

В. С. Францкевич, ассистент; П. Е. Вайтехович, доцент

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛА ПО РАЗМОЛЬНОЙ ТАРЕЛКЕ ВАЛКОВО-ТАРЕЛЬЧАТОЙ МЕЛЬНИЦЫ

The equations of movement of a crushed material on a rotating plate roller mills are developed. Feature of the presented equations is the account by their development of interaction of particles among themselves, i.e. additional force of friction between the next particles. Using the received system of the equations it is possible to define relative and full speeds of movement of a particle on a plate, a corner of falling particles, to construct a trajectory of movement of a material. Between particles for relative and absolute speeds of a material calculation has been made for an estimation of influence of force of friction both with its account, and without it. Graphic dependence of change of speeds of a material on an output with grinding plates of a mill from frequency of her rotation for these two cases is received. It is noticed, that additional force of friction renders the greatest influence for relative speed, and accordingly on a trajectory of movement of particles on a plate. The offered system of the equations at substitution of meeting entry conditions can be used to calculation of movement of a material on grinding to a plate in various types roller mills.

В химической промышленности процессы измельчения материалов имеют очень важное значение. Они используются для подготовки сырьевых компонентов, переработки полуфабрикатов, получения товарной продукции, утилизации отходов. Процесс измельчения требует больших энергетических затрат и сопряжен с безвозвратной потерей металла из-за износа рабочих элементов. Замечено, что на измельчение затрачивается около 10 % производимой в мире электроэнергии и несколько миллионов тонн высококачественной стали. Около 40 % энергии, используемой в горно-рудной промышленности, расходуется на измельчение, в промышленности строительных материалов около 30 %, в химической до 30 %. Мощность привода мельниц в горно-рудной промышленности и в цементном производстве достигает 12 000 кВт [1]. Большие энергетические затраты объясняются не только большими объемами перерабатываемых материалов, но и тем, что используемые для измельчения машины, особенно для помола, отличаются низкой эффективностью. Известно, что удельный расход энергии значительно зависит не только от конструкции измельчителя, но и от способа измельчения и выбора рациональной схемы помола. Поэтому за счет выбора оптимального способа и более совершенной конструкции мельницы можно значительно понизить расход электроэнергии на помол [2].

В отечественной практике для измельчения материалов наибольшее распространение получили барабанные шаровые мельницы. Однако они относятся к наиболее энерго- и металлоемким устройствам. Одними из перспективных измельчителей для помола различных материалов являются валково-тарельчатые мельницы (рис. 1) с воздушной классификацией готового продукта (в различных странах их еще называют вертикальные валковые мельницы, валковые среднеходные мельницы). К их преимуществам

можно отнести компактность, относительно небольшой расход энергии на помол, малый износ рабочих органов, низкую инерционность. Эти мельницы работают в замкнутом цикле с воздушным сепаратором, легко перестраиваются на требуемую тонкость помола и часто используются в качестве помольно-сушильных комплексов с пневмотранспортом готового продукта. Для нашей страны, собственные энергоресурсы которой ограничены, особенно важным преимуществом следует считать низкие удельные энергозатраты (10–15 кВт · ч/т) [3, 4].

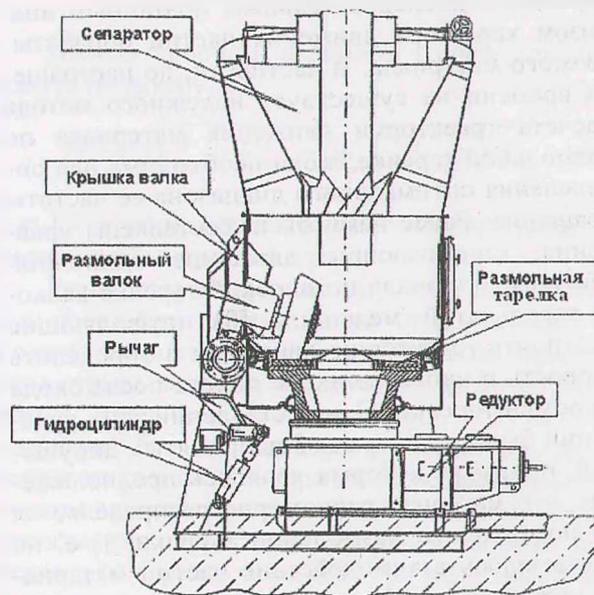


Рис. 1. Валково-тарельчатая мельница

Однако, несмотря на очевидные преимущества, помольные агрегаты с валково-тарельчатыми мельницами у нас практически не используются. Это обусловлено отсутствием работ по комплексному исследованию таких агрегатов, определению их оптимальных

конструктивных и технологических параметров, созданию методов расчета. Из-за сложности процессов, протекающих в мельнице на основе экспериментальных данных определены только некоторые технологические параметры и соотношения геометрических размеров [5, 6]. Учитывая перспективность помольных агрегатов с валковыми мельницами и необходимость их использования в различных отраслях промышленности нашей страны, именно этот агрегат выбран в качестве объекта исследования. Комплексные исследования этих мельниц ведутся авторами уже несколько лет. Экспериментально подтверждена высокая эффективность и низкие энергозатраты при проведении помола в валково-тарельчатых мельницах, определены направления и области рационального использования различных конструкций сепараторов в комплексе с этой мельницей, исследована аэродинамика помольного агрегата, проведены успешные производственные испытания запатентованной авторами валковой мельницы [7].

В теоретическом плане серьезной проблемой в настоящее время является отсутствие единой инженерной методики определения оптимальных геометрических параметров и скорости движения рабочих органов этих мельниц. Решение данной проблемы может быть обеспечено лишь путем моделирования процессов измельчения сыпучих материалов в агрегате с последовательным поэтапным анализом характера движения частиц обрабатываемого материала. В частности, до настоящего времени не существует надежного метода расчета траектории движения материала по размольной тарелке, а она необходима для определения оптимального диапазона ее частоты вращения. Ранее нами были составлены уравнения, описывающие движение одиночной частицы материала по плоской тарелке валково-тарельчатой мельницы [8], позволяющие построить траекторию движения и определить скорость и направление ее полета после схода с кромки тарелки. При составлении этих уравнений был принят ряд общепринятых допущений, одним из которых являлось предположение, что материал равномерно распределяется по поверхности размольной тарелки, т. е. не учитывалось взаимодействие частиц материала между собой. Анализ существующих методик определения траектории движения материала по вращающейся поверхности различных устройств (дисковых сепараторов, дисковых распылителей и т. д.) показал, что в процессе их составления трением между соседними частицами также пренебрегали [9]. Некоторые авторы объясняли это незначительностью ее влияния на траекторию движения и

скорость частиц вследствие равномерного их распределения по поверхности. Однако очевидно, что в валково-тарельчатых мельницах по различным причинам (торможение впереди скользящих частиц при контакте с размольным валком, начало движения материала после разрушающего воздействия) соприкосновение частиц друг с другом во время их скольжения по тарелке будет происходить. Поэтому нами была предпринята попытка оценить это воздействие путем составления и решения уравнений, описывающих движение материала по вращающейся поверхности с учетом силы трения между частицами.

Для описания движения твердых частиц по размольной тарелке валково-тарельчатой мельницы можно использовать уравнение динамики несвободной материальной точки:

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_i + \bar{N}_1, \quad (1)$$

где  $m$  – масса частицы, кг;  $a$  – абсолютное ускорение частицы,  $m/c^2$ ;  $F_i$  – активные силы, действующие на частицу, Н;  $N_1$  – реакция связи, Н.

В качестве активных сил здесь выступают сила тяжести и силы трения частиц по диску и между собой. Поскольку движение рассматривается в плоскости тарелки, то перпендикулярные к ней сила тяжести и нормальная реакция не оказывают влияния на характер движения. Тогда для абсолютного движения вдоль плоскости тарелки уравнение (1) примет вид

$$m\bar{a} = \bar{F}_{\text{тр}1} + \bar{F}_{\text{тр}2}, \quad (2)$$

где  $F_{\text{тр}1}$ ,  $F_{\text{тр}2}$  – силы трения частиц по диску и между собой соответственно, Н.

Движение материала по вращающейся тарелке мельницы является сложным, поэтому его можно представить в виде переносного и относительного. Если связать подвижную систему координат с центром тарелки, то переносное движение – вращение тарелки с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Линейная переносная скорость при этом равна

$$V_{\text{пер}} = \omega r, \quad (3)$$

где  $\omega$  – угловая скорость тарелки, рад/с;  $r$  – текущий радиус тарелки, м.

Уравнение динамики относительного движения материальной точки будет иметь вид

$$m\bar{a}_{\text{отн}} = \bar{F}_{\text{тр}1} + \bar{F}_{\text{тр}2} + \bar{F}_{\text{пер}} + \bar{F}_{\text{кор}}, \quad (4)$$

где  $a_{\text{отн}}$  – относительное ускорение частицы,  $m/c^2$ ;  $F_{\text{пер}}$  – переносная (центробежная) сила инерции, Н;  $F_{\text{кор}}$  – кориолисова сила инерции, Н.

Силу трения, возникающую при взаимодействии соседних частиц, можно определить через нормальную реакцию, возникающую от давления одной частицы на другую, обусловленного инерционными силами. Исходя из расчетной схемы (рис. 2), находим силу трения:

$$F_{\text{тр}2} = f_2 N_2 = f_2 (F_{\text{пер}} \sin \psi - F_{\text{пер}}), \quad (5)$$

где  $f_2$  – коэффициент трения материала;  $N_2$  – нормальная реакция, Н;  $\psi$  – угол между векторами относительной скорости частицы и ее радиальной составляющей, град.

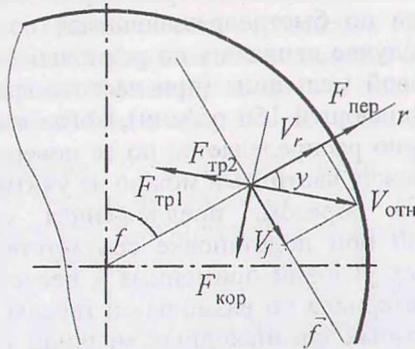


Рис. 2. Расчетная схема

Выражая силы через определяющие их параметры, а ускорение через относительную скорость, после сокращения массы получаем:

$$\frac{d\bar{V}_{\text{отн}}}{dt} = f_1 \bar{g} + \bar{\omega}^2 \bar{r} + 2 \bar{\omega} \bar{V}_{\text{отн}} + f_2 (\bar{\omega}^2 \bar{r} - 2 \bar{\omega} \bar{V}_{\text{отн}}), \quad (6)$$

где  $f_1$  – коэффициент трения материала с поверхностью тарелки.

Поскольку переносное движение является вращательным, а частицы движутся в одной и той же плоскости, то их положение удобно определить полярными координатами  $r$  и  $\varphi$ .

Относительная скорость частицы будет геометрически складываться из радиальной  $V_r$  и тангенциальной  $V_\varphi$  составляющих численно равных

$$V_r = \frac{dr}{dt}; \quad V_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt}. \quad (7)$$

Таким образом, уравнение (6) в проекциях на подвижные полярные оси примет вид

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 &= -f_1 g \cos \psi - 2\omega V_{\text{отн}} \sin \psi + \\ &+ \omega^2 r - f_2 (\omega^2 r \sin \psi - 2\omega V_{\text{отн}}) \cos \psi, \\ r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} &= -f_1 g \sin \psi + 2\omega V_{\text{отн}} \cos \psi - \\ &- f_2 (\omega^2 r \sin \psi - 2\omega V_{\text{отн}}) \sin \psi. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

После преобразований получаем систему уравнений движения частицы материала по тарелке в полярной системе координат с учетом трения между соседними частицами:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 &= -f_1 g \frac{dr}{dt} \sqrt{\left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \left( r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2} - \\ &- 2\omega r \frac{d\varphi}{dt} + \omega^2 r - f_2 \left( \frac{\omega^2 r^2 \frac{d\varphi}{dt} \frac{dr}{dt}}{\left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \left( r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2} - 2\omega \frac{dr}{dt} \right) \\ r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} &= -f_1 g \frac{r \frac{d\varphi}{dt}}{\sqrt{\left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \left( r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2}} + \\ &+ 2\omega \frac{dr}{dt} - f_2 \left( \frac{\omega^2 r^3 \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)^2}{\left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + \left( r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2} - 2\omega r \frac{d\varphi}{dt} \right) \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Величину и направление относительной скорости частицы можно определить, разложив последнюю на радиальную и тангенциальную составляющие:

$$V_{\text{отн}} = \sqrt{V_r^2 + V_\varphi^2}. \quad (10)$$

Полная скорость в данном случае определяется по формуле

$$V = \sqrt{V_{\text{пер}}^2 + V_{\text{отн}}^2 + 2V_{\text{отн}} V_{\text{пер}} \cos \lambda}, \quad (11)$$

где  $\lambda$  – угол между векторами относительной и переносной скоростей, град.

Решая полученную систему численным методом Рунге-Куты можно найти относительную и полную скорости движения частицы по тарелке, угол отрыва частицы, построить траекторию движения материала. Для апробации полученных уравнений был проведен расчет траектории движения по размоленной тарелке экспериментальной модели валково-тарельчатой мельницы. На рис. 3 представлены траектории движения частицы материала по тарелке мельницы при различных частотах вращения. По виду полученных траекторий можно отметить, что с увеличением частоты вращения, при одинаковом времени нахождения материала на тарелке, увеличивается путь, пройденный частицами. Для гарантированного попадания материала под размольный валок необходимо, чтобы за время поворота тарелки от одного валка к другому, частица в радиальном направлении прошла путь, не превышающий ширину валка.

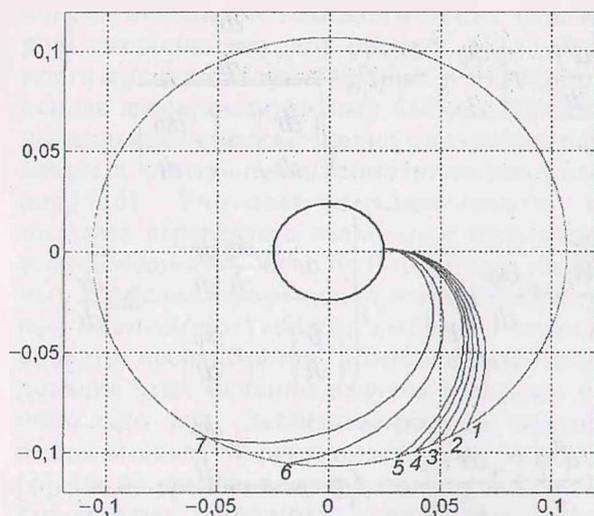


Рис. 3. Траектория движения материала по размольной тарелке при ее частоте вращения, об/мин: 1 – 80; 2 – 90; 3 – 100; 4 – 110; 5 – 120; 6 – 200; 7 – 300

Для оценки влияния силы трения  $F_{тр2}$  между частицами расчет был произведен как с ее учетом, так и без учета. На рис. 4 представлена графическая зависимость изменения относительной и полной скоростей материала на выходе с вращающейся тарелки от частоты ее вращения для этих двух случаев.

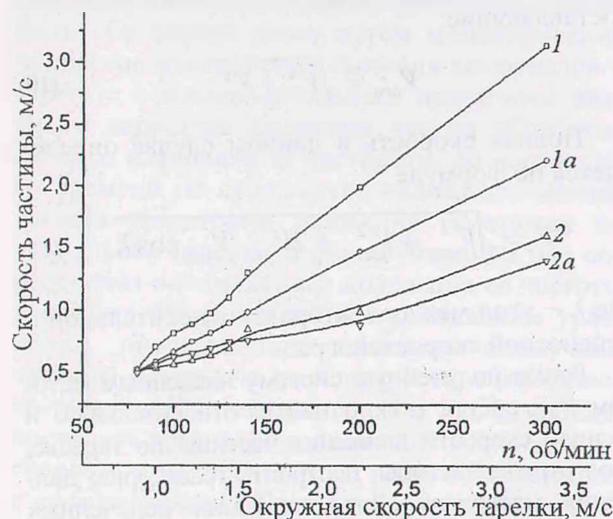


Рис. 4. Изменение скоростей частицы в зависимости от частоты вращения тарелки: 1, 1а – относительная скорость частицы без учета и с учетом силы трения соответственно; 2, 2а – полная скорость частицы без учета и с учетом силы трения соответственно

Из полученного графика видно, что наибольшее влияние сила трения между частицами оказывает на относительную скорость и соответственно траекторию движения материала. Особенно это проявляется при повышенных частотах вращения тарелки. Уменьшение полной скорости частицы для рабочего диапазона

угловых скоростей тарелки при учете дополнительной силы трения не превышает 10%.

На основании полученных данных можно сделать вывод, что учет силы трения между частицами целесообразен при определении скоростей и построении траектории движения материала по быстровращающимся поверхностям. В случае движения по размольной тарелке валковой мельницы (при частоте вращения не превышающей 150 об/мин), когда материал равномерно распределяется по ее поверхности, трение между частицами можно не учитывать.

Таким образом, предложенная система уравнений при подстановке соответствующих начальных условий применима к расчету движения материала по размольной тарелке в различных типах среднеходных мельниц и определению оптимальной частоты вращения помольного органа.

### Литература

1. Ходаков, Г. С. Тонкое измельчение строительных материалов / Г. С. Ходаков. – М.: Стройиздат, 1972. – 239 с.
2. Гийо, Р. Проблема измельчения материалов и ее развитие / Р. Гийо. – М.: Стройиздат, 1974. – 225 с.
3. Jang, O. MPS vertical roller mills for blended cements / O. Jang // World Cement. – 1989. – № 20, v. 20. – P. 12–19.
4. Leyser, W. Grinding for cement with extenders on MPS vertical roller mills / W. Leyser, P. Hill, H/ Sillem // ZKG International. – 1986. – № 20. – P. 246–247.
5. Михеев, Г. Г. Интенсификация процессов измельчения сыпучих материалов в среднеходной валковой мельнице: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08 / Г. Г. Михеев; Иванов. энергет. ин-т. – Иваново, 1984. – 16 с.
6. Балдин, Г. В. Исследование размола канско-ачинских бурых углей в валковой среднеходной мельнице на стенде / Г. В. Балдин, Н. Е. Нечаева // Теплоэнергетика. – 1977. – № 10. – С. 50–54.
7. Вайтехович, П. Е. Исследования влияния рабочих параметров валковых мельниц на удельные энергозатраты / П. Е. Вайтехович, В. С. Францкевич // Строительная наука и техника. 2007. – № 2. – С. 18–22.
8. Францкевич, В. С. Оптимизация движения материала по размольной тарелке среднеходной мельницы. / В. С. Францкевич, П. Е. Вайтехович // Труды БГТУ. Сер. III, Химии и технологии неорганич. в-в. – Минск, 2001. – Вып. IX. – С. 109–113.
9. Маркман, Я. Б. К расчету движения материала на размольной тарелке вертикальной роликовой мельницы / Я. Б. Маркман, В. И. Силкина // Сб. науч. тр. / ВНИИЦеммаш. – Тольятти, 1985. – С. 58–67.