

## ДИНАМИКА ВЕРХНИХ ВЫСОТ В ДРЕВОСТОЯХ РАЗНОЙ ГУСТОТЫ

For pine, fir-tree, birch and alder glutinosa stands mathematical models of dynamics of the top height for various forest site types as a whole and separately for different groups of density are constructed. With the help of the one-factorial dispersive analysis the hypothesis about insignificance of decrease in a mistake is checked up due to modelling dynamics of the top heights for each group of density separately. In connection with that the hypothesis has been accepted, the model of dynamics of the top height, not taking into account density of a forest stand is offered to use.

**Введение.** В настоящее время математическое моделирование широко используется для описания различных процессов, происходящих в лесных биогеоценозах. В связи с внедрением новых технологий, информационное обеспечение которых основано на активном использовании вычислительной техники, такие модели находят широкое применение.

В данной работе с помощью математического моделирования анализируется динамика верхних высот в древостоях разной густоты. Исследования верхней высоты белорусских лесов проводились и раньше. В частности, на основе верхних высот с применением математического моделирования были построены бонитетные шкалы [1]. В отличие от этого исследования в данном случае динамика верхних высот анализируется в рамках типов леса.

**Объекты и методика исследования.** Для моделирования динамики верхних высот в древостоях использовалась полученная ранее функция [2]

$$h = H \left( 1 - \left( \frac{k+1}{ke^n + 1} \right)^n \right)$$

Анализ динамики верхних высот выполнялся по материалам таксации 528 пробных площадей. В табл. 1 приведено распределение пробных площадей по породам и сериям типов леса. Пробные площади были заложены в чистых или с небольшой примесью других пород древостоях.

Для того чтобы сформировать однородные ряды развития древостоев, пробные площади группировались по типам леса, а в пределах типа леса – по густоте. Такая группировка выполнялась следующим образом. Для всех пробных площадей одного типа леса строилась кривая-гид по густоте древостоев. Каждая ордината кривой-гида вычислялась с помощью регрессионного уравнения кубической параболы. Коэффициенты параболы определялись взвешенным методом наименьших квадратов отдельно для каждой искомой точки. В качестве весовой функции использовалась функция нормального распределения. В качестве параметра сдвига – абсцисса той точки, для которой вычислялась

ордината [3]. Для тех типов леса, которые были представлены небольшим количеством пробных площадей, формировались две группы пробных площадей по густоте, которые отделялись друг от друга кривой-гидом. Для сосняков мшистых было сформировано пять, а для черничных – три группы пробных площадей по густоте. При формировании групп пробных площадей по густоте в сосняках мшистых пробные площади разделялись четырьмя линиями, проведенными вдоль кривой-гида, которые отстояли от нее на величины  $-0,8\sigma$ ;  $-0,35\sigma$ ;  $0,35\sigma$  и  $0,8\sigma$ . Пробные площади, заложенные в сосняках черничных, разделялись на группы по густоте двумя линиями, отстоящими от кривой-гида на величину  $-0,35\sigma$  и  $0,35\sigma$ .

Таблица 1

Распределение пробных площадей по типам леса

Серия типов леса	Главная порода			
	Сосна	Ель	Береза	Ольха черная
Вересковые	45			
Мшистые	221	18		
Орляковые	43		18	
Кисличные		41	19	
Черничные	62	17		
Долгомошные		17		
Крапивные				27
Всего	371	93	37	27

Материалы таксации пробных площадей обрабатывались по общепринятым методикам. Кроме вычисления обычных таксационных показателей, на каждой пробной площади определялись верхние высоты (средняя высота для ста самых больших деревьев с гектара).

С помощью нелинейного метода наименьших квадратов определялись параметры уравнения. При этом в качестве зависимой переменной выступали верхние высоты древостоев, а в качестве независимой – их возраст.

Расчеты выполнялись для каждой группы густоты в пределах типа леса в отдельности и для всех площадей типа леса в целом.

Для того чтобы выяснить, является ли усложнение модели динамики верхних высот за счет моделирования каждой группы густоты в отдельности обоснованным (в сравнении с единой моделью для типа леса без учета густоты), был использован однофакторный дисперсионный анализ [4].

**Результаты и обсуждение.** Табл. 2 содержит оценки коэффициентов регрессии и статистики, характеризующие полученные уравнения. Анализ этих статистических показателей позволяет заключить, что для всех типов леса и групп густоты функция хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Результаты дисперсионного анализа по типам леса приведены в табл. 3. Вычисленные значения  $F$ -статистики Фишера не превышают квантилей распределения Фишера для соответствующих степеней свободы при 1%-ном уровне значимости. В связи с этим у нас нет оснований отвергать гипотезу о незначительном снижении ошибки модели за счет определения коэффициентов для каждой группы густоты в отдельности. Только в одном случае эта гипотеза может быть отклонена (сосняки мшистые), но только на 5%-ном уровне значимости.

Таблица 2

Статистические показатели, характеризующие модель связи верхней высоты с возрастом

Тип леса	Группа густоты	Параметр				Критерий Фишера $F$	Коэффициент детерминации $R^2$
		$Hm$	$k$	$\psi$	$\gamma$		
1	2	3	4	5	6	7	8
Сосна							
ВЕР	0	24,706	5001,0	0,0031461	7,1493	592,5086	0,800436
	1	28,020	4001,0	0,0041941	4,1119	624,1028	0,816150
	0-1	26,006	1350,5	$1,9229 \cdot 10^{-4}$	104,03	1318,251	0,804523
МШ	0	27,566	600,52	0,0048313	5,6199	1149,685	0,633744
	1	28,324	0,0011441	0,0094831	3,1589	2027,982	0,750668
	2	28,522	$1,0296 \cdot 10^{-6}$	0,010009	2,9060	1402,327	0,782206
	3	26,545	0,013301	0,0077279	3,5485	997,3184	0,759877
	4	28,833	500,11	$8,2778 \cdot 10^{-4}$	26,310	1179,907	0,679737
	0-4	28,082	0,00027264	$2,5815 \cdot 10^{-4}$	101,33	6085,068	0,683690
ОР	0	35,325	500,11	$8,0986 \cdot 10^{-4}$	25,740	671,7592	0,721682
	1	37,055	30000,6	0,036022	0,48291	453,6240	0,723714
	0-1	35,383	552,89	$3,9229 \cdot 10^{-4}$	50,910	1164,066	0,705754
ЧЕР	0	26,405	400,98	0,0037182	8,5075	1085,107	0,529712
	1	27,355	0,76681	0,37458	0,085555	864,2608	0,804078
	2	24,751	2000,3	0,0059082	7,1248	1604,827	0,570338
	0-2	25,956	0,0093830	0,071177	0,54518	3063,781	0,678866
Ель							
МШ	0	35,093	9560,7	0,0020348	9,4326	180,3583	0,930255
	1	41,559	9585,9	0,0016100	7,4633	256,5084	0,905009
	0-1	36,498	9560,7	0,0018666	8,6529	418,5004	0,889743
КИС	0	32,500	9560,7	0,0025487	11,815	544,3702	0,805468
	1	33,732	9560,7	0,0024542	11,377	437,0593	0,756704
	0-1	33,145	9560,7	0,0024976	11,578	1070,169	0,778841

1	2	3	4	5	6	7	8
ЧЕР	0	40,771	4560,7	$1,7474 \cdot 10^{-3}$	8,0123	264,8622	0,953999
	1	31,715	4560,7	0,0021836	10,013	129,1167	0,863228
	0-1	36,476	4560,7	0,0019291	8,8455	489,1400	0,921009
ДМ	0	27,783	9560,7	0,0020984	9,7276	102,2673	0,868060
	1	30,938	9560,7	0,0020018	9,2799	193,2235	0,952305
	0-1	30,226	9560,7	0,0020240	9,3828	377,6879	0,916455
Береза							
ОР	0	30,237	1800,1	0,0010009	31,812	103,5641	0,738494
	1	28,450	1850,1	0,0010934	34,752	125,9887	0,791589
	0-1	29,142	1750,7	0,0010501	33,382	313,2106	0,765502
КИС	0	30,080	1750,7	0,0010966	34,862	1027,59	0,795579
	1	38,178	1750,7	$8,3241 \cdot 10^{-4}$	26,463	428,4312	0,855330
	0-1	33,558	500,11	$9,5181 \cdot 10^{-4}$	30,252	1394,699	0,798453
Ольха черная							
КР	0	37,444	9475,9	0,0021146	9,8027	543,3735	0,684033
	1	77,534	9476,3	0,0012674	5,8759	488,1440	0,836176
	0-1	48,466	9475,9	0,0017313	8,0260	1113,977	0,743028

Таблица 3

**Сравнение с помощью дисперсионного анализа простой модели динамики верхней высоты с моделью, учитывающей густоту древостоя**

Тип леса	Источник разброса	Сумма квадратов	Степень свободы	Средний квадрат	Критерий Фишера $F$
1	2	3	4	5	6
Сосна					
ВЕР	Регрессия (без учета групп густоты)	17 057,97	4		
	Учет групп по густоте	2,92	4	0,73	0,21
	Остаток	129,71	37	3,51	
	Общий	17 190,60	45		
МШ	Регрессия (без учета групп густоты)	110 976,20	4		
	Учет групп по густоте	137,72	16	8,61	2,03
	Остаток	851,66	201	4,24	
	Общий	111 965,60	221		
ОР	Регрессия (без учета групп густоты)	26 882,73	4		
	Учет групп по густоте	13,02	4	3,25	0,54
	Остаток	212,15	35	6,06	
	Общий	27 107,89	43		
ЧЕР	Регрессия (без учета групп густоты)	31 879,54	4		
	Учет групп по густоте	22,30	8	2,79	1,06
	Остаток	131,59	50	2,63	
	Общий	32 033,43	62		

1	2	3	4	5	6
<b>Ель</b>					
МШ	Регрессия (без учета групп густоты)	9 651,73	4		
	Учет групп по густоте	23,49	4	5,87	1,03
	Остаток	57,22	10	5,72	
	Общий	9 732,45	18		
КИС	Регрессия (без учета групп густоты)	29 581,49	4		
	Учет групп по густоте	1,42	4	0,36	0,05
	Остаток	254,26	33	7,70	
	Общий	29 837,18	41		
ЧЕР	Регрессия (без учета групп густоты)	7 388,38	4		
	Учет групп по густоте	4,70	4	1,17	0,24
	Остаток	44,39	9	4,93	
	Общий	7 437,48	17		
ДМ	Регрессия (без учета групп густоты)	4 969,54	4		
	Учет групп по густоте	2,25	4	0,56	0,12
	Остаток	40,52	9	4,50	
	Общий	5 012,30	17		
<b>Береза</b>					
ОР	Регрессия (без учета групп густоты)	7 706,88	4		
	Учет групп по густоте	1,83	4	0,46	0,05
	Остаток	84,29	10	8,43	
	Общий	7 793,00	18		
КИС	Регрессия (без учета групп густоты)	11 962,45	4		
	Учет групп по густоте	6,40	4	1,60	0,68
	Остаток	25,76	11	2,34	
	Общий	11 994,62	19		
<b>Ольха черная</b>					
КР	Регрессия (без учета групп густоты)	14 941,67	4		
	Учет групп по густоте	7,18	4	1,80	0,49
	Остаток	69,94	19	3,68	
	Общий	15 018,80	27		

**Заключение.** Основываясь на полученных результатах проведенного однофакторного дисперсионного анализа, можно сделать вывод о целесообразности использования модели динамики верхней высоты, не учитывающей густоту древостоя, так как построение моделей для каждой группы по густоте дает несущественное для практических целей увеличение точности.

#### Литература

1. Багинский В. Ф. Бонитетные шкалы по верхней высоте для основных лесообразующих пород Западного региона Европейской части

СССР // Формирование высокопродуктивных насаждений Белоруссии. – Мн.: Польша, 1980. – С. 67–80.

2. Машковский В. П. Моделирование хода роста древостоев по высоте // Лес-97: Тез. Междунар. науч.-практ. конф. – Мн., 1997. – С. 16–17.

3. Машковский В. П. Сглаживание эмпирических зависимостей // Труды БГТУ. Сер. I. Лесное хоз-во. – 2003. – Вып. XI. – С. 154–157.

4. Колемаев В. А., Староверов О. В., Турундаевский В. Б. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для экон. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1991. – 400 с.