

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕРЕВЬЕВ ПО ДИАМЕТРАМ В ЧИСТЫХ ОДНОВОЗРАСТНЫХ ДРЕВОСТОЯХ

The algorithm allowing step by step to describe development of the pure even-aged stands considered as set of separate trees, ordered on decrease is presented in this article. It is analysed two variants of distribution of trees on energy of growth during the initial moment of time: Lognormal and Weibull. Functioning of model is checked up on stand characteristics of 37 sample plots incorporated in pure or with a small impurity of other species birch forest stands. The model has shown a good coordination with experimental data.

Введение. Анализ распределения деревьев по диаметрам посвящено много работ [1–3]. Однако в таких исследованиях закономерности распределения деревьев по диаметрам, как правило, изучаются в статике, а не в динамике. В данной работе рассматривается имитационная модель, которая описывает динамику развития древостоя как совокупности отдельных деревьев, упорядоченных по убыванию размеров. Разработанный алгоритм позволяет шаг за шагом моделировать состояние древостоя во времени. Величина шага принята равной одному году. Алгоритм позволяет вычислить основные таксационные показатели (высота, диаметр, площадь сечения, объем) отдельных деревьев в древостое для каждого года жизни насаждения.

Имитационная модель динамики распределения деревьев по диаметрам. Предлагаемая модель базируется на теоретических предпосылках, опубликованных ранее [4]. Приведенная в упомянутой работе формула для вычисления объема дерева

$$v = \frac{g_m h^{2a+1}}{(h-1.3)^{2a} (2a+1)},$$

преобразованная следующим образом:

$$g_m = \frac{v(h-1.3)^{2a} (2a+1)}{h^{2a+1}}, \quad (1)$$

используется в данном случае для определения площадей сечений деревьев на высоте груди.

Кроме того, предполагается, что в начальный момент времени (возраст 1 год) высота всех деревьев одинакова, а объемы разные. Для описания распределения деревьев по размерам в начальный момент времени использовались два распределения: логарифмически нормальное и Вейбулла. Этими распределениями описывалась средняя для дерева площадь сечения ствола, определяемая как отношение его объема к высоте:

$$g = v/h,$$

где g – средняя для дерева площадь сечения ствола; v – объем ствола; h – высота дерева.

Модель описывает рост каждого отдельного дерева в насаждении. Это позволяет получить не только основные таксационные показатели древостоя, но и проследить динамику распределения деревьев по диаметрам. Моделирование роста древостоя выполняется в соответствии с описанным ниже алгоритмом.

1. Вычислить высоту самого большого дерева в начальный момент времени с помощью уравнения [5]

$$h = H \left(1 - \left(\frac{k+1}{ke^y + 1} \right)^\psi \right). \quad (2)$$

2. Вычислить площади сечений каждого дерева для возраста 1 год.

2.1. Логарифмически нормальное распределение. Для вычисления площадей сечений каждого из деревьев, подчиняющихся закону логарифмически нормального распределения, можно воспользоваться аппроксимацией обратной функции нормального распределения, описанной в [6] (цит. по [7]):

$$gn_n(1) = t + \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3},$$

где $c_0 = -2,515517$; $c_1 = -0,802853$; $c_2 = -0,010328$; $d_1 = 1,432788$; $d_2 = 0,189269$; $d_3 = 0,001308$;

$$t = \sqrt{\ln(\alpha_n(1))},$$

а в качестве вероятности $\alpha_n(1)$ взять частоту

$$\alpha_n(1) = \frac{n-0.5}{N_0}.$$

Далее для того чтобы перейти от нормального к логарифмически нормальному распределению, следует воспользоваться следующим преобразованием [8]:

$$g_n(1) = \exp(gn_n(1)) h_0^2 / \eta.$$

2.2. Распределение Вейбулла. Для вычисления площадей сечений каждого из деревьев, подчиняющихся данному закону, нужно воспользоваться обратной функцией распределения Вейбулла [8]:

$$g_n(i) = b \left(\log \left(\frac{1}{1-\alpha} \right) \right)^{1/c} h_0^2 / \eta.$$

3. Вероятности сохранности каждого дерева для возраста 1 год установить равными 1.

4. Высоту каждого дерева для возраста 1 год установить равной высоте самого большого дерева.

5. Вычислить высоту самого большого дерева с помощью уравнения (2) для следующего $i + 1$ -го года жизни древостоя.

6. Вычислить прирост по высоте для самого большого дерева в древостое:

$$\Delta h(i) = h(i+1) - h(i).$$

7. Установить сумму площадей сечений наиболее крупных деревьев в древостое равной нулю:

$$G_0(i) = 0.$$

8. Вычислить прирост по площади сечения для самого большого дерева:

$$\Delta g_1(i) = \Delta h(i) \frac{2g_1(i)}{h(i)}.$$

9. Вычислить площадь сечения для самого большого дерева:

$$g_1(i+1) = g_1(i) + \Delta g_1(i).$$

10. Установить вероятность сохранности для самого большого дерева равной 1:

$$p_1(i+1) = 1.$$

11. Вычислить сумму площадей сечений наибольших деревьев в древостое:

$$G_1(i) = g_1(i).$$

12. Вычислить прирост по площади сечения для следующего дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$\Delta g_n(i) = \Delta h(i) \frac{2g_n(i)}{h(i)} \left(1 - b \frac{g_n(i)}{h(i)^2} \frac{G_{n-1}(i)}{G_m} \right).$$

13. Вычислить площадь сечения для следующего (n -го) дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$g_n(i+1) = g_n(i) + \Delta g_n(i).$$

14. Вычислить вероятность отпада для следующего дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$\Delta p_n(i) = -\Delta h \frac{2p_n(i)}{h(i)} \left(2 - b \frac{g_n(i)}{h(i)^2} \right) \frac{G_{n-1}(i)}{G_m}.$$

15. Вычислить вероятность сохранности дерева до текущего момента времени для следующего (n -го) дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$p_n(i+1) = p_n(i) + \Delta p_n(i).$$

16. Вычислить прирост по высоте для следующего дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$\Delta h_n(i) = \Delta h(i) \frac{h_n(i)}{h(i)} \left(1 - 2\tau \frac{G_{n-1}(i)}{G_m} \right).$$

17. Вычислить высоту для следующего (n -го) дерева в упорядоченном по убыванию размеров ряду:

$$h_n(i+1) = h_n(i) + \Delta h_n(i).$$

18. Вычислить сумму площадей сечений наибольших деревьев в древостое:

$$G_n(i) = G_{n-1}(i) + g_n(i).$$

19. Повторить пункты 12–18 для всех деревьев, растущих в древостое в начальный период времени, в порядке убывания их размеров.

20. Повторять пункты 5–19 для всех лет жизни древостоя до достижения им желаемого возраста t .

21. Подставляя высоту дерева $h_n(t)$ и его объем $v(t) = g_n(t)h_n(t)$ в уравнение (1), определить площади сечений на высоте груди в возрасте t для всех деревьев, которые были в древостое в начальный момент времени:

$$g_m^n(t) = \frac{g_n(t)h_n(t)(h_n(t) - 1.3)^{2a}(2a+1)}{h_n(t)^{2a+1}},$$

$$n = 1, \dots, N_0.$$

22. Вычислить диаметры на высоте груди в возрасте t для всех деревьев, которые были в древостое в начальный момент:

$$dm_n(t) = 2\sqrt{\frac{g_m^n(t)}{\pi}}, \quad n = 1, \dots, N_0.$$

23. Распределить все деревья, которые были в древостое в начальный момент времени, по ступеням толщины на основании вычисленных на предыдущем этапе диаметров на высоте груди в возрасте t .

24. Для каждой ступени толщины найти число стволов, просуммировав вероятности сохранности $p_n(t)$ для всех деревьев, попавших в данную ступень:

$$N_{ст}(t) = \sum p_n(t).$$

25. Найти средневзвешенную высоту ступени толщины, используя в качестве весов площади сечений деревьев на высоте груди:

$$h_{ст}(t) = \frac{\sum h_n(t) g m_n(t) p_n(t)}{\sum g m_n(t) p_n(t)}.$$

Объекты и методика исследования. Проверка работоспособности предлагаемой имитационной модели роста древостоя выполнялась по материалам таксации 37 пробных площадей, заложенных в чистых или с небольшой примесью других пород березовых древостоях.

Для того чтобы сформировать однородные ряды развития древостоев, пробные площади группировались по типам леса (березняки орляковые – 18 пробных площадей, березняки кисличные – 19).

Процесс самоизреживания, прирост по диаметру во многом зависят от густоты древостоев. В связи с этим в пределах типа леса пробные площади группировались по этому признаку. Группировка выполнялась следующим образом. Для густоты всех пробных площадей одного типа леса строилась кривая-гид. Каждая ордината этой кривой вычислялась с помощью регрессионного уравнения кубической параболы, коэффициенты которой определялись взвешенным методом наименьших квадратов отдельно для каждой искомой точки. При этом для вычисления весов наблюдений использовалась функция нормального распределения с параметром сдвига, равным абсциссе той точки, для которой вычислялась ордината [9]. Для каждого типа леса формировались две группы пробных площадей по густоте, которые отделялись друг от друга кривой-гидом. Материалы таксации пробных площадей обрабатывались по общепринятым методикам.

Кроме вычисления обычных таксационных показателей, на каждой пробной площади были выполнены дополнительные расчеты:

1) вычислялись относительные накопленные частоты для распределения стволов по диаметру, начиная от самой большой ступени толщины;

2) определялись средние высоты для всех ступеней толщины;

3) определялись верхние высоты (средняя высота для ста самых больших деревьев с гектара).

Перед определением значений параметров системы моделирования динамики распределения деревьев в древостое по диаметрам, учитывающей распределение растений по энергии роста в начальный момент времени, нелинейным методом наименьших квадратов определялись параметры уравнения (2) для каждого типа леса. При этом в качестве зависимой переменной выступали верхние высоты древостоев, а в качестве независимой – их возраст.

Параметр a уравнения (1), которое используется для определения площадей сечений стволов на высоте груди на основании высоты и объема дерева, принимался равным $a = 0,697597$ [4].

Для определения значений параметров имитационной модели динамики распределения деревьев в древостое по диаметрам применялся нелинейный метод наименьших квадратов. В качестве зависимых переменных использовались относительные накопленные частоты по ступеням толщины (суммирование начиналось от максимальных диаметров), средние высоты по ступеням толщины и число стволов на гектаре. Вычисление зависимых переменных выполнялись по алгоритму, описанному выше.

Результаты и обсуждение. Табл. 1 содержит оценки коэффициентов регрессии и статистики, характеризующие полученные уравнения, моделирующие связь верхней высоты с возрастом. Анализ последних показывает, что уравнение (2) достаточно хорошо описывает динамику верхних высот березовых древостоев и вполне может быть использовано в имитационной модели динамики распределения деревьев по диаметрам.

Таблица 1

Статистические показатели, характеризующие модель связи верхней высоты с возрастом

Тип леса	Параметр				Критерий Фишера F	Коэффициент детерминации R^2
	Hm	k	ψ	γ		
ОР	29,142	1750,7	0,0010501	33,382	313,2106	0,765502
КИС	33,558	500,11	$9,5181 \cdot 10^{-4}$	30,252	1394,699	0,798453

Статистические показатели, характеризующие имитационную модель развития древостоев (начальное распределение деревьев по энергии роста – логарифмически нормальное)

Тип леса	Группа густоты	Параметр						Критерий Фишера F	Коэффициент детерминации R^2
		N_0	Gm	$1/\eta$	b	τ	σ		
ОР	0	44389	24,434	$6,1576 \cdot 10^{-6}$	0,83467	0,20432	1,0005	66,09302	0,766187
	1	29072	27,825	$6,1479 \cdot 10^{-6}$	0,83467	0,20809	1,0990	53,24067	0,728451
КИС	0	29052	25,057	$6,9620 \cdot 10^{-6}$	0,83466	0,19604	0,93167	251,6690	0,900943
	1	27429	26,847	$6,5345 \cdot 10^{-6}$	0,83466	0,18564	0,96924	49,49046	0,710469

Таблица 3

Статистические показатели, характеризующие имитационную модель развития древостоев (начальное распределение деревьев по энергии роста – Вейбулла)

Тип леса	Группа густоты	Параметр						Критерий Фишера F	Коэффициент детерминации R^2
		N_0	Gm	$1/\eta$	b	τ	σ		
ОР	0	31584	18,781	$4,2106 \cdot 10^{-6}$	0,93519	0,23544	0,53931	59,11361	0,745603
	1	14467	25,695	$7,2491 \cdot 10^{-6}$	0,83468	0,20312	0,55346	74,36107	0,789338
КИС	0	30765	21,607	$3,9520 \cdot 10^{-6}$	0,93519	0,24597	0,56723	253,1401	0,901462
	1	29930	23,300	$3,9359 \cdot 10^{-6}$	0,93521	0,18462	0,55165	35,37651	0,636897

Результаты выполненных расчетов говорят о согласованности имитационной модели с экспериментальными данными как при логарифмически нормальном начальном распределении (табл. 2), так и при использовании распределения Вейбулла (табл. 3). Параметры, характеризующие имитационную модель, показывают, что оба распределения, используемые для начального момента развития древостоя, дают примерно одинаковые результаты при моделировании распределения деревьев в древостое по диаметрам.

Заключение. Предлагаемая имитационная модель динамики распределения деревьев по диаметрам в чистых одновозрастных древостоях хорошо согласуется с экспериментальными данными. Она позволяет на основе моделируемых высот ступеней толщины и распределения деревьев по диаметрам прогнозировать сортиментную структуру древостоев и может быть использована для выполнения многовариантных расчетов при проектировании различных лесохозяйственных мероприятий.

Литература

1. Ковалевский С. В. Статистический анализ распределений диаметров деревьев в сосновых, еловых и березовых древостоях // Труды БГТУ. Сер. I. Лесное хоз-во. – 1999. – Вып. VII. – С. 115–118.

2. Атрощенко О. А., Ковалевский С. В. Имитационная модель строения древостоев по диаметру // Труды БГТУ. Сер. I. Лесное хоз-во. – 2000. – Вып. VIII. – С. 110–116.

3. Атрощенко О. А., Ковалевский С. В. Аналитическое описание функцией Вейбулла распределений деревьев по диаметру в сосновых древостоях // Труды БГТУ. Сер. I. Лесное хоз-во. – 2001. – Вып. IX. – С. 90–94.

4. Машковский В. П. Дифференциация деревьев в чистых древостоях по размерам в процессе роста // Труды БГТУ. Сер. I. Лесное хоз-во. – 2004. – Вып. XII. – С. 40–48.

5. Машковский В. П. Моделирование хода роста древостоев по высоте // Лес-97: Тез. Междунар. науч.-практ. конф. – Мн., 1997. – С. 16–17.

6. Hewlett-Packard HP-25. Application Programs, 00025-90011 Rev. E 7/76. – USA, 1975.

7. Цветков А. Н. Прикладные программы для микро-ЭВМ «Электроника БЗ-21». – М.: Финансы и статистика, 1982. – 127 с.

8. Хастингс Н., Пикок Дж. Справочник по статистическим распределениям / Пер. с англ. А. К. Звонкина. – М.: Статистика, 1980. – 95 с.

9. Машковский В. П. Сглаживание эмпирических зависимостей // Труды БГТУ. Сер. I. Лесное хоз-во. – 2003. – Вып. XI. – С. 154–157.