

DOI: 10.32864/polymmattech-2021-7-2-72-79

УДК 685.363.22:678

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА НА ЖЕСТКОСТЬ И ПРОЧНОСТЬ СПОРТИВНО-БЕГОВОЙ ПЛАСТИКОВОЙ ЛЫЖИ

А. Л. НАРКЕВИЧ⁺, А. В. ПОЛХОВСКИЙ, С. В. ШЕТЬКО, С. А. ПРОХОРЧИК

Белорусский государственный технологический университет, ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Беларусь

К спортивно-беговым лыжам предъявляют высокие требования относительно жесткости, прочности и массы. Современная спортивно-беговая лыжа представляет собой сложную конструкцию, состоящую из ряда функциональных слоев. Слоистая структура и использование полимерных композиционных материалов дают возможность управлять жесткостью и прочностью в различных частях лыжи, используя разнообразные сочетания отдельных функциональных слоев.

Цель работы — разработать аналитический метод для расчета жесткости и прочности средней части лыжи и жесткости передней и задней частей лыжи, в котором учитывают неоднородность лыжи по ее толщине и длине; а также выявить с помощью предлагаемого метода влияние конструктивных, структурных факторов и свойств материалов на жесткость и прочность лыж.

Исследуемые в работе лыжи состоят из следующих функциональных слоев: армирующий слой, скользящий слой, адгезионный слой и наполнитель. Применяемые схемы нагружения для определения жесткости и напряжений соответствуют нормативным для испытания лыж. Исходные данные для расчета — нормативные требования, конструкторская документация на лыжи, результаты испытаний материалов функциональных слоев. Для расчета параметров жесткости лыжи и поперечного сечения и напряжений в каждом слое сечения использовали формулы теории изгиба. Адекватность аналитического метода проверяли на опытных образцах лыж. Значения относительных отклонений расчетных значений от экспериментальных не превысили 8%. Применили этот метод для оценки влияния некоторых факторов на жесткость и прочность средней части лыжи. Предложенный аналитический метод расчета жесткости и прочности средней, передней и задней частей лыжи может быть применен для оптимизации их структуры, неоднородной по толщине и по длине относительно геометрии, применяемых материалов слоев и их расположения.

Ключевые слова: лыжа спортивно-беговая, полимерный композиционный материал, изгиб, жесткость, прочность, метод расчета, эксперимент.

THE STIFFNESS AND STRENGTH CALCULATION ANALYTICAL METHOD FOR CROSS-COUNTRY PLASTIC SKI

H. L. NARKEVICH⁺, A. V. PALKHOUSKI, S. V. SHETSKA, S. A. PROKHORCHIK

Belarusian State Technological University, Sverdlov St., 13a, 220006, Minsk, Belarus

High demands are placed on cross-country skiing in terms of stiffness, strength and weight. The modern cross-country ski is a complex structure consisting of a number of functional layers. The layered structure and the use of polymer composite materials make it possible to control the stiffness and strength of skis in different parts of it, using a different combination of individual functional layers. The purpose of the work is to develop an analytical method for calculating the stiffness and strength of the middle part of the ski and the stiffness of the front and back of the ski, which takes into account the heterogeneity of the ski in its thickness and length, and also to reveal, using the proposed method, the influence of design, structural factors and ma-

⁺ Автор, с которым следует вести переписку. E-mail: v-krivka@mail.ru

terial properties on the stiffness and strength skis. The skis studied in the work included the following functional layers in their structure: reinforcing layer, gliding layer, adhesive layer and filler. The loading schemes for determining the stiffness and stresses in the work were in accordance with the standard for testing skis. Data for the calculation are regulatory requirements, design documentation for skis, test results of materials of functional layers. To calculate the parameters of the stiffness of the ski and the cross-section and stresses in each layer of the cross-section, the formulas of the bending theory were used. The adequacy of the model was checked with prototypes of skis. The values of the relative deviations of the calculated values from the experimental ones did not exceed 8%. A method was used in studies to assess the influence of some factors on the stiffness and strength of the middle part of the ski. The proposed analytical method for calculating the stiffness and strength of the middle, front and back of the ski can be used to optimize their structure, which is non-uniform in thickness and length relative to the geometry, used layer materials and their location.

Keywords: cross-country ski, polymer composite material, bending, stiffness, strength, calculation method, experiment.

Введение

Известно, что к спортивно-беговым лыжам предъявляют высокие требования относительно жесткости, прочности и массы. Современная спортивно-беговая лыжа и изделия подобного назначения представляют собой сложную конструкцию, состоящую из ряда функциональных слоев, то есть по высоте поперечного сечения лыжи неоднородна. Ввиду характерной формы боковой поверхности лыжи габаритные размеры ее поперечного сечения являются переменной величиной по длине. Слоистая структура и применение полимерных композиционных материалов (ПКМ) дают возможность управлять жесткостью и прочностью лыж в различных ее частях, используя различное сочетание отдельных функциональных слоев [1].

При разработке конструкций лыж или при решении задачи повышения качества выпускаемых для достижения требуемых значений жесткости и прочности при наименьшей массе целесообразно провести предварительные расчеты для различных структур, выявляя в том числе наиболее влияющие на жесткость и прочность факторы, выбрать наиболее приемлемые варианты для производства, а затем изготовить и испытать образцы для принятия решений о корректировке конструкции или постановки ее на производство.

В Республике Беларусь (Филиал «Телеханы» Государственного предприятия «Беларусьторг») организовано производство спортивно-беговых лыж с применением ПКМ. Группой ученых Беларуси проведено исследование в области жесткости композитных лыж [2].

Цель работы — разработка аналитического метода для расчета жесткости и прочности средней части лыжи (СЧ) и жесткости передней (ПЧ) и задней частей лыжи (ЗЧ), которая учитывает неоднородность лыжи по ее толщине и длине (здесь неоднородность относительно геометрии, применяемых материалов для функциональных слоев и их расположения); выявить с помощью предлагаемого метода влияние некоторых конструктивных, струк-

турных факторов и свойств материалов на жесткость и прочность лыж.

Материалы, структура и схемы нагружения

Исследуемые лыжи включают в свою структуру следующие функциональные слои (рис. 1):

— армирующий слой(-и) (C_1) — обеспечивает в основном прочность и жесткость конструкции; его изготовили из ПКМ на основе непрерывных стеклянных и (или) углеродных волокон, ориентированных вдоль лыжи, и терморепактивного связующего; исследовали разнообразные комбинации и количество слоев на основе различных компонентов;

— наполнитель (C_2) — занимает все внутреннее пространство лыжи и в основном обеспечивает форму лыжи, образуя клин; изготовлен из сплошных (древесина плотностью порядка 400–600 кг/м³, полимерная композиция), пористых материалов (древесина плотностью порядка 100–200 кг/м³, пенопласты) и (или) сот и т. п.;

— скользящий слой (C_3) — обеспечивает требуемое взаимодействие нижней поверхности лыжи с покрытием лыжной трассы; применяли композицию на основе термопластичных материалов;

— адгезионный слой (C_4) — применяли для объединения различных по природе функциональных слоев; представляет собой хаотически армированный в плоскости ПКМ с высоким содержанием связующего;

— боковины (C_5) — применяли в случае использования пористых и сотовых наполнителей для сохранения формы поперечного сечения; представляют собой пластины из более плотных древесных материалов, которые расположены на боковых периферийных областях клина.

Несущую функцию выполняют армирующий слой и наполнитель из более плотной древесины.

Согласно ГОСТ 30045 путем механических испытаний определяли следующие характеристики, по которым оценивали эксплуатационные качества лыжи:

— высоту и длину остаточного прогиба при заданной нагрузке (деформационная способность лыжи под действием сосредоточенного усилия в СЧ,

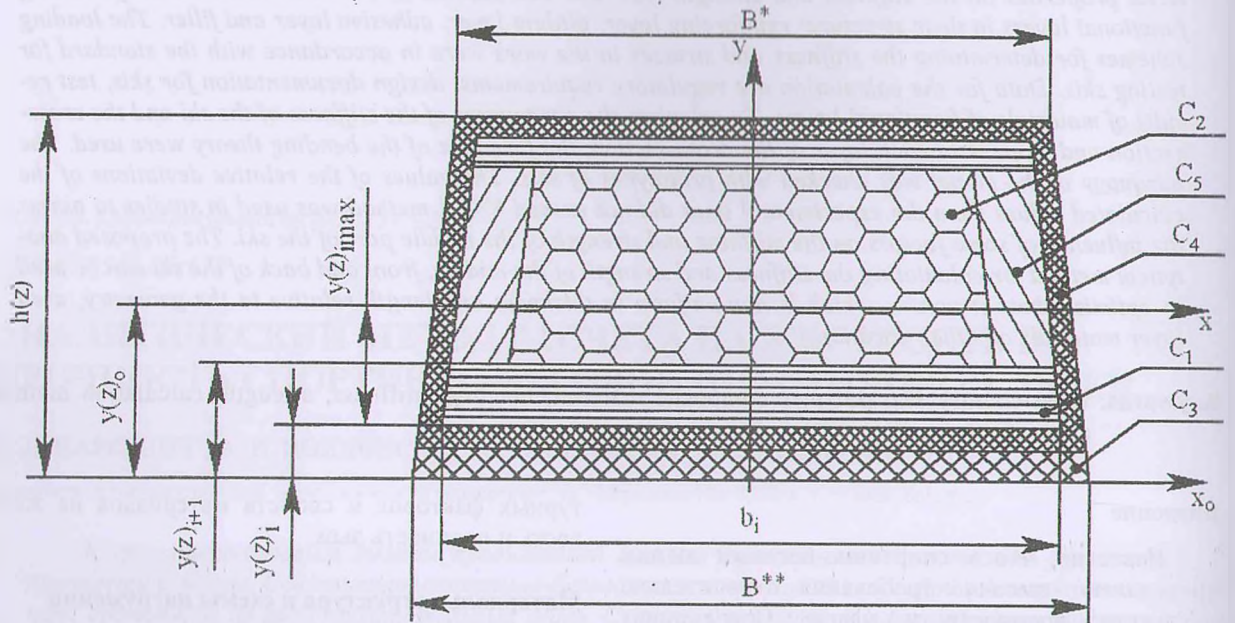


Рисунок 1 — Поперечное сечение лыжи
Fig. 1 — Cross-section of the ski

расположенной на плоской поверхности, до выпрямления лыжи);

- разрушающую нагрузку СЧ при испытании на трехточечный изгиб;
- жесткость ПЧ и ЗЧ при испытаниях на изгиб как консольных балок.

Кроме этого, в ходе отработки технологии получения лыж, предложено определять жесткость и

для СЧ, нагружаемой по схеме испытания на прочность, по линейному участку диаграммы деформирования, т. к. этот параметр связан, например, с ранее упомянутой высотой остаточного прогиба и влияет на его значение.

Расчетные схемы, применяемые при моделировании, соответствуют описанным в ГОСТ 30045 и показаны на рис. 2, 3.

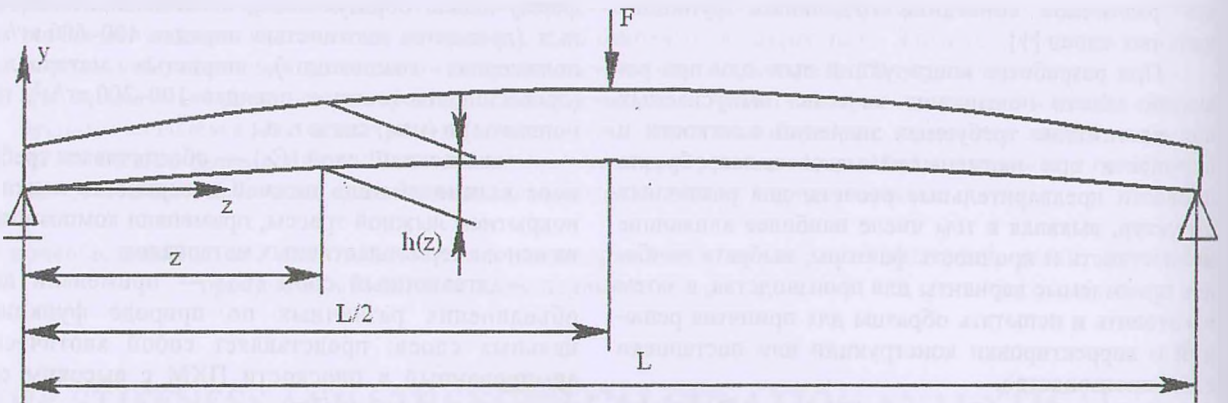


Рисунок 2 — Схема нагружения СЧ (трехточечная схема нагружения)
Fig. 2 — Loading scheme for the middle of the ski

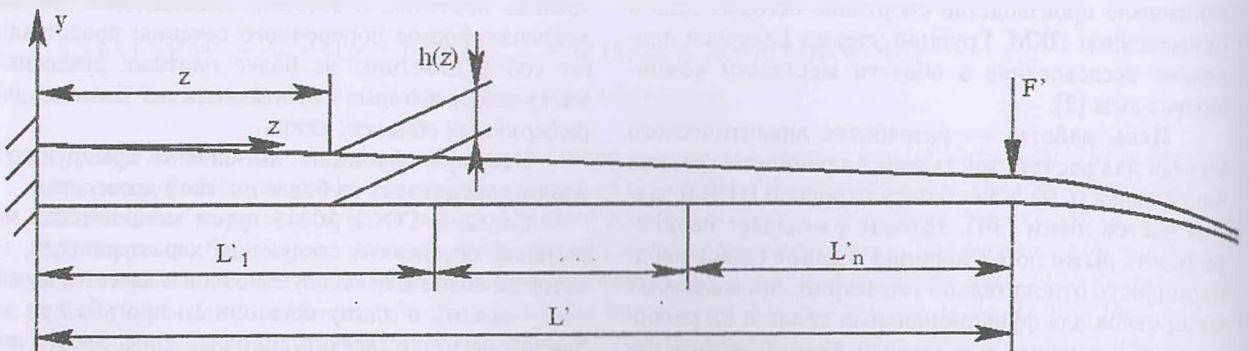


Рисунок 3 — Схема нагружения ПЧ и ЗЧ (консольная балка)
Fig. 3 — Loading scheme for the leading (front) end and tail (back) end of the ski

Описание метода расчета

Исходные данные, используемые при расчете, и их источники приведены в табл. 1.

Для СЧ, ПЧ и ЗЧ жесткость как характеристику конструкции, Н/мм, можно выразить в общем виде через приращение нагрузки ΔF^* и соответствующее ему приращение прогиба Δf^* (для ПЧ и ЗЧ будем ниже применять обозначения со штрихом):

$$D^* = \frac{\Delta F^*}{\Delta f^*} \tag{1}$$

Для расчета жесткости поперечного сечения слоистой конструкции при изгибе, Н·м², с учетом однородности материала в конкретном i -том слое воспользуемся формулой [4] (обозначения см. на рис. 1-3 и в табл. 1):

$$D(z)_x = \sum_i E_{xi} b_i \left(\frac{y(z)_{i+1}^3 - y(z)_i^3}{3} - \frac{\left(\sum_j E_{xj} b_j \left(\frac{y(z)_{j+1}^2 - y(z)_j^2}{2} \right) \right)^2}{\sum_j E_{xj} b_j (y(z)_{j+1} - y(z)_j)} \right) \tag{2}$$

где $y(z)_i$ и $y(z)_{i+1}$ — ординаты, описывающие i -тый слой (отсчитываются от основания сечения — оси x_0).

Внутренний изгибающий момент как функция координаты z рассчитываем по формулам:

— для трехточечной схемы нагружения (на участке от 0 до $L/2$):

$$M(z)_x = \frac{F}{2} z; \tag{3}$$

— для консольной балки:

$$M'(z)_x = -F'(L' - z). \tag{4}$$

Интегрируя дифференциальное уравнение упругой линии балки, с учетом переменного по длине сечения, прогиб (перемещение) для произвольного сечения рассчитывали по формулам:

— для трехточечной схемы нагружения на участке от 0 до $L/2$ (прогиб в точке приложения нагрузки — при $z = L/2$)

$$f(z) = F \left(\int_0^z \left(\int_0^{z_2} \frac{z_1}{2D(z_1)_x} dz_1 \right) dz_2 - z \int_0^{L/2} \frac{z_3}{2D(z_3)_x} dz_3 \right); \tag{5}$$

— для консольной балки (прогиб в точке приложения нагрузки — при $z = L'$):

$$f'(z) = F' \int_0^z \left(\int_0^{z_2} \frac{L' - z_1}{D'(z_1)_x} dz_1 \right) dz_2. \tag{6}$$

Используя выражения (1), (5) и (6) и учитывая единицы измерения, получаем формулы для определения жесткости:

— средней части лыжи (трехточечная схема нагружения):

$$D^* = \left(500 \left(\frac{L}{2} \int_0^{L/2} \frac{z_3}{D(z_3)_x} dz_3 - \int_0^{L/2} \left(\int_0^z \frac{z_1}{D(z_1)_x} dz_1 \right) dz \right) \right)^{-1}; \tag{7}$$

— передней и задней частей лыжи (консольная балка):

Таблица 1 — Исходные данные для расчета
Table 1 — Data for calculation

Наименование исходного данного	Источник и обоснование
Размер базы: — расстояние между опорами при испытании на трехточечный изгиб (L); — расстояние от заделки до точки приложения нагрузки (L') для консольной балки	ГОСТ 30045
Длина участка лыжи с заданной структурой поперечного сечения ($L'_1; \dots; L'_n$)	Рабочие чертежи лыжи; фактические размеры участка лыжи
Нормативное разрушающее усилие (F_p), не менее которого должна выдержать СЧ при нагружении (рис. 2)	ГОСТ 30045
Габаритные размеры поперечного сечения лыжи $h(z); B^*; B^{**}$	Рабочие чертежи лыжи; фактические размеры лыжи, получаемой в конкретной технологической оснастке
Модуль упругости (E_{xi}) материала и предельные напряжения (σ_i) при растяжении (для C_1-C_4) и изгибе (для C_3) для i -того слоя в направлении продольной оси лыжи z	Справочные данные. Результат экспериментального определения. Результат прогнозирования (для ПКМ при отсутствии возможности экспериментального определения и при подборе новых компонентов), например по [3].
Толщина i -того слоя (t_i), применяется при расчете координат ($y(z)$) и ширины i -того слоя (b_i)	Фактическая толщина слоя в формованной опытной лыже (преимущественно для C_1, C_3 и C_4). Толщина после формования образцов материалов, при режимах формования лыж (приемлемо для C_1 и C_4) Исходная толщина заготовки (предпочтительно для C_3). Толщина C_2 (заполнителя) при расчете по предложенному методу вычисляется по габаритным размерам и толщинам остальных слоев
Количество каждого из слоев	Варьируется в зависимости от поставленной задачи, в т. ч. слой может быть исключен

$$D^* = \left(\int_0^{L'} \left(\int_0^z \frac{L' - z_1}{D(z_1)_x} dz_1 \right) dz \cdot 10^3 \right)^{-1}. \quad (8)$$

Для консольной балки при расчете жесткости ПЧ и ЗЧ учли различную структуру материала на отдельных участках длиной $L'_1; \dots; L'_n$.

Наибольшие нормальные напряжения в произвольном i -том слое и в произвольном сечении вдоль оси z запишем в виде [4]:

$$\sigma(z)_i = \frac{M(z)_x}{D(z)_x} y(z)_{i\max} E_{zi}, \quad (9)$$

где $y(z)_{i\max}$ — наибольшая по модулю ордината точек i -го слоя, отсчитываемая от нейтральной линии сечения (ось x).

Тогда для СЧ наибольшие нормальные напряжения в сечении приложения нагрузки, т.е. в месте действия наибольшего внутреннего изгибающего момента, для i -го слоя с учетом формулы (3) запишем в виде:

$$\sigma_{i\max} = \frac{FL}{4D(L/2)_x} y(L/2)_{i\max} E_{zi}. \quad (10)$$

Положение нейтральной линии относительно оси x_0 рассчитывается в общем случае по формуле [4]:

$$y(z)_0 = \frac{\sum_i E_{zi} b_i \left(\frac{y(z)_{i+1}^2}{2} - \frac{y(z)_i^2}{2} \right)}{\sum_i E_{zi} b_i (y(z)_{i+1} - y(z)_i)}. \quad (11)$$

Для анализа уровня напряжений в каждом i -том слое удобнее воспользоваться фактическим коэффициентом запаса прочности нормальных напряжений:

$$n = \frac{\sigma_i}{\sigma_{i\max}}. \quad (12)$$

Для расчета по предложенному методу исполь-

зовали математический пакет *MathCAD*. Переменные величины задавали через функции, а также по массивам дискретных значений формировали непрерывные зависимости, применяя интерполяцию посредством оператора «spline».

Проверка адекватности метода и некоторые его применения

Адекватность метода проверяли на образцах, выпущенных в филиале «Телеханы» государственного предприятия «Беларусьторг» в процессе отработки технологии производства спортивно-беговых лыж. Экспериментальное определение характеристик проводили по методике, основанной на ГОСТ 30045. Структуры лыж отличались набором армирующих слоев и наполнителем.

В табл. 2 приведены значения расчетных (по формуле (7)) и экспериментальных значений жесткости СЧ, а также относительных отклонения расчетных значений от экспериментальных.

Значения относительных отклонений расчетных значений от экспериментальных, не превышающих 6%, свидетельствуют об адекватности метода расчета. Здесь необходимо учесть, что модули упругости анизотропных материалов имеют разброс, который, вероятно, и повлиял на указанное отклонение. Видим, что эти отклонения присутствуют в экспериментальных значениях у пар лыж с одинаковой структурой (см. первые три пары образцов в табл. 2). Результаты, представленные в табл. 2, показывают значительное влияние материалов армирующих слоев и их количества на жесткость СЧ.

На рис. 4 представлена зависимость экспериментальных значений высоты остаточного прогиба при нормативной нагрузке (здесь — 319 Н) от жесткости СЧ.

Из рис. 4 видно, что наблюдается положительная корреляция между указанными параметрами, а отклонения, вероятно, связаны с геометрией скользящей поверхности лыжи.

Таблица 2 — Жесткость СЧ, Н/мм
Table 2 — Stiffness of the middle of the ski, N/mm

Обозначение образца лыжи	Расчетное значение	Экспериментальное значение	Относительное отклонение расчетного значения от экспериментального, %
1с	134	141	5,0
2с		138	2,9
3с		195	0,5
4с	147	192	-1,6
5з		142	-3,5
6у		144	-2,1
7у	181	176	-2,8
8у	198	194	-2,1
9у	134	129	-3,9
16	211	223	5,4
26	207	211	1,9
36	270	268	-0,7

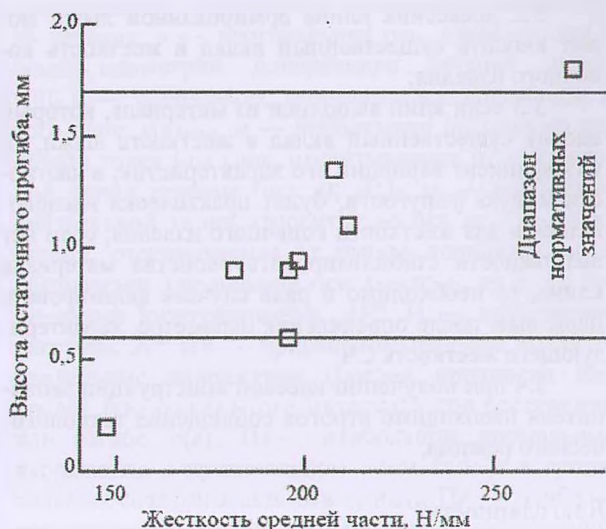


Рисунок 4 — Зависимость экспериментальных значений высоты остаточного прогиба при нормативной нагрузке (здесь — 319 Н) от жесткости СЧ

Fig. 4 — The experimental values of the height of the residual deflection at a standard load (319 N) vs the stiffness of the middle of the ski

Для проверки адекватности метода для ПЧ и ЗЧ выбраны образцы этапа отработки технологии с широким диапазоном значений жесткости, в том числе те, которые не соответствуют нормативным значениям. Ниже приведены результаты расчетных (по формуле (8)) и экспериментальных значений жесткости ПЧ (табл. 3) и ЗЧ (табл. 4).

По результатам, приведенным в табл. 3, 4, видим, что отклонения составили не более 8%. Ввиду достаточно широкого нормативного диапазона жесткости предложенный метод расчета можно считать приемлемым для оптимизации структур лыж. Отметим, что для ПЧ образца Б7.1 повышенное значение связано с тем, что на большей, по сравнению с другими образцами, длине находится материал с большим модулем упругости; для ЗЧ образца Б4 использовали отличную от остальных схему армирования, которая позволила обеспечить соответствие нормативным значениям.

Применили метод расчета для оценки влияния некоторых факторов на жесткость и прочность СЧ. В качестве базового выбран образец лыжи с жесткостью СЧ 139 Н/мм, с максимальной высотой колодки 21,5 мм со средним клином из древесины.

Толщина (высота) СЧ (отклонение от заданной толщины может быть связано с заготовками и оснасткой для формования лыжи). При увеличении толщины на 1 мм получили значение жесткости 149 Н/мм, т. е. отклонение составило 7%, что для пары лыж в некоторых случаях может быть критичным.

Вклад древесины клина в жесткость СЧ армированной лыжи. Из базового образца исключили армирующий слой толщиной до 1 мм и заменили его древесиной, получив значение жесткости 128 Н/мм, т. е. здесь условно можно считать, что вклад древесины в жесткость СЧ составляет около 90%.

Таблица 3 — Жесткость ПЧ, Н/мм
Table 3 — Stiffness of leading (front) end of the ski, N/mm

Обозначение образца лыжи	Расчетное значение	Экспериментальное значение	Относительное отклонение расчетного значения от экспериментального, %
Б1.6	1,51	1,60	5,8
Б1.8	1,51	1,63	7,5
Б5.2	1,83	1,77	2,1
Б6.2	1,88	1,97	4,6
Б4	2,08	1,97	-5,6
Б7.1	2,18	2,10	-3,9
Нормативное значение	1,33–2,00		–

Таблица 4 — Жесткость ЗЧ, Н/мм
Table 4 — Stiffness of tail (back) end of the ski, N/mm

Обозначение образца лыжи	Расчетное значение	Экспериментальное значение	Относительное отклонение расчетного значения от экспериментального, %
Б-1-1	0,97	0,93	-4,2
Б3.1	0,91	1,00	2,3
Б5.2	1,05	1,13	7,8
Б7.1	1,37	1,40	-5,4
Б1.8	1,47	1,43	-2,4
Б4	1,75	1,90	7,8
Нормативное значение	1,66–2,66		–

Изменчивость свойств древесины. Древесина, из которой может быть изготовлен клин, в силу растительного происхождения обладает изменчивостью свойств [5]. Если принять согласно данным [5] коэффициент вариации модуля упругости 20%, а среднее значение 13,2 ГПа, получим доверительный интервал для модуля упругости (10,6–15,8) ГПа. Тогда интервал значений жесткости составит (115–162) ГПа, т. е. получаем коэффициент вариации 17%.

Анализ фактических коэффициентов запаса прочности нормальных напряжений, рассчитанных по формуле (12), для каждого i -того слоя СЧ в месте приложения нагрузки при ее значении, равном F_p , показывает, что ответственным за разрушение средней части лыжи является наполнитель. Например, коэффициент запаса прочности для базового образца составил для армирующего слоя не менее 2,5, а для наполнителя (без учета влияния на предельное напряжение зубчатого клеевого соединения в конструкции наполнителя) — около 1,3. При испытании на прочность СЧ разрушение происходило в основном зубчатом соединении клееной конструкции наполнителя с превышением нормативной нагрузки F_p и реализацией коэффициента запаса прочности в диапазоне 1,05–1,30. Действительно, снижение прочности древесной заготовки для наполнителя может достигать 25% для 1 категории относительной прочности зубчатого клеевого соединения [6], которая и применялась. В этой связи здесь важно отметить, что по применяемой технологии формования лыжи зубчатое клеевое соединение занимает в любом поперечном сечении не более 40% от его площади, таким образом, обеспечивая монолитность наполнителя и требования по прочности СЧ.

Выводы

1. Предложенный метод расчета жесткости и прочности СЧ, ПЧ и ЗЧ может быть использован для оптимизации структуры лыжи, неоднородной по толщине и длине относительно геометрии, применяемых материалов слоев и их расположения. Метод позволит значительно сократить сроки и затраты на разработку новой конструкции лыжи, вести целенаправленное создание соответствующих структуры, что важно в случае изготовления лыж по индивидуальному заказу.

2. Преимущество предложенного аналитического метода заключается в минимально необходимом наборе упругих и прочностных характеристик материала для проведения расчета.

3. Метод позволил оценить влияние ряда факторов на жесткость и прочность лыж, а также выработать некоторые рекомендации:

3.1 отклонение толщины СЧ от номинального значения приводит к значительному изменению ее жесткости, что обуславливает необходимость предъявления высоких требований к точности изготовления заготовок и оснастки для формования лыж, а формирование пар лыж следует проводить с учетом номера оснастки.

3.2 древесина клина армированной лыжи может вносить существенный вклад в жесткость конечного изделия;

3.3 если клин выполнен из материала, который вносит существенный вклад в жесткость лыжи, то коэффициент вариации его характеристик, в частности модуль упругости, будет практически наследоваться и для жесткости конечного изделия; если нет возможности стабилизировать свойства материала клина, то необходимо в ряде случаев формировать пары лыж после определения параметра, характеризующего жесткость СЧ;

3.4 при получении клеевой конструкции наполнителя необходимо строгое соблюдение технологического режима.

Благодарности

Работа выполнена в рамках отдельных научных проектов, финансируемых Республиканским централизованным инновационным фондом.

Авторы выражают благодарность Калинке А. Н. и Билинскому Д. А. за оказанную помощь при проведении экспериментальных и теоретических исследований.

Обозначения

ЗЧ — задняя часть лыжи; ПКМ — полимерные композиционные материалы; ПЧ — передняя часть лыжи; СЧ — средняя часть лыжи; C_1 — армирующий слой; C_2 — наполнитель; C_3 — скользящий слой; C_4 — адгезионный слой; C_5 — боковины; B^* и B^{**} , м — верхнее и нижнее основание соответственно трапециевидального поперечного сечения лыжи; b_i , м — ширина i -того слоя; D^* , Н/мм — жесткость СЧ, ПЧ и ЗЧ в общем виде и жесткость СЧ в частности; $D^{*'}_x$, Н/мм² — жесткость ПЧ и ЗЧ лыжи; $D(z)_x$, Н·м² — жесткости поперечного сечения; E_{zi} , Па — модуль упругости i -того материала; F и F' , Н — нагрузки для трехточечной схемы нагружения и для консольной балки соответственно; F_p , Н — нормативное разрушающее усилие; $f(z)$, м — прогиб (перемещение) для произвольного сечения для трехточечной схемы нагружения на участке от 0 до $L/2$; $f(z)'$, м — прогиб (перемещение) для произвольного сечения для консольной балки; $h(z)$, м — высота поперечного сечения лыжи; L , м — расстояние между опорами для трехточечной схемы нагружения; L' , м — расстояние от заделки до точки приложения нагрузки для консольной балки; L_1' ; ...; L_n' , м — длины участков лыжи с заданной структурой поперечного сечения; $M(z)_x$, Н·м — внутренний изгибающий момент как функция координаты z для трехточечной схемы нагружения на участке от 0 до $L/2$; $M'(z)_x$, Н·м — внутренний изгибающий момент как функция координаты z для консольной балки; n — фактический коэффициент запаса прочности нормальных напряжений; t_i , мм — толщина i -того слоя; x — горизонтальная ось поперечного сечения, проходящая через его нейтральный слой; x_0 — гори-

горизонтальная ось, проходящая в основании поперечного сечения; y — вертикальная ось, совпадающая с осью симметрии поперечного сечения лыжи; $y(z)_i$, м — координата, описывающая положение i -того слоя; $y(z)_{i\max}$, м — наибольшая по модулю ордината точек i -го слоя, отсчитываемая от нейтральной линии сечения (ось x); $y(z)_0$, м — положение нейтральной линии относительно оси x_0 ; z — координата, отсчитываемая от начала координат, м, и обозначение продольной оси лыжи; z_1, z_2, z_3 — переменные интегрирования; ΔF^* , Н — приращение нагрузки; Δf^* , мм — приращение прогиба; σ_i , Па — предельные напряжения (предел прочности или предел текучести) i -того материала при растяжении или изгибе; $\sigma(z)_i$, Па — наибольшие нормальные напряжения в произвольном i -том слое и в произвольном сечении вдоль оси z ; $\sigma_{i\max}$, Па — наибольшие нормальные напряжения в сечении приложения нагрузки для i -го слоя.

Литература

1. Nachbauer W., Rainer F., Schindelwig K., Kaps P. Effects of ski stiffness on ski performance // 5th Conference and Exhibition on Engineering in Sport (September 13–16, 2004): Proceedings / University of California, Davis, USA; Eds.: Hubbard M., R. D. Mehta, J. M. Pallis. California, 2004, pp. 472–478.
2. Шилько С. В., Рябченко Т. В., Петроковец Е. М., Черноус Д. А., Целуева С. Н. Деформационный анализ и оценка качества спортивных лыж из слоистых полимерных композитов // Теоретическая и прикладная механика: международный научно-технический сборник / Белорусский национальный технический университет, редкол.: Ю. В. Василевич (пред. редкол., гл. ред.). Минск : БНТУ, 2020. Вып. 35. С. 11–18.

3. Ставров, В. П. Механика композиционных материалов Минск : БГТУ, 2008. 260 с.
4. Ставров В. П. Конструирование и расчет изделий из композиционных материалов : учебное пособие для студентов специальности Т.03.02.00. Ч. 2: Стержневые конструкции. Минск : БГТУ, 1999. 106 с.
5. Пауль Э. Э., Звягнцев В. Б. Древесиноведение с основами лесного товароведения : учебное пособие для студентов специальности технология деревообрабатывающих производств, лесинженерное дело. Минск : БГТУ, 2015. 315 с.
6. Левадный В. С., Черный Ю. А. Обработка дерева на станках. М. : Аделант, 2005. 383 с.

References

1. Nachbauer W., Rainer F., Schindelwig K., Kaps P. Effects of ski stiffness on ski performance. 5th Conference and Exhibition on Engineering in Sport : Proceedings. Eds.: Hubbard M., R. D. Mehta, J. M. Pallis. California, 2004, pp. 472–478.
2. Shil'ko S. V., Ryabchenko T. V., Petrokovets E. M., Chernous D. A., Tselueva S. N. Deformatsionnyy analiz i otsenka kachestva sportivnykh lyzh iz sloistykh polimernykh kompozitov [Deformation analysis and quality assessment of sports skis made of laminated polymer composites]. *Teoreticheskaya i prikladnaya mekhanika : mezhdunarodnyy nauchno-tekhnicheskyy sbornik*. [Theoretical and Applied Mechanics: International Scientific and Technical Collection]. Minsk : BNTU Publ., 2020, is. 35, pp. 11–18.
3. Stavrov V. P. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of Composite Materials]. Minsk : BG TU Publ., 2008. 260 p.
4. Stavrov V. P. *Konstruirovaniye i raschet izdeliy iz kompozitsionnykh materilov. Ch. 2: Sterzhnevyye konstruksii* [Design and calculation of products from composite materials. Part 2: Bar structures]. Minsk : BG TU Publ., 1999. 106 p.
5. Paul' E. E., Zvyagentsev V. B. *Drevesinovedeniye s osnovami lesnogo tovarovedeniya* [Wood science with the basics of forest commodity science]. Minsk : BG TU Publ., 2015. 315 p.
6. Levadnyy V. S., Chernyy Yu. A. *Obrabotka dereva na stankakh* [Wood processing on machines] Moscow : Adellant Publ., 2005. 383 p.

Поступила в редакцию 26.04.2021

© А. Н. Наркевич, А. В. Полховский, С. В. Шетько, С. А. Прохорчик, 2021