

РЕШЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

При рассмотрении реальных процессов, протекающих в механических системах, в ряде случаев необходимо учитывать, что исходные данные задачи являются некоторыми случайными величинами, подчиняющимися заданному распределению. Типичным примером такой задачи является задача о движении тела, брошенного под углом к горизонту (артиллерийского снаряда). При этом отклонение вектора начальной скорости снаряда от среднего значения может быть вызвано, например, непостоянством химического состава метательного заряда и износом самой артиллерийской системы.

Пренебрегая сопротивлением воздуха, для дальности полета снаряда может быть записано соотношение вида

$$L(v, \alpha) = v^2 / g \sin 2\alpha ,$$

где g – ускорение свободного падения, v и α – начальная скорость снаряда и угол возвышения ствола орудия соответственно.

Если принять, что начальная скорость снаряда и угол возвышения орудия являются независимыми случайными величинами с гауссовским распределением и заданными значениями математических ожиданий ($\langle v \rangle$, $\langle \alpha \rangle$) и дисперсий (σ_v , σ_α) то для математического ожидания дальности полета снаряда $\langle L \rangle$ и дисперсии σ_L данной величины получим

$$\langle L \rangle = L(\langle v \rangle, \langle \alpha \rangle), \quad \sigma_L = \left(\frac{\partial L}{\partial v} \right)_{\langle v \rangle, \langle \alpha \rangle}^2 \sigma_v + \left(\frac{\partial L}{\partial \alpha} \right)_{\langle v \rangle, \langle \alpha \rangle}^2 \sigma_\alpha .$$

Для оценки диапазона расстояний, на котором окажется 90%, выпущенных снарядов можно воспользоваться таблицей нормированной функции распределения $F(\xi)$. С учетом дополнительного предположения о симметричности диапазона расстояний относительно его математического ожидания получим, что параметр $\xi_{\min} = -1,6$ и $\xi_{\max} = 1,6$.

Следовательно, для границ указанного диапазона имеем

$$L_{\min} = \langle L \rangle + \xi_{\min} \sigma_L, \quad L_{\max} = \langle L \rangle + \xi_{\max} \sigma_L .$$

При принятии средней начальной скорости снаряда равной 1000 м/с с дисперсией 10 м/с, а математического ожидания угла возвышения орудия 10° с дисперсией $0,1^\circ$, получим: $\langle L \rangle = 34900$ км, $L_{\min} = 34125,9$ км и $L_{\max} = 35674,1$ км.