

Результаты эксперимента доказали возможность составления своего софизма.

Я уже стою на пороге взрослой жизни. В скором времени мне придется выбрать профессию. И чтобы стать успешной, необходимо работать над развитием логического мышления. Работая над исследовательской работой, я еще раз убедилась, что решение софизмов – один из способов развития логического мышления каждого человека.

Исследовать софизмы действительно очень интересно. Захватывает сам процесс нахождения ошибки. Порой в них рассуждения кажутся безукоризненными! Обнаружить ошибку в софизме – это значит осознать ее, а осознание ошибки предупреждает от повторения ее при решении других задач.

УДК 517.956.4

Учащ. Т. Г. Лапская

Науч. рук. Е. В. Синдарова, учитель математики  
(ГУО «Средняя школа №137 г.Минска»)

### **ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ НА РАСПОЛОЖЕНИЕ ПАРАБОЛЫ**

Желание узнать больше о квадратичной функции появилось у меня в процессе ее изучения на уроках алгебры. Для меня эта тема актуальна, потому что для решения более сложных задач с использованием свойств квадратичной функции важно понимать как влияют коэффициенты квадратичной функции, их знаки, соотношения между ними на свойства функции и ее графика.

Известно, что от знака коэффициента  $a$  зависит направление ветвей параболы. Но как ведут себя параболы при изменении одного из коэффициентов  $a$ ,  $b$  или  $c$ ? Поиск ответа на этот вопрос и стал целью исследовательской работы.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи: систематизировать знания о квадратичной функции, полученные на уроках алгебры, выяснить зависимость расположения вершин параболы от ее коэффициентов, выявить общие черты семейств парабол при изменении одного из их коэффициентов.

Объект исследования: Парабола, как график квадратичной функции. Предмет исследования: зависимость расположения параболы при изменении одного из ее коэффициентов.

Изучая научную литературу по данной теме, я выдвинула гипотезу: если один из коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  принять за параметр, а

два других оставить постоянными, то можно сформулировать следующие свойства:

1. Если  $c$  – параметр,  $a$  и  $b$  – константы, то все вершины парабол будут расположены на одной прямой, параллельной оси  $Oy$ , задаваемой прямой

2. Если  $a$  – параметр,  $c$  и  $b$  – константы, то все вершины парабол будут расположены на прямой

3. Если  $b$  – параметр,  $a$  и  $c$  – константы, то все семейство парабол имеет «параболу вершин»

Для решения поставленных задач я воспользовалась знаниями о линейной функции, задаваемой формулой  $y=kx+b$ , Очевидно, что расположение этой функции зависит от изменения одного из коэффициентов  $k$  или  $b$ . Приведем наглядные примеры: При изменении коэффициента  $b$  (при постоянном  $k$ ) происходит параллельное смещение графика вдоль оси  $Oy$ .

А при изменении коэффициента  $k$  (при постоянном  $b$ ) меняется угол между прямой и осью  $Ox$ .

Перейдем к исследовательской части работы. Я изучила 3 случая изменения расположения квадратичной функции от ее коэффициентов. Рассмотрим 1-ый случай : Если  $c$  – параметр,  $a$  и  $b$  – константы, то все вершины будут расположены на одной прямой, параллельной оси  $Oy$ , задаваемой формулой  $x = \frac{-b}{2a}$ ; которую я вывела с помощью алгебраических преобразований.

Для доказательства данной гипотезы, нужно взять две точки, которые являются вершинами парабол, и чтобы получить их я воспользовалась формулой для нахождения координат вершин квадратичной функции  $\left(-\frac{b}{2a}; c_1 - \frac{b^2}{4a}\right)$  и  $\left(-\frac{b}{2a}; c_2 - \frac{b^2}{4a}\right)$

$$y = ax^2 + bx + c_1 \text{ - первая парабола с вершиной } \left(-\frac{b}{2a}; a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\frac{-b}{2a} + c_1\right)$$

$$y = ax^2 + bx + c_2 \text{ - вторая парабола с вершиной } \left(-\frac{b}{2a}; a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\frac{-b}{2a} + c_2\right)$$

Напишем уравнение прямой, проходящей через две точки:  $Ax + By + S = 0$ .

Если каждая из этих вершин парабол лежит на прямой, то ее координаты удовлетворяют уравнению  $Ax + By + S = 0$ . В результате

получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{A} \cdot \left(\frac{-b}{2a}\right) + \mathbf{B} \cdot \left(a \left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b \frac{-b}{2a} + c_1\right) + \mathbf{S} = 0; \\ \mathbf{A} \cdot \left(\frac{-b}{2a}\right) + \mathbf{B} \cdot \left(a \left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b \frac{-b}{2a} + c_2\right) + \mathbf{S} = 0. \end{cases}$$

Из системы следует,  $\mathbf{B} = 0$ , т.к. при вычитании уравнений системы имеем:

$$\mathbf{B} \cdot \left(\frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c_1 - \frac{b^2}{4a} + \frac{b^2}{2a} - c_2\right) = 0;$$

Выразим  $\mathbf{A}$  из системы уравнений.  $\mathbf{A} = \frac{S \cdot 2a}{b}$ . Подставляя коэффициенты  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  в уравнение прямой  $\mathbf{A}x + \mathbf{B}y + \mathbf{S} = 0$  имеем:

$$\left| \frac{S \cdot 2a}{b} x + S = 0 \quad : S \neq 0 \right.$$

$$\frac{2a}{b} x + 1 = 0; \quad x = -1 \cdot \frac{b}{2a};$$

$x = -\frac{b}{2a}$  уравнение прямой на которой лежат все вершины парабол  $y = ax^2 + bx + c_1$  где  $c_1$  - параметр

Не менее интересен и 2-ой случай: Если  $a$  – параметр,  $c$  и  $b$  – константы, то все вершины семейства парабол будут расположены на прямой  $y = \frac{bx}{2} + c$ ;

В 3-ем случае, если  $b$  – параметр,  $a$  и  $c$  – константы, то все семейство парабол имеет «параболу вершин»  $y = -ax^2 + c$ ;

Подводя итоги моей исследовательской работы, мы выяснили, как влияют коэффициенты квадратичной функции на свойства функции и ее графика. Проанализированные примеры позволяют доказать гипотезу о закономерности между расположениями вершин квадратичной функции и ее коэффициентами. А также можно немедленно найти ошибки при построении графиков квадратичной функции. Квадратичная функция таит в себе множество загадок, но сегодня нам удалось раскрыть одну из них.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Алгебра 8 класс/ Ш. А. Алимов и др.- М.: 2006
2. Математика. Алгебра. Функции. Анализ данных. 9 класс / Г.В. Дорофеев и др. - М. : 2000
3. <http://e-science.ru/math/theory/?t=144>
4. [http://info.territory.ru/univer/qvadro\\_func.htm](http://info.territory.ru/univer/qvadro_func.htm)