

П. А. Лыщик, доцент; С. С. Макаревич, ст. науч. сотрудник; С. В. Красковский, аспирант

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ ГРУНТА, АРМИРОВАННОГО ОБЪЕМНОЙ ГЕОРЕШЕТКОЙ

The layer of soils reinforced with a solid geolattice as cellular structure is considered. Dependences for definition of the module of elasticity of a composite «soil – geolattice» in various directions are resulted. Influence of geometrical parameters of a geolattice on value of the module of elasticity of the reinforced layer of soils is investigated. It is marked, that crucial importance on elastic characteristics of a composite is rendered with the size of a cell and the module of elasticity of a geolattice.

Введение. Модуль упругости является важной характеристикой грунта, выражающей его способность сопротивляться деформированию под действием нагрузок. Для определения расчетной предельной нагрузки, которую может выдержать конструкция лесной гравийной или грунтовой дороги с объемной георешеткой, необходимо знать величину модуля упругости армированного слоя грунта.

Объемная георешетка (далее – георешетка) состоит из полимерных лент, которые соединены между собой с помощью сварных или клееных швов таким образом, что при растяжении в поперечном направлении образуется сотовая структура. Если ширина швов небольшая, то геометрическая форма георешетки в плане близка к ромбу. При заполнении ячеек георешетки грунтом получается композит, состоящий из грунта и стенок георешетки (рис. 1).

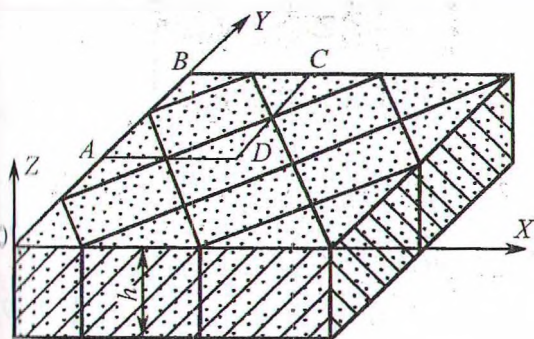


Рис. 1. Слой грунта, армированный георешеткой

Определение модулей упругости композита в направлении осей Z, Y, X. Исходя из теории армированных материалов [1], можно предположить, что грунт и полимер, из которого изготовлена георешетка, являются линейно-упругими материалами. Выделим характерный повторяющийся элемент в виде прямоугольного параллелепипеда (рис. 2) с основанием в плане ABCD (рис. 1).

1. *Модуль упругости композита в направлении оси Z.*

Пусть в направлении оси Z параллелепипед нагружен равномерно распределенной нагрузкой. Равнодействующая этой нагрузки равна F_z . Часть силы, действующей по оси Z, воспринимается грунтом F_{gz} , а часть – георешеткой F_{pz} .

Из условия равновесия на ось Z

$$F_z = F_{gz} + F_{pz}. \quad (1)$$

Из условия совместности деформаций

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{gz} = \varepsilon_{pz}, \quad (2)$$

где ε_z , ε_{gz} , ε_{pz} – соответственно относительная деформация композита, грунта и георешетки в направлении оси Z.

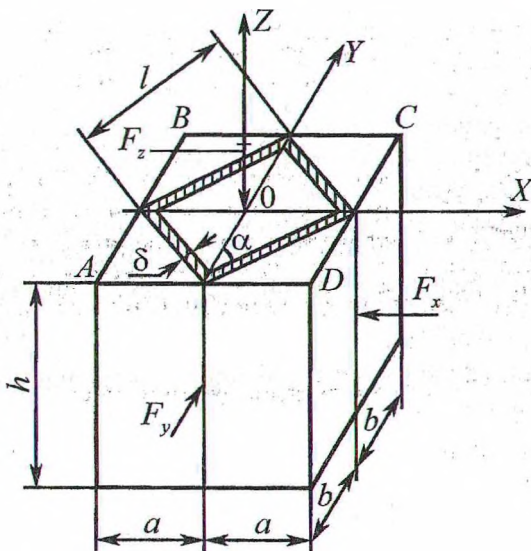


Рис. 2. Повторяющийся элемент композита «грунт – георешетка»

Учитывая незначительную разницу между коэффициентами Пуассона для грунтов и материала георешетки [2], а также то, что толщина стенки георешетки очень мала по сравнению с размерами выделенного параллелепипеда, пренебрежем стеснением поперечных деформаций [3].

Согласно закону Гука,

$$\varepsilon_z = \frac{F_z}{A_z E_z}; \quad \varepsilon_{gz} = \frac{F_{gz}}{A_{gz} E_g}; \quad \varepsilon_{pz} = \frac{F_{pz}}{A_{pz} E_p}, \quad (3)$$

где A_z , A_{gz} , A_{pz} – соответственно площади композита, грунта и георешетки в сечении, перпендикулярном оси Z; E_z , E_g , E_p – соответственно модули упругости композита, грунта и георешетки в направлении оси Z.

С учетом размеров, показанных на рис. 2, можно записать:

$$A_z = 4ab, A_{pz} = 4\delta l; \quad (4)$$

$$A_{rz} = A_z - A_{pz} = 4(ab - \delta l).$$

Из формул (3) определим силы

$$F_z = \varepsilon_z A_z E_z; F_{rz} = \varepsilon_{rz} A_{rz} E_r; F_{pz} = \varepsilon_{pz} A_{pz} E_p$$

и подставим в выражение (1):

$$\varepsilon_z A_z E_z = \varepsilon_{rz} A_{rz} E_r + \varepsilon_{pz} A_{pz} E_p. \quad (5)$$

В уравнение (5) подставим площади согласно (4)

$$\varepsilon_z 4ab E_z = \varepsilon_{rz} 4(ab - \delta l) E_r + \varepsilon_{pz} 4\delta l E_p.$$

С учетом выражения (2) после сокращений получим

$$ab E_z = (ab - \delta l) E_r + \delta l E_p,$$

откуда

$$E_z = E_r + k(E_p - E_r), \quad (6)$$

где $k = \delta l / (ab)$ – коэффициент армирования.

2. Модуль упругости композита в направлении оси Y .

По отношению к силе F_y , приложенной в направлении оси Y , стенки георешетки направлены под углом α . Заменяем наклонные стенки георешетки эквивалентными, перпендикулярными осям X и Y . Толщина эквивалентной стенки, перпендикулярной оси X (рис. 3), равна

$$\delta_{zx} = \delta \cos \alpha, \quad (7)$$

а толщина эквивалентной стенки, перпендикулярной оси Y , равна

$$\delta_{zy} = \delta \sin \alpha. \quad (8)$$

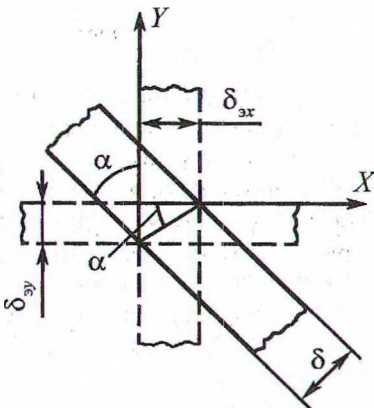


Рис. 3. Стенка георешетки

Покажем ячейку в плане с эквивалентными стенками георешетки (рис. 4, а), нагруженную силами F_y . Рассечем ячейку по оси X и отбросим верхнюю часть, показав при этом нижнюю. Разобьем выделенную часть ячейки (рис. 4, б) на три части: две боковые с эквивалентными стенками, параллельными оси Y , и среднюю с грунтом и эквивалентной стенкой, параллельной

оси X . Сила F_y распределяется между этими частями. Силы, воспринимаемые боковыми частями, обозначим F_{1y} , а силу, воспринимаемую средней частью, – F_{2y} .

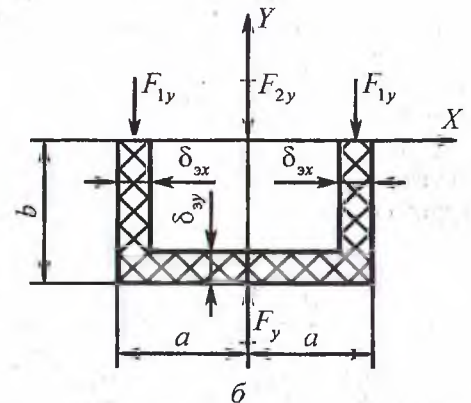
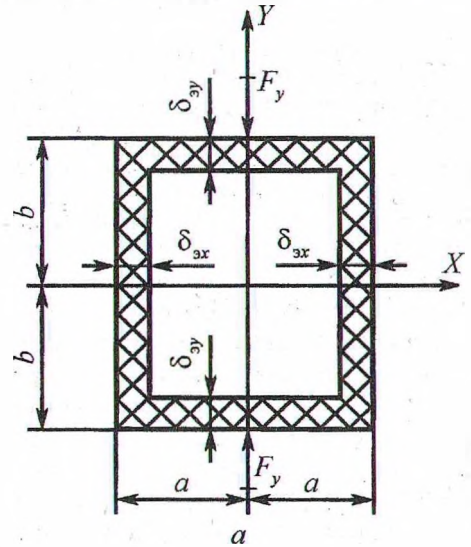


Рис. 4. Ячейка с эквивалентными стенками георешетки

Из условия равновесия на ось Y

$$F_y = 2F_{1y} + F_{2y}. \quad (9)$$

Из условия совместности деформаций

$$\Delta_y = \Delta_{1y} = \Delta_{2y}, \quad (10)$$

где Δ_y – абсолютная деформация по оси Y половины ячейки композита; Δ_{1y} – абсолютная деформация по оси Y боковых участков; Δ_{2y} – абсолютная деформация по оси Y среднего участка.

Согласно закону Гука,

$$\Delta_y = \frac{F_y b}{A_y E_y}, \quad \Delta_{1y} = \frac{F_{1y} b}{A_{1y} E_p};$$

$$\Delta_{2y} = \frac{F_{2y} (b - \delta_{zy})}{A_{2y} E_r} + \frac{F_{2y} \delta_{zy}}{A_{2y} E_p}, \quad (11)$$

где E_y – модуль упругости композита в направлении оси Y ; A_y, A_{1y}, A_{2y} – площади сечения плоскостью XOZ соответственно композита, бокового и среднего участков.

Преобразуем выражение для Δ_{2y}

$$\Delta_{2y} = \frac{F_{2y}b}{A_{2y}E_r} \left(1 - \frac{\delta_{zy}}{b} \left(1 - \frac{E_r}{E_p} \right) \right).$$

Введем обозначение

$$C_y = 1 - \frac{\delta_{zy}}{b} \left(1 - \frac{E_r}{E_p} \right), \quad (12)$$

тогда

$$\Delta_{2y} = \frac{F_{2y}bC_y}{A_{2y}E_r}. \quad (13)$$

Из выражений (11) и (13) следует, что

$$F_y = \frac{\Delta_y A_y E_y}{b}, \quad F_{1y} = \frac{\Delta_{1y} A_{1y} E_p}{b}, \quad (14)$$

$$F_{2y} = \frac{\Delta_{2y} A_{2y} E_r}{bC_y}.$$

Подставив (14) в (9), с учетом (10) получим

$$A_y E_y = 2A_{1y} E_p + \frac{A_{2y} E_r}{C_y}. \quad (15)$$

В соответствии с рис. 4, б можно записать:

$$A_y = 2ah; \quad A_{1y} = \delta_{zx} h; \quad A_{2y} = 2(a - \delta_{zx})h. \quad (16)$$

После подстановки (16) в (15) и сокращений получим

$$aE_y = \delta_{zx} E_p + (a - \delta_{zx}) \frac{E_r}{C_y}$$

или

$$E_y = \frac{E_r}{C_y} + \frac{\delta_{zx}}{a} \left(E_p - \frac{E_r}{C_y} \right).$$

С учетом (7) и (8) запишем в окончательном виде

$$C_y = 1 - \frac{\delta}{b} \left(1 - \frac{E_r}{E_p} \right) \sin \alpha; \quad (17)$$

$$E_y = \frac{E_r}{C_y} + \frac{\delta}{a} \left(E_p - \frac{E_r}{C_y} \right) \cos \alpha. \quad (18)$$

3. Модуль упругости композита в направлении оси X.

Нагрузим ячейку, показанную на рис. 4, а, в направлении оси X силами F_x . Рассечем ячейку по оси Y и отбросим правую часть, показав при этом левую. Разделим оставшуюся часть ячейки на три части: верхнюю и нижнюю с эквивалентными стенками, параллельными оси X, и средней с грунтом и эквивалентной стенкой, параллельной оси Y (рис. 5). Сила F_x распределяется между этими частями. Силы, воспринимаемые верхней и нижней частями, обозначим F_{1x} , а силу, воспринимаемую средней частью, — F_{2x} .

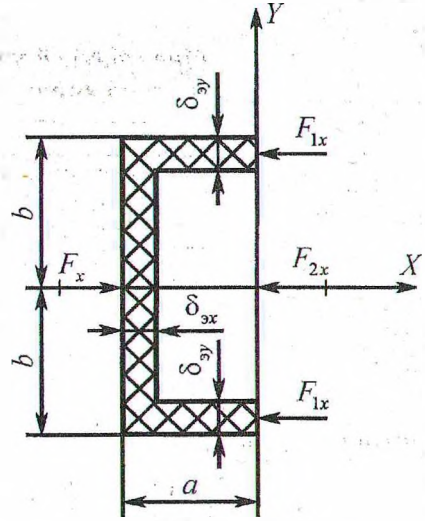


Рис. 5. Часть ячейки с эквивалентными стенками, отсеченная плоскостью YOZ

Из условия равновесия на ось X

$$F_x = 2F_{1x} + F_{2x}. \quad (19)$$

Из условия совместности деформаций

$$\Delta_x = \Delta_{1x} = \Delta_{2x}, \quad (20)$$

где Δ_x — абсолютная деформация по оси X половины ячейки композита; Δ_{1x} — абсолютная деформация по оси X верхнего и нижнего участков; Δ_{2x} — абсолютная деформация по оси X среднего участка.

Согласно закону Гука,

$$\Delta_x = \frac{F_x a}{A_x E_x}; \quad \Delta_{1x} = \frac{F_{1x} a}{A_{1x} E_p}; \quad (21)$$

$$\Delta_{2x} = \frac{F_{2x} (a - \delta_{zx})}{A_{2x} E_r} + \frac{F_{2x} \delta_{zx}}{A_{2x} E_p} = \frac{F_{2x} a C_x}{A_{2x} E_r},$$

$$\text{где } C_x = 1 - \frac{\delta_{zx}}{a} \left(1 - \frac{E_r}{E_p} \right), \quad (22)$$

E_x — модуль упругости композита в направлении оси X; A_x , A_{1x} , A_{2x} — площади сечения плоскостью YOZ соответственно композита, верхнего (нижнего) и среднего участков.

Из формул (21) следует, что

$$F_x = \frac{\Delta_x A_x E_x}{a}; \quad F_{1x} = \frac{\Delta_{1x} A_{1x} E_p}{a}; \quad (23)$$

$$F_{2x} = \frac{\Delta_{2x} A_{2x} E_r}{a C_x}.$$

Подставив (23) в (19), с учетом (20) получим

$$A_x E_x = 2A_{1x} E_p + \frac{A_{2x} E_r}{C_x}. \quad (24)$$

В соответствии с рис. 5 можно записать

$$A_x = 2bh; \quad A_{1x} = \delta_{zy} h; \quad A_{2x} = 2(b - \delta_{zy})h. \quad (25)$$

Изменение модулей упругости композита E по отношению к модулю упругости грунта E_r , $100(E - E_r)/E_r$, %

Тип георешетки	Тип грунта			
	песок средней крупности, $E_r = 120$ МПа	песок пылеватый, $W = 0,7W_{тв}$, $E_r = 72$ МПа	супесь легкая, $W = 0,7W_{тв}$, $E_r = 49$ МПа	суглинок легкий, $W = 0,7W_{тв}$, $E_r = 41$ МПа
	Модуль упругости композита			
	$E_z; E_y; E_x$	$E_z; E_y; E_x$	$E_z; E_y; E_x$	$E_z; E_y; E_x$
<i>Комета</i> , $E_p = 75$ МПа Размер ячейки 20×20 см $\alpha = 45^\circ$ $\alpha = 30^\circ$ Размер ячейки 10×10 см $\alpha = 45^\circ$ $\alpha = 30^\circ$	-0,8; -1,1; -1,1	+0,1; +0,1; +0,1	+1,2; +1,0; +1,0	+1,8; +1,4; +1,4
	-1,0; -1,1; -1,4	+0,1; +0,1; +0,1	+1,3; +1,2; +1,0	+2,1; +1,9; +1,4
	-1,7; -2,1; -2,1	+0,2; +0,2; +0,2	+2,3; +1,9; +1,9	+3,6; +2,8; +2,8
	-1,9; -2,2; -2,7	+0,2; +0,2; +0,2	+2,7; +2,4; +2,0	+4,2; +3,7; +2,8
<i>Геовеб</i> , $E_p = 392$ МПа Размер ячейки 20×20 см $\alpha = 45^\circ$ $\alpha = 30^\circ$ Размер ячейки 10×10 см $\alpha = 45^\circ$ $\alpha = 30^\circ$	+3,4; +2,2; +2,2	+6,7; +3,9; +3,9	+10,5; +5,9; +5,9	+12,8; +7,1; +7,1
	+3,9; +3,2; +1,9	+7,7; +6,1; +3,0	+12,1; +9,5; +4,2	+14,8; +11,5; +4,9
	+6,8; +4,4; +4,4	+13,3; +7,9; +7,9	+21,0; +11,8; +11,8	+25,7; +14,2; +14,2
	+7,9; +6,5; +3,8	+15,4; +12,2; +6,0	+24,2; +18,9; +8,4	+29,7; +23,0; +9,8

После подстановки (25) в (24) и преобразований

$$E_x = \frac{E_r}{C_x} + \frac{\delta_{zy}}{b} \left(E_p - \frac{E_r}{C_x} \right)$$

С учетом (7) и (8) запишем окончательно

$$C_x = 1 - \frac{\delta}{a} \left(1 - \frac{E_r}{E_p} \right) \cos \alpha, \quad (26)$$

$$E_x = \frac{E_r}{C_x} + \frac{\delta}{b} \left(E_p - \frac{E_r}{C_x} \right) \sin \alpha. \quad (27)$$

Таким образом, по формулам (6), (18) и (27) можно определить модули продольной упругости по основным направлениям Z , Y , X для грунта, армированного георешеткой.

В таблице приведены результаты расчета модуля упругости для некоторых типов грунтов (с различными модулями упругости и влажностью в долях от предела текучести) и двух георешеток: «Кометы» с модулем упругости 75 МПа и «Геовеба» с модулем упругости 392 МПа. Размеры ячеек георешеток принимались равными 20×20 и 10×10 см, угол наклона ребра $\alpha - 45^\circ$ и 30° .

Заключение. Использование георешетки «Комета» практически не влияет на модуль упругости композита, а в случае с песком средней

крупности даже уменьшает его; модуль упругости композита с георешеткой «Геовеб» значительно выше, и эффект армирования, например, в направлении оси Z , возрастает на 3,4–29,7%.

Снижение угла α на 15° позволяет увеличить модуль упругости композита, к примеру, в направлении оси Z максимум на 16%.

Уменьшение размера ячейки в 2 раза увеличивает модуль упругости композита приблизительно в 2 раза.

Таким образом, регулируя геометрические параметры георешетки, можно влиять на модуль упругости композита «грунт – георешетка».

Литература

1. Ван Фо Фы, Г. А. Теория армированных материалов с покрытиями / Г. А. Ван Фо Фы. – Киев: Наукова думка, 1971. – 232 с.
2. Матвеев, С. А. Свойства упругого слоя основания, армированного объемной георешеткой / С. А. Матвеев, Ю. В. Немировский // Наука и техника в дорожной отрасли. – 2005. – № 2. – С. 24–27.
3. Победра, Б. Е. Механика композиционных материалов / Б. Е. Победра. – М.: Моск. ун-т, 1984. – 336 с.