УДК 621.926

П.Я. Вайцяховіч, дацэнт; М.М. Сідараў, студэнт

ВЫЗНАЧЭННЕ ХУТКАСЦІ РУХУ ТЭХНАЛАГІЧНЫХ МАШЫН ПЛАНЕТАРНАГА ТЫПУ

In the given work by a method of derivation of the equation of an epicycloid are obtained of dependence for account of a full velocity in any point of a planetary working organ. The account of a full velocity of a planetary working organ for one cycle for want of various significances of geometric parameters is made and frequencies of rotation leaded. The comparison of a velocity of a planetary working organ with a velocity of usual disk organs is executed.

Машыны планетарнага тыпу шырока выкарыстоўваюцца для правядзення шматлікіх тэхналагічных працэсаў. Яны дазваляюць значна павысіць іх эфектыўнасць. Вялікія перспектывы маюць планетарныя млыны [1], змяшальнікі [2], машыны для загладжвання бетонных паверхняў [3] і г. д.

Рэжымы руху, эфектыўнасць работы планетарных машын залежаць перш за ўсё ад хуткасці руху рабочых органаў. Так, у барабанных млынах і змяшальніках хуткасць вярчэння барабана ўплывае на рэжым руху загрузкі, умовы адрыву яе ад сценак. Для дыскавых загладжвальных машын лінейная хуткасць дыска – асноўны паказчык, ад якога залежыць якасць загладжвання паверхні. З гэтага пераліку бачна, наколькі важна вызначэнне хуткасці руху рабочых органаў планетарных машын.

Поўную хуткасць барабана (дыска) можна разлічыць па правілах тэарэтычнай механікі, разгледзеўшы іх рух складаным, падзеленым на адносны і пераносны. Такі спосаб рэалізаваны для планетарных млыноў [4]. Ён патрабуе дакладнага ўліку велічынь і напрамкаў усіх складальных хуткасці. Вывад формул для вызначэння поўнай хуткасці даволі складаны, і на шляху яго рэалізацыі можна лёгка дапусціць памылку.

З другога боку, калі вядома параметрычнае ўраўненне траекторыі руху, то хуткасць можна вызначыць шляхам дыферэнцавання. Для машын з планетарным рухам рабочых органаў пры знешняй абкатцы траекторыя руху будзе ўяўляць эпіцыклоіду, пры ўнутранай – гіпацыклоіду [5] (рыс.1). Параметрычнае ўраўненне эпіцыклоіды мае выгляд

$$\begin{aligned} x &= (R+r)\cos\varphi - r\cos\left(\frac{R+r}{r}\varphi\right); \\ y &= (R+r)\sin\varphi - r\sin\left(\frac{R+r}{r}\varphi\right), \end{aligned} \tag{1}$$

дзе R – радыус абкаткі; r – радыус рабочага органа; φ – вугал павароту вадзіла.

Для таго каб вызначыць хуткасць у любым адвольным пункце эпіцыклоіды, трэба прадыферэнцаваць ураўненне траекторыі.

Першая вытворная для кожнай з кардынат па пераменнай φ

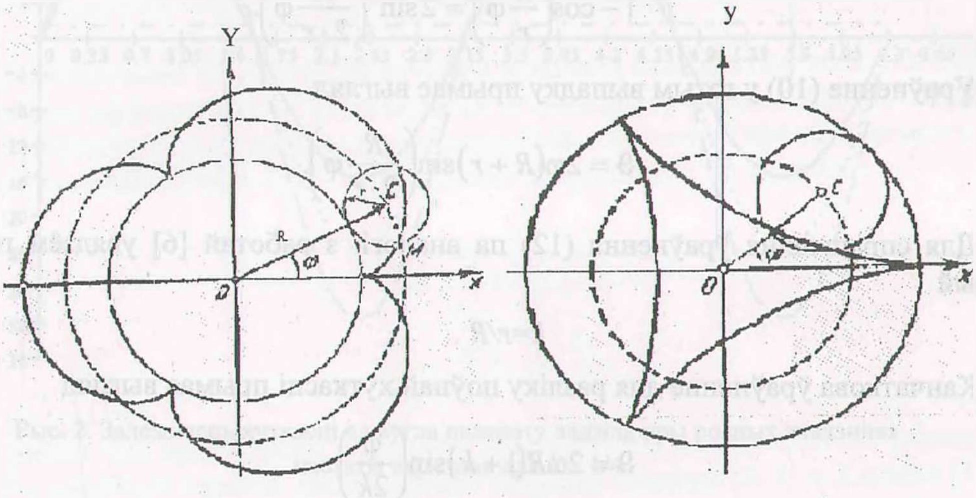
$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\varphi} &= -(R+r)\sin\varphi + r\frac{R+r}{r}\sin\left(\frac{R+r}{r}\cdot\varphi\right); \\ \frac{dy}{d\varphi} &= (R+r)\cos\varphi - r\frac{R+r}{r}\cos\left(\frac{R+r}{r}\cdot\varphi\right). \end{aligned} \tag{2}$$

Увёўшы абазначэнне

$$\varphi_1 = \frac{R+r}{r}\varphi \tag{3}$$

і спрацiўшы ўраўненне (2), атрымаем выразы

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\varphi} &= (R+r)(\sin\varphi_1 - \sin\varphi); \\ \frac{dy}{d\varphi} &= (R+r)(\cos\varphi - \cos\varphi_1). \end{aligned} \tag{4}$$



а) б)

Рыс. 1. Эпіцыклоіда (а) і гіпацыклоіда (б)

Паколькі хуткасць руху – гэта вытворная па часу, то неабходна перайсці ад пераменнай φ да новай пераменнай t. Па кожнай з каардынат атрымаем

$$\begin{aligned} \vartheta_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = \omega\frac{dx}{d\varphi}; \\ \vartheta_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = \omega\frac{dy}{d\varphi}, \end{aligned} \tag{5}$$

дзе ω – вуглавая хуткасць вадзіла.

Поўная хуткасць у адвольным пункце эпіцыклоіды

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \omega\sqrt{\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\varphi}\right)^2}. \tag{6}$$

Падставіўшы значэнні вытворных (4) ва ўраўненне (6) і з улікам таго, што $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$, атрымаем

$$\vartheta = \omega(R+r)\sqrt{2 - 2(\sin\varphi \cdot \sin\varphi_1 + \cos\varphi \cdot \cos\varphi_1)}. \tag{7}$$

Выраз у дужках пад корнем спрашчаецца да выгляду $\cos(\varphi - \varphi_1)$. Тады ўраўненне (7) для хуткасці прымае выгляд

$$\vartheta = \omega(R+r)\sqrt{2[1 - \cos(\varphi - \varphi_1)]}. \tag{8}$$

З улікам абазначэння (3) рознасць вуглоў

$$\varphi - \varphi_1 = \varphi - \frac{R+r}{r}\varphi = -\varphi\frac{R}{r}. \quad (9)$$

Калі $\cos(-\varphi R/r)=\cos(\varphi R/r)$, то поўная хуткасць

$$\vartheta = \omega(R+r)\sqrt{2\left[1-\cos\left(\frac{R}{r}\varphi\right)\right]}. \quad 10)$$

З трыганаметрыі вядома, што

$$1-\cos\left(\frac{R}{r}\varphi\right) = 2\sin^2\left(\frac{R}{2\cdot r}\varphi\right). \quad (11)$$

Ураўненне (10) у гэтым выпадку прымае выгляд

$$\vartheta = 2\omega(R+r)\sin\left(\frac{R}{2\cdot r}\varphi\right). \quad (12)$$

Для спрашчэння ўраўнення (12) па аналогіі з работай [6] увядзём геаметрычны крытэрый

$$k=r/R\,. \quad (13)$$

Канчаткова ўраўненне для разліку поўнай хуткасці прымае выгляд

$$\vartheta = 2\omega R(1+k)\sin\left(\frac{\varphi}{2k}\right). \quad (14)$$

Карэктнасць падыходу і метаду вызначэння поўнай хуткасці пацвярджаецца тым, што формула (14) аналагічная той, якая атрымана раней з выкарыстаннем прыёмаў тэарэтычнай механікі [4].

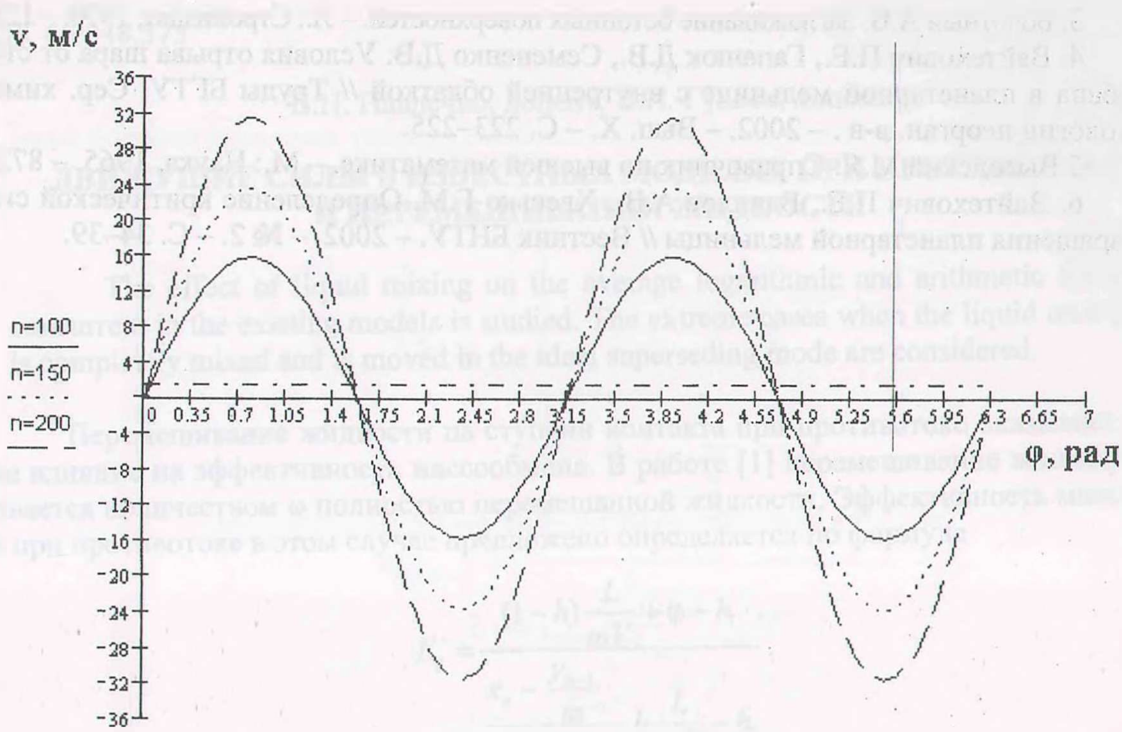
Па ўраўненню (14) разлічвалася лінейная хуткасць за адзін цыкл, які адпавядае павароту вадзіла на вугал $\varphi = 2\pi$. Радыус абкаткі быў прыняты $R = 0{,}6$ м. У працэсе разлікаў задаваліся розныя значэнні геаметрычнага крытэрыю k = 1/4; 1/3; 1/2 і частаты вярчэння n = 100; 150; 200 хвіл$^{-1}$. Вуглавая хуткасць разлічвалася як $\omega = 2\pi n$.

На рыс. 2 паказана залежнасць хуткасці ад вугла павароту пры розных n, а на рыс. 3 – пры розных k. Відавочна, што хуткасць ў абодвух выпадках змяняецца па сінусаідальнаму закону. Прычым павелічэнне частаты вярчэння прыводзіць толькі да росту амплітуды змянення хуткасці. Павелічэнне геаметрычнага крытэрыю не вельмі істотна ўплывае на хуткасць па амплітудзе, але частата яе змянення пры гэтым значна змяншаецца. Такая залежнасць абумоўленая набліжэннем радыуса рабочага органа да радыуса абкаткі, а значыць і зніжэннем частаты яго вярчэння.

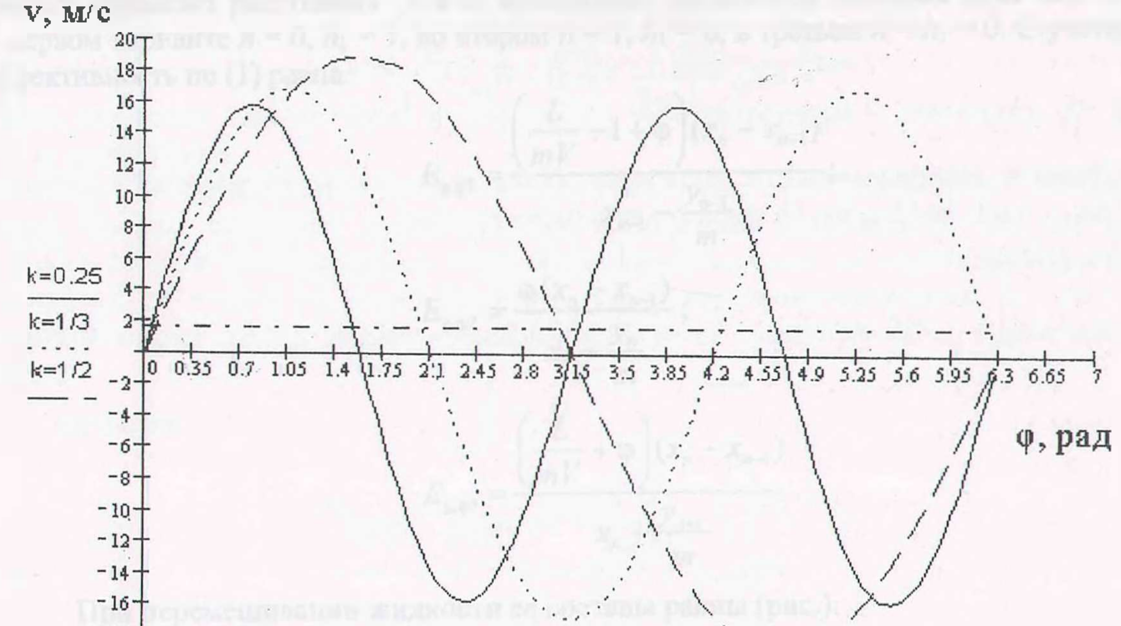
Для параўнання хуткасці планетарнага рабочага са звычайным разлічым, напрыклад, лінейную хуткасць звычайнага дыска пры частаце вярчэння n = 100 хвіл$^{-1}$ і яго дыяметры D = 300 мм, што адпавядае k = 0,25 для планетарнага. Гэтая хуткасць застаецца пастаяннай υ = 1,57 м/с. Яна паказана на абодвух графіках у выглядзе прамой лініі.

Цыклічнае змяненне хуткасці ў планетарных машын садзейнічае інтэнсіфікацыі працэсаў памолу і змяшэння. Для працэсу загладжвання бетонных паверхняў больш важным з'яўляецца яе павелічэнне па абсалютным значэнні прыкладна ў 10 разоў, што прыводзіць до такога ж павелічэння загладжвальнай здольнасці – асноўнага паказчыка якасці апрацоўкі паверхні.

Такім чынам, у дадзенай рабоце метадам дыферэнцыравання параметрычнага ўраўнення «цудоўнай» крывой (эпіціклоіды) атрыманы даволі простыя залежнасці для разліку поўнай хуткасці ў любым пункце планетарнага рабочага органа.



Рыс. 2. Залежнасць хуткасці ад вугла павароту вадзіла пры розных значэннях частаты вярчэння для $k = 1/4$



Рыс. 3. Залежнасць хуткасці ад вугла павароту вадзіла пры розных значэннях геаметрычнага крытэрыю для n=100 хвіл$^{-1}$

ЛІТАРАТУРА

1. Дуда В. Цемент / Пер. с нем. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.

2. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками / Пер. с пол. – Л.: Химия, 1975. – 384 с.

3. Болотный А.В. Заглаживание бетонных поверхностей. – Л.: Стройиздат, 1979. – 128 с.
4. Вайтехович П.Е., Гапанюк Д.В., Семененко Д.В. Условия отрыва шара от стенок барабана в планетарной мельнице с внутренней обкаткой // Труды БГТУ. Сер. химии и технологии неорган. в-в . – 2002. – Вып. X. – С. 223–225.
5 Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Наука, 1965. – 872 с.
6. Вайтехович П.Е., Вавилов А.В., Хвесько Г.М. Определение критической скорости вращения планетарной мельницы // Вестник БНТУ. – 2002. – № 2. – С. 34–39.