$G(0,0,0,\dots,a_m,\dots a_k)$- граф, то есть существуют графы вида $G(0,a_2\dots a_k)$, $G(0,0,a_3\dots a_k)$, $G(0,0,\dots 0,a_p \dots a_k)$.

Теорема 2. Пусть $a_1 \geq 1$, $a_2 = 0$, …, $a_p \geq p, (p \in \overline{1,k})$, a_{2s} – четные ($s \in \overline{1,k}$). Тогда существует граф вида $G(a_1,0,a_3,a_4\dots a_k)$.

Теорема 3. Пусть $a_1 \geq 1$, $a_2 \geq 3$, $a_3 \geq 3$, $a_4 \geq 5$, $a_5 \geq 5$, a_2, a_4 – нечетные. Тогда существует почти полный граф типа $G(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$.

В результате исследования были получены следующие результаты 1. Введено определение почти полного графа типа $G(a_1,a_2 \dots a_k)$;

2. Определены условия существования почти полных графов типа $G(a_1,a_2 \dots a_k)$:

а)если $a_1 \geq 1$, $a_2 \geq 2$, $\dots, a_p \geq p, (p \in \overline{1,k})$, a_{2s} – четные ($s \in \overline{1,k}$), то граф $G(a_1,a_2 \dots a_k)$ существует.

б) При отсутствии вершин в некоторых множествах, граф типа $G(a_1,a_2 \dots a_k)$ существует.

3. Выведен алгоритм построения графов типа $G(a_1,a_2 \dots a_k)$;

4. Определены условия существования графов типа $G(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ и $G(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$:а) Если $a_1 \geq 1$, $a_2 \geq 3$, $a_3 \geq 3$, $a_4 \geq 5$, $a_5 \geq 5$, a_2, a_4 – нечетные, то почти полный граф типа $G(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ существует; б) Граф $G(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ существует, если одно из множеств a_2, a_4, a_6 не имеет вершин, и одно из оставшихся множеств будет иметь четное количество вершин.

УДК 512.542

Учащ. А. Е. Иванов
(ГУО «Гимназия №1 г. Витебска имени Ж.И. Алферова»)
Науч. рук. Н. Т. Воробьев, доктор физ-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой алгебры и методики преподавания математики
(ГУО «ВГУ имени П. М. Машерова»)

О ХАРАКТЕРИЗАЦИЯХ ЛОКАЛЬНО НОРМАЛЬНЫХ КЛАССОВ ФИТТИНГА

В работе рассматриваются только конечные разрешимые группы.

В определениях и обозначениях мы следуем [1].

В теории разрешимых групп и их классов задача описания структурных свойств классов Фиттинга связана с применением нормальных классов Фиттинга и их характеризаций ([1], разделы 3, 6 главы X).

Класс групп $\mathfrak{F}$ называется классом Фиттинга, если $\mathfrak{F}$ замкнут относительно взятия нормальных подгрупп и произведений нормальных $\mathfrak{F}$-подгрупп.

Класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется нормальным [2], если для любой группы G её

$\mathfrak{F}$-радикал является максимальной из подгрупп G, принадлежащих $\mathfrak{F}$.

Пусть $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп. Тогда класс Фиттинга $\mathfrak{F}$ называется:

1) $\mathfrak{X}$-нормальным [3], если $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ и для любой группы G из $\mathfrak{F}$ её $\mathfrak{F}$-радикал является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой G;

2) $\mathfrak{X}$-квазинормальным [4], если $\mathfrak{F} \subseteq \mathfrak{X}$ и из условия G – $\mathfrak{F}$-группа, чье сплетение с циклической группой порядка p – $\mathfrak{X}$-группа для каждого простого числа p, следует, что регулярное сплетение прямого произведения m сомножителей группы с циклической группой порядка p является $\mathfrak{F}$- группой для всех простых чисел p и некоторого натурального числа m.

Заметим, что если $\mathfrak{X}$ – класс всех разрешимых групп, то $\mathfrak{F}$ – в точности нормальный класс Фиттинга.

Значительный прогресс в исследовании факторизации и решёток нормальных классов Фиттинга был достигнут в работе Н. Т. Воробьёва и А. В. Марцинкевич [5], благодаря применению характеризаций ω-нормальных ($\mathfrak{S}_{\omega}$- нормальных) классов Фиттинга, которые были получены Дерком и Хоуксом (см.теорему X.3.7 [1]).

Основная цель настоящей работы – нахождение характеризаций ω- нормальных классов Фиттинга в терминах операторов Локетта [6] и квазинормальных классов Фиттинга.

Примеры локально нормальных классов.

Пример 2.1. Пусть $\emptyset \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$ и $p \in \omega$. Тогда класс всех -групп $\mathfrak{N}_p$ нормален в классе всех нильпотентных ω-групп $\mathfrak{N}_{\omega}$, т.е. $\mathfrak{N}_p \trianglelefteq \mathfrak{N}_{\omega}$ для каждого простого $p \in \omega$.

Пример 2.2. Пусть $\emptyset \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$ и $\mathfrak{X}$ – непустой класс Фиттинга ω-групп. Тогда $\mathfrak{X}$ нормален в произведении $\mathfrak{X} \diamond \mathfrak{N}_{\omega}$ классов Фиттинга $\mathfrak{X}$ и $\mathfrak{N}_{\omega}$.

Пример 2.3. Любой непустой класс Фиттинга $\mathfrak{X}$ нормален в классе Фиттинга $\mathfrak{X}\mathfrak{N}$, т.е. $\mathfrak{X} \trianglelefteq \mathfrak{X}\mathfrak{N}$, где $\mathfrak{N}$ – класс всех нильпотентных групп.

Основной результат работы – следующая теорема

Теорема 3.1. Пусть $\emptyset \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$, F – класс Фиттинга -групп и $\mathfrak{H} = (\mathfrak{F}\mathfrak{N}_{\omega})^{*}$. Если $\mathfrak{H}$ – локальный класс Фиттинга, то следующие утверждения равносильны:

(1) $\mathfrak{F}$ – ω-нормальный класс Фиттинга;

(2) если $\mathfrak{X}$ – класс Фиттинга ω-групп такой, что $\mathfrak{F}$ нормален в $\mathfrak{X}$, то

$\mathfrak{F}$ квазинормален в $\mathfrak{X}$;

(3) $\mathfrak{F}$ квазинормален в $\mathfrak{F} \diamond \mathfrak{N}_{\omega}$;

(4) $\mathfrak{F}^{*} = \mathfrak{F}^{*} \diamond \mathfrak{N}_{\omega}$.

Замечание 3.2. Если $\omega = \mathbb{P}$, то класс $\mathfrak{H}$ из условия теоремы совпадает с классом Фиттинга $(\mathfrak{F}\mathfrak{N})^{*}$.

Следствие 3.3 [4, теорема 5.35]. Пусть $\mathfrak{F}$ – класс Фиттинга. Тогда

следующие утверждения равносильны:

(1) $\mathfrak{F}$ – нормальный класс Фиттинга;

(2) Если $\mathfrak{X}$– класс Фиттинга такой, что $\mathfrak{F}$ нормален в $\mathfrak{X}$, то $\mathfrak{F}$

квазинормален в $\mathfrak{X}$;

(3) $\mathfrak{F}$ квазинормален в $\mathfrak{F}\mathfrak{N}$;

(4) $\mathfrak{F}^{*} = \mathfrak{F}\mathfrak{N}$.

Заключение

Пусть $\mathbb{P}$ – множество всех простых чисел и $\emptyset \neq \omega \subseteq \mathbb{P}$. Класс Фиттинга

$\mathfrak{F}$ называется ω-нормальным, если для любой ω-группы её $\mathfrak{F}$-радикал является $\mathfrak{F}$-максимальной подгруппой этой группы. Если $\omega = \mathbb{P}$, то класс $\mathfrak{F}$ называют нормальным. В работе найдены характеризации разрешимых ω-нормальных классов Фиттинга в терминах операторов Локетта и свойства квазинормальности. Доказано, что если $\mathfrak{F}$ – класс Фиттинга и $(\mathfrak{F}\mathfrak{N}_{\omega})^{*}$ – локальный класс Фиттинга, то $\mathfrak{F}$ -нормален в точности тогда, когда выполняется хотя бы одно из следующих условий: (1) если $\mathfrak{F}$ нормален в классе Фиттинга ω-групп, то $\mathfrak{F}$ квазинормален в $\mathfrak{X}$; (2) $\mathfrak{F}$ квазинормален в $\mathfrak{F} \diamond \mathfrak{N}_{\omega}$; (3) $\mathfrak{F}^{*} = \mathfrak{F}^{*} \diamond \mathfrak{N}_{\omega}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Doerk, K. Finite Soluble Groups / K.Doerk, T.C. Hawkes. – Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992.-891p. - (De Grupter Expo. Math., vol.4).

2. Blessenohl, D. Über normalen Schunk-und Fittingklassen / D. Blessenohl, W.Gaschütz // Math.Z.-1970.-Bd.118.-S.1-8.

3. Laue, H. Über nichtauflösbare normalen Fittingklassen / H. haue // J. Algebra. –1977. – Vol.45. – P. 274-283.
4. Hauck, P. Zur Theorie der Fittingklasses endlicher auflösbarer Gruppen / P.Hauck // Habilitationschrift. Mainz: Johanes Gutenberd – Univ. Mainz. – 1977. – 152s.
5. Воробьёв, Н.Т. Конечные π-группы с нормальными инъекторами. / Н.Т.Воробьёв, А.В. Марцинкевич // Сиб. матем. журн. – 2015. – Т.56, №4. – С.790-797
6. Lockett, F.P. The Fitting class F^* / F.P. Lockett // Math. Z. – 1974. – Bd. 137. –S.131-136.

УДК 517.965
Учащ. Д. Н. Каноплич
Науч. рук. Т. Г. Никитина, учитель математики
(ГУО «Средняя школа№ 21 им. Героя Советского Союза В.А. Демидова)

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Одно из важнейших математических умений, которым должны овладеть учащиеся средней школы, − умение решать уравнения. Корень уравнения находят в одно или более действий, многие текстовые задачи решаются алгебраическим способом, то есть уравнения одновременно сами по себе являются задачами и способами решения задач, умение решать которые необходимы всем учащимся школы. Но во время решения тренировочных заданий мне попалось уравнение, которое я решить не смогла. Как я узнала позже от учителя, такое уравнение решается функциональным методом.

Что же такое функциональный метод? И как решают уравнения этим методом? Эти вопросы заинтересовали меня, и я решила провести исследование.

Актуальность работы заключается в том, что эта тема в школьном курсе математики уделяется недостаточно времени на изучение данной темы, а при поступлении в престижные ВУЗы, на олимпиадах, в заданиях ЦТ такие задачи встречаются.

Цель работы − выяснить, что собой представляет функциональный метод решения уравнений и неравенств, научиться применять его на практике.

В процессе написания работы применялись элементы научного исследования: изучение, анализ и обобщение теоретического материала, наблюдение, сравнение, классификация, самостоятельный анализ фактов, выдвижение гипотез и их проверка, формулировка выводов, а также дальнейшее апробирование поставленной проблемы