

П. А. Лыщик, доцент; С. С. Макаревич, профессор; С. В. Красковский, аспирант
**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В ГРУНТОВОЙ ДОРОГЕ
 ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ КОЛЕС ЛЕСОВОЗНОГО АВТОПОЕЗДА**

The intense condition in soil road under influence of wheel loading is described. Pressure from wheels is accepted in regular intervals allocated on the area of a circle. Dependences of the main pressure on depth of their definition are resulted. The estimation of durability of earth roads under theory Mohr – Coulomb is lead.

При расчете автомобильных дорог допускают, что давление от колеса на дорогу передается по площади круга, равновеликого площади отпечатка колеса, а нагрузку принимают равномерно распределенной по площади круга. При этом наиболее опасными будут напряжения в точках, лежащих на оси, перпендикулярной поверхности дороги и проходящей через центр круга нагружения. Буссинеск [1] определил напряжения в произвольной точке упруго-линейного полупространства от сосредоточенной силы, приложенной к его границе (рис. 1).

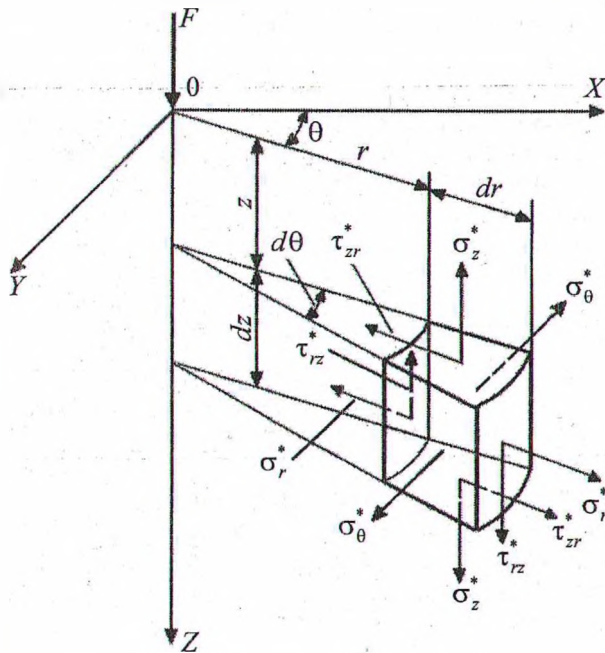


Рис. 1. Расчетная схема для вычисления напряжений от сосредоточенной силы

Эти напряжения определяются следующими зависимостями:

$$\sigma_z^* = -\frac{3F}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}, \tag{1}$$

$$\sigma_r^* = \frac{F}{2\pi R^2} \left[-\frac{3r^2 z}{R^3} + (1-2\mu) \frac{R}{R+z} \right], \tag{2}$$

$$\sigma_\theta^* = \frac{F}{2\pi R^2} (1-2\mu) \left(\frac{z}{R} - \frac{R}{R+z} \right), \tag{3}$$

$$\tau_{rz}^* = -\frac{3F}{2\pi} \cdot \frac{rz^2}{R^5}, \tag{4}$$

где $R = \sqrt{r^2 + z^2}$; μ – коэффициент Пуассона. $\tag{5}$

Найдем напряжения в точках, лежащих на оси Z, от нагрузки q, равномерно распределенной по площади круга (рис. 2).

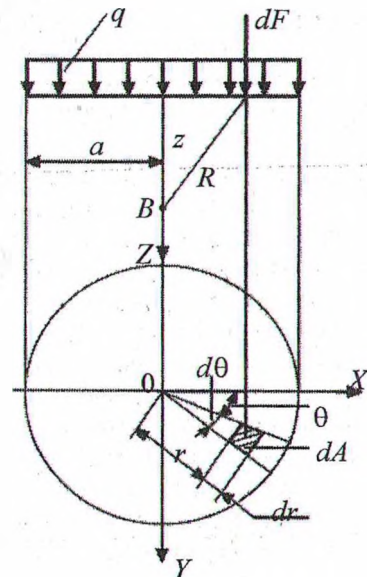


Рис. 2. Расчетная схема для вычисления напряжений от нагрузки, равномерно распределенной по площади круга

Определим напряжение σ_z в произвольной точке B, лежащей на оси Z. Выделим элементарную площадку $dA = z dr d\theta$. На площадку dA действует сила

$$dF = q dA = q z dr d\theta. \tag{6}$$

От этой силы напряжение σ_z в точке B согласно уравнению (1) будет равно

$$d\sigma_z = -\frac{dF}{2\pi} \cdot \frac{3z^3}{R^5}. \tag{7}$$

Подставив (6) в (7), и с учетом (5) получим

$$d\sigma_z = -\frac{3q}{2\pi} \cdot \frac{z^3 r}{(r^2 + z^2)^{5/2}} d\theta dr. \tag{8}$$

Напряжение σ_z от всей нагрузки q найдем, если выражение (8) проинтегрируем по θ от нуля до 2π и по r от нуля до a :

$$\sigma_z = -\frac{3qz^3}{2\pi} \int_0^a dr \int_0^{2\pi} \frac{r}{(r^2+z^2)^{5/2}} d\theta = -q \left[1 - \frac{z^3}{(z^2+a^2)^{3/2}} \right]. \quad (9)$$

Напряжения σ_r и σ_θ с изменением угла θ , т. е. с изменением положения площади dA , меняют свое направление. Следовательно, их нельзя получить алгебраическим суммированием как σ_z .

Поэтому перейдем к напряжениям, которые не меняют своего направления при изменении положения элементарной силы. Такие напряжения будут на площадках, перпендикулярных осям X и Y .

Для определения этих напряжений в произвольной точке на оси Z выделим элементарную призму, ограниченную радиальным и окружным сечениями и сечением, перпендикулярным оси Y (рис. 3).

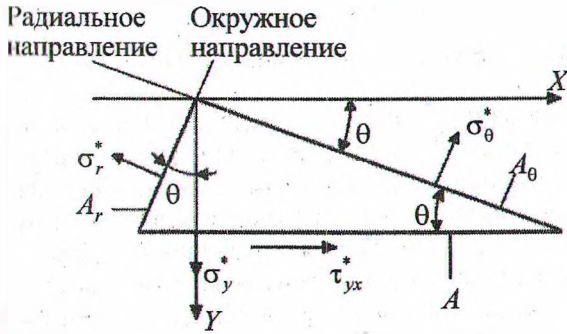


Рис. 3. Расчетная схема для вычисления напряжений в элементарной призме

Обозначим площадь грани, перпендикулярной оси Y , через A , а площади граней, перпендикулярных r и θ , соответственно через A_r и A_θ . Тогда

$$A_r = A \sin \theta; \quad A_\theta = A \cos \theta. \quad (10)$$

Уравнения равновесия выделенной призмы

$$\sum Y = 0, \quad \sigma_y^* A - \sigma_\theta^* A_\theta \cos \theta - \sigma_r^* A_r \sin \theta = 0;$$

$$\sum X = 0, \quad \tau_{yx}^* A - \sigma_r^* A_r \cos \theta + \sigma_\theta^* A_\theta \sin \theta = 0.$$

Подставив A_r и A_θ согласно (10) и сократив A , получим

$$\sigma_y^* = \sigma_r^* \sin^2 \theta + \sigma_\theta^* \cos^2 \theta, \quad (11)$$

$$\tau_{yx}^* = \frac{\sigma_r^* - \sigma_\theta^*}{2} \sin 2\theta. \quad (12)$$

С учетом (2) и (3) уравнения (11) и (12) примут вид

$$\sigma_y^* = \frac{F}{2\pi} \left[\left(\frac{1-2\mu}{R(R+z)} - \frac{3zr^2}{R^5} \right) \sin^2 \theta + (1-2\mu) \left(\frac{z}{R^3} - \frac{1}{R(R+z)} \right) \cos^2 \theta \right], \quad (13)$$

$$\tau_{yx}^* = \frac{F}{4\pi} \left[(1-2\mu) \frac{2}{R(R+z)} - \frac{3zr^2}{R^5} - (1-2\mu) \frac{z}{R^3} \right] \sin 2\theta. \quad (14)$$

А теперь определим σ_y и τ_{yx} от нагрузки q , равномерно распределенной по площади круга радиусом a . Для этого в формулы (13) и (14) подставим вместо F значение dF согласно (6) и, пользуясь принципом независимости действия сил, просуммируем по площади круга. В результате σ_y и τ_{yx} запишем в виде

$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta \int_0^a \left(\frac{(1-2\mu)r}{R(R+z)} - \frac{3zr^3}{R^5} \right) dr + (1-2\mu) \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta \int_0^a \left(\frac{zr}{R^3} - \frac{r}{R(R+z)} \right) dr \right], \quad (15)$$

$$\tau_{yx} = \frac{q}{4\pi} \int_0^{2\pi} \sin 2\theta d\theta \int_0^a \left[(1-2\mu) \frac{2r}{R(R+z)} - \frac{3zr^3}{R^5} - (1-2\mu) \frac{zr}{R^3} \right] dr. \quad (16)$$

Учитывая, что $\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \pi$, $\int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \pi$,

$\int_0^{2\pi} \sin 2\theta d\theta = 0$, получим $\tau_{yx} = \tau_{xy} = 0$, а σ_y после интегрирования будет определяться следующей зависимостью:

$$\sigma_y = -q \left[(1+\mu) \left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{z^3}{\sqrt{(a^2+z^2)^3}} \right) \right]. \quad (17)$$

Ввиду осевой симметрии $\sigma_y = \sigma_x$.

Таким образом, в точках на оси Z напряжения σ_z , σ_x , σ_y являются главными, так как $\tau_{yx} = \tau_{xy} = 0$. Запишем нормальные напряжения σ_z , σ_x , σ_y через безразмерную ординату

$$\eta = z/a:$$

$$\sigma_z = -q \left(1 - \frac{\eta^3}{\sqrt{(1+\eta^2)^3}} \right),$$

$$\sigma_x = \sigma_y = -q \left[(1+\mu) \left(1 - \frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}} \right) + \frac{\sigma_z}{2q} \right]. \quad (18)$$

Для оценки прочности грунтовых дорог воспользуемся теорией Мора – Кулона, которая описывает предельное состояние грунта при сдвиге. При этом исходят из предположения, что огибающая предельных кругов Мора является прямолинейной [2]. Тогда предельное равновесие грунтов запишется уравнением

$$(\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 + \sigma_2 + 2H) = \sin \varphi, \quad (19)$$

где $\sigma_1 = -\sigma_z$; $\sigma_2 = -\sigma_y$; $H = c / \operatorname{tg} \varphi$, c – сцепление грунта, МПа; φ – угол внутреннего трения, град.

На рис. 4 построены кривые изменения $S_1 = \sigma_1/q$, $S_2 = \sigma_2/q$, $S_3 = (\sigma_1 - \sigma_2)/q$, а также $S_4 = (\sigma_1 + \sigma_2)/q$ по глубине $\eta = z/a$ при $\mu = 0,3$ для песков и супесей.

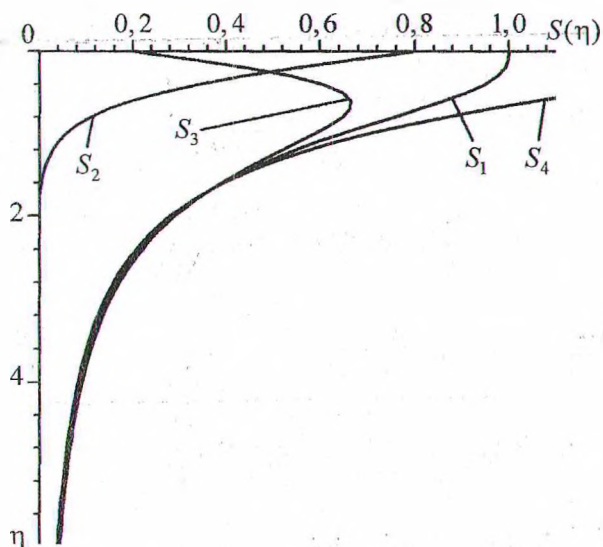


Рис. 4. Кривые изменения S_1 , S_2 , S_3 и S_4 по глубине η для песков и супесей

При конкретных значениях c и φ можно построить кривую $S_3 / (S_4 + S_5) = f(\eta)$, при этом $S_5 = 2H/q$ не зависит от η , и параллельную оси η прямую $\sin \varphi$. Точки пересечения этих линий дадут глубину η , где грунт будет находиться в предельном состоянии сдвига.

Данная теория применена по отношению к различным типам грунтов, используемых при строительстве лесных дорог: песчаным грунтам; супесям, суглинкам и глинам. При этом за расчетную взята нагрузка, соответствующая расчетному автомобилю группы А с параметрами $q = 0,6$ МПа и $a = 0,185$ м, а значения c и φ

принимались с учетом следующих факторов:

- суммарное число приложений расчетной нагрузки $\sum N$;
- расчетная относительная влажность W_p (для песчаных грунтов приняты условия полного заполнения пор водой);
- содержание пылевато-глинистых фракций (только для песчаных грунтов).

Оценим результаты расчета на примере супеси, когда $W_p = 0,6$ и $\sum N = 10^3$ (рис. 5).

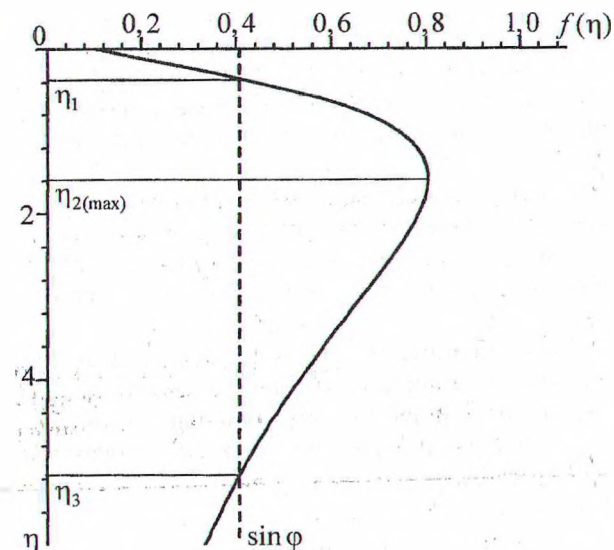


Рис. 5. Предельное состояние грунта при сдвиге

Как видно из рис. 5, в предельное состояние при сдвиге супесь входит на глубине η_1 , соответствующей 0,067 м, и выходит из него на глубине η_3 (0,952 м). В области между η_1 и η_3 сдвигающие напряжения превышают предельно допустимые и достигают максимума на глубине $\eta_{2(\max)}$ (0,291 м). В этой области сопротивление грунта оказывается использованным, и поэтому происходит образование поверхностей скольжения.

Характерно, что области, имеющие точки η_1 , $\eta_{2(\max)}$ и η_3 , наблюдаются у всех типов грунтов, причем для одного и того же грунта с возрастанием $\sum N$ снижается η_1 , и растет η_3 при $\eta_{2(\max)} \approx \text{const}$.

В дальнейшем работа будет направлена на изучение процесса образования поверхностей скольжения. При этом необходимо будет определить, происходит ли выпирание грунта из-под площадки нагружения, т. е. разрушение и нарушение устойчивости грунта, вызываемые появлением поверхностей скольжения на поверхности грунта.

Литература

1. Кац А. М. Теория упругости. – М.: Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1956. – 208 с.
2. Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов. – М.: Высшая школа, 1978. – 447 с.