

РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ СВЯЗИ ДИАМЕТРОВ И ВЫСОТ ДЕРЕВЬЕВ
В БЕРЕЗОВЫХ ДРЕВОСТОЯХ

Математические модели связи таксационных признаков деревьев необходимы для разработки системы моделирования и прогноза роста насаждений на ЭВМ в ОАСУ-лесхоз [1]. Цель работы – выполнить множественный регрессионный анализ и оценить регрессионные модели связи диаметров и высот деревьев в чистых одновозрастных, наиболее распространенных березовых насаждениях Белоруссии. Опытные данные представлены в виде материалов таксации березовых древостоев на двух пробных площадях сплошной рубки деревьев, заложенных в березняках кисличных и черничных, составляющих более половины березовых лесов по суходолу. Пробная площадь 1 (Городокский лесхоз) – березняк кисличный семенного происхождения, I^a класса бонитета, состав 9Б10с (55 лет), запас – 256 м³/га, средний диаметр – 22,6 см, высота – 26,9 м, площадь сечения – 20,5 м²/га, полнота 0,7; на пробе срублено и протаксировано 243 ствола березы бородавчатой. Пробная площадь 2 (Вилейский лесхоз) – березняк черничный семенного происхождения, I класса бонитета, состав 10Б (60 лет), запас – 193 м³/га, средний диаметр – 19,0 см, средняя высота – 22,2 м, площадь сечения – 19,5 м²/га, полнота – 0,7; срублено и протаксировано 236 стволов березы. На каждом стволе диаметры на высоте 1,3 м измерялись с точностью до 0,1 см, высоты – до 0,1 м.

Путем аналитического анализа моделей связи диаметров и высот деревьев в древостое отобраны уравнения параболического, логарифмического и экспоненциального типов с преобразованием и без преобразования зависимой переменной:

Параболического типа

$$1) H = a + bD + cD^2;$$

$$2) H = a + bD + cD^2 + eD^3;$$

$$3) H = a + bD + cD^2 + eD^3 + fD^4;$$

$$4) H = a + bD^{-2};$$

$$5) H = a + bD + cD^{1/2}H;$$

$$6) H = a + bD^{-1} + cD^{-2};$$

$$7) H = a + bD^{1/2} + cD + eD^2;$$

$$8) H = a + bD + cD^2 + eD^{1/2} + fD^{-1/2} + gD^{-1} + kD^{-2};$$

логарифмического типа

$$9) H = a + b \lg D;$$

$$10) H = a + bD + c \lg D;$$

уравнения с преобразованием зависимой переменной

$$11) \lg H = a + b \lg D;$$

$$12) \lg H = a + b \lg D + c \lg^2 D;$$

$$13) D/H = a + bD;$$

$$14) D^2/H = a + bD + cD^2;$$

$$15) D/H = a + bD + cD^{-1},$$

где H — высота; D — диаметр; a, b, c, e, f, g, k — коэффициенты уравнений.

Обработка опытных данных и оценка коэффициентов регрессий методом наименьших квадратов производилась на ЕС ЭВМ по стандартной программе множественного линейного регрессионного анализа.

В соответствии с общими предпосылками регрессионного анализа при оценке уравнений связи диаметров и высот приняты следующие положения [2]: 1) регрессионная модель должна объяснять не менее 80% вариации высот деревьев ($R^2 \geq 0,80$); 2) стандартная ошибка оценки высот по уравнению — менее 5% среднего значения предсказываемого признака (высоты); 3) оценка значимости коэффициентов регрессии по t -критерию Стьюдента производилась на уровне значимости 0,05; 4) остатки от регрессии должны быть без заметной автокорреляции ($R_1 < 0,300$), нормально распределены и без систематической составляющей.

Коэффициент детерминации (R^2) определяет вариацию высот деревьев относительно среднего уровня линии регрессии. В березняке кисличном (проба 1) вариация высот выше, чем в черничном, и уравнения объясняют только 63–73% вариации высот (табл. 1). Практически аппроксимацией полинома высокого порядка можно достигнуть $R^2 \approx 1$, что вовсе не подтверждает адекватности модели. Наконец, при увеличении тесноты связи (корреляции) между независимыми переменными, например D и D^2 в уравнении (1), и достижении коэффициента детерминации к единице снижается точность оценки коэффициентов регрессии [3].

Критерий Фишера используется как общий критерий значимости регрессии. Вычисленные критерии во всех случаях значительно превышают критическое (табличное) значение, что указывает на достигнутое снижение общей вариации высот, предсказанных по регрессионным моделям.

Оценки коэффициентов регрессий, как выборочных изменчивых показателей, получены с точностью 5–10% и по t -критерию значимы на принятом уровне. Свободный член (a) уравнения (15) является не достоверным для данных пробных площадей и может быть исключен из модели. Стандартные ошибки (S) оценки высот по уравнениям в березняке кисличном составляют 2–3 м, или 9–12%, в черничном 0,5–1,0 м, или 2–4% среднего значения предсказываемых высот. Максимальные отклонения (Δ_{\max}) опытных значений высот от регрессий достигают 5–10 м. Размерность стандартной ошибки и остатков от регрессии (табл. 1) зависит от преобразования зависимой переменной.

Аппроксимация уравнений (1)–(15) к данным таксации диаметров и высот в березняке черничном (проба 2) характеризуется более высокими коэффициентами детерминации, меньшей стандартной ошибкой и суммой квадратов остатков или отклонений от линии регрессии ($\sum \Delta^2$). С другой стороны, регрессии имеют значительную автокорреляцию в остатках ($R_1 =$

Т а б л и ц а 1. Показатели оценки регрессий связи диаметров и высот деревьев в березовых древостоях

№ уравнения	Пробная площадь 1					Пробная площадь 2				
	R ²	S	Остатки			R ²	S	Остатки		
			$\Sigma\Delta^2$	Δ_{\max}	R _I			$\Sigma\Delta^2$	Δ_{\max}	R _I
1	0,717	2,54	1542,3	9,30	-0,119	-	-	-	-	-
2	0,726	2,50	1495,0	9,14	-0,181	0,965	0,748	132,0	2,24	0,657
3	0,726	2,50	1493,0	9,20	-0,250	0,970	0,698	114,3	2,55	0,567
4	0,631	2,89	2011,0	10,86	0,541	0,930	1,058	266,2	5,14	0,770
5	0,629	2,85	1943,7	10,06	0,717	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	0,967	0,732	126,9	2,33	0,596
7	0,723	2,51	1506,3	9,12	-0,131	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	0,979	0,582	79,0	2,19	0,233
9	0,707	2,57	1593,7	8,82	0,146	0,942	0,963	220,6	-	-
10	0,723	2,51	1510,4	9,08	-0,093	0,963	0,772	141,3	2,44	0,647
11	0,670	0,056	0,747	0,29	0,056	0,899	0,029	0,206	-	-
12	0,712	0,052	0,652	0,26	-0,133	0,965	0,017	0,071	0,052	0,715
13	0,633	0,104	2,57	0,57	-0,008	-	-	-	-	-
14	0,959	1,91	869,9	10,53	-0,034	0,995	0,596	84,1	2,28	0,461
15	0,651	0,101	2,46	0,53	-0,136	0,954	0,031	0,225	0,104	0,612

= 0,6-0,7), что можно объяснить влиянием временного фактора (возраста деревьев) на вариацию высот. Введение дополнительных независимых переменных в модель (8) значительно уменьшает автокорреляцию в остатках ($R_I = 0,233$).

Уравнения параболического типа характеризуются автокорреляцией в остатках, распределение которых значительно отличается от нормального. Парабола II порядка (1) и модель (8) являются наиболее подходящими для интерполяции связи диаметров и высот деревьев в березовых древостоях. Уравнения логарифмического типа (9) и (10) дают систематическое занижение в оценке высот деревьев и лучше подходят для определения высот тонкомерных стволов. Преобразование зависимой переменной ($\lg H$) приводит к нормальному распределению остатков (модели 11,12). В уравнении Корсуня (14) представлены наиболее подходящие показатели модели связи диаметров и высот деревьев: высокий коэффициент детерминации даже для данных пробы 1, стандартная ошибка в пределах 0,6-2,0 м (или 2-7% среднего значения), меньшая сумма квадратов отклонений, незначительная автокорреляция в остатках и приблизительно нормальное их распределение.

Проведенные исследования моделей связи показывают, что реальные выборочные данные таксации диаметров и высот деревьев часто не соответствуют предпосылкам метода наименьших квадратов и регрессионного анализа. Нарушение предпосылок связано с наличием корреляции между независимыми переменными в моделях (1)-(15). Это затрудняет проведение регрессионного анализа и построение моделей связи: усложняется процесс выделения наиболее существенных факторов, искажаются оценки и смысл коэффициентов регрессии при попытке их лесоводственной интерпретации,

возникают осложнения вычислительного характера. Необходимо также отметить, что для аналитического описания связи диаметров и высот деревьев нецелесообразно использовать многочлены высокой степени или другие уравнения, содержащие большое число параметров, так как полученные модели связи (особенно при малом числе наблюдений) будут отражать случайные колебания, а не основную тенденцию развития явления. По данным пробной площади 1, например, при оценке параметров регрессии 8 получена вырожденная матрица переменных, т.е. имеются осложнения вычислительного характера. Полиномы II или III порядков подходят для выравнивания и интерполяции (определения промежуточных значений) данных в пределах имеющегося опытного материала и непригодны для прогноза роста древостоев.

В качестве моделей связи диаметров и высот деревьев в высокопродуктивных березовых древостоях для прогноза роста насаждений рекомендуется применять уравнения Корсуня

$$H = \frac{D^2}{2,558 + 0,121D + 0,031D^2}$$

и Бакмана $\lg H = -0,782 + 2,879 \lg D - 0,944 \lg^2 D$.

Л и т е р а т у р а

1. А тр о щ е н к о О.А., К о с т е н к о А.Г. Направления применения моделей роста леса (на примере БССР): Обзорная информация. — Минск, 1980. — 46 с. 2. Д р е й п е р Н., С м и т Г. Прикладной регрессионный анализ. — М., 1977. — 153 с. 3. П л е с к у н и н В.И., В о р о н и н а Е.Д. Теоретические основы организации и анализа выборочных данных в эксперименте. — Л., 1979. — 65 с.

УДК 630*621

Д.В. Михнюк, канд. с.-х. наук
БТИ)

ВОЗРАСТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И ЛЕСОПОЛЬЗОВАНИЕ В ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ СОСНОВЫХ ЛЕСАХ БССР

В результате чрезмерных рубок, особенно во время войн и оккупаций, и последующего искусственного восстановления лесов на огромных площадях в послевоенные годы в республике сформировалось возрастное распределение сосновых лесов с преобладанием молодняков и средневозрастных, недостатком приспевающих, особенно спелых древостоев. Размер же главного пользования и динамика его изменения во времени, как отмечают С.Г. Синицын и другие авторы книги [1], Н.П. Анучин [2,3], зависит от площади лесов и характера ее распределения по группам возраста. Возможности для увеличения площади лесов в республике ограничены. Поэтому характер