

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТИ ПРИВОДА ПЛАНЕТАРНЫХ МЕЛЬНИЦ

The basic components of consumption of capacity of the planetary mills are considered. The algorithm of calculation of the general costs of power is developed.

Определение мощности, потребляемой электродвигателем планетарной мельницы, является одной из наиболее важных задач при проектировании данного типа помольного оборудования. Несмотря на то, что теоретических работ по изучению этих машин было проведено немало [1–3], исследование вышеупомянутого параметра либо не производилось, либо сводилось лишь к установлению полезной мощности, затрачиваемой на проведение процесса помола [2].

Поэтому была поставлена задача по определению потребляемой мощности планетарной мельницы в зависимости от ее конструктивных и кинематических параметров.

Проанализировав работу мельниц планетарного типа, можно сделать вывод, что при их эксплуатации энергия затрачивается на вращение барабанов, подъем мелющих тел, сообщение им кинетической энергии и преодоление трения качения о неподвижную кольцевую поверхность, по которой осуществляется обкатка.

Так, работа, затрачиваемая на вращение барабанов с мелющими телами за один оборот водила, определяется следующим образом:

$$A_b = (G_b + G_{ш}) \cdot l \cdot 2\pi \cdot z, \quad (1)$$

где  $G_b$  – сила тяжести барабана, Н;  $G_{ш}$  – сила тяжести шаров, Н;  $l$  – плечо силы тяжести относительно оси мельницы, м;  $z$  – количество барабанов.

Для барабана силу тяжести можно найти по формуле

$$G_b = \frac{\pi \cdot (D_{б.вн}^2 - D_{б.вн}^2)}{4} \cdot \rho \cdot L \cdot g, \quad (2)$$

где  $D_{б.вн}$  – внешний диаметр барабана, м;  $D_{б.вн}$  – внутренний диаметр барабана, м;  $\rho$  – плотность материала, из которого изготовлен барабан, кг/м<sup>3</sup>;  $L$  – длина барабана, м;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Сила тяжести мелющих тел определяется следующим образом:

$$G_{ш} = \frac{\pi \cdot D_{б.вн}^2}{4} \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \rho \cdot L \cdot g, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  – коэффициент заполнения объема барабана мелющими телами;  $\mu$  – коэффициент разрыхления загрузки, для шаров  $\mu = 0,575$ .

Плечо силы тяжести барабана с мелющими телами при различных углах поворота водила будет иметь разную величину. Это объясняется тем, что мелющая загрузка сосредотачивается в определенной части барабана, в результате чего общий центр тяжести удаляется или приближается к оси мельницы (рис. 1). Поэтому с достаточной точностью величину плеча силы тяжести можно вычислить по формуле

$$l = (R - r_b) = R \cdot (1 - k), \quad (4)$$

где  $R$  – радиус неподвижной кольцевой поверхности, по которой осуществляется обкатка, м;  $r_b$  – радиус барабана (приводного колеса), обкатывающегося по неподвижной кольцевой поверхности, м;  $k$  – геометрический критерий,  $k = r_b / R$ .

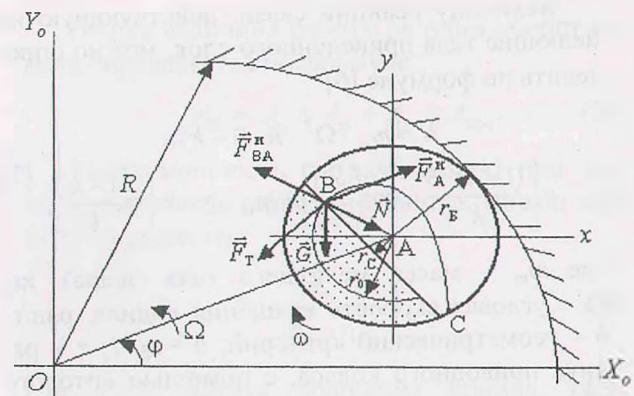


Рис. 1

Таким образом, окончательно формула для определения работы, затрачиваемой на вращение помольных барабанов, будет иметь вид

$$A_b = \left( \frac{\pi \cdot (D_{б.вн}^2 - D_{б.вн}^2 (1 - \varepsilon \cdot \mu))}{4} \right) \times \rho \cdot L \cdot g \cdot R \cdot (1 - k) \cdot 2\pi \cdot z. \quad (5)$$

При нахождении работы, затрачиваемой на подъем мелющих тел и сообщение им кинетической энергии, следует учитывать то, что загрузка в барабане планетарной мельницы представляет собой сектор, состоящий из нескольких слоев мелющих тел, каждый из которых движется по круговой траектории до тех пор, пока реакция связи  $N$  не станет равной нулю [4]. Затем шары отрываются от основной массы и движутся по

параболическим траекториям. Причем угол отрыва измельчающих тел зависит от многих параметров. К ним относятся угловая скорость вращения барабана, степень его заполнения шарами, радиус слоя загрузки, геометрический критерий  $k$  [4–6].

Угол отрыва и высота подъема шаров, расположенных на разных слоях, будут различными. Это объясняется тем, что величина относительной силы инерции  $F_{BA}$  зависит от радиуса, на который удалены мелющие тела от центра барабана. Поэтому целесообразно заменить все слои шаровой загрузки, движущиеся по круговым траекториям, одним приведенным слоем радиуса  $r_0$  [7]:

$$r_0 = \sqrt{\frac{r_6^2 - r_c^2}{2}}, \quad (6)$$

где  $r_0$  – расстояние от центра барабана, до приведенного слоя загрузки, м;  $r_c$  – расстояние от центра барабана до свободной поверхности, образованной мелющими телами, м.

Величину реакции связи, действующую на мелющие тела приведенного слоя, можно определить по формуле [6]

$$N = m_{ш} \cdot \Omega^2 \cdot R \cdot (1 - k) \times \left[ \frac{(1 - k) \cdot b}{k} - \cos\left(\frac{\varphi}{k}\right) \right] + m_{ш} \cdot g \cdot \sin\left(\varphi \frac{1 - k}{k}\right), \quad (7)$$

где  $m_{ш}$  – масса мелющего тела (шара), кг;  $\Omega$  – угловая скорость вращения водила, рад/с;  $b$  – геометрический критерий,  $b = r_6 / r$ ;  $r$  – радиус приводного колеса, с помощью которого осуществляется обкатка барабанов (если обкатка осуществляется непосредственно барабанами, то  $r = r_6$ ), м.

Работу, необходимую для подъема мелющих тел на определенную высоту, начиная с которой они движутся по параболической траектории, устанавливается с помощью следующего выражения:

$$A_n = \alpha \cdot G_{ш} \cdot h_0 \cdot z, \quad (8)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, учитывающий количество мелющих тел, отрывающихся от сектора, образованного мелющей загрузкой,  $\alpha = \Delta\psi/\beta$ ;  $\Delta\psi$  – диапазон угла поворота барабана, при котором происходит отрыв мелющих тел, рад;  $\beta$  – угол, образованный загрузкой, рад;  $h_0$  – высота подъема шаров приведенного слоя от точки падения до точки отрыва, м.

Связь между углами поворота и угловыми скоростями водила и барабана в планетарной

мельнице устанавливается следующим образом [4]:

$$\psi = \varphi \cdot \frac{1 - k}{k}; \quad \omega = \Omega \cdot \frac{1 - k}{k}, \quad (9)$$

где  $\psi$  – угол поворота барабана, рад;  $\varphi$  – угол поворота водила, рад;  $\omega$  – угловая скорость вращения барабана, рад/с.

С учетом формулы (9) величину коэффициента  $\alpha$  можно вычислить следующим образом:

$$\alpha = \frac{\Delta\varphi \cdot (1 - k)}{k \cdot \beta}, \quad (10)$$

где  $\Delta\varphi$  – диапазон угла поворота водила, при котором реакция связи  $N$  приведенного слоя равна нулю, рад.

Высота  $h_0$  определяется по разности координат мелющего тела в момент отрыва  $y_B$  и в момент его соприкосновения со стенкой барабана  $y_C$  [8]

$$h_0 = |y_C - y_B|. \quad (11)$$

С учетом выражения (3) формула (8) примет вид

$$A_n = \alpha \cdot \frac{\pi \cdot D_{б.вн}^2}{4} \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \rho \cdot L \cdot g \cdot h_0 \cdot z. \quad (12)$$

Работу, затрачиваемую на сообщение мелющим телам кинетической энергии, можно рассчитать по формуле

$$A_k = \alpha \cdot \frac{G_{ш} \cdot v_B^2}{2 \cdot g} \cdot z, \quad (13)$$

где  $v_B$  – скорость шаров приведенного слоя в момент отрыва, м/с.

Так как барабан участвует в сложном движении, то полная скорость мелющих тел состоит из переносной  $v_A$  и относительной  $v_{BA}$ :

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}. \quad (14)$$

Переносную скорость шаров можно определить по формуле

$$v_A = \Omega \cdot R \cdot (1 - k). \quad (15)$$

Выражение для определения относительной скорости имеет вид

$$v_{BA} = \omega \cdot r_0. \quad (16)$$

Используя формулы (9), можно записать

$$v_{BA} = \frac{\Omega \cdot (1 - k) \cdot r_0}{k}. \quad (17)$$

Угол между векторами скоростей  $v_A$  и  $v_{BA}$  равен сумме  $\varphi$  и  $\psi$ . Поэтому полная линейная скорость шаров определяется следующим образом:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + v_{BA}^2 + 2 \cdot v_A \cdot v_{BA} \cdot \cos(\varphi + \psi)}. \quad (18)$$

С учетом формул (9), (15) и (17) выражение для нахождения скорости  $v_B$  будет иметь вид

$$v_B = \sqrt{\Omega^2 \cdot (1-k)^2 \left( R^2 + \frac{r_0^2}{k^2} \right) + \frac{2 \cdot \Omega^2 \cdot R \cdot (1-k)^2 \cdot r_0 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2 \cdot k}\right)}{k}}. \quad (19)$$

Тогда формула работы, затрачиваемой на сообщение мелющим телам кинетической энергии, примет вид

$$A_k = \frac{\pi \cdot D_{б.ш.}^2}{8} \cdot \epsilon \cdot \mu \cdot \rho \cdot L \times \left[ \Omega^2 \cdot (1-k)^2 \left( R^2 + \frac{r_0^2}{k^2} \right) + \frac{2 \cdot \Omega^2 \cdot R \cdot (1-k)^2 \cdot r_0 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2 \cdot k}\right)}{k} \right] \cdot z. \quad (20)$$

Следует отметить, что в выражения (19) и (20) необходимо подставлять угол  $\varphi$  поворота водила, при котором происходит отрыв мелющих тел приведенного слоя.

При работе планетарных мельниц мощность затрачивается и на преодоление сил трения. Так, обкатку помольных барабанов по неподвижной кольцевой поверхности (бандажу) можно рассматривать как качение ходовых колес по рельсовым путям. Тогда работу, затрачиваемую на преодоление трения качения, можно определить по формуле

$$A_{\text{кач}} = F \cdot f \cdot S \cdot z, \quad (21)$$

где  $F$  – усилие, действующее на ходовое колесо, Н;  $f$  – коэффициент сопротивления качению колеса по бандажу;  $L$  – перемещение барабана, м.

Сила  $F$  представляет собой реакцию связи от воздействия барабана с загрузкой на неподвижную кольцевую поверхность и определяется следующим образом:

$$F = \frac{G_{ш.}}{g} \cdot \Omega^2 \cdot R \cdot (1-k) \times \left[ \frac{(1-k) \cdot b}{k} - \cos\left(\frac{\varphi}{k}\right) \right] + G_{ш.} \cdot \sin\left(\varphi \frac{1-k}{k}\right) + \frac{G_{б.}}{g} \cdot \Omega^2 \cdot R \cdot (1-k) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{k}\right). \quad (22)$$

Коэффициент сопротивления качению колеса по бандажу определяется по выражению [9]

$$f = \frac{4b_1}{3\pi}, \quad (22)$$

где  $b_1$  – половина ширины площадки смятия колеса, м.

$$b_1 = 1,522 \sqrt{\frac{F \cdot r_n}{l_k \cdot E_n}}, \quad (23)$$

где  $r_n$  – приведенный радиус кривизны колеса и бандажа,  $r_n = r_1 \cdot r_2 / (r_1 + r_2)$ ;  $r_1, r_2$  – радиус кривизны колеса и бандажа соответственно, м;  $l_k$  – длина контактируемой поверхности колеса, м;  $E_n$  – приведенный модуль упругости,  $E_n = E_1 \cdot E_2 / (E_1 + E_2)$ ;  $E_1, E_2$  – модуль упругости материала колеса и бандажа соответственно, МПа.

Если колесо и бандаж изготовлены из одного материала, то  $E_n = E_1 = E_2$ . На основании формулы (23) выражение (22) можно записать следующим образом:

$$f = 0,646 \sqrt{\frac{F \cdot r \cdot R}{l_k \cdot E_n \cdot (r + R)}}. \quad (24)$$

Перемещение помольного барабана  $S$  за один оборот водила равно длине неподвижной кольцевой поверхности, по которой осуществляется обкатка, т. е.  $S = 2\pi R$ .

С учетом формулы (24) выражение (21) примет вид

$$A_{\text{кач}} = 6,929 \cdot (F \cdot R)^{1,5} \cdot \sqrt{\frac{r}{l_k \cdot E_n \cdot (r + R)}} \cdot z. \quad (25)$$

Общая величина работы за один оборот водила определяется по формуле

$$A_{\Sigma} = A_B + A_n + A_k + A_{\text{кач}}. \quad (26)$$

Тогда мощность, затрачиваемую при эксплуатации планетарной мельницы, можно найти из выражения

$$P = \frac{A_{\Sigma} \cdot n}{\eta_m \cdot \eta_{пр}}, \quad (27)$$

где  $n$  – частота вращения водила, об/с;  $\eta_m, \eta_{пр}$  – КПД мельницы и привода соответственно.

Для проверки достоверности проведенных теоретических исследований и сравнения их с действительными нами было принято решение провести расчет полупромышленной планетарной мельницы. Она имеет три барабана диаметром  $D_{б.вн} = 176$  мм, толщиной стенки  $\delta = 12$  мм и длиной  $L = 400$  мм, обкатывающихся посредством приводных колес с радиусом  $r = 100$  мм по бандажу с  $R = 0,285$  м. Причем длина контактируемой поверхности  $l_k = 5$  мм. Каждый помольный барабан опирается на два кронштейна с роликами и приводится в движение толкателем, установленным на центральном валу мельницы, от электродвигателя через клиноременную передачу (рис. 2).

У исследуемой мельницы отрыв шаров возможен при  $\Omega \leq 10,9$  рад/с. Для этой угловой

скорости и степени заполнения барабанов равной 50% были проведены расчеты по изложенной выше методике. Одновременно был проведен замер мощности по выходным параметрам частотного преобразователя, используемого для регулировки угловой скорости вращения барабанов. Отклонение расчетных значений от экспериментальных не превышает 7%.

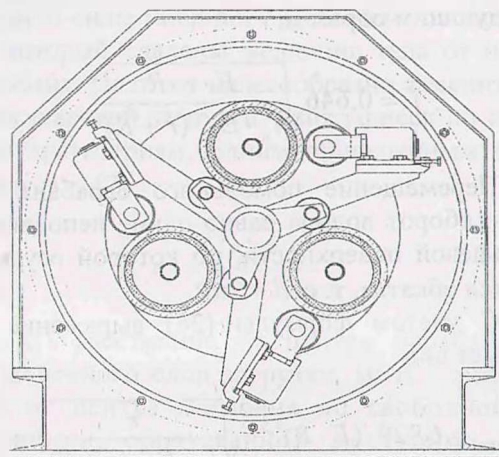


Рис. 2

Таким образом, с помощью данного метода расчета можно достаточно точно определить мощность электродвигателя, необходимого для работы планетарной мельницы, в зависимости от ее конструктивных и кинематических параметров. В этой связи уже на стадии проектирования появляется возможность рассчитать несколько вариантов конструкции машины и выбрать наиболее экономичную. Следует также отметить, что полученные формулы можно использовать для внутренней обкатки, а для внешней – необходимо выполнить их корректировку с помощью данных, приведенных в работах [10–13].

#### Литература

1. Бушуев Л. П. Об аналогии между движением массива частиц в шаровой и планетарной мельницах // Известия АН СССР, ОИИ: Механика и машиностроение. – 1959. – № 4. – С. 153–155.
2. Кочнев В. Г. Исследование закономерностей процесса самоизмельчения в планетарно-центробежных мельницах: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л.: Ленинград. горный ин-т им. Г. В. Плеханова, 1978. – 20 с.
3. Дмитрак Ю. В. Теория движения мелющей загрузки и повышение эффективнос-

ти оборудования для тонкого измельчения горных пород: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М.: Моск. горный ин-т, 2000. – 45 с.

4. Вайтехович П. Е., Гапанюк Д. В., Семенов Д. В. Условия отрыва шара от стенок барабана в планетарной мельнице с внутренней обкаткой // Труды БГТУ. Сер. III. Химия и технология неорганич. в-в. – 2002. – Вып. X. – С. 188–194.

5. Вайтехович П. Е., Семенов Д. В. Влияние геометрических параметров привода на динамику планетарных мельниц с внутренней обкаткой // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2004. – № 7. – С. 6–8.

6. Вайтехович П. Е. Кинематика планетарных мельниц с внутренней обкаткой // Труды БГТУ. Сер. III. Химия и технология неорганич. в-в. – 2002. – Вып. X. – С. 217–222.

7. Сиденко П. М. Измельчение в химической промышленности. – М.: Химия, 1980. – 368 с.

8. Вайтехович П. Е., Семенов Д. В. Движение мелющих тел в планетарной мельнице с внутренней обкаткой // Весці. НАН Беларусі: Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2005. – № 1. – С. 39–43.

9. Додонов Б. П., Лифанов В. А. Грузоподъемные и транспортные устройства. – М.: Машиностроение. – 1984. – 136 с.

10. Вайтехович П. Е., Хвесько Г. М., Гапанюк Д. В., Семенов Д. В. Отрыв мелющих тел от поверхности барабана в планетарной мельнице с внешней обкаткой // Труды БГТУ. Сер. III. Химия и технология неорганич. в-в. – 2003. – Вып. XI. – С. 188–194.

11. Вайтехович П. Е., Хвесько Г. М., Семенов Д. В. Движение мелющих тел после отрыва от стенок барабана планетарной мельницы // Теоретические основы химической технологии. – 2005. – № 3. – С. 334–336.

12. Вайтехович П. Е., Семенов Д. В. Влияние геометрических параметров привода на динамику планетарных мельниц с внешней обкаткой // Химическая промышленность. – 2005. – № 1. – С. 36–39.

13. Вайтехович П. Е., Гапанюк Д. В., Семенов Д. В. Анализ кинематических и динамических характеристик планетарных мельниц // Интерстроймех-2002: Материалы Междунар. науч.-техн. конф. – Могилев, 2002. – С. 322–323.