кривые $\Delta p = f(Q)$ (рис. 5.67).

Данные характеристики строятся при постоянной частоте вращения рабочего колеса n и постоянной плотности газа по результатам испытаний и приводятся в каталогах на вентиляторы и газодувки.

Каталоги на вентиляторы обычно составляются для чистого воздуха при стандартных условиях ($p = 760$ мм рт. ст., $t = 20$ °С, относительная влажность 50%). В этих условиях плотность воздуха $\rho_{ст} = 1{,}2$ кг/м^3.

Связь между производительностью вентилятора в стандартных условиях $Q_{ст}$ и действительной производительностью Q выражается формулой

$$Q = Q_{ст}\frac{\rho_{ст}}{\rho}, \qquad (5.120)$$

где ρ – плотность перемещаемого газа, кг/м^3.

Расчет, подбор и регулирование вентиляторов при их работе на трубопроводную сеть аналогичен расчету, подбору и регулированию центробежных насосов. Рабочий режим (производительность $Q_р$, давление $\Delta p_р$, КПД $\eta_в$) устанавливается по рабочей точке (точка A) – точке пересечения характеристики центробежного вентилятора $\Delta p = f(Q)$ при постоянной частоте вращения с характеристикой сети $\Delta p_с = f(Q)$ (рис. 5.68).

Положение рабочей точки дает возможность судить об экономичности вентилятора при его работе в данных условиях. Желательно, чтобы рабочая точка располагалась в области высоких значений КПД.

При изменении в определенных пределах частоты вращения рабочего колеса для центробежных вентиляторов и газодувок справедливы соотношения пропорциональности (см. формулы (5.68)–(5.70)).

Выбор оптимальной частоты вращения рабочего колеса вентилятора производится с учетом его **универсальной характеристики**, которая представляет собой семейство кривых $\Delta p = f(Q)$ при различных частотах вращения в совокупности с линиями одинаковых КПД вентилятора. Пример такой характеристики представлен на рис. 5.69.

Центробежные вентиляторы и газодувки компактны, обеспечивают равномерность подачи, высокий верхний предел производительности (более 50 м^3/с), отсутствие загрязнения газа смазкой, возможность непосредственного присоединения к электродвигателю.

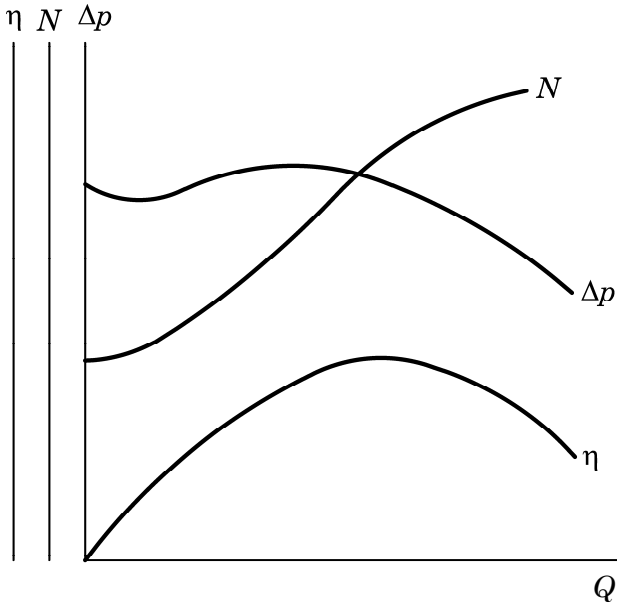


Рис. 5.67. Характеристики центробежного вентилятора

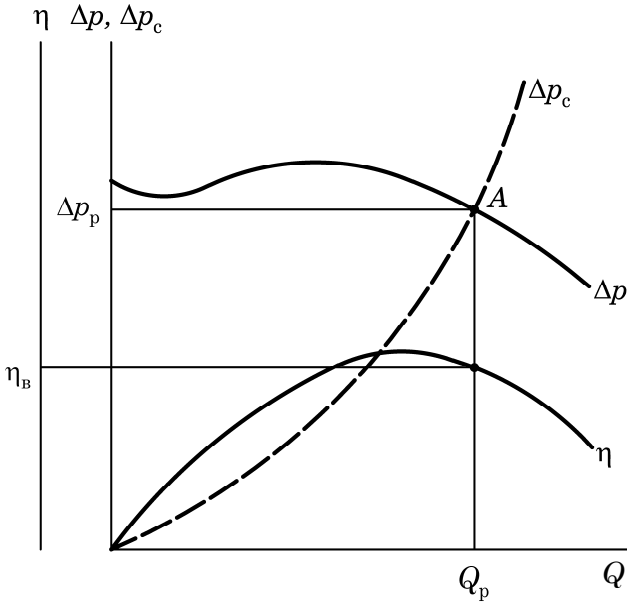


Рис. 5.68. Работа вентилятора на сеть

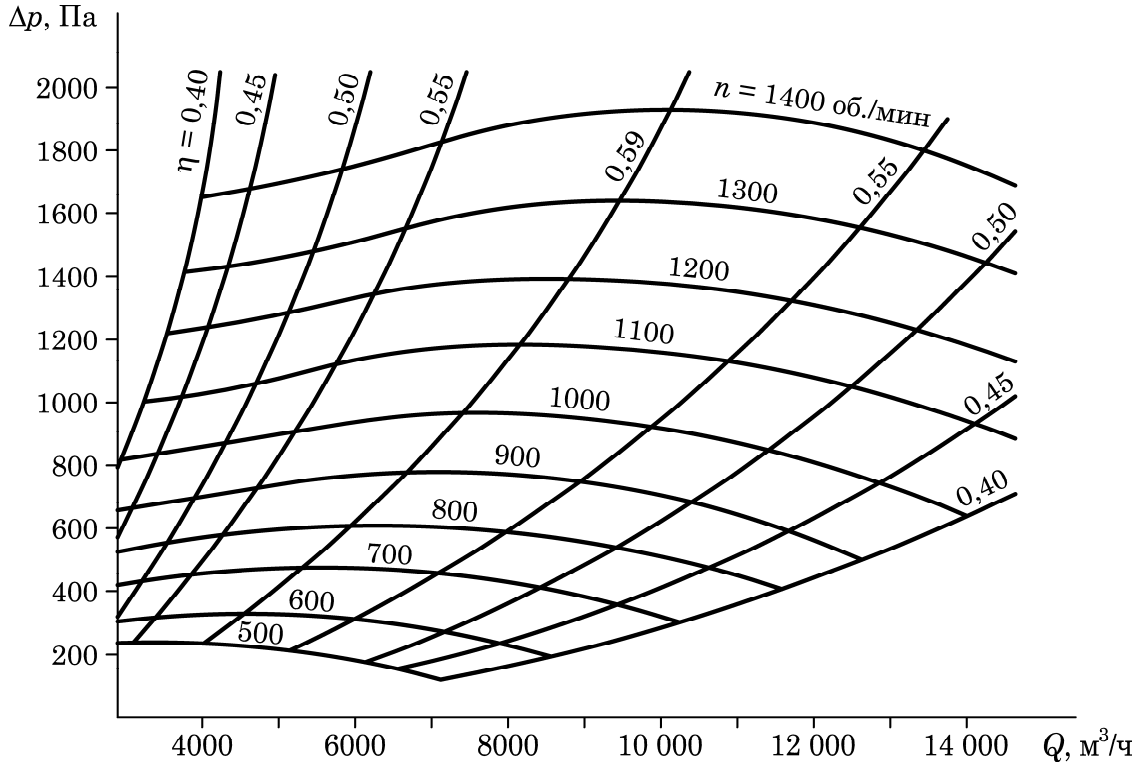


Рис. 5.69. Универсальная характеристика центробежного вентилятора

К недостаткам можно отнести пониженный КПД, снижение производительности при увеличении сопротивления сети, ограниченный нижний предел производительности.

5.3.6. Осевые вентиляторы и компрессоры

Осевой вентилятор (рис. 5.70) содержит короткий цилиндрический корпус *1*, соосно расположенный вал, на котором крепится рабочее колесо *2* в виде пропеллера с профилированными лопатками.

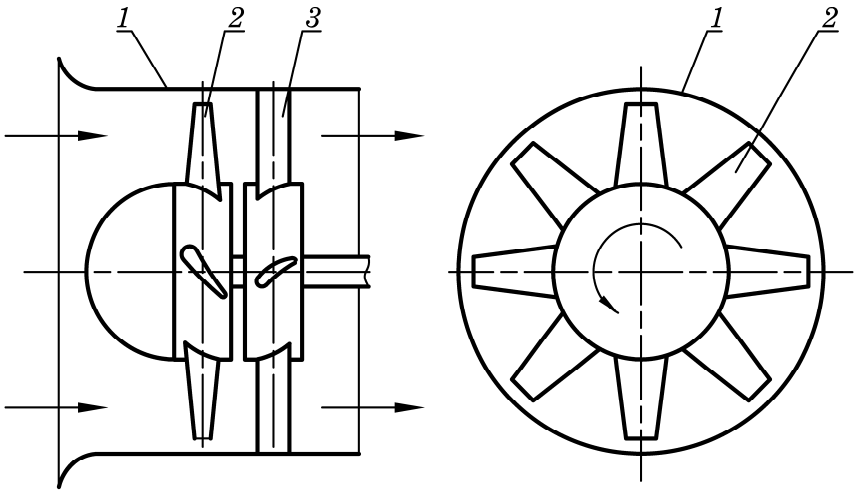


Рис. 5.70. Схема осевого (пропеллерного) вентилятора:
1 – корпус; *2* – рабочее колесо; *3* – спрямляющий аппарат

При вращении рабочего колеса, его лопатки захватывают газ, передают ему механическую энергию и перемещают вдоль оси колеса, одновременно придавая газу некоторое вращательное движение. В конструкциях осевых вентиляторов, применяют устройства, улучшающие аэродинамику потока и повышающие КПД вентилятора, например неподвижный спрямляющий аппарат *3*, установленный за рабочим колесом, с помощью которого вращательное движение газового потока преобразуется в осевое.

Вследствие низкого сопротивления, оказываемого вентилятором движущемуся потоку газа, и незначительных потерь на трение газа о лопатки КПД осевых вентиляторов значительно выше, чем у вентиляторов других типов. В то же время напор, развиваемый осевыми вентиляторами, невелик, поэтому их широко применяют при перемещении больших объемов газа при незначительном сопротивлении сети, например в системах вентиляции.

Для увеличения напора, на одном валу может быть установлено два рабочих колеса. Нередко эти вентиляторы не имеют корпуса (например, настольные, потолочные вентиляторы и пр.).

Осевой компрессор (рис. 5.71) в принципе представляет собой многоступенчатый осевой вентилятор – число ступеней может достигать 10–20 (без охлаждения в них газа).

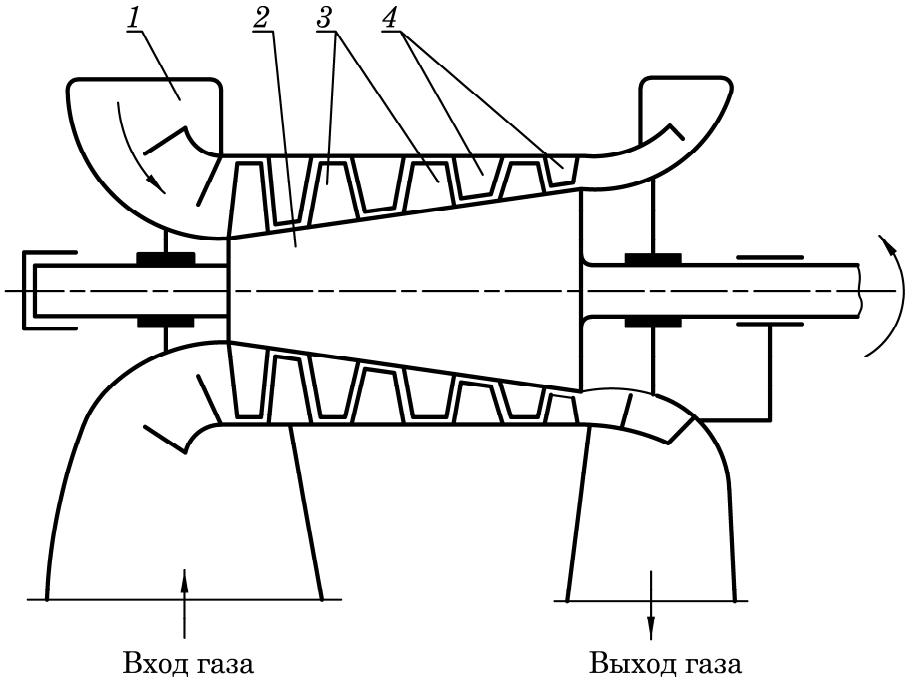


Рис. 5.71. Схема осевого компрессора:
1 – корпус; *2* – конический ротор; *3* – рабочие лопатки;
4 – неподвижные лопатки

В корпусе *1* вращается конический ротор *2* с рабочими лопатками *3*, имеющими форму винтовой поверхности. Эти лопатки вращаются между закрепленными в корпусе неподвижными лопатками *4*, которые являются направляющими для газа при переходе его от одной ступени рабочих лопаток к другой. Зазор между лопатками и корпусом мал (до 0,5 мм). Следует обратить внимание, что проходное сечение

между коническим ротором и корпусом по ходу движения газового потока уменьшается, а это, в свою очередь, связано со сжатием газа и уменьшением его объема.

Осевые компрессоры компактны, имеют достаточно высокий КПД, обеспечивают высокую производительность (50 000–80 000 $м^3/ч$ и более), но создаваемое ими давление обычно не превышает 0,5–0,6 МПа.

5.3.7. Регулирование производительности компрессорных машин

Регулирование производительности компрессорных машин проводится с целью обеспечить возможность изменения подачи газа потребителю согласно его требованиям.

Способы регулирования производительности компрессорных машин динамического типа те же, что и динамических (например, центробежных) насосов.

Для регулирования подачи компрессорных машин объемного действия также используют разные способы. Рассмотрим эти способы на примере одноступенчатого поршневого компрессора простого действия, производительность которого можно определить, используя уравнения (5.107) и (5.105):

$$Q = \lambda FSn. \qquad (5.121)$$

Наиболее выгодно изменять производительность, варьируя число **двойных ходов поршня** n. Важно, что при этом не изменяются удельные затраты энергии. Однако изменение n является достаточно простым лишь при использовании регулируемого привода. В настоящее время в подавляющем большинстве случаев в химической промышленности в качестве привода используются электродвигатели переменного тока с определенной частотой вращения ротора n.

Для плавного регулирования n, а значит и производительности компрессора, используют специальные устройства. Они являются дорогими, и поэтому используются только лишь для компрессоров с высокой производительностью.

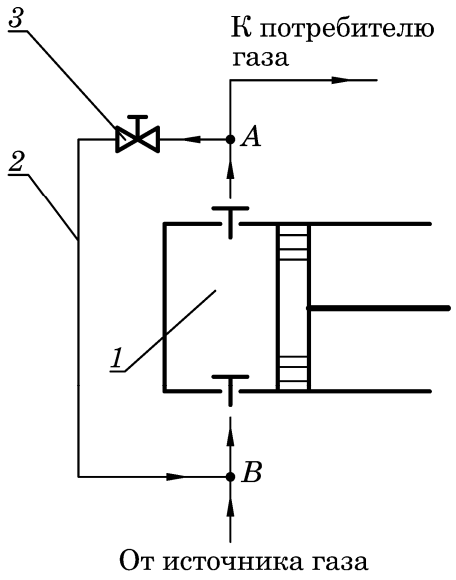


Рис. 5.72. Схема поршневого компрессора с обводной линией: *1* – компрессор; *2* – обводная линия; *3* – задвижка; *A* и *B* – точки отбора и возврата циркулирующего газа

Управлять производительностью поршневых компрессоров можно путем **рецикла газа (байпасирования)** (рис. 5.72). При этом часть газового потока высокого давления p_2 после сжатия возвращают по обводной линии *2* на всасывающую линию компрессора, где давление $p_1 < p_2$, регулируя потоки задвижкой *3*. Чем бóльшую долю газа возвращают на всасывающую линию компрессора, тем меньше его поступает потребителю. Однако этот способ регулирования производительности энергетически невыгоден, поскольку безвозвратно теряется энергия, затрачиваемая на сжатие рециркулирующего газа.

Регулирование производительности **задвижкой** на всасывающей или нагнетательной линии является одним из самых простых. Однако и в этом случае возникают непроизводительные затраты энергии, идущие на преодоление гидравлического сопротивления задвижки.

Достаточно простым и экономически эффективным способом регулирования производительности является также присоединение **дополнительного вредного пространства**. Регулируемое вредное пространство представляет собой цилиндр, в котором в определенном положении фиксируется неподвижный поршень. При необходимости изменения производительности компрессора меняют объем дополнительного вредного пространства, фиксируя поршень в новом положении. Этот способ позволяет регулировать производительность компрессора без дополнительных затрат энергии.

В настоящее время часто используют способ регулирования производительности путем **отжима всасывающего клапана** на начальной части хода при сжатии. Т. е. в начале цикла сжатия всасывающий клапан некоторое время остается открытым, и газ не сжимается, а уходит обратно в линию всасывания. В результате реально ход всасывания, а с ним и производительность компрессора уменьшаются. Как и для предыдущего способа, работа компрессора не сопровождается непроизводительными затратами энергии.

Для компрессоров малой производительности с воздушным охлаждением используют **периодическое отключение привода компрессора.** Этот способ применяют при наличии на линии нагнетания газонакопительной емкости (ресивера).

ПРИМЕР 5.31

Вентилятор подает азот из газохранилища в установку. Избыточное давление в газохранилище $p_{\text{изб1}} = 60$ мм вод. ст., а в нагнетательной линии $p_{\text{изб2}} = 84$ мм вод. ст. Потери напора во всасывающей линии $\Delta p_{\text{вс}} = 21$ мм вод. ст., а в нагнетательной линии $\Delta p_{\text{н}} = 45$ мм вод. ст. Определить давление, развиваемое вентилятором, если средняя скорость азота на выходе из нагнетательного трубопровода $w_2 = 11{,}5$ м/с. Средняя плотность азота $\rho = 1{,}2$ кг/м^3. Высотой подъема пренебречь.

Решение

Давление, развиваемое вентилятором, находим по формуле (5.111):

$$\Delta p = \left(p_2 - p_1\right) + \left(\Delta p_{\text{вс}} + \Delta p_{\text{н}}\right) + \frac{\rho w_2^2}{2} + \rho g H_{\text{под}},$$

где p_2 и p_1 – абсолютные давления в пространствах (аппаратах), куда подается и откуда забирается газ, Па.

Разность абсолютных давлений в установке и газохранилище:

$$p_2 - p_1 = p_{\text{изб2}} - p_{\text{изб1}} = \left(84 - 60\right) \cdot 9{,}81 = 235{,}4 \text{ Па}.$$

Общие потери во всасывающем и нагнетательном трубопроводах:

$$\Delta p_{\text{вс}} + \Delta p_{\text{н}} = \left(21 + 45\right) \cdot 9{,}81 = 647{,}5 \text{ Па}.$$

По условию задачи высотой подъема можно пренебречь, следовательно, $H_{\text{под}} = 0$ м. Тогда давление, развиваемое вентилятором, будет равно

$$\Delta p = 235{,}4 + 647{,}5 + \frac{1{,}2 \cdot 11{,}5^2}{2} + 0 = 962{,}3 \text{ Па}.$$

Ответ: $\Delta p = 962{,}3$ Па.

ПРИМЕР 5.32

Центробежный вентилятор при частоте вращения рабочего колеса $n = 1150$ об./мин перемещает $Q = 3800$ м^3/ч воздуха, при этом двигатель потребляет мощность $N_{\text{дв}} = 0{,}72$ кВт. Всасывающий и нагнетательный трубопроводы имеют одинаковые диаметры. Дифманометр на всасывающем трубопроводе перед вентилятором показывает разрежение $p_{\text{в}} = 15{,}7$ мм вод. ст., а дифманометр на нагнетательном трубопроводе после вентилятора показывает избыточное давление $p_{\text{м}} = 20{,}5$ мм вод. ст. Определить давление, развиваемое вентилятором и его КПД, если КПД двигателя $\eta_{\text{дв}} = 0{,}94$. КПД передачи $\eta_{\text{п}} = 1$.

Решение

Давление, развиваемое вентилятором, находим по формуле (5.112):

$$\Delta p = \left(p_{\text{вых}} + \frac{\rho w_{\text{н}}^2}{2} \right) - \left(p_{\text{вх}} + \frac{\rho w_{\text{вс}}^2}{2} \right).$$

Так как всасывающий и нагнетательный трубопроводы имеют одинаковый диаметр, то скорости воздуха в них одинаковы, а следовательно, $\frac{\rho w_{\text{н}}^2}{2} = \frac{\rho w_{\text{вс}}^2}{2}$. Тогда расчетная формула упрощается:

$$\Delta p = p_{\text{вых}} - p_{\text{вх}} = p_{\text{м}} + p_{\text{в}};$$

$$\Delta p = (20{,}5 + 15{,}7) \cdot 9{,}81 = 355{,}1 \text{ Па}.$$

Полезная мощность вентилятора, согласно формуле (5.116), будет равна

$$N_{\text{п}} = \Delta p Q = 355{,}1 \cdot \frac{3800}{3600} = 374{,}9 \text{ Вт}.$$

Общий КПД вентиляторной установки определим из формулы (5.117):

$$\eta = \frac{N_{\text{п}}}{N_{\text{дв}}} = \frac{374{,}9}{720} = 0{,}521.$$

КПД вентилятора выразим из формулы (5.118):

$$\eta_{\text{в}} = \frac{\eta}{\eta_{\text{п}} \eta_{\text{дв}}} = \frac{0{,}521}{1 \cdot 0{,}94} = 0{,}554.$$

Ответ: $\eta_{\text{в}} = 0{,}554$.

ПРИМЕР 5.33

По условиям задачи 5.32 определить, как изменится производительность центробежного вентилятора, если снизить частоту вращения рабочего колеса с $n_1 = 1150$ об./мин до $n_2 = 960$ об./мин. Какое давление при этом будет создавать вентилятор?

Решение

Для пересчета параметров центробежного вентилятора при новой частоте вращения рабочего колеса воспользуемся законами пропорциональности центробежных машин.

Согласно задаче 5.32, при частоте вращения рабочего колеса $n_1 = 1150$ об./мин вентилятор имеет следующие параметры: подача $Q_1 = 3800$ м^3/ч; давление $\Delta p_1 = 355{,}1$ Па.

Подачу вентилятора при $n_2 = 960$ об./мин определяем из формулы (5.68):

$$Q_2 = Q_1 \frac{n_2}{n_1} = 3800 \cdot \frac{960}{1150} = 3172 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Давление, создаваемое вентилятором при новой частоте вращения, находим из формулы, подобной (5.69):

$$\Delta p_2 = \Delta p_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 = 355{,}1 \cdot \left(\frac{960}{1150} \right)^2 = 247{,}5 \text{ Па}.$$

Ответ: $Q_2 = 3172$ м^3/ч; $\Delta p_2 = 247{,}5$ Па.

ПРИМЕР 5.34

Вентилятор имеет производительность $Q_{ст} = 10\,000$ м^3/ч воздуха при стандартных условиях ($p_{ст} = 760$ мм рт. ст., $t_{ст} = 20$ °С). Определить производительность вентилятора, если температура перемещаемого воздуха будет 150 °С. Плотность воздуха: при стандартных условиях $\rho_{ст} = 1{,}2$ кг/м^3, при 150 °С $\rho = 0{,}836$ кг/м^3.

Решение

Производительность вентилятора при условиях, отличных от стандартных, можно определить по формуле (5.120):

$$Q = Q_{ст} \frac{\rho_{ст}}{\rho} = 10\,000 \cdot \frac{1{,}2}{0{,}836} = 14\,359 \text{ м}^3/\text{ч}.$$

Ответ: $Q = 14\,359$ м^3/ч.

ПРИМЕР 5.35

Характеристика центробежного вентилятора при числе оборотов рабочего колеса $n_1 = 1100$ об./мин представлена в табл. 1. Построить характеристику этого вентилятора $\Delta p = f(Q)$ при числе оборотов $n_2 = 1450$ об./мин.

Таблица 1

Характеристика центробежного вентилятора при числе оборотов $n_1 = 1100$ об./мин

Q, м^3/ч	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10 000
Δp, Па	2400	2450	2500	2500	2450	2350	2200	2050	1900

Решение

Чтобы получить новую характеристику центробежного вентилятора $\Delta p = f(Q)$ при $n_2 = 1450$ об./мин воспользуемся законами пропорциональности.

Приведем пример расчета для значений $Q_1 = 2000\,\text{м}^3/\text{ч}$ и $\Delta p_1 = 2400$ Па.

Новое значение производительности выразим из формулы (5.68):

$$Q_2 = Q_1 \frac{n_2}{n_1} = 2000 \cdot \frac{1450}{1100} = 2636\ \text{м}^3/\text{ч}.$$

Новое значение давления выразим из формулы, аналогичной (5.69):

$$\Delta p_2 = \Delta p_1 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = 2400 \cdot \left(\frac{1450}{1100}\right)^2 = 4170\ \text{Па}.$$

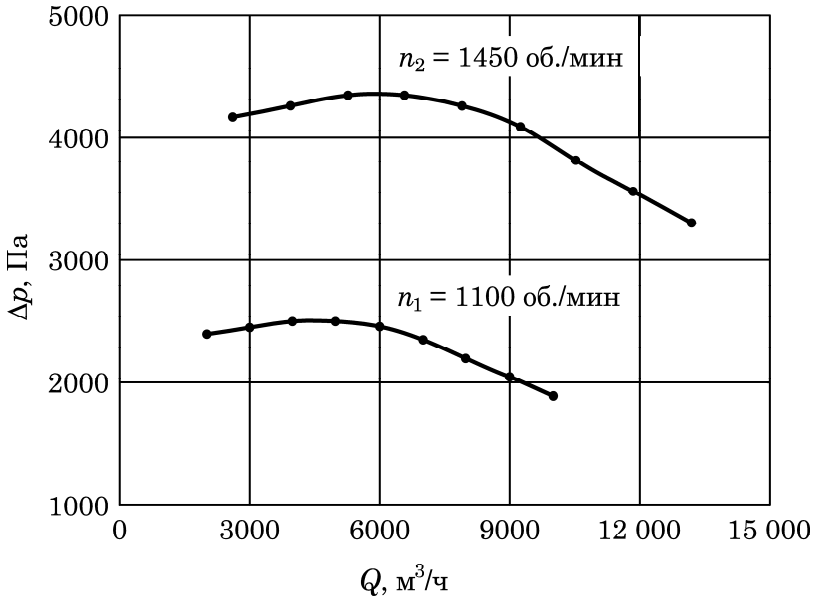
Результаты остальных расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристика центробежного вентилятора при числе оборотов $n_2 = 1450$ об./мин

Q, м^3/ч	2636	3955	5273	6591	7909	9227	10 550	11 860	13 180
Δp, Па	4170	4257	4344	4344	4257	4083	3823	3562	3301

По значениям, приведенным в табл. 1 и 2, построим характеристики вентилятора $\Delta p = f(Q)$ при $n_1 = 1100$ об./мин и $n_2 = 1450$ об./мин.



5.3.8. Сравнение и области применения компрессорных машин

Каждый из типов компрессорных машин имеет свою оптимальную область применения, определяемую степенью сжатия, производительностью и коэффициентом полезного действия. Однако оптимальные рабочие режимы разных компрессорных машин в некоторых пределах могут совпадать, тогда выбор производится на основании технико-экономических показателей.

Наибольшее применение в химической промышленности получили поршневые и центробежные компрессорные машины.

Центробежные компрессоры, обладая рядом преимуществ по сравнению с поршневыми (высокая производительность, компактность, простота устройства и установки, надежность, равномерность подачи, отсутствие загрязнения газа маслом), имеют ограниченный нижний предел производительности и пониженный КПД. Их используют при умеренных давлениях (до 10–12 атм) и высоких производительностях (до $50\ м^3/с$ и более). При производительности $50\ м^3/с$ и выше центробежные компрессорные машины могут создавать давление до 30 атм.

Поршневые компрессоры применяют в случае высоких степеней сжатия (10–1000) и небольших производительностях (менее $1{,}5\ м^3/с$). Наибольшее распространение получили вертикальные поршневые компрессоры, которые более быстроходны, компактны и обладают большим КПД, чем горизонтальные компрессоры.

Ротационные компрессоры по сравнению с поршневыми имеют те же преимущества, что и центробежные, отличаясь еще большей компактностью. Коэффициент полезного действия ротационных компрессорных машин выше, чем у центробежных; их применяют при средней производительности и избыточном давлении до 10 атм.

Осевые компрессоры, отличаясь компактностью, характеризуются высоким КПД; применяются при высоких подачах ($20\ м^3/с$ и более) и невысоких давлениях (менее 6 атм).

Примерные области применения компрессорных машин показаны на рис. 5.73.

Выбор вакуум-насосов определяется глубиной создаваемого ими разрежения. Мокрые поршневые вакуум-насосы создают разрежение до 80–85%. Разрежение до 90–95% обеспечивают сухие поршневые и ротационные вакуум-насосы. Причем последние, обладая преимуществами центробежных машин, имеют более низкий КПД.

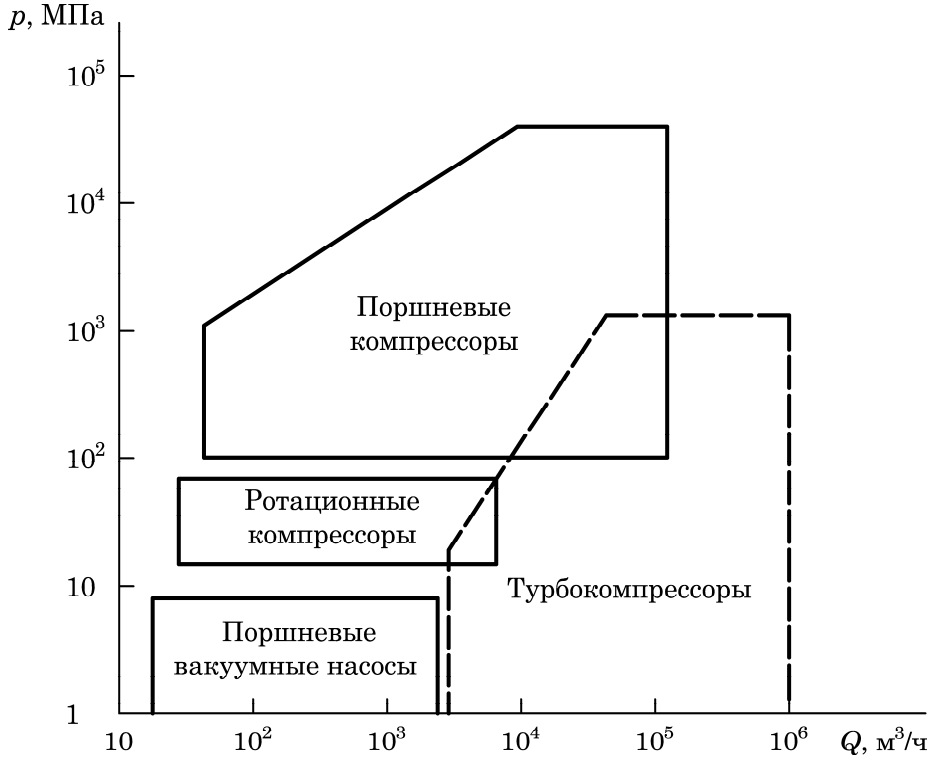


Рис. 5.73. Предпочтительные области применения компрессорных машин различных видов

Для достижения более глубокого разрежения (95–99,9%) применяют сухие поршневые и ротационные вакуум-насосы с выравниванием давления, а также многоступенчатые пароструйные вакуум-насосы.

Для перемещения агрессивных, взрывоопасных и влажных газов и паров в химической промышленности широко используются водокольцевые вакуум-насосы. Однако создаваемое ими разрежение ограничено значением парциального давления пара рабочей жидкости, зависящего от температуры, и не превышает 90–95%.

5.4. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ И САМОКОНТРОЛЯ

1. Каково назначение трубопроводов и их устройство?
2. Приведите классификацию трубопроводов.
3. Что такое условный проход трубопровода?
4. Какие соединения труб используются в химической промышленности?
5. Что такое трубопроводная арматура и какого вида она бывает?
6. Что такое гидравлический удар? Какие причины его возникновения? Как бороться с этим явлением?
7. Приведите классификацию насосов.
8. Какими параметрами характеризуется работа насосов?
9. Что такое напор насоса? Как его определить?
10. Какие параметры влияют на допустимую высоту всасывания насоса?
11. Что такое кавитация? Каким образом ее можно предотвратить?
12. Какие выражения называют законами пропорциональности центробежных машин?
13. Что такое напорная характеристика насоса?
14. Что такое рабочая точка? Какие параметры насоса можно определить с ее помощью?
15. Для каких целей применяют последовательное и параллельное соединение центробежных насосов?
16. Как можно регулировать производительность центробежных насосов?
17. Приведите способы снижения неравномерности подачи поршневых насосов.
18. Как можно регулировать производительность поршневых насосов?
19. Приведите примеры динамических насосов и насосов объемного типа.
20. Насосы каких типов обеспечивают: а) высокие подачи; б) высокие напоры?
21. Какие насосы используют для перекачивания высоковязких жидкостей?
22. Приведите классификацию компрессорных машин по степени сжатия.
23. Как различные способы сжатия газов изображаются в координатах $p - V$ и $T - S$?
24. От чего зависит производительность поршневых компрессоров?
25. Что понимают под объемным коэффициентом всасывания компрессора?
26. Сопоставьте достоинства и недостатки компрессорных машин различных типов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA

REFERENCES

1. Касаткин, А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии / А. Г. Касаткин. – М.: Альянс, 2004. – 751 с.

2. Циборовский, Я. Основы процессов химической технологии / Я. Циборовский; пер. с пол. – Л.: Химия, 1967. – 719 с.

3. Маркаў, У. А. Працэсы і апараты хімічнай тэхналогіі: у 2 ч. / У. А. Маркаў, П. Я. Вайцяховіч. – Мінск: БДТУ, 2002–2006. – Ч. 1: Гідрамеханічныя і механічныя працэсы. – 2002. – 302 с.

4. Маркаў, У. А. Працэсы і апараты хімічнай тэхналогіі: у 2 ч. / У. А. Маркаў. – Мінск: БДТУ, 2002–2006. – Ч. 2: Цеплавыя і масаабменныя працэсы. – 2006. – 442 с.

5. Дытнерский, Ю. И. Процессы и аппараты химической технологии: в 2 ч. / Ю. И. Дытнерский. – М.: Химия, 1995–2002. – Ч. 1: Теоретические основы процессов и аппаратов химической технологии. Гидромеханические и тепловые процессы и аппараты. – 1995. – 400 с.

6. Дытнерский, Ю. И. Процессы и аппараты химической технологии: в 2 ч. / Ю. И. Дытнерский. – М.: Химия, 1995–2002. – Ч. 2: Массообменные процессы и аппараты. 2002. – 368 с.

7. Ciborowski, J. Inżynieria chemiczna. Inżynieria procesowa / J. Ciborowski. – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1973. – 712 s.

8. Serwiński, M. Zasady innżynierii chemicznej i procesowej / M. Serwiński. – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1980. – 617 s.

9. Koch, R. Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej / R. Koch, A. Noworyta. – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1992. – 508 s.

10. Selecki, A. Podstawowe procesy przemysłu chemicznego / A. Selecki, L. Gradoń. – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1985. – 478 s.

11. Podstawy teoretyczne inżynierii chemicznej i procesowej / Z. Kembłowski [i inne]. – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1985. – 524 s.

12. Фролов, В. Ф. Лекции по курсу «Процессы и аппараты химической технологии» / В. Ф. Фролов. – СПб.: Химиздат, 2008. – 608 с.

13. Гельперин, Н. И. Основные процессы и аппараты химической технологии: в 2 кн. / Н. И. Гельперин. – М.: Химия, 1981. – Кн. 1. – 384 с.

14. Гельперин, Н. И. Основные процессы и аппараты химической технологии: в 2 кн. / Н. И. Гельперин. – М.: Химия, 1981. – Кн. 2. – 426 с.

15. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии: в 2 кн. / В. Г. Айнштейн [и др.]; под ред. В. Г. Айнштейна. – М.: Логос: Высш. шк., 2002. – Кн. 1. – 912 с.

16. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии: в 2 кн. / В. Г. Айнштейн [и др.]; под ред. В. Г. Айнштейна. – М.: Логос: Высш. шк., 2002. – Кн. 2. – 872 с.

17. Калишук, Д. Г. Процессы и аппараты химической технологии: учеб.-метод. пособие / Д. Г. Калишук, Н. П. Саевич, А. И. Вилькоцкий. – Минск: БГТУ, 2011. – 425 с.

18. Moskal, A. Podstawy inżynierii chemicznej i procesowej / A. Moskal, A. Jackiewicz-Zagórska, A. Penconek. – Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2016. – 213 s.

19. A brief introduction to fluid mechanic / Donald F. Yong [et al.]. – 5th ed. – New York: John Wiley & Sons Inc., 2011. – 523 p.

20. Som, S. K. Introduction to fluid mechanics and fluid machines / S. K. Som, G. Biswas. – 2nd ed. – New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2008. – 712 p.

21. Kundu, Pijush K. Fluid mechanics / Pijush K. Kundu, Ira M. Cohen, David R. Dowling. – 5th ed. – Elsevier, 2012. – 891 p.

22. Brewster, Hilary D. Fluid Mechanics / Hilary D. Brewster. – Jaipur: Oxford Book Company, 2009. – 303 p.

23. Fluid Mechanics / John F. Douglas [et al.]. – 5th ed. – Harlow: Pearson Education Limited, 2005. – 958 p.

24. Darby, R. Chemical Engineering fluid mechanics / R. Darby. – 2nd ed. – New York: Marcel Dekker Inc., 2001. – 559 p.

25. Fundamentals of fluid mechanics / Bruce R. Munson [et al.]. – 6th ed. – New York: John Wiley & Sons Inc., 2009. – 783 p.

26. Abulencia, J. Patrick. Fluid flow for the practicing chemical engineer / J. Patrick Abulencia, Louis Theodore. – New York: John Wiley & Sons Inc., 2009. – 580 p.

27. Katz, J. Introductory fluid mechanics / J. Katz. – Cambridge: Cambridge University Press, 2010. – 441 p.

28. Mory, M. Fluid mechanics for chemical engineering / M. Mory. – ISTE Ltd and John Wiley & Sons Inc., 2011. – 422 p.

29. Crowe, Clayton T. Engineering fluid mechanics / Clayton T. Crowe [et al.]. – 9th ed. – New York: John Wiley & Sons Inc., 2009. – 1033 p.

30. Gerhart, Philip M. Fundamentals of fluid mechanics / Philip M. Gerhart, Andrew L. Gerhart, John I. Hochstein. – 8th ed. – New York: John Wiley & Sons Inc., 2016. – 818 p.

31. White, Frank M. Fluid Mechanics / Frank M. White. – 7th ed. – New York: McGraw-Hill Companies Inc., 2011. – 885 p.

32. Sosnowski, T. R. Aerozole wziewne i inhalatory / T. R. Sosnowski. – Warszawa: Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Chemicznej i Procesowej, 2012. – 176 s.

33. Moskal, A. Mechanika aerozoli / A. Moskal. – Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2017. – 212 s.

34. Zarzycki, R. Techniczna mechanika płynów / R. Zarzycki, J. Prywer. – Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN, 2017. – 536 s.

35. Mitosek, M. Mechanika płynów w inżynierii i ochronie środowiska / M. Mitosek. – Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2014. – 466 s.

36. Mitosek, M. Zbiór zadań z hydrauliki dla inżynierii i ochrony środowiska / M. Miotek, M. Matlak, A. Kodura. – Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2008. – 251 s.

ОБ АВТОРАХ

ВИЛЬКОЦКИЙ Андрей Иванович – доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры процессов и аппаратов химических производств Белорусского государственного технологического университета. Сфера научных интересов: исследование и моделирование гидродинамики многофазных систем, массообменных процессов в роторно-центробежных аппаратах; использование САПР в химическом машиностроении. Является автором и соавтором свыше 90 публикаций, среди них более 30 научных статей, 16 учебно-методических и учебных пособий (в том числе с международным участием).

САЕВИЧ Николай Петрович – доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры процессов и аппаратов химических производств Белорусского государственного технологического университета. Сферой научных интересов является разработка и исследование эффективных способов интенсификации теплообмена при малых температурных напорах и их аппаратурно-технологическое оформление; применение компьютеров в химико-технологических расчетах тепломассообменных процессов. Автор и соавтор свыше 90 публикаций, среди них более 30 научных статей, 7 учебно-методических и учебных пособий (в том числе с международным участием).

ВОЙТОВ Игорь Витальевич – профессор, доктор технических наук, ректор Белорусского государственного технологического университета. Научными интересами являются: охрана окружающей среды и природных ресурсов; управление и охрана водосборов рек и водоемов; организация мониторинга состояния и изменений окружающей среды; контроль загрязнения природной среды и рационального использования природных ресурсов; экологическая сертификация и экспертиза; автоматизированные системы охраны окружающей среды. Автор и соавтор свыше 500 публикаций, включая 28 монографий, более 160 научных и аналитических статей, 58 учебно-методических и учебных пособий (в том числе с международным участием). Является главным редактором научного журнала «Труды БГТУ» и научно-методического журнала «Высшее техническое образование», членом редакционных советов научно-практического журнала «Наука и инновации», журнала «Природные ресурсы», заместителем председателя редакционной коллегии журнала «Стандартизация». Входит в состав редколлегий журнала «Вести НАН Беларуси» (серия «Химические науки») и научно-методического и публицистического журнала «Вышэйшая школа».

СОСНОВСКИЙ Томаш Роберт – профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Комплексные процессы химической инженерии» Варшавского технологического университета, председатель научного совета по специальности «Химическая инженерия». Области научных интересов: динамика дисперсных систем; изучение поверхностных явлений химической технологии; применение процессов химической инженерии в медицине (аэрозоли, ингаляторы). Автор и соавтор более 90 научных публикаций в ведущих международных научных журналах, имеющих высокий импакт-фактор (более 900 цитирований, индекс Хирша H = 17). Автор монографии «Ингаляционные аэрозоли и ингаляторы» (2012 г.) и ряда учебников по сепарационным процессам в химической инженерии.

БОРОВИК Андрей Александрович – доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры физикохимии материалов и производственных технологий Белорусского государственного экономического университета. Научные интересы: исследование роторных тепло-массообменных аппаратов, процессов конвективной сушки. Является автором и соавтором свыше 110 публикаций, среди них более 45 научных статей, 8 учебно-методических и учебных пособий (в том числе с международным участием).

O AUTORACH

Andrzej WILKOCKI – docent, doktor nauk technicznych, docent Katedry Procesów i Aparatów Przemysłu Chemicznego, Białoruski Państwowy Uniwersytet Technologiczny. Główne zainteresowania naukowe: badanie i modelowanie hydrodynamiki układów wielofazowych, procesów wymiany masy w wirnikowo-rotacyjnych aparatach, zastosowanie systemów CAD w inżynierii chemicznej. Jest autorem i współautorem ponad 90 publikacji, w tym ponad 30 artykułów naukowych, 16 podręczników edukacyjnych i szkoleniowych (w tym z udziałem międzynarodowym).

Nikolay SAEVITCH – docent, doktor nauk technicznych, docent Katedry Procesów i Aparatów Przemysłu Chemicznego, Białoruski Państwowy Uniwersytet Technologiczny. Główne zainteresowania naukowe: opracowywanie i badanie skutecznych sposobów intensyfikacji wymiany ciepła przy małej sile napędowej (różnicy temperatury) oraz ich projektowanie sprzętowe i technologiczne, a także wykorzystanie komputerów do obliczeń chemiczno-technologicznych procesów wymiany ciepła i masy. Jest autorem i współautorem ponad 90 publikacji, w tym ponad 30 artykułów naukowych, 7 podręczników edukacyjnych i szkoleniowych (w tym z udziałem międzynarodowym).

Ihar VOITAU – profesor, doktor habilitowany nauk technicznych, rektor Białoruskiego Państwowego Uniwersytetu Technologicznego. Główne zainteresowania naukowe: ochrona środowiska i zasobów naturalnych; zarządzanie i ochrona zasobów wodnych; organizacja monitoringu stanu i zmian środowiska; kontrola zanieczyszczeń środowiska oraz racjonalne wykorzystanie zasobów naturalnych; certyfikacja oraz ekspertyza środowiskowa; zautomatyzowane systemy ochrony środowiska. Jest autorem i współautorem ponad 500 publikacji, w tym 28 monografii, ponad 160 artykułów naukowych i analitycznych, 58 podręczników edukacyjnych i szkoleniowych (w tym z udziałem międzynarodowym). Jest redaktorem naczelnym czasopisma naukowego "Prace Białoruskiego Państwowego Uniwersytetu Technologicznego" oraz czasopisma naukowo-metodycznego "Wykształcenie wyższe", jest członkiem rad redakcyjnych czasopism naukowo-praktycznych "Nauka i innowacje"; czasopisma "Zasoby naturalne", a także zastępcą przewodniczącego rady redakcyjnej czasopisma "Normalizacja". Jest członkiem kolegiów redakcyjnych czasopisma "Wieści NAN Białorusi" (seria "Nauki chemiczne") oraz czasopisma naukowo-metodologicznego "Wyższa szkoła".

Tomasz R. SOSNOWSKI – profesor nauk technicznych, doktor habilitowany inżynierii chemicznej, kierownik Katedry Inżynierii Procesów Zintegrowanych i Przewodniczący Rady Dyscypliny Naukowej "Inżynieria Chemiczna" na Politechnice Warszawskiej w Warszawie (Polska). Obszary zainteresowań naukowych: dynamika układów rozproszonych, procesy powierzchniowe, zastosowanie inżynierii chemicznej w medycynie (aerozole, inhalatory) Współautor ponad 90 publikacji naukowych o zasięgu międzynarodowym (JCR), ponad 900 cytowań, indeks H = 17. Autor monografii "Aerozole wziewne i inhalatory" (PW, 2012) oraz podręczników z zakresu metod rozdzielania w inżynierii chemicznej.

Andrzej BOROWIK – docent, doktor nauk technicznych, docent Katedry Fizycznej Chemii Materiałów i Technologii Wytwarzania, Białoruski Państwowy Uniwersytet Ekonomiczny. Do zainteresowań naukowych należą: badania obrotowych aparatów wymiany ciepła i masy oraz procesy suszenia konwekcyjnego. Jest autorem i współautorem ponad 110 publikacji, w tym ponad 45 artykułów naukowych, 8 podręczników edukacyjnych i szkoleniowych (w tym z udziałem międzynarodowym).

ABOUT THE AUTHORS

Andrzej WILKOCKI – Associate Professor, PhD (Engineering), Assistant Professor at the Department of Processes and Apparatus for Chemical Production, Belarusian State Technological University. Main scientific interests: research and simulation of hydrodynamics of multiphase systems, mass exchange processes in rotor-centrifugal devices; issues related to using of computer aided design systems in chemical engineering. Author and coauthor of more than 90 publications, including over 30 scientific papers, 16 study guides (also with foreign participants).

Nikolay SAEVITCH – Associate Professor, PhD (Engineering), Assistant Professor of the Department of Processes and Apparatus for Chemical Production, Belarusian State Technological University. Area of scientific interests: working out and research of efficient methods of heat exchange intensifying at low temperature differences and their process flow implementation; issues related to applications of computers in chemical and technological calculations of heat and mass exchange processes. Author and coauthor of more than 90 publications, including over 30 scientific papers, 7 study guides (also with foreign participants).

Ihar VOITAU – Professor, DSc (Engineering), Rector of the Belarusian State Technological University. Main scientific interests: environmental and natural resources protection; management and protection of river and basin watersheds; launching and operating of systems for environmental monitoring; working out and operating of systems for control over environmental pollution and ensuring rational use of natural resources; ecological audit and certification; automated nature protection systems. Author and coauthor of more than 500 publications, including 28 monographs, more than 160 scientific and analytical papers, 58 study guides (also with foreign participation). Prof. Ihar Voitau is editor-in-chief of scientific journal "Proceedings of BSTU" and scientific and methodological journal "Higher Technical Education". Member of editorial boards of: scientific and practical journal "Science and Innovations", "Natural Resources" journal, "Standartisation" journal (deputy of chairman of editorial board). He is also the editorial board member of several journals ("Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Chemical Series", scientific and methodological journal "Higher School").

Tomasz R. SOSNOWSKI – Professor in chemical engineering, DSc (Engineering), Head of the Department of Integrated Process Engineering at Warsaw University of Technology (Poland), and Chairman of the Council of the Scientific Discipline „Chemical Engineering". Main scientific interests: dynamics of dispersed systems, surface processes, applications of chemical engineering in medicine (aerosols, inhalers). Co-author of over 90 papers in JCR journals, with over 900 citations, H = 17. Author of the book „Inhalation aerosols and inhalers" (in Polish, 2012) and textbooks on separation processes in chemical engineering.

Andrzej BOROWIK – Associate Professor, PhD (Engineering), Assistant Professor of Department of Physics and Chemistry of Materials and Industrial Technologies, Belarusian State Economic University. Area of scientific interests: research of rotor devices for heat and mass exchange; research of convective drying processes. Author and coauthor of more than 110 publications, among which are over 45 scientific papers, 8 study guides (including the study guides with foreign participants).

Учебное издание

Вилькоцкий Андрей Иванович
Саевич Николай Петрович
Войтов Игорь Витальевич
Сосновский Томаш Роберт
Боровик Андрей Александрович

ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ. ТЕХНИЧЕСКАЯ ГИДРАВЛИКА

Учебное пособие

Редактор *Т. Е. Самсанович*
Компьютерная верстка *А. Н. Петрова*, *Е. В. Ильченко*
Дизайн обложки *П. П. Падалец*
Корректор *Т. Е. Самсанович*

Подписано в печать 15.04.2021. Формат 60×84 1/8.
Бумага офсетная. Гарнитура Century Schoolbook. Печать ризографическая.
Усл. печ. л. 46,5. Уч.-изд. л. 22,0.
Тираж 120 экз. Заказ .

Издатель и полиграфическое исполнение:
УО «Белорусский государственный технологический университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/227 от 20.03.2014.
Ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.

Переплетно-брошюровочные процессы произведены
в УП «Донарит».
Ул. Октябрьская, 25, офис 2, 220030, г. Минск. Заказ .