

УДК 536.24:66.045

Т. Б. Карлович, А. Б. Сухоцкий, Е. С. Данильчик
Белорусский государственный технологический университет
**КОНВЕКЦИЯ РЭЛЕЯ – БЕНАРА В ВЫТЯЖНОЙ ШАХТЕ
НАД ОДНОРЯДНЫМ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ ПУЧКОМ
ИЗ ОРЕБРЕННЫХ ТРУБ**

Рассмотрено явление конвективной неустойчивости потока воздуха в вытяжной шахте над однорядным горизонтальным пучком из оребренных труб. Это явление интерпретируется на основе решения тепловой и гидродинамической задачи для турбулентного течения жидкости в приближении Обербека – Буссинеска. Данное решение представимо в аналитическом виде в случае линеаризации уравнений Навье – Стокса и теплопереноса для нижнего подогрева воздуха в шахте пучком труб. Продемонстрировано, что оно представляет собой трехмерные конвективные периодические структуры, называемые ячейками Рэля – Бенара. Трехмерные структуры экспериментально исследованы при помощи рамки с легкими нитями, установленной в шахте. Показано, что число квазипериодических структур может быть оценено с использованием критического числа Рэля. Экспериментально продемонстрировано, что наиболее интенсивная конвекция происходит над оребренным пучком на высоте, равной половине высоты шахты.

Ключевые слова: свободная конвекция, вытяжная шахта, оребренная труба, теплопередача, приближение Обербека – Буссинеска, уравнение Навье – Стокса, ячейка Рэля – Бенара.

Для цитирования: Карлович Т. Б., Сухоцкий А. Б., Данильчик Е. С. Конвекция Рэля – Бенара в вытяжной шахте над однорядным горизонтальным пучком из оребренных труб // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. 2021. № 1 (248). С. 58–64.

T. B. Karlovich, A. B. Sukhotskii, E. S. Danilchik
Belarusian State Technological University

**RAYLEIGH – BENARD CONVECTION IN EXHAUST SHAFT
OVER ONE ROW HORIZONTAL BUNDLE OF FINNED PIPES**

The unsteady phenomenon of the appearance of convection flows with a certain periodicity in an exhaust shaft above a one-row horizontal bundle of finned tubes is considered. This phenomenon is interpreted on the basis of solving the thermal and hydrodynamic problems for turbulent fluid flows in the Oberbek – Boussinesq approximation. In the case of lower heating of the air in the shaft by a tube bundle, it is possible to obtain an analytical solution of the Navier – Stokes equation in the form of periodic structures called Rayleigh – Benard cells. Three-dimensional quasiperiodic structures are experimentally investigated using a frame with thin filaments installed in the shaft. It is shown that the number of these structures can be estimated using the Rayleigh number. It has been experimentally demonstrated that convective cells arise above the beam at a height equal to half the height of the shaft.

Key words: free convection, exhaust shaft, finned tube, heat transfer, Oberbek – Boussinesq approximation, Navier – Stokes equation, Rayleigh – Benard cell.

For citation: Karlovich T. B., Sukhotskii A. B., Danilchik E. S. Rayleigh – Benard convection in exhaust shaft over one row horizontal bundle of finned pipes. *Proceedings of BSTU, issue 3, Physics and Mathematics. Informatics*, 2021, no. 1 (248), pp. 58–64 (In Russian).

Введение. Возникновение свободной конвекции потока воздуха в результате его неоднородного подогрева является примером неустойчивого течения вязкой среды [1]. Теоретическое описание неустойчивых течений основано на решении нелинейной гидродинамической задачи и нахождении температурного поля при соответствующих граничных условиях. В общей постановке такая задача может быть решена только с применением численных методов [2]. Однако при определенных условиях возможны аналитические решения [3], демонстрирующие появление устойчивых периодических структур в жидких и

газообразных средах. Одним из примеров является задача Рэля – Бенара о возникновении так называемых ячеек Рэля – Бенара в горизонтальном слое жидкости, находящейся в поле силы тяжести в случае ее нижнего подогрева [4]. Конвективные ячейки появляются в жидкости тогда, когда неоднородности плотности и температуры не успевают выровняться за счет диффузии и теплопроводности. В результате в жидкости организуется дополнительное движение в конвективных ячейках – подъем по центру более теплой жидкости и опускание по периферии холодной жидкости.

В настоящей работе на основе конвекции Рэлея – Бенара объясняется возникновение разнонаправленных течений воздуха в вытяжной шахте над горизонтальным пучком оребренных труб, к которому подводится тепловая мощность. Пучки оребренных труб используются в различных теплообменных устройствах и служат для отведения большого количества теплоты от охлаждаемого объекта [5]. Вытяжная шахта может устанавливаться над оребренными трубами для интенсификации процесса естественной конвекции воздуха и процесса теплообмена.

Основная часть. Экспериментальная установка представлена на рис. 1. Пучок оребренных труб 2 расположен внутри вытяжной прямоугольной шахты 3 с размерами основания $b \times c = 38 \times 31$ см и высотой $H = 52$ см. Шахта помещена внутрь просторной камеры 1, ограждающей воздух, проходящий через пучок оребренных труб 3, от случайных инфильтрационных потоков и не мешающей свободному проходу воздуха через пучок труб внутри шахты. Внутри каждой из шести оребренных труб однорядного пучка находится ТЭН, за счет которого происходит разогрев воздуха внутри шахты. Оребренная труба имеет следующие геометрические размеры: наружный диаметр $d = 56$ мм; диаметр трубы по основанию $d_0 = 26,8$ мм; толщина стенки $\delta = 2$ мм; высота ребра $h = 14,6$ мм; шаг ребра $s = 2,5$ мм; средняя толщина ребра $\Delta = 0,5$ мм; длина трубы $l_n = 330$ мм. Поперечный шаг S_1 равен 58 мм. Материал ребристой оболочки – алюминиевый сплав АД1М, материал несущей трубы – углеродистая сталь.

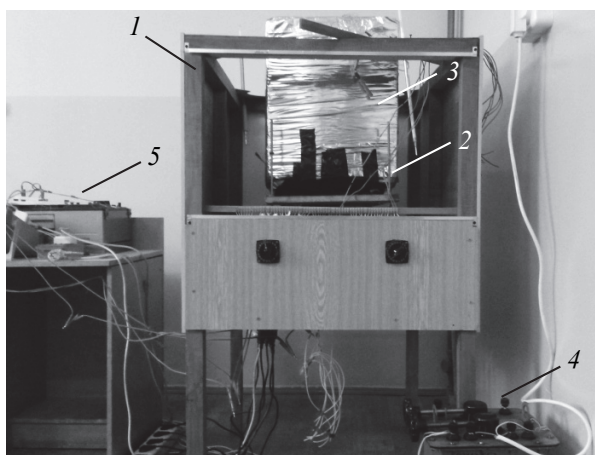


Рис. 1. Экспериментальная установка:
1 – камера; 2 – пучок оребренных труб;
3 – вытяжная шахта; 4 – трансформатор;
5 – измерительная аппаратура

При определенной мощности, подводимой к трубам пучка, в шахте появляются неустойчивые восходящие воздушные потоки [6]. Для фиксации разнонаправленных потоков воздуха используется сетка из легких синтетических нитей на

алюминиевой рамке, которую можно перемещать по высоте шахты (рис. 2).

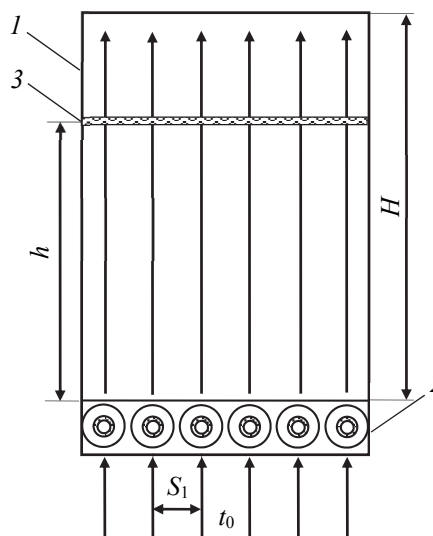


Рис. 2. Схема экспериментальной установки:
1 – вытяжная шахта; 2 – пучок оребренных труб;
3 – сетка из легких нитей

Модель Обербека – Буссинеска. Неоднородный нагрев воздуха, сопровождающийся возникновением неустойчивых пространственных состояний, может быть описан на основе гидродинамической и тепловой модели воздуха с использованием уравнения Навье – Стокса, уравнения теплопроводности и уравнения неразрывности (1).

В общем случае система уравнений для термогравитационной конвекции является нелинейной и решается только численными методами. Однако для определенных граничных условий в случае ее линеаризации решение задачи о неустойчивых конвективных течениях может быть получено в аналитическом виде. Характерным примером является устойчивое периодическое движение воздуха в виде конвективных валов – ячеек Рэлея – Бенара. Гидродинамическая и тепловая модель для потоков воздуха в вытяжной шахте над оребренным пучком труб, дополненная уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости, в приближении Обербека – Буссинеска, имеет вид [2]

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} + \mathbf{w} \nabla \mathbf{w} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{w} - \beta \theta \mathbf{g}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \mathbf{w} \nabla \theta = a \Delta \theta, \\ \nabla \mathbf{w} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{w} = w_x \mathbf{i} + w_y \mathbf{j} + w_z \mathbf{k}$ – поле скоростей, м/с; τ – время; ρ_0 – средняя плотность окружающего воздуха, кг/м³; p – давление, отсчитываемое от среднего значения атмосферного давления, Па;

ν – кинематическая вязкость, $\text{м}^2/\text{с}$; θ – температура, отсчитываемая от средней температуры t_0 окружающей среды, $^\circ\text{C}$; g – ускорение свободного падения, $\text{м}/\text{с}^2$; a – коэффициент температуропроводности, $\text{м}^2/\text{с}$. В модели (1) предполагается, что неоднородности плотности воздуха, вызывающие конвекцию, обусловлены в основном изменением температуры воздуха, а не изменением давления:

$$\rho(\theta) = \rho_0(1 - \beta\theta), \quad (2)$$

где β – коэффициент теплового расширения среды, $^\circ\text{C}^{-1}$.

Для моделирования движения воздуха в шахте нами предлагается разложение скорости, температуры и давления воздуха на равновесные значения и малые возмущения:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 + \mathbf{w}_1; \theta = \theta_0 + \theta_1; p = p_0 + p_1. \quad (3)$$

Пренебрегая слагаемыми, квадратичными по возмущениям, получим две системы уравнений: для равновесных значений

$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p_0 + g\beta\theta_0 \mathbf{k}, \\ \frac{\partial \theta_0}{\partial \tau} + \mathbf{w}_0 \nabla \theta = a\Delta\theta_0 \end{cases} \quad (4)$$

и для малых возмущений

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{w}_1}{\partial \tau} + \mathbf{w}_0 \nabla \mathbf{w}_1 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p_1 + \nu \Delta \mathbf{w}_1 + g\beta\theta_1 \mathbf{k}, \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \mathbf{w}_1 \nabla (\theta_0 + \theta_1) = a\Delta\theta_1, \\ \nabla \mathbf{w}_1 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

В качестве нулевого приближения решения задачи (4), (5) рассмотрим механическое равновесие в вытяжной шахте, тогда скорость $\mathbf{w}_0 = 0$. В этом случае решение уравнений (4), (5) для ряда граничных условий известно и описано в работах, например, в [3, 4, 7, 8]. Оно является нетривиальным и требует более подробного рассмотрения.

Градиент стационарного температурного поля воздуха для $\mathbf{w}_0 = 0$ будет удовлетворять уравнению

$$\nabla \theta_0 = -A\mathbf{k}, \quad (6)$$

где значение равновесного температурного градиента равно $A = (t_1 - t_2)/H$; \mathbf{k} – единичный вектор, направленный вдоль оси z ; t_1 и t_2 – температуры воздуха на входе и выходе из шахты.

В случае статического равновесия перепишем систему уравнений (5) с учетом (6) в безразмерном виде, введя замену переменных:

$$p' = \frac{\rho_0 \nu a}{H^2} p; \mathbf{w}' = \frac{a}{H} \mathbf{w}; \tau' = \frac{H^2}{\nu} \tau; \theta' = AH\theta, \quad (7)$$

с использованием чисел Прандтля (Pr) и Рэлея (Ra):

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a}; \text{Ra} = Ag \frac{\beta H^4}{a\nu}, \quad (8)$$

где $\rho_0 \nu a / H^2$, a/H , H^2/ν – характерные значения давления, скорости и времени соответственно:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{w}'_1}{\partial \tau} = -\nabla p'_1 + \Delta \mathbf{w}'_1 + \text{Ra} \theta'_1 \mathbf{k}, \\ \text{Pr} \frac{\partial \theta'_1}{\partial \tau} - \mathbf{w}'_1 \mathbf{k} = \Delta \theta'_1, \\ \nabla \mathbf{w}'_1 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

После применения операции двойного ротора $\nabla \times \nabla \times \mathbf{k}$ к уравнению Навье – Стокса в системе (9) для исключения давления p'_1 , для проекций скорости воздуха внутри шахты и температуры получим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta \mathbf{w}'_{1z}}{\partial \tau} = \Delta \Delta \mathbf{w}'_{1z} + \text{Ra} \left(\frac{\partial^2 \theta'_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta'_1}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{w}'_{1x}}{\partial \tau} = \Delta \Delta \mathbf{w}'_{1x} - \text{Ra} \frac{\partial^2 \theta'_1}{\partial x \partial z}, \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{w}'_{1y}}{\partial \tau} = \Delta \Delta \mathbf{w}'_{1y} - \text{Ra} \frac{\partial^2 \theta'_1}{\partial y \partial z}, \\ \text{Pr} \frac{\partial \theta'_1}{\partial \tau} - w'_{1z} = \Delta \theta'_1. \end{cases} \quad (10)$$

Для однозначного решения системы (10) дополним ее идеализированными граничными условиями для безразмерных возмущений температуры и скорости воздуха в шахте

$$\theta'_1(x; y; z = 0, 1) = 0, \quad (11.1)$$

$$w'_{1x}(x = 0, b/H; y; z) = 0, \quad (11.2)$$

$$w'_{1y}(x; y = 0, c/H; z) = 0, \quad (11.3)$$

$$w'_{1z}(x; y; z = 0, 1) = 0, \quad (11.4)$$

$$\frac{\partial^2 w'_{1z}}{\partial z^2}(x; y; z = 0, 1) = 0, \quad (11.5)$$

где равенство (11.1) соответствует исчезновению температурных возмущений θ'_1 на верхней и нижней границе; условия (11.2) и (11.3) означают исчезновение на боковых стенках возмущений горизонтальной составляющей скоростей w'_{1x} , w'_{1y} , условие (11.4) соответствует отсутствию возмущений вертикальной составляющей скорости w'_{1z}

на верхней и нижней границе, условие (11.5) означает отсутствие касательных напряжений на боковых стенках шахты.

Задача Рэлея (10) с граничными условиями (11) для распространения тепла в прямоугольном параллелепипеде единичной высоты при равномерном подогреве его основания имеет решение в виде конвективных валов (двухмерная конвекция) [3, 4] и в виде конвективных ячеек (трехмерная конвекция) [7, 8]. Как отмечается в работе [3], формирование устойчивых двумерных

или трехмерных конвективных структур во многом определяется температурной зависимостью вязкости среды, числом Прандтля, а также формой и теплопроводностью стенок, ограничивающих жидкость.

В данной работе имеет место формирование трехмерных конвективных ячеек в шахте (см. ниже). Для получения решения задачи нами предлагается разложение возмущений компонент скорости и температуры в бесконечные ряды Фурье с амплитудами, зависящими от времени:

$$\begin{aligned} w'_{1z}(x, y, z, \tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} c_{1nlm} \exp(-\lambda_{nlm} \tau) \sin(n\pi z) \cos(lk_x x) \cos(mk_y y); \\ w'_{1x}(x, y, z, \tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} c_{3nlm} \exp(-\lambda_{nlm} \tau) \cos(n\pi z) \sin(lk_x x) \cos(mk_y y); \\ w'_{1y}(x, y, z, \tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} c_{4nlm} \exp(-\lambda_{nlm} \tau) \cos(n\pi z) \cos(lk_x x) \sin(mk_y y); \\ \theta'_1(x, y, z, \tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} c_{2nlm} \exp(-\lambda_{nlm} \tau) \sin(n\pi z) \cos(lk_x x) \cos(mk_y y), \end{aligned} \quad (12)$$

где $k_x = 2\pi H / b = 8,6$ и $k_y = 2\pi H / c = 10,5$ – минимальные волновые числа, означающие наличие дискретного набора собственных функций и собственных значений у системы, характеризующих упорядоченность движения; n, l, m – номера гармоник, $c_{1nlm}, c_{2nlm}, c_{3nlm}$ и c_{4nlm} – постоянные коэффициенты разложения; λ_{nlm} – декремент, характеризующий временной ход возмущения. При $\lambda_{nlm} > 0$ возмущения будут затухать, решение устойчиво, при $\lambda_{nlm} < 0$, возмущения будут нарастать, решение неустойчиво, при $\lambda_{nlm} = 0$ зависимость возмущений от времени исчезает и решение (12) для компонент скорости демонстрирует наличие конвективных ячеек в шахте [7, 8].

Заметим, что первое и четвертое уравнения общей системы (10) образуют замкнутую систему из двух уравнений, которая может быть проанализирована отдельно. Подставив в нее разложение (12) для переменных w'_{1z} и θ'_1 , получим систему линейных уравнений для коэффициентов разложения:

$$\begin{aligned} \lambda_{nlm} c_{1nlm} d_{nlm}^2 &= c_{1nlm} d_{nlm}^4 - Ra c_{2nlm} \left((lk_x)^2 + (mk_y)^2 \right); \\ \lambda_{nlm} Pr c_{2nlm} + c_{1nlm} &= c_{2nlm} d_{nlm}^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где введено соответствующее обозначение $d_{nlm}^2 = (n\pi)^2 + (lk_x)^2 + (mk_y)^2$. Однородная система (13) будет иметь решение только в случае обращения в ноль ее определителя. Из этого условия находим собственные значения, или декременты $\lambda_{nlm\pm}$:

$$\begin{aligned} \lambda_{nlm\pm} &= \frac{d_{nlm}^2 (1 + Pr)}{2 Pr} \pm \\ &\pm \sqrt{\frac{d_{nlm}^4 (Pr - 1)^2}{4 Pr^2} + \frac{Ra \left((lk_x)^2 + (mk_y)^2 \right)}{d_{nlm}^2 Pr}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Переход из режима устойчивого молекулярного теплопереноса ($Ra < Ra_{cr}$) к режиму неустойчивого вихревого течения ($Ra > Ra_{cr}$) определяется критическим числом Рэлея, которое следует из равенства $\lambda_{nlm-} = 0$ и в соответствии с (14) имеет вид

$$Ra_{cr} = \frac{(n^2 \pi^2 + l^2 k_x^2 + m^2 k_y^2)^3}{l^2 k_x^2 + m^2 k_y^2}. \quad (15)$$

Согласно (15), в случае $Ra = Ra_{cr}$ задача Рэлея (10), (11) имеет периодическое решение в виде трехмерных ячеек. Оценим минимальное критическое число Рэлея, выбрав минимальные числа $n = l = m = 1$ в формуле (15): $Ra_{\min} = 39\,700$. Для появления конвективных воздушных ячеек в шахте требуется, чтобы экспериментальное число Рэлея превышало минимальное критическое число Рэлея.

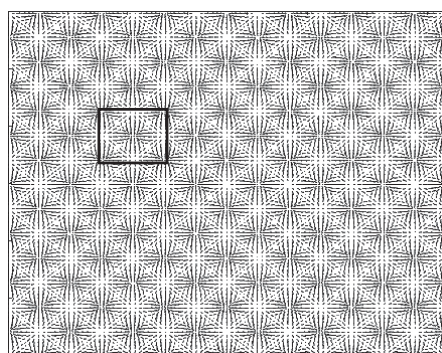
Эксперимент. В эксперименте к однорядному оребренному пучку труб подводилась мощность 108 Вт. В результате разогрева труб нагревался воздух внутри шахты, причем температура воздуха на входе в шахту составляла 44°C, а на выходе 36°C.

Рассчитанное на основе экспериментальных данных по формуле (8) число Рэлея составляет

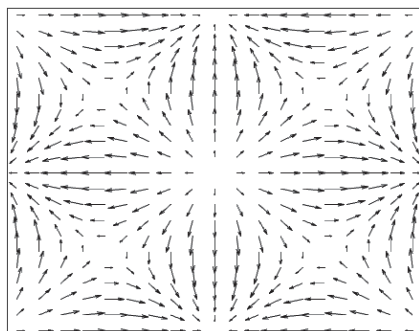
$Ra = 9,3 \cdot 10^7$, что значительно превышает минимальное критическое число Рэлея Ra_{min} . Подберем номера гармоник, наиболее соответствующих экспериментальному числу Рэлея. Если $n = l = m = 7$, то теоретическое число Рэлея оказывается равным $9,5 \cdot 10^7$.

На рис. 3 представлена визуализация поля скоростей воздуха для каждой точки шахты, выполненная при учете только 7-й гармоники в разложении (12). В плоскости (x, y) наблюдается образование правильных периодических ячеек, причем движение воздуха в соседних ячейках осуществляется в противоположные стороны.

Разнонаправленное течение воздуха в шахте фиксировалось путем установки внутрь шахты сетки из легких нитей, закрепленной на жесткой рамке. Рамка перемещалась по высоте шахты для определения положения конвективных ячеек по размаху колебания нитей. На небольшой высоте в шахте до 10 см колебания нитей почти отсутствовали. Наибольший размах колебаний нитей достигался на высотах порядка 20–40 см. Для фиксации трехмерных конвективных структур воздуха рамка устанавливалась на высоте $h = 40$ см от однорядного пучка (см. рис. 2). На рис. 4 продемонстрировано положение сетки из нитей в различные моменты времени для подведенной мощности 108 Вт.



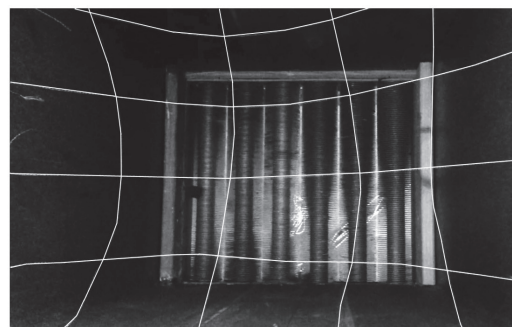
а



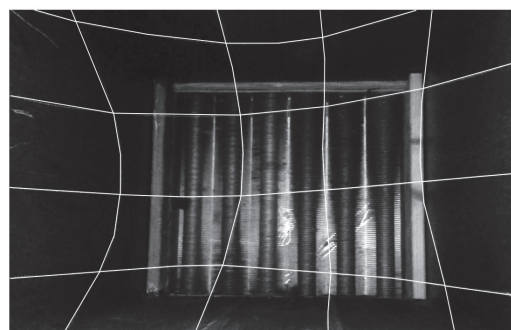
б

Рис. 3. Ячейки Рэлея – Бенара в вытяжной шахте для $l = 7, m = 7$ (а). Выделенная область на рис. 3, а представлена в увеличенном масштабе на рис. 3, б.

Стрелками обозначено направление скорости воздуха в плоскости (x, y) (б)



а



б

Рис. 4. Конвективная неустойчивость воздушных потоков в шахте над однорядным оребренным пучком. Время съемок: 1-я (а) и 4-я (б) секунды от начала наблюдения (для лучшей видимости нити утолщены и выделены белым цветом)

По направлению деформации нитей можно судить о направлении воздушных потоков в шахте. Например, на рис. 4, а хорошо заметны деформации нитей в центре за счет задувания воздуха внутрь шахты. Это говорит о том, что в шахте формируются трехмерные квазипериодические структуры. На нижней нити видны волнообразные изгибы, свидетельствующие о наличии близко расположенных противоположных по направлению воздушных потоков в шахте. На рис. 4, б направление задувания воздуха меняется на противоположное. Воздушные потоки внутрь шахты наблюдаются со всех четырех боковых сторон, в центре заметен поток восходящего воздуха. С течением времени колебания нитей повторяются. Их период составляет несколько секунд. Точное количество квазипериодических структур определить не удается из-за малого количества нитей и большой амплитуды их колебаний.

Течение воздуха в шахте является более сложным по сравнению с решением (12) для трехмерной конвективной модели Рэлея – Бенара. Это обусловлено, в первую очередь, неравномерным подогревом воздуха оребренным пучком труб и ненулевой средней скоростью течения воздуха в шахте. Воздух засасывается в шахту снизу через узкие щели между оребренными трубами,

приобретая скорость просачивания w_0 . Ее можно учесть в виде компоненты, направленной вдоль оси z (см. уравнения (4)) $w_0 = w_0(z)\mathbf{k}$, тогда стационарное уравнение теплопроводности в системе (4) упрощается и переписывается в виде

$$w_0 \frac{d\theta_0}{dz} = a \frac{d^2\theta_0}{dz^2}; \theta_0(z=0) = t_1; \quad (16)$$

$$\theta_0(z=H) = t_2,$$

а соответствующее температурное распределение выражается формулой

$$\theta_0 = (t_1 - t_2) \frac{\exp(\text{Pe}) - \exp\left(\text{Pe} \frac{z}{H}\right)}{\exp(\text{Pe}) - 1}, \quad (17)$$

где $\text{Pe} = w_0 H / a$ – число Пекле.

Задача Рэлея с учетом просачивания жидкости через границы плоского бесконечного слоя решалась с использованием метода Бубнова – Галеркина в работе [9]. В результате численных расчетов показано, что ненулевая средняя скорость жидкости повышает устойчивость ее течения и приводит к значительному росту критического числа

Рэлея. Конвективные валы при этом деформируются и «сдуваются» в направлении течения жидкости.

Таким образом, для более подробного описания пространственной квазипериодической структуры воздуха в шахте требуется проведение дополнительных исследований с учетом всех особенностей постановки задачи.

Заключение. В работе рассмотрены разнонаправленные течения воздуха в вытяжной шахте над горизонтальным однорядным оребренным пучком на основе задачи Рэлея. С использованием рамки с легкими нитями зафиксировано возникновение квазипериодических воздушных структур в шахте над оребренным пучком. Предложена интерпретация разнонаправленного течения воздуха в шахте на основе трехмерных конвективных ячеек Рэлея – Бенара. Дано математическое описание этого явления с использованием уравнений для термогравитационной конвекции и предложено решение в виде разложения в ряд по гармоникам возмущений скорости потока воздуха и температуры. Найдены критические числа Рэлея и на их основе рассчитано количество конвективных ячеек Рэлея – Бенара, возникающих в вытяжной шахте над однорядным пучком оребренных труб.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. Pandey, A. Turbulent superstructures in Rayleigh-Bénard convection / A. Pandey, J. D. Scheel, J. Schumacher // *Nature Communications*. 2018. Vol. 9. Article number, 2118.
3. Гетлинг А. В. Формирование пространственных структур конвекции Рэлея-Бенара // УФН. 1991. Т. 161, № 9. С. 1–80.
4. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
5. Мильман О. О. Экспериментальное исследование теплообмена при естественной циркуляции воздуха в модели воздушного конденсатора с вытяжной шахтой // *Теплоэнергетика*, 2005. № 5. С. 16–19.
6. Сухощкий А. Б., Маршалова Г. С. Особенности гравитационного течения нагретого воздуха в вытяжной шахте над многорядным оребренным пучком // *ИФЖ*. 2019. Т. 92, № 3. С. 1–7.
7. Chandrasekhar S. *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Oxford at the Clarendon Press, 1961. 654 p.
8. Палынский И. Б. О моделировании сложных режимов конвекции Рэлея – Бенара // *Сиб. журн. вычисл. математики*. 2011. Т. 14, № 2. С. 179–204.
9. Шварцблат Д. Л. О спектре возмущений и конвективной неустойчивости плоского горизонтального слоя жидкости с проницаемыми границами // *ПММ*. 1968. Вып. 2. С. 276–281.

References

1. Landau L. D., Livshic E. M. *Gidrodinamika* [Hydrodynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 736 p.
2. Pandey A., Scheel J. D., Schumacher J. Turbulent superstructures in Rayleigh-Bénard convection. *Nature Communications*, 2018, vol. 9, Article number, 2118.
3. Getling A. V. The formation of spatial structures of Rayleigh-Benard convection. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in physical sciences], 1991, vol. 161, no. 9, pp. 1–80 (In Russian).
4. Gershuni G. Z., Zhuhovickiy E. M. *Konvektivnaya ustoychivost' neshimayemoy zhidkosti* [Convective stability of an incompressible fluid], Moscow, Nauka Publ., 1972. 392 p.
5. Mil'man O. O. An experimental study of heat transfer during natural air circulation in an air condenser model with an exhaust shaft. *Teployenergetika* [Thermal Engineering], 2005, no. 5, pp. 16–19 (In Russian).
6. Sukhotskii A. B., Marshalova G. S. Features of the gravitational flow of heated air in an exhaust shaft above a multi-row finned beam. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal* [Physics Engineering Journal], 2019, vol. 92, no. 3, pp. 1–7 (In Russian).
7. Chandrasekhar S. *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability*. Oxford at the Clarendon Press, 1961. 654 p.

8. Palymskii I. B. Modeling complex Rayleigh-Benard convection regimes. *Sibirskiy zhurnal vychislitel'noy matematiki* [Siberian Journal of Computational Mathematics], 2011, vol. 14, no 2, pp. 179–204 (In Russian).
9. Shvartsblat D. L. On the spectrum of perturbations and convective instability of a plane horizontal layer of a liquid with permeable boundaries. *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Applied Mathematics and Mechanics], 1968, issue 2, pp. 276–281 (In Russian).

Информация об авторах

Карлович Татьяна Борисовна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: tbkar@mail.ru

Сухоцкий Альберт Борисович – кандидат технических наук, доцент кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: alk2905@mail.ru

Данильчик Екатерина Сергеевна – аспирант кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: katya.156.156@gmail.com

Information about the authors

Karlovich Tatyana Borisovna – PhD (Physics and Mathematics), Assistant Professor, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tbkar@mail.ru

Sukhotskii Albert Borisovich – PhD (Technical Sciences), Assistant Professor, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alk2905@mail.ru

Danilchik Ekaterina Sergeevna – PhD student, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: katya.156.156@gmail.com

Поступила после доработки 14.09.2021