

чисел и определения коэффициентов соотношения Безу $au + bv = d$, которое позволяет представить НОД чисел a и b в виде линейной комбинации этих чисел с целыми коэффициентами u и v . Расширенный алгоритм Евклида позволяет выполнять эти задачи быстро и эффективно даже для больших чисел, используемых в криптографии [1].

Пусть $a > b$. Положим $u_0 = 1, v_0 = 0, r_0 = a; u_1 = 0, v_1 = 1, r_1 = b$. Далее последовательно вычисляем $u_{i+1} = u_{i-1} - q_i u_i, v_{i+1} = v_{i-1} - q_i v_i; r_{i+1} = r_{i-1} - q_i r_i$, где q_i – неполное частное от деления r_{i-1} на r_i . При этом на каждом шаге $au_i + bv_i = r_i$. Действие алгоритма заканчивается, если на некотором шаге $r_{i+1} = 0$. Тогда найдены НОД и коэффициенты Безу: $\text{НОД}(a, b) = r_i, u = u_i$ и $v = v_i$.

Целью работы является визуализация расширенного алгоритма Евклида с помощью частей программной платформы .NET – технологии Windows Presentation Foundation, представляющей собой подсистему для построения графических интерфейсов, и языка программирования C#, отвечающего за создание логики приложения. Как результат работы была написана программа для поиска коэффициентов соотношения Безу и НОД заданных натуральных чисел. Для наглядности промежуточные вычисления заносятся в таблицу, состоящую из четырех столбцов, содержащих, соответственно, значения переменных u, v, r и q на каждом шаге. Такая визуализация алгоритма способствует ускорению понимания процесса расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Математические основы криптографии: тексты лекций для студентов специальности 1-98 01 03 «Программное обеспечение информационной безопасности мобильных систем» / авт.-сост. Е. И. Ловенецкая. – Минск: БГТУ, 2019. – 171 с.

УДК 515.127.1

Студ. Д.А. Савич
Науч. рук. ассист. Е.В. Терешко
(кафедра высшей математики, БГТУ)

ФРАКТАЛЫ: КРАСОТА МАТЕМАТИКИ

Даже в хаосе можно найти связь между событиями. И эта связь – фрактал. Само слово «фрактал» появилось благодаря гениальному ученому Бенуа Мандельброту. В начале своей научной деятельности Бенуа работал в исследовательском центре компании IBM. Сотрудники центра трудились над передачей данных на расстояние. В ходе исследований ученые столкнулись с проблемой больших потерь, возникающих из-за шумовых помех. Просматривая результаты измерений

шума, Бенуа обратил внимание на одну странную закономерность – графики шумов в разном масштабе выглядели одинаково.

Теория фракталов скоро нашла практическое применение. Первыми, кто взял на вооружение алгоритмы и принципы построения необычных форм, были художники. В 1978 году Лорен Карпентер, сотрудник корпорации, занимающейся разработкой новых самолетов, случайно увидел в магазине книгу Бенуа Мандельброта «Фракталы: случайность и размерность». В этой книге его внимание привлекло то, что Бенуа приводил массу примеров фрактальных форм в реальной жизни и доказывал, что их можно описать математическим выражением. Он серьезно изучил принципы фрактальной геометрии и всего за три дня нашел способ реализовать ее в компьютерной графике. В 1979 г. Лорен Карпентер смог применить свои наработки в куда более масштабном проекте: он создал двухминутный демонстрационный ролик Vol Libre, начав тем самым эпоху 3D-визуализации.

В настоящее время все популярные приложения для создания трехмерных ландшафтов используют аналогичный принцип генерирования природных объектов (полагаются на фрактальный алгоритм моделирования поверхностей). Радиолобитель Натан Коэн, побывав на лекции Бенуа, стал экспериментировать с различными формами антенн. Загоревшись идеей фрактальных форм, он сделал из проволоки один из самых известных фракталов – «снежинку Коха». Когда Натан подключил антенну к радиоприемному устройству, он был очень удивлен – чувствительность резко увеличилась, антенна имела высокий КПД и покрывала гораздо более широкий частотный диапазон по сравнению с классическими решениями. Кроме того, форма антенны в виде фрактальной кривой позволяет существенно уменьшить ее размеры. Натан Коэн даже вывел теорему, доказывающую, что для создания широкополосной антенны достаточно придать ей форму фрактальной кривой. В настоящее время ученые находят все больше и больше областей для применения теории фракталов. С помощью фракталов можно анализировать колебания котировок на бирже, исследовать всевозможные естественные процессы или моделировать динамику потоков. Фрактальные алгоритмы могут быть использованы для сжатия данных, например, для компрессии изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бенуа Мандельброт. Фрактальная геометрия // М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 57, 109-111, 161 с.
2. Ричард М. Кроновер. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории, 2000. Р-1-3, 3-46 с.
3. Фердонандо Корбалан. Мир математики: Золотое сечение, М.: «Де Агостини», 2014. 136-142 с.