УДК 514.115

Учащ. Р. Н. Козинец
Науч. рук. Н. В. Литвинович, учитель математики и информатики
(ГУО «Гимназия №3 г. Бреста»)

ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ И ОТРЕЗКИ

Решая ту или иную задачу, мы получаем решение только применительно к данному конкретному условию. Между тем, в ее содержании, как правило, имеются такие важные связи и отношения, которые не всегда выявляются в процессе решения. Обобщение задачи осуществляется путем такого изменения данных и искомых задачи, при котором исходная задача становится частным случаем задачи-обобщения или ее элементом. В работе рассматривается пересечение четырехугольников и отрезков, делается обобщение задач.

Актуальность работы объясняется тем, что обобщения рассматриваемых задач не проводились. Условия некоторых задач, есть в учебниках, но определить нужно только вид фигуры. Задачи о пересечении квадрата и ромба отрезками, лежащими на параллельных прямых, нигде не встречаются, но в Интернете в «Архиве номеров Кванта» есть задача о полосе и квадрате.

Практическая значимость. Работа может быть использована на уроках геометрии, на факультативах, при подготовке к олимпиадам, на внеклассных мероприятиях по математике.

Цель: рассмотреть пересечение отрезков и разных видов четырехугольников, сделать обобщения задач.

Задачи:

1. Рассмотреть пересечение отрезков, соединяющих вершины и середины сторон четырехугольника.
2. Рассмотреть пересечение биссектрис углов прямоугольника и параллелограмма.
3. Рассмотреть пересечение квадрата и ромба отрезками, лежащими на параллельных прямых.
4. Сделать обобщения задач.

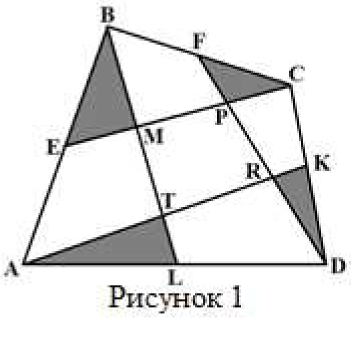
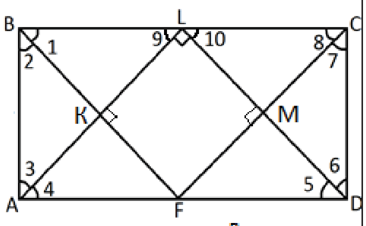
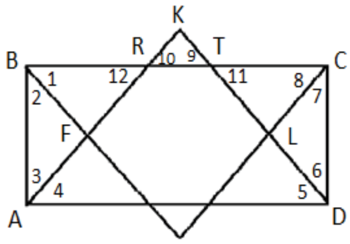
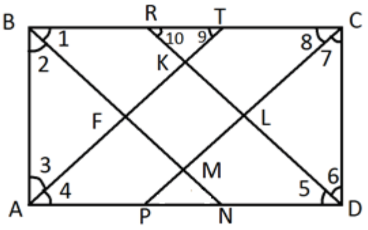


Рисунок 1

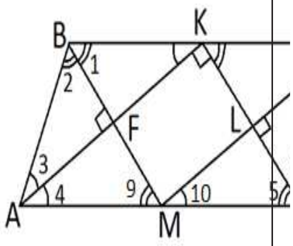
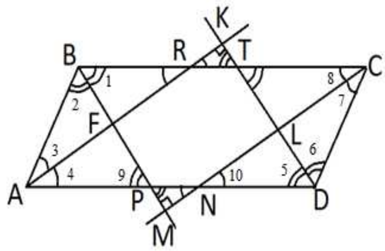
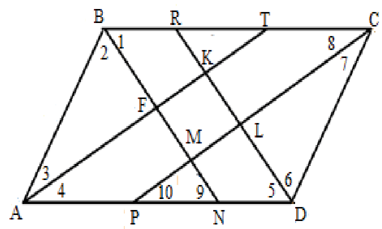
Если каждая вершина параллелограмма соединена с серединой стороны, которая лежит между двумя следующими вершинами (считать вершины в одинаковом порядке), то отрезки своим пересечением образуют параллелограмм, площадь которого равна пятой части площади исходного параллелограмма. Для квадрата в пересечении получится квадрат [1, 2].

Для произвольного выпуклого четырёхугольника в этом случае получается следующее. Пусть E, F, K, L – середины сторон выпуклого четырехугольника ABCD. Площадь четырехугольника, образованного прямыми EC, AK, BL, FD, равна сумме площадей четырех треугольников, отмеченных на рисунке 1 [3].

Проведены биссектрисы углов прямоугольника ABCD со сторонами a и b (a<b). Получившийся четырехугольник FKLM – прямоугольник [1]. Результаты исследования представлены в таблице:

$a=\frac{b}{2}$	$a<\frac{b}{2}$	$a>\frac{b}{2}$
 $S_{FKLM}=\frac{a^2}{2}$	 $S_{FKLM}=\frac{(b-a)^2}{2}$	 $S_{FKLM}=\frac{(b-a)^2}{2}$

Пусть ABCD – параллелограмм, a и b (a<b) – его стороны, *a* - острый угол. FKLM – тоже прямоугольник. Результаты исследования:

$a=\frac{b}{2}$	$a<\frac{b}{2}$	$a>\frac{b}{2}$
 $S_{FKLM}=\frac{a^2\sin a}{2}$	 $S_{FKLM}=\frac{(b-a)^2\sin a}{2}$	 $S_{FKLM}=\frac{(b-a)^2\sin a}{2}$

При пересечении биссектрис углов параллелограмма получится прямоугольник, площадь которого равна $\frac{(b-a)^2\sin a}{2}$, где a, b – стороны, *a* – острый угол. Если исходная фигура прямоугольник, то получится частный случай.

Если ромб ABCD с высотой a пересечен отрезками MN и PQ, лежащими на параллельных прямых, находящимися на расстоянии a, то отрезки MQ и NP пересекаются под углом, равным половине тупого угла (в случае квадрата будет угол 45° [4]).

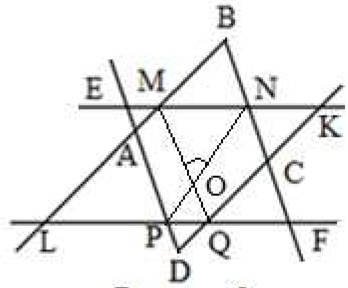


Рисунок 2

Пусть ∠ABC – острый угол ромба. MN ∩ AD = E, QP ∩ BC = F (рисунок 2). ENFP – ромб. NP – его диагональ и, значит, биссектриса ∠MNC. Если продлим стороны AB и CD до пересечения с прямыми PQ и MN, получим ромб MKQL, в котором диагональ MQ будет биссектрисой ∠AMN.

Пусть ∠BMN=α, ∠BNM=β. В ΔMBN α+β+∠MBN =180°. Тогда α+β=180°-∠MBN. $\angle NMA = 180^\circ - \alpha$, $\angle NMO = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$, т. к. MQ - биссектриса $\angle AMN$. $\angle MNC = 180^\circ - \beta$, $\angle MNO = \frac{180^\circ - \beta}{2}$, т. к. NP - биссектриса $\angle MNC$. Рассмотрим ΔMNO. ∠MON=180°-∠NMO-∠MNO=180°-$\frac{180^\circ - \alpha}{2}$-$\frac{180^\circ - \beta}{2}$ = $\frac{\alpha + \beta}{2}$. Так как $\alpha + \beta = 180^\circ - \angle MBN$, то $\angle MON = \frac{180^\circ - \angle MBN}{2}$. Так как ABCD- ромб, то $\angle BAD + \angle CBA = 180^\circ$, отсюда $\angle CBA = 180^\circ - \angle BAD$. $\angle MON = \frac{180^\circ - (180^\circ - \angle BAD)}{2} = \frac{\angle BAD}{2}$.

В работе доказано, что противоположные вершины ромба и точка пересечения отрезков лежат на одной прямой.

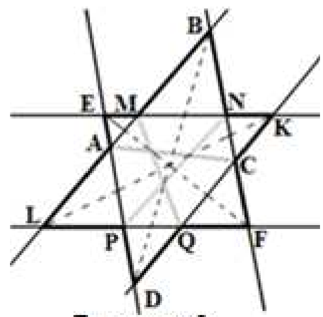


Рисунок 3

При рассмотрении предыдущей задачи, можно обнаружить три ромба с равными высотами: ABCD, ENFP, MKQL (рисунок 3). Доказаны некоторые свойства получившегося звёздчатого шестиугольника AEMBNKCFQDPL. а) отрезки EF, MQ и AC пересекаются в одной точке; б) отрезки BD, MQ и NP пересекаются в одной точке; в) отрезки KL, NP и CA пересекаются в одной точке; г) отрезки EF, BD и KL пересекаются в одной точке.

Таким образом, отрезки, исходящие из острых противоположных углов звездчатого шестиугольника, пересекаются в одной точке O. Отрезки, исходящие из неострых противоположных углов попарно пересекаются, а точки пересечения образуют треугольник, внутри которого находится точка O.

ЛИТЕРАТУРА

1. Наглядная геометрия, 8 класс: пособие для учащихся учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения/ В.В.Казаков. – 4-е изд. - Минск: Аверсэв, 2015. – 121 с.: ил.

2. Геометрия: учебное пособие для 8-го класса учреждений общего среднего образования с русским языком обучения/ В.В.Казаков. – Минск: Народная асвета, 2018..- 199 с.: ил.

3. https://ronl.org/stati/matematika/472610/

4. http://www.kvant.info/m68/savin1991-1992.htm

УДК 510.6

Учащ. К. Л. Коровайская

Науч. рук. В. В. Жавнерко, учитель математики

(ГУО «Средняя школа № 2 г. Березовки»)

КЛАССИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ СОФИЗМОВ. ИХ ЗНАЧЕНИЕ В РАЗВИТИИ ЛОГИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ

Целью исследовательской работы является изучение понятия софизма и определение сферы его применения в школе, во внеклассной деятельности.

Гипотеза данной работы: возможно ли создать свой софизм.

Задачи, которые я перед собой поставила – это:

- узнать, какие бывают софизмы;
- познакомиться с классификацией математических софизмов, изучить их значение в развитии логического мышления человека;
- составить свой софизм.

Так что же такое софизм?

Софизм — это ложное умозаключение, которое, тем не менее, при поверхностном рассмотрении кажется правильным. Софизм основан на преднамеренном, сознательном нарушении правил логики.

Чем же полезны софизмы для изучающих математику? Что они могут дать?

✓ Разбор софизмов прежде всего развивает логическое мышление.

✓ Разбор софизмов помогает сознательному усвоению изучаемого математического материала, развивает наблюдательность, вдумчивость.

✓ Разбор софизмов увлекателен.