

УДК 674.914:674.338

И. К. Клепацкий, В. В. Раповец

Белорусский государственный технологический университет

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗА ИЗМЕНЕНИЯ
РАДИУСА ОКРУГЛЕНИЯ РЕЖУЩЕЙ КРОМКИ НОЖЕЙ
ФРЕЗЕРНО-БРУСУЮЩЕЙ МАШИНЫ**

Выполнен анализ работ по методам математического прогнозирования. По результатам реализованных экспериментальных исследований на базе ОАО «Борисовский ДОК» по изучению стойкости дереворежущего инструмента из легированной стали 6ХС, используемого на малоножевых фрезях фрезерно-брусующего станка LINK VS22, получен массив данных округления режущей кромки от объема переработанной древесины породы сосны обыкновенной.

Непосредственное изучение физических параметров исследуемой модели (например, радиус округления режущей кромки дереворежущего инструмента) не может дать значимого описания для большинства выходных данных (динамика стойкости режущей кромки, качество получаемых пиломатериалов и т. п.) при выполнении производственного (полевого) эксперимента. Тем не менее они могут служить эмпирическими моделями. Допустимая к использованию эмпирическая модель должна в достаточной степени описывать наблюдаемые параметры, а также подходить для прогнозирования выходных параметров.

В представленной статье рассмотрена возможность описания методом наименьших квадратов прогноза потери режущей способности лезвия ножей при фрезеровании малоножевыми торцово-коническими фрезами.

Ключевые слова: математическая модель, нож, агрегатная обработка, стойкость, прогноз, фрезерно-брусующий станок.

Для цитирования: Клепацкий И. К., Раповец В. В. Математическая модель прогноза изменения радиуса округления режущей кромки ножей фрезерно-брусующей машины // Труды БГТУ. Сер. 1, Лесное хоз-во, природопользование и перераб. возобновляемых ресурсов. 2021. № 2 (246). С. 340–344.

I. K. Klepatski, V. V. Rapovets

Belarusian State Technological University

**MATHEMATICAL MODEL FORECAST CHANGE ROUNDING RADIUS
CUTTING EDGE KNIFE OF CHIPPER-CANTER MACHINES**

The analysis of works on the methods of mathematical forecasting is carried out. Based on the results of experimental studies carried out on the basis of JSC Borisovskiy DOK to study the durability of wood-cutting tools made of alloy steel 6CrC used on small-blade cutters of a canter-milling machine LINK VS22, a set of data was obtained for the cutting edge rounding from the volume of processed Scotch pine wood.

A direct study of the physical parameters of the model under study (for example, the radius of rounding of the cutting edge of a wood-cutting tool) cannot give a meaningful description for most of the output data (dynamics of the cutting edge durability, the quality of the lumber obtained, etc.) when performing a production (field) experiment. Nevertheless, they can serve as empirical models. A valid empirical model should adequately describe the observed parameters, and also be suitable for predicting the output parameters.

In the presented article, the possibility of describing by the least squares method the forecast of the loss of the cutting ability of the knife blade when milling with small-knife end-conical milling cutters is considered.

Key words: mathematical model, knife, aggregate processing, durability, forecast, chipper canter.

For citation: Klepatski I. K., Rapovets V. V. Mathematical model forecast change rounding radius cutting edge knife of chipper-canter machines. *Proceedings BSTU, issue 1, Forestry. Nature Management. Processing of Renewable resources*, 2021, no. 2 (246), pp. 340–344 (In Russian).

Введение. При поиске решений вопросов анализа и синтеза действительных физических процессов с использованием математических мето-

дов появляется необходимость создания модели в соответствии с исследуемым объектом [1, 2]. Первоочередной задачей стоит определение типа

исследуемого объекта, далее – анализ неизвестных параметров и выбор подходящей математической модели для поиска решения [3–7].

Широкое распространение метода наименьших квадратов (МНК) при обработке результатов научных экспериментов [2–5] получило благодаря различным подходам к исходным наборам известных и неизвестных величин и обработке измерений с извлечением информации о точности измерений.

Математическое моделирование технических и технологических систем уже давно является универсальным инструментом, который позволяет решать задачи оптимального выбора сырья, материалов, оборудования, проводить многовариантный анализ, обрабатывать технологические режимы, определять оптимальную стратегию ведения технологических процессов. Необходимость решения указанных задач постоянно возрастает. Это складывается из того, что при больших масштабах производства даже незначительная модернизация в любой из этих областей может дать ощутимый экономический эффект. В то же время материальный урон от неоптимального решения задачи может быть значительным [8–10].

Проведены прямые измерения [11] радиусов округления режущей кромки ножей для агрегатной обработки древесины сосны малонажевым фрезерным инструментом в определенных моменты времени их работы. По результатам измерений получен массив данных для расчета математической модели технологической стойкости режущей кромки по МНК [12, 13].

Целью данной статьи является демонстрация МНК для прогнозирования заданных параметров для выбранного варианта физического эксперимента.

Основная часть. Сущность МНК состоит в минимизации суммы квадратических отклонений между наблюдаемыми и расчетными величинами. Расчетные величины находятся по подобранному уравнению – уравнению регрессии. Теоретический анализ сущности изучаемого явления, изменение которого отображается временным рядом, служит основой для выбора кривой [7].

Полиномиальная функция, согласно МНК, будет иметь вид

$$y = \sum_{i=0}^k (b_i \cdot x^i),$$

где y – объем переработанной древесины, м³; b_i – коэффициенты данного полинома, $i = 0; k$, b_0 – свободные члены; x – радиус округления режущей кромки ножа, мкм.

Схожим образом с линейной регрессией МНК сводит к минимуму следующий ряд S суммы отклонений:

$$S = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i) \rightarrow \min,$$

где \hat{y}_i – гипотетические значения, являющиеся значениями полинома x_i . Следовательно,

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^k b_i \cdot x^i - y_i \right)^2 \rightarrow \min.$$

Выполняя обязательное условие экстремума функции $(k + 1)$ переменных $S = S(b_0, b_1, \dots, b_k)$, приравняем к нулю ее частные производные:

$$S'_{b_p} = 2 \sum_{i=1}^n x_i^p \left(\sum_{i=0}^k b_i \cdot x^i - y_i \right) = 0,$$

$$p = \overline{0, k}.$$

Обе части уравнения поделим на два и представим в развернутом виде сумму второй части уравнения:

$$\sum_{i=1}^n x_i^p (b_0 + b_1 x_i + b_2 x_i^2 + \dots + b_k x_i^k) - \sum_{i=1}^n x_i^p \cdot y_i = 0,$$

$$p = \overline{0, k}.$$

После раскрытия скобок сделаем перенос в каждом p -м выражении последнего слагаемого вправо и поделим обе части на n . В итоге получилось $(k + 1)$ выражений, образующих систему линейных нормальных уравнений относительно b_p . Эта система может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{cases} b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_k x^k = \bar{y}, \\ b_0 \bar{x} + b_1 \bar{x}^2 + b_2 \bar{x}^3 + \dots + b_k \bar{x}^{k+1} = \bar{xy}, \\ b_0 \bar{x}^2 + b_1 \bar{x}^3 + b_2 \bar{x}^4 + \dots + b_k \bar{x}^{k+2} = \bar{x^2 y}, \\ \dots, \\ b_0 \bar{x}^k + b_1 \bar{x}^{k+1} + b_2 \bar{x}^{k+2} + \dots + b_k \bar{x}^{2k} = \bar{x^{2k} y}. \end{cases}$$

Перезапишем предыдущее выражение в матричном виде:

$$AB = C,$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \bar{x} & \bar{x}^2 & \bar{x}^3 & \bar{x}^k \\ \bar{x} & \bar{x}^2 & \bar{x}^3 & \dots & \bar{x}^{k+1} \\ \bar{x}^2 & \bar{x}^3 & \bar{x}^4 & \dots & \bar{x}^{k+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{x}^k & \bar{x}^{k+1} & \bar{x}^{k+2} & \dots & \bar{x}^{2k} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_k \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} \overline{y} \\ \overline{xy} \\ \overline{x^2 y} \\ \vdots \\ \overline{x^k y} \end{pmatrix}.$$

Для построения аппроксимационной зависимости с среде *MS Excel* была выбрана точка x (ρ_1) лезвия ножа на расстоянии $l = 1$ мм от края режущей кромки, в которой измерялся радиус округления режущей кромки ножа (рис. 1) [11].

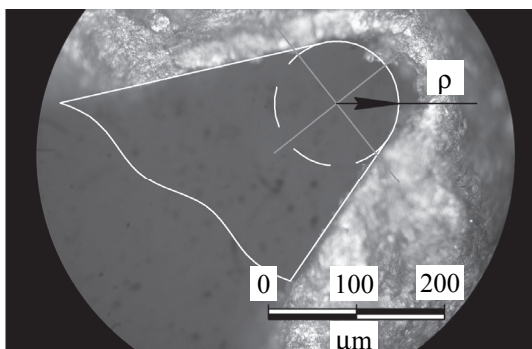


Рис. 1. Снимок слепка кромки ножа

Данные этой точки при потере им режущей способности в зависимости от количества объема переработанной древесины $V_i, \text{ м}^3$, собранные по истечении пяти рабочих смен $t_i, \text{ ч}$ ($\sum t_i = 40 \text{ ч}$), от момента переточки ножа на производстве, представлены в таблице.

Изменения радиуса округления точки на кромке ножа фрезерно-брусующей машины

$t_i, \text{ ч}$	0	8	16	24	32	40
$V_i, \text{ м}^3$	–	1971	1975	1980	2446	1456
$\rho_1, \text{ мкм}$	8	46	75	90	115	160

В качестве сравнительного параметра y выбрана суммарная длина контакта точки ножа с древесиной – путь резания [14–16], пройденный этой точкой ножа $\sum l_k, \text{ м}$:

$$\sum l_k = \sqrt{\frac{h_{\text{бр}}}{D}} \cdot \sum l_{\text{бр}},$$

где $h_{\text{бр}}$ – высота бруса, мм; D – диаметр резания, мм; $\sum l_{\text{бр}}$ – суммарная длина обработанного материала (бревна), м.

Список литературы

1. Коугия В. А. Избранные труды. Исследования по теории математической обработки результатов измерений: монография. СПб.: ПГУПС, 2012. 447 с.

На рис. 2 представлены данные зависимости изменения радиуса округления режущей кромки от пройденного суммарного пути резания точки ножа в древесине. По результатам построения графика можно увидеть, что аппроксимационная зависимость носит полиномиальный, близкий к линейному характер.

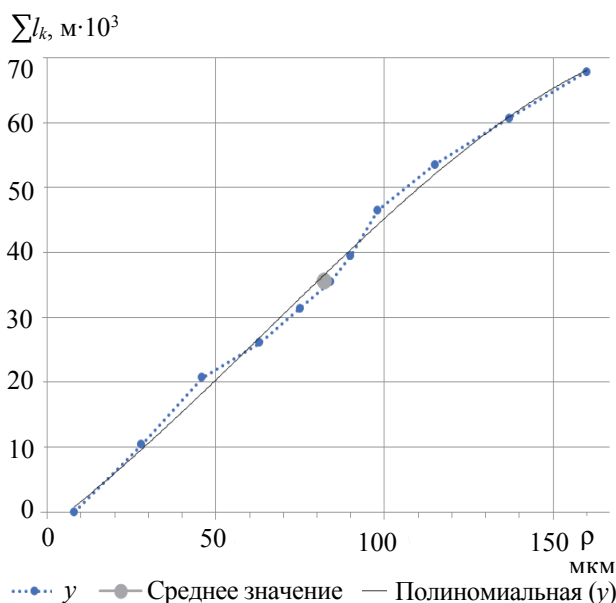


Рис. 2. Аппроксимационная зависимость радиуса округления на выбранной точке режущей кромки ножа от суммарного пройденного пути резания

Заключение. При выполнении опытно-промышленных экспериментов были установлены величины радиусов округления режущей кромки ножей для агрегатной обработки древесины сосны малоножевым фезерным инструментом [8] и получен массив данных для расчета математической модели технологической стойкости режущей кромки по МНК. В результате по расчетам МНК была получена регрессионная полиномиальная зависимость:

$$y = -0,0093x^3 + 1,8095x^2 + 388,0548x - 2415,5903.$$

Эта зависимость позволяет определить теоретический радиус округления на режущей кромке ножа фрезерно-брусующей машины в определенной точке в зависимости от пройденного им пути резания. Предлагаемый метод, благодаря простоте и быстродействию вычислений, удобен для расчетов косвенных параметров при проведении натурных экспериментальных исследований.

2. Várhegyi G., Wang L., Skreiberg Ø. Non-isothermal kinetics: best-fitting empirical models instead of model-free methods // *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 2020. Vol. 142. P. 1043–1054.
3. Frollo I., Andris P., Strolka I., Baciak L. A Least Square Method for Measurement and Optimisation in Selected Physical Experiments // *Key Engineering Materials*. 2005. P. 295–296.
4. Yeniay Ö., Işçi, Ö., Göktaş A., Çankaya M. Time Scale in Least Square Method. URL: <https://www.hindawi.com/journals/aaa/2014/354237/> (дата обращения: 20.01.2020).
5. Колеснев А. С. Сглаживание экспериментальных зависимостей по методу наименьших квадратов // *Современные наукоемкие технологии*. 2014. № 5–2. 193–195 с.
6. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики. М.: Юнити-Дана, 2001. Т. 2. 432 с.
7. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит, 1962. 354 с.
8. Yong Chen, Elvin T. Choong, David M. Wetzel. Optimum Average Diffusion Coefficient: An Objective Index in Description of Wood Drying Data // *Wood and Fiber Science*. 1994. No. 3. P. 412–420.
9. Perry N. Peralta, Audimar P. Bangi. A nonlinear regression technique for calculating the average diffusion coefficient of wood during drying // *Wood and Fiber Science*. 2003. No. 3. P. 401–408.
10. Мазаник Н. В. Моделирование и оптимизация процессов в деревообработке. Методы построения, анализа и визуализации математических моделей. Минск: БГТУ, 2014. 161 с.
11. Клепацкий И. К., Раповец В. В. Динамика потери режущей способности лезвий малоножевых фрез при агрегатной переработке древесины // *Труды БГТУ. Сер. 2, Лесное хоз-во, природопользование и перераб. возобновляемых ресурсов и деревообрабатывающая промышленность*. 2019. № 2. С. 298–303.
12. Митин И. В., Русаков В. С. Анализ и обработка экспериментальных данных. М.: Физ. фак. МГУ, 2004. 44 с.
13. Пижурич А. А. Моделирование и оптимизация процессов деревообработки. М.: МГЛУ, 2004. 375 с.
14. Раповец В. В., Гриневич С. А., Бурносов Н. В. Конструкция и расчеты фрезерно-брусующих станков. Минск: БГТУ, 2015. 82 с.
15. Боровиков Е. М., Фефилов В. В., Шестаков Л. А. Лесопиление на агрегатном оборудовании. М.: Лесная пром-сть, 1985. 216 с.
16. Бершадский А. Л. Расчет режимов резания древесины. Минск: Вышэйшая школа, 1966. 176 с.

References

1. Kougiya V. A. *Izbrannyye trudy. Issledovaniya po teorii matematicheskoy obrabotki rezul'tatov izmereniy* [Research on the theory of mathematical processing of measurement results]. St. Petersburg, PGUPS Publ., 2012. 447 p.
2. Várhegyi G., Wang L., Skreiberg Ø. Non-isothermal kinetics: best-fitting empirical models instead of model-free methods. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, 2020, vol. 142, pp. 1043–1054.
3. Frollo I., Andris P., Strolka I., Baciak L. A Least Square Method for Measurement and Optimisation in Selected Physical Experiments. *Key Engineering Materials*, 2005, pp. 295–296.
4. Yeniay Ö., Işçi, Ö., Göktaş A., Çankaya M. Time Scale in Least Square Method. Available at: <https://www.hindawi.com/journals/aaa/2014/354237/> (accessed 20.01.2020).
5. Kolesnev A. S., Kotin A. I., Matveyeva T. A., Zotova S. A. Smoothing of experimental dependencies by the method of least squares. *Sovremennyye naukoymkiye tekhnologii* [Modern high technologies], 2014, no. 5–2, pp. 193–195.
6. Ayvazyan S. A. *Prikladnaya statistika. Osnovy ekonometriki*. [Applied statistics. Fundamentals of Econometrics. Vol. 2]. Moscow, Yuniti-Dana Publ., 2001. 432 p.
7. Linnik U. V. *Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoy teorii obrabotki nablyudeniy* [The method of least squares and the foundations of the mathematical-statistical theory of observation processing]. Moscow, Gosudarstvennoye izdatel'stvo fiziko-matematicheskoy Literatury Publ, 1962. 354 p.
8. Yong Chen, Elvin T. Choong, David M. Wetzel. Optimum Average Diffusion Coefficient: An Objective Index in Description of Wood Drying Data. *Wood and Fiber Science*, 1994, no. 3, pp. 412–420.
9. Perry N. Peralta, Audimar P. Bangi. A nonlinear regression technique for calculating the average diffusion coefficient of wood during drying. *Wood and Fiber Science*, 2003, no. 3, pp. 401–408.
10. Mazanik N. V. *Modelirovaniye i optimizatsiya protsessov v derevoobrabotke. Metody postroyeniya, analiza i vizualizatsii matematicheskikh modeley* [Modeling and optimization of processes in woodworking. Methods for constructing, analyzing and visualizing mathematical models]. Minsk, BGTU Publ., 2014. 161 p.

11. Klepatskiy I. K., Rapovets V. V. Dynamics of the loss of the cutting ability of the blades of small-knife cutters during the aggregate processing of wood. *Trudy BGTU* [Proceedings of BSTU], issue 2, Forestry. Nature Management. Processing of Renewable resources, 2019, no. 2, pp. 298–303 (In Russian).
12. Mitin I. V., Rusakov B. C. *Analiz i obrabotka eksperimental'nykh dannykh* [Analysis and processing of experimental data]. Moscow, Fizicheskiy fakul'tet MGU Publ., 2004. 44 p.
13. Pizhurin A. A. *Modelirovaniye i optimizatsiya protsessov derevoobrabotki* [Modeling and optimization of woodworking processes]. Moscow, MGU Publ., 2004. 375 p.
14. Rapovets V. V., Grinevich S. A., Burnosov N. V. *Konstruksiya i raschety frezerno-brusuyushchikh stankov* [Construction and calculations of milling-canting machines]. Minsk, BGTU Publ., 2015. 82 p.
15. Borovikov E. M., Fefilov L. A., Shestakov V. V. *Lesopileniye na agregatnom oborudovanii* [Sawmilling on aggregate equipment]. Moscow, Lesnaya promyshlennost' Publ., 1985. 216 p.
16. Bershadskiy A. L. *Raschet rezhimov rezaniya drevesiny* [Calculation of cutting modes of wood]. Minsk, Vysheyshaya shkola Publ., 1966. 176 p.

Информация об авторах

Клепацкий Игорь Казимирович – ассистент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: lucky-35@mail.ru

Раповец Вячеслав Валерьевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры деревообрабатывающих станков и инструментов. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: slavyan_r@mail.ru

Information about the authors

Klepatski Ihar Kazimirovich – Assistant Lecturer, the Department of Automation of Industrial Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: lucky-35@mail.ru

Rapovets Vyacheslav Valer'yevich – PhD (Engineering), Associate Professor, Assistant Professor, the Department of Woodworking Machines and Tools. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: slavyan_r@mail.ru

Поступила 25.03.2021