Материал данного исследования может использоваться на факультативных занятиях по математике, математических олимпиадах, конкурсах с целью развития творческих способностей учащихся.

УДК 514:378.147

Учащ. В. А. Шпакова
Науч. рук. И. В. Блинникова, учитель математики
(ГУО «УПК детский сад-средняя школа №42 г. Могилева»)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВЫДЕЛЕНИЯ КЛЮЧЕВЫХ ИДЕЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Главная сила математики состоит в том, что вместе с решением одной конкретной задачи она создаёт общие приёмы и способы, применимые во многих ситуациях, которые даже не всегда можно предвидеть.
(М. Башмаков)

При изучении математики в школе я столкнулась с проблемой решения геометрических задач. Особенно сложно решать задачи, когда надо выйти за рамки одной какой-то темы или за большой промежуток времени необходимо охватить объемную часть знаний, а также при решении нестандартных, олимпиадных задач, при подготовке к централизованному тестированию.

При обучении решению можно классифицировать задачи по изученным темам, по разделам и т. д. Но такая классификация не всегда подсказывает способ решения. [1] Можно много решать однотипных задач на ту или иную тему, «тренироваться», но при решении обобщенных, итоговых, расширенных задач все равно учащиеся испытывают трудности. Как научиться держать в голове все свойства, умение выводить формулы, доказывать свойства на сложных рисунках, где накладывается много элементов, выделять нужное?

Самая сложная классификация задач – по методам их решения. Имеются задачи различного содержания, из них выделяется ряд задач, имеющих общую идею. Выделяется ключевой факт, ключевая идея (с доказательством, выводом формулы) или объединение нескольких ключевых идей, необходимых для решения остальных задач. То есть, ключевая задача – это задача, идея решения которой помогает находить способ решения многих сложных задач.

Чтобы научиться решать задачи, надо их решать. Стоит «попотеть» над решением пяти-шести задач, прежде чем они начинают решаться. Такой подход требует много времени, и кроме того, он может быть использован только для тех учащихся, которые, во-первых, хотят научиться решать задачи и готовы затратить на это и время, и силы, а во-вторых, умеют взяться за дело.

Чтобы научиться самостоятельно решать задачи, необходимо найти школьные задачи, обладающие несовместимыми свойствами: нужно, чтобы ученик мог ее решить, не зная, как ее надо решать, а учитель мог бы научить ее решать, не показывая, как решать. [2]

Метод ключевых задач хорошо работает, если учиться выделять главные идеи решения задач с первых уроков геометрии, начиная с 7 класса. Тогда в старших классах учащиеся самостоятельно могут применять этот метод при решении сложных олимпиадных задач, в этом поможет учитель, который создаст условия для такой работы.

Рассмотрим на примерах, как работает прием ключевых идей.

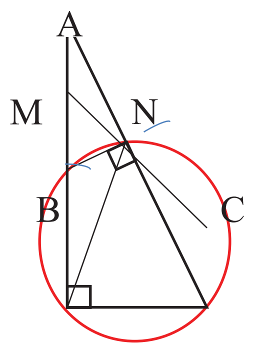

Рисунок 1

1) Рассмотрим прямоугольный треугольник ABC. На катете AB произвольно выбрана точка M, из которой опустили перпендикуляр на гипотенузу AC. Доказать, что ∠MBN=∠MCN (рис. 1). Обратим внимание на четырехугольник BMNC. ∠MBC+∠MNC=180^0. Около этого четырехугольника можно описать окружность. Следовательно, вписанные углы, опирающиеся на одну дугу равны.

Ключевая идея: «Если в четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180^0, то около этого четырехугольника можно описать окружность». Она поможет нам решить ряд задач, в которых можно найти четырехугольник, вокруг которого можно описать окружность.

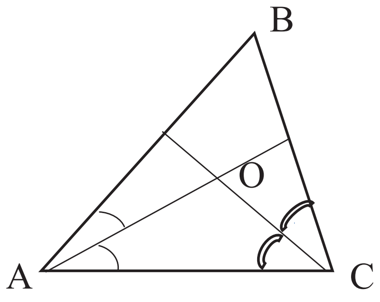

Рисунок 2

2) Рассмотрим треугольник ABC и из точек A и C проведем биссектрисы AN и CM; AN ∩ CM = O. Чему равен ∠AOC (рис.2)?

Сумма углов треугольника равна 180^0. (∠A+∠C):2 = (180^0 – ∠B):2;

$$\boxed{\angle AOC=90^0+1/2\angle B}$$

Ключевая идея: чему равен угол между биссектрисами треугольника.

Далее рассмотрим более сложную задачу на применение этих двух ключевых идей.

3) В треугольнике ABC $\angle B=60^0$, проведены биссектрисы AN и CM; AN ∩ CM = O (рис.3). Докажем, что MO=ON. Хочу показать, как работают в этой задаче рассмотренные выше две ключевые идеи. Такая задача является сложной (расширенной), поэтому необходимо учиться разбивать задачу на несколько элементов, выделяя при этом ключевые идеи. Для этого я использую таблицу:

Ключевая задача	Ключевая идея	Тема
В прямоугольном треугольнике ABC на катете AB произвольным образом взята точка M, MN⊥AC, точка N принадлежит гипотенузе AC. Доказать равенство углов MBN и MCN.	Если сумма противолежащих углов выпуклого четырехугольника равна 180^0, то около данного четырехугольника можно описать окружность; вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны	описанная около выпуклого четырехугольника окружность
В треугольнике ABC проведены две биссектрисы AM и CN. Чему равен угол между биссектрисами?	Угол между биссектрисами равен $90^0 + ½ \angle B$.	угол между биссектрисами треугольника
Расширенная задача	Ключевая идея	
В треугольнике ABC проведены две биссектрисы AM и CN. Точка O – точка пересечения биссектрис, $\angle B=60^0$. Доказать равенство отрезков MO и ON.	2 предыдущие идеи; три биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке; равные вписанные углы опираются на равные дуги; равные дуги стягивают равные хорды	биссектрисы треугольника; углы, дуги, хорды в окружности

1) $\angle AOC=90^0+1/2\angle B=90^0+1/2*60^0=120^0$ (вторая ключевая идея);

2) $\angle MON=\angle AOC=120^0$ (вертикальные углы);

3) В четырехугольнике MBNO $\angle B+\angle MON=180^0$, значит, около него можно описать окружность (первая ключевая идея);

4) Точка O – точка пересечения биссектрис треугольника, то луч BO делит $\angle B$ пополам, $\angle MBO=\angle NBO$;

5) Два вписанных угла равны, то дуги, на которые они опираются, тоже равны ($\smile$ MO= $\smile$ ON), равные дуги стягивают равные хорды MO=ON.

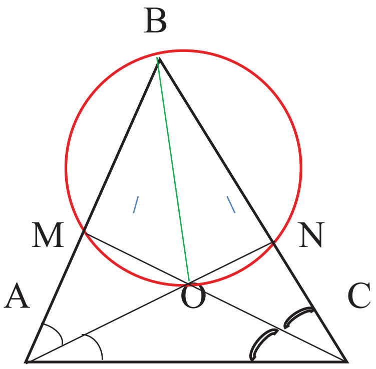

Рисунок 3

Я считаю, что метод выделения ключевых идей помогает быстрее находить рациональный способ решения любой сложной задачи.

Эти умения мне помогут в дальнейшем при обучении в университете. В этом я и вижу актуальность выбранной темы.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Давыдов / Методические основы обучения старшеклассников решению геометрических задач на доказательство/ dspace.tltsu.ru/ 2019;
2. Р. К. Гордина /Система задач по геометрии/ http://zadachi.mccme.ru.