

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ДРЕВОСТОЯ С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАСТЕНИЙ ПО ЭНЕРГИИ РОСТА

The parameters of imitating model allowing step by step to describe development pure even-age stands, considered as set of separate trees, ordered on decrease for basic forest species of the Belarus and the most widespread a forest site type are presented in this article. Two variants of trees distribution on growth energy at the initial moment of time are analyzed: Lognormal and Weibull. The parameters of models are calculated on the basis of stand characteristics of 528 sample plots incorporated in pure or with a small impurity forest stands.

**Введение.** В лесохозяйственной практике встречаются разные подходы к моделированию роста древостоя. Чаще всего строятся модели динамики различных таксационных показателей древостоя: высоты, диаметра, запаса. Таких моделей разработано очень много, их часто называют функциями роста [6]. В моделях роста древостоев нередко рассматривается как совокупность одинаковых по всем характеристикам деревьев [5, 20]. При построении таких моделей за основу часто берется энергетический баланс территории, занятой насаждением. По этому принципу построена биогеофизическая теория динамики запаса насаждений, предложенная Г. Ф. Хильми [22]. Данная модель пригодна для описания изменения запаса древостоя в зависимости от его возраста в период полного поглощения им физиологической радиации. Другими словами, речь идет о периоде, когда древостоем достиг достаточной степени сомкнутости для того, чтобы практически полностью усваивать все доступные энергетические ресурсы.

Однако развитие деревьев в высокополнотном и в разреженном древостое происходит по-разному. Чтобы учесть эту особенность, В. В. Галицкий и А. С. Комаров использовали понятие «свободно растущее растение», рост которого характеризовали двумя функциями, описывающими динамику биомассы растения и изменение с возрастом площади, необходимой для его свободного роста [3, 4].

Реальные древостои состоят из деревьев, которые отличаются друг от друга по диаметру, высоте, объему и т. д. Для того чтобы учесть эту изменчивость, чаще всего анализируется распределение деревьев по диаметрам, так как именно диаметр определяет крупность получаемой древесины и выход сортиментов. Как правило, в таких исследованиях закономерности распределения деревьев по диаметрам изучаются в статике, а не в динамике [1, 2, 7].

В данной работе представлена имитационная модель, которая описывает динамику развития древостоя как совокупности деревьев, упорядоченных по убыванию размеров. Алгоритм позволяет вычислить основные таксаци-

онные показатели (высота, диаметр, площадь сечения, объем) отдельных деревьев в древостое для каждого года жизни насаждения.

**Объекты и методика исследования.** Имитационная модель строилась на основе теоретических предпосылок и алгоритма моделирования роста древостоя, разработанных ранее [14, 15]. Вычисление высоты самого крупного дерева выполнялось с помощью уравнений связи верхних высот с возрастом [10, 16].

Параметры модели определялись по материалам таксации 528 пробных площадей. В табл. 1 приведено распределение пробных площадей по породам и сериям типов леса. Пробные площади были заложены в чистых или с небольшой примесью других пород древостоях.

Таблица 1

Распределение пробных площадей по типам леса

Серии типов леса	Главная порода			
	сосна	ель	береза	ольха черная
Вересковые	45	—	—	—
Мшистые	221	18	—	—
Орляковые	43	—	18	—
Кисличные	—	41	19	—
Черничные	62	17	—	—
Долгомошные	—	17	—	—
Крапивные	—	—	—	27
ИТОГО	371	93	37	27

Процесс самоизреживания, прирост по диаметру во многом зависят от густоты древостоев. В связи с этим в пределах типа леса пробные площади группировались по этому признаку. Группировка выполнялась следующим образом. Для густоты всех пробных площадей одного типа леса строилась кривая-гид. Каждая ордината этой кривой вычислялась с помощью регрессионного уравнения кубической параболы, коэффициенты которой определялись взвешенным методом наименьших квадратов отдельно для каждой искомой точки. При этом для вычисления весов наблюдений использовалась функция нормального

распределения с параметром сдвига, равным абсциссе той точки, для которой вычислялась ордината [13]. Для тех типов леса, которые были представлены небольшим количеством пробных площадей, формировались две группы пробных площадей по густоте, которые отделялись друг от друга кривой-гидом. Для сосняков мшистых было сформировано пять, а для черничных – три группы пробных площадей по густоте. При формировании групп пробных площадей по густоте в сосняках мшистых пробные площади разделялись четырьмя линиями, проведенными вдоль кривой-гида, которые отстояли от нее на величины:  $-0,8\sigma$ ;  $-0,35\sigma$ ;  $0,35\sigma$  и  $0,8\sigma$ . Пробные площади, заложенные в сосняках черничных, разделялись на группы по густоте двумя линиями, отстоящими от кривой-гида на величины:  $-0,35\sigma$  и  $0,35\sigma$ . Расчеты выполнялись по каждому типу леса и группе густоты в отдельности.

Материалы таксации пробных площадей обрабатывались по общепринятым методикам. Кроме обычных таксационных показателей, на каждой пробной площади дополнительно рассчитывались:

- 1) относительные накопленные частоты для распределения стволов по диаметру, начиная от самой большой ступени толщины;
- 2) средние высоты для всех ступеней толщины;
- 3) верхние высоты (средняя высота для ста самых больших деревьев с гектара).

Для определения значений параметров системы моделирования распределения деревьев в древостое по диаметрам, учитывающей распределение растений по энергии роста в начальный момент времени, использовался нелинейный метод наименьших квадратов. В качестве зависимых переменных использовались относительные накопленные частоты по ступеням толщины (суммирование начиналось от максимальных диаметров), средние высоты по ступеням толщины и число стволов на гектаре. Вычисление зависимых переменных выполнялись по алгоритму, описанному ранее [15].

Площади сечений деревьев на высоте груди рассчитывались по уравнению

$$g_m = \frac{v(h-1,3)^{2a}(2a+1)}{h^{2a+1}}, \quad (1)$$

которое получено путем преобразования уравнения для вычисления объема древесного ствола

$$v = \frac{g_m \cdot h^{2a+1}}{(h-1,3)^{2a} \cdot (2 \cdot a + 1)}, \quad (2)$$

являющегося частным случаем формулы, разработанной для определения объемов отдельных частей ствола [9]. В выражениях (1) и (2) приняты следующие обозначения:  $g_m$  – площадь сечения ствола на высоте груди;  $v$  – объем ствола дерева;  $a$  – постоянный коэффициент;  $h$  – высота дерева.

Значения коэффициента  $a$  из уравнения (1) для различных пород были определены ранее по материалам сортиментных таблиц Ф. П. Моисеенко [9, 11, 12]. Однако сортиментные таблицы ориентированы в основном на спелые древостои, а в данной работе затрагиваются все периоды развития древостоя. В связи с этим с помощью нелинейного метода наименьших квадратов были рассчитаны новые значения коэффициентов  $a$ . Для сосны расчеты выполнялись по материалам таблицы объемов маломерных древесных стволов по высоте и диаметру В. К. Захарова [21] и таблицы объемов стволов сосны по Д. И. Товстолесу [8, 19]. По ели использовались таблица объемов маломерных древесных стволов по высоте и диаметру О. А. Трулля [21] и таблица объемов стволов ели по В. К. Захарову [8, 19]. Коэффициент  $a$  для дуба определялся по материалам таблицы объемов маломерных древесных стволов по высоте и диаметру О. А. Трулля [21] и таблицы объемов стволов дуба по Б. А. Шустову [8, 19]. Расчеты для березы выполнялись на основании данных таблицы объемов маломерных стволов по высоте и диаметру О. А. Трулля [21] и таблицы объемов стволов березы по А. В. Тюрину [8, 19]. Вычисления по осине проведены по материалам таблицы объемов маломерных стволов осины Ф. П. Моисеенко и др. [17] и таблицы объемов стволов осины по А. В. Тюрину [8, 19]. Для ольхи черной использовались таблица объемов древесных стволов по разрядам высот Ф. П. Моисеенко, А. Г. Мурашко [21] и сортиментные таблицы Ф. П. Моисеенко [18].

Несмотря на то, что модель настраивалась по нескольким таблицам одновременно, получены достаточно хорошие результаты (табл. 2).

Таблица 2  
Статистические показатели, характеризующие уравнения объемов древесных стволов

Порода	$a$	$F$ -критерий Фишера	Коэффициент детерминации, $R^2$
Сосна	0,734 917	1 157 884	0,999 184
Ель	0,637 832	19 906 442	0,999 969
Дуб	0,661 652	13 567 832	0,999 900
Береза	0,697 597	131 568 421	0,999 995
Осина	0,610 513	70 907 203	0,999 987
Ольха черная	0,724 094	36 351	0,992 793

Вычисление площадей сечения деревьев на высоте груди выполнялось с помощью уравнения (1) с использованием вновь вычисленных значений коэффициента  $a$  (табл. 2).

**Результаты и обсуждение.** В табл. 3 и 4 приведены значения параметров имитационных

моделей развития древостоев для основных лесообразующих древесных пород Беларуси и наиболее распространенных типов леса, полученные с использованием распределения Вейбулла и логарифмически-нормального начального распределения деревьев по энергии роста соответственно.

Таблица 3

Статистические показатели, характеризующие имитационную модель развития древостоев (начальное распределение деревьев по энергии роста – Вейбулла)

Тип леса	Группа густоты	Параметры						F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации, $R^2$
		$N_0$	$G_m$	$1/\eta$	$b$	$\tau$	$\sigma$		
Сосна									
ВЕР	0	22 251	19,111	$7,694 1 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,179 08	0,541 58	265,161 3	0,8188 17
	1	27 741	29,593	$6,446 4 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,203 31	0,504 03	250,326 9	0,8027 59
МШ	0	17 097	23,599	$7,856 6 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,171 10	0,528 54	401,670 1	0,7331 88
	1	13 005	32,002	$5,109 0 \cdot 10^{-4}$	0,842 40	0,168 78	0,703 04	640,888 2	0,8221 01
	2	24 824	18,261	$7,234 8 \cdot 10^{-3}$	0,834 70	0,176 49	0,487 25	372,834 9	0,7626 46
	3	11 298	33,933	$8,651 0 \cdot 10^{-5}$	1,082 2	0,179 24	0,733 10	336,614 3	0,7880 91
	4	33 576	27,802	$5,747 6 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,202 73	0,569 17	554,846 9	0,8314 06
ОР	0	14 107	22,932	$6,743 0 \cdot 10^{-6}$	0,834 75	0,523 54	0,135 51	149,679 7	0,7065 34
	1	31 979	25,725	$6,193 2 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,192 95	0,611 15	166,047 7	0,7591 73
ЧЕР	0	29 094	35,251	$7,234 8 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,230 80	0,591 82	321,848 1	0,8337 65
	1	12 516	17,282	$1,129 3 \cdot 10^{-5}$	0,834 71	0,171 26	0,563 66	180,690 7	0,7439 93
	2	88,382	37,430	$4,631 6 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,184 86	0,604 46	142,451 5	0,7836 23
Ель									
МШ	0	14 890	19,343	$7,779 6 \cdot 10^{-6}$	0,935 26	0,250 30	0,663 76	108,796 8	0,8413 72
	1	28 989	27,293	$7,672 9 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,210 37	0,617 70	127,305 0	0,8403 83
КИС	0	11 789	23,197	$4,311 0 \cdot 10^{-6}$	0,935 00	0,188 96	0,443 20	139,539 7	0,6945 71
	1	76 025	45,502	$2,907 0 \cdot 10^{-6}$	0,834 69	0,186 92	0,497 22	172,543 5	0,7483 57
ЧЕР	0	28 952	13,957	$4,583 5 \cdot 10^{-6}$	0,935 20	0,233 81	0,556 97	57,4126 2	0,7243 18
	1	43 954	27,065	$4,691 7 \cdot 10^{-6}$	0,935 20	0,325 84	0,590 25	122,012 6	0,8797 67
ДМ	0	22 162	14,346	$9,460 4 \cdot 10^{-6}$	0,935 33	0,349 14	0,752 98	91,9911 9	0,8611 12
	1	20 686	17,320	$5,622 0 \cdot 10^{-6}$	0,935 20	0,270 79	0,574 06	80,8071 0	0,8346 03
Береза									
ОР	0	31 584	18,781	$4,210 6 \cdot 10^{-6}$	0,935 19	0,235 44	0,539 31	59,1136 1	0,7456 03
	1	14 467	25,695	$7,249 1 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,203 12	0,553 46	74,3610 7	0,7893 38
КИС	0	30 765	21,607	$3,952 0 \cdot 10^{-6}$	0,935 19	0,245 97	0,567 23	253,140 1	0,9014 62
	1	29 930	23,300	$3,935 9 \cdot 10^{-6}$	0,935 21	0,184 62	0,551 65	35,3765 1	0,6368 97
Ольха черная									
КР	0	57 641	35,866	$6,006 8 \cdot 10^{-6}$	0,834 88	0,142 42	0,578 96	141,659 8	0,7629 93
	1	32 008	28,070	$7,490 7 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,182 94	0,690 96	91,5644 1	0,7777 39

Статистические показатели, характеризующие имитационную модель развития древостоев (начальное распределение деревьев по энергии роста – логарифмически-нормальное)

Тип леса	Группа густоты	Параметры						F-критерий Фишера	Коэффициент детерминации, $R^2$
		$N_0$	$G_m$	$1/\eta$	$b$	$\tau$	$\sigma$		
Сосна									
ВЕР	0	26 132	18,693	$7,972 4 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,181 83	1,138 1	313,539 5	0,842 367
	1	33 627	25,438	$6,697 9 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,210 39	0,992 46	212,255 6	0,801 179
МШ	0	39 981	26,060	$6,826 0 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,208 15	1,127 5	344,031 0	0,701 815
	1	99 378	25,032	$5,800 0 \cdot 10^{-5}$	0,841 90	0,127 75	1,404 9	838,696 2	0,858 106
	2	30 426	18,226	$5,208 0 \cdot 10^{-3}$	0,834 70	0,178 43	1,253 6	466,774 5	0,800 906
	3	98 328	25,400	$2,764 0 \cdot 10^{-5}$	0,841 90	0,0926 34	1,004 0	267,268 1	0,747 017
	4	37 103	25,258	$6,819 6 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,216 38	1,027 6	355,817 9	0,759 756
ОР	0	27 119	26,973	$6,616 3 \cdot 10^{-6}$	0,834 71	0,144 00	1,130 2	209,928 7	0,771 515
	1	33 627	25,438	$6,697 9 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,210 39	0,992 46	212,255 6	0,801 179
ЧЕР	0	30 434	33,599	$5,906 7 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,245 59	1,160 3	413,168 8	0,865 568
	1	30 260	18,714	$7,963 4 \cdot 10^{-6}$	0,834 70	0,177 59	1,132 5	220,461 9	0,780 018
	2	80 387	31,491	$5,439 8 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,197 94	0,958 49	125,044 7	0,760 710
Ель									
МШ	0	74 211	31,695	$4,211 1 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,212 00	0,990 73	150,642 1	0,880 457
	1	33 595	25,872	$6,757 9 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,213 10	1,039 6	168,901 7	0,874 773
КИС	0	73 913	47,642	$2,596 0 \cdot 10^{-6}$	0,834 69	0,188 68	1,352 5	211,439 2	0,775 078
	1	86 220	38,585	$3,100 0 \cdot 10^{-6}$	0,834 68	0,196 51	1,193 6	259,568 1	0,817 316
ЧЕР	0	28 924	17,612	$7,483 7 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,209 72	0,971 97	82,8577 0	0,791 322
	1	34 123	28,482	$6,405 9 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,310 36	0,993 38	120,851 3	0,878 752
ДМ	0	23 977	12,975	$8,127 2 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,233 77	0,890 42	80,1460 5	0,843 791
	1	32 613	25,040	$6,862 4 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,220 53	1,007 5	120,796 1	0,882 953
Береза									
ОР	0	44 389	24,434	$6,157 6 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,204 32	1,000 5	66,093 02	0,766 187
	1	29 072	27,825	$6,147 9 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,208 09	1,099 0	53,240 67	0,728 451
КИС	0	29 052	25,057	$6,962 0 \cdot 10^{-6}$	0,834 66	0,196 04	0,931 67	251,669 0	0,900 943
	1	27 429	26,847	$6,534 5 \cdot 10^{-6}$	0,834 66	0,185 64	0,969 24	49,490 46	0,710 469
Ольха черная									
КР	0	76 027	34,323	$5,880 2 \cdot 10^{-6}$	0,834 69	0,158 91	1,040 2	96,6521 0	0,687 152
	1	31 284	28,317	$6,275 9 \cdot 10^{-6}$	0,834 67	0,181 68	1,069 7	77,5971 4	0,747 822

Полученные в результате выполненных расчетов статистики, характеризующие имитационные модели, говорят о их согласованности с экспериментальными данными как при логарифмически-нормальном начальном распределении (табл. 4), так и при использо-

вании распределения Вейбулла (табл. 3). Расчеты показывают, что оба распределения дают примерно одинаковые результаты при моделировании распределения деревьев в древостое по диаметрам, однако логарифмически-нормальное распределение можно считать

несколько более предпочтительным, чем распределение Вейбулла.

**Заключение.** Предлагаемая имитационная модель динамики распределения деревьев по диаметрам в чистых одновозрастных древостоях хорошо согласуется с экспериментальными данными. Она позволяет на основе моделируемых высот ступеней толщины и распределения деревьев по диаметрам прогнозировать сортиментную структуру древостоев и может быть использована для выполнения многовариантных расчетов при проектировании различных лесохозяйственных мероприятий.

### Литература

1. Атрощенко, О. А. Имитационная модель строения древостоев по диаметру / О. А. Атрощенко, С. В. Ковалевский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – Вып. VIII. – 2000. – С. 110–116.

2. Атрощенко, О. А. Аналитическое описание функцией Вейбулла распределений деревьев по диаметру в сосновых древостоях / О. А. Атрощенко, С. В. Ковалевский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2001. – Вып. IX. – С. 90–94.

3. Галицкий, В. В. Несвободный рост биомассы организма / В. В. Галицкий, А. С. Комаров. – Пушино, 1974. – 8 с.

4. Галицкий, В. В. Дискретная модель популяции деревьев / В. В. Галицкий, А. С. Комаров // Моделирование почвенных процессов и автоматизация их исследования. – М.: Наука, 1976. – С. 91–106.

5. Ермаков, В. Е. Детерминированная модель чистого соснового древостоя / В. Е. Ермаков, В. Д. Севастьянов // Изв. вузов. Лесной журнал, 1978. – № 6. – С. 11–14.

6. Кивисте, А. К. Функции роста леса: учеб.-справ. пособие / А. К. Кивисте. – Тарту: Эстонская с.-х. академия, 1988. – 108 с.

7. Ковалевский, С. В. Статистический анализ распределений диаметров деревьев в сосновых, еловых и березовых древостоях / С. В. Ковалевский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 1999. – Вып. VII. – С. 115–118.

8. Лесотаксационный справочник / Б. И. Грошев [и др.]. – 2-е изд., перераб. – М.: Лесн. пром-сть, 1980. – 288 с.

9. Машковский, В. П. Сортиментация осинников с использованием имитационной модели / В. П. Машковский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 1996. – Вып. IV. – С. 88–92.

10. Машковский, В. П. Моделирование хода роста древостоев по высоте / В. П. Машковский // Лес-97: Тезисы междунаrod. науч.-практ. конференции. – Минск, 1997. – С. 16–17.

11. Машковский, В. П. Моделирование товарной структуры стволов ясеня / В. П. Машковский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 1997. – Вып. V. – С. 81–84.

12. Машковский, В. П. Уравнения для определения выхода древесины заданной крупности / В. П. Машковский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2000. – Вып. VIII. – С. 157–164.

13. Машковский, В. П. Сглаживание эмпирических зависимостей / В. П. Машковский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2003. – Вып. XI. – С. 154–157.

14. Машковский, В. П. Дифференциация деревьев в чистых древостоях по размерам в процессе роста / В. П. Машковский // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2004. – Вып. XII. – С. 40–48.

15. Машковский, В. П. Имитационная модель динамики распределения деревьев по диаметрам в чистых одновозрастных древостоях / В. П. Машковский, Р. В. Азарчик // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2006. – Вып. XIV. – С. 52–55.

16. Машковский, В. П. Динамика верхних высот в древостоях разной густоты / В. П. Машковский, И. В. Толкач // Труды БГТУ. Сер. I, Лесн. хоз-во. – 2006. – Вып. XIV. – С. 56–59.

17. Таблицы объемов маломерных стволов осины / Ф. П. Моисеенко [и др.] // Новое в лесоводстве. – Минск: Урожай, 1969. – Вып. 19. – С. 110–116.

18. Нормативные материалы для таксации леса Белорусской ССР. – М., 1984. – 308 с.

19. Полевой справочник по таксации леса / под общ. руководством П. В. Воропанова. – Брянск, 1958. – 210 с.

20. Севастьянов, В. Д. Некоторые теоретические аспекты биофизики чистых древостоев / В. Д. Севастьянов // Лесоведение и лесное хозяйство. – 1980. – Вып. 15. – С. 57–61.

21. Справочник лесоустроителя Белоруссии / под общ. ред. В. С. Мирошникова. – Минск: Выш. шк., 1973. – 268 с.

22. Хильми, Г. Ф. Теоретическая биогеофизика леса / Г. Ф. Хильми. – М.: Изд-во Академии наук СССР, 1957. – 208 с.