

## ЛИТЕРАТУРА

1. Наркевич И.И. Молекулярно-статистическая теория неоднородных конденсированных сред. Дисс. докт. физ.-мат. наук. – СПб.: СПГУ, 1993. – 242 с.
2. Наркевич И.И. Построение нелокальной статистической теории деформированных кристаллов с дефектами, проблемы и перспективы решения. // Труды БГТУ. Сер. физ. - мат. наук и информатики. Вып. VIII. – Минск, 2000. – С. 93-97.
3. Наркевич И.И., Жаркевич А.В. Молекулярно-статистическое описание неоднородно деформированных образцов. 1. Постановка задачи и метод ее решения. // Инженерно-физический журнал. Минск, 2000. Том 73. № 6. – С. 1313-1319.
4. Наркевич И.И., Жаркевич А.В. Исследование структуры одномерной статистической модели одноосного деформирования молекулярного кристалла // Труды БГТУ. Сер. физ. - мат. наук и информатики. Вып. IX. – Минск, 2001.
5. Ротт Л.А. Статистическая теория молекулярных систем. – М.: Наука, 1979.

УДК 537.84

А.Н. Вислович, доцент; А.Б. Сухоцкий, ассистент; А.А. Алексеев, студент

### ПРОХОЖДЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ГАРМОНИКИ МАГНИТОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ЧЕРЕЗ СЛОЙ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

Change was studied magnetic strength caused magnetic field lay placed in parallel behind flat screening plane periodic magnetic structure used as a source. The effect observed is characterized by the maximal in the dependence of magnetic field strength on the distance between source and the fluid layer. This was found to be explained by nonlinearly on magnetic low.

**Введение.** Плоскопараллельный слой магнитной жидкости помещается в неоднородное магнитостатическое поле типа “пространственная гармоника”, которое формируется плоской системой периодически распределенных в пространстве постоянных магнитов. Модуль внешнего поля постоянен вдоль плоскости системы и экспоненциально убывает в нормальном направлении. В работе [1] исследован эффект отражения - изменение характеристик поля, обусловленное слоем, в области между системой и слоем. В настоящей работе исследован эффект экранирования – изменение характеристик поля в области за слоем. Показано, что этот эффект характеризуется условным максимумом при изменении положения слоя относительно источника. При некоторой толщине слоя максимум становится абсолютным. Экстремальные характеристики эффекта обусловлены нелинейностью закона намагничивания жидкости. Дано приближенное описание регистрируемых эффектов путем обобщения представлений линейной теории на случай нелинейно намагничивающейся среды.

**Описание экспериментальной установки.** На рис. 1 изображена схема экспериментальной установки. В качестве источника магнитного поля использована плоская периодическая магнитная система 1, подробно представленная в работе [1]. На источник поля может быть установлена кювета 2, заполненная магнитной жидкостью. В экспериментах используются кюветы различной высоты с двумя ограничивающими горизонтальными пластинами 3 и 4, сделанными из органического стекла. Геометрические параметры кювет: длина (вдоль оси  $x$ ) 60 мм, ширина (вдоль оси  $y$ ) 50 мм, высоты 3,3 мм, 8,3 мм, 13 мм, 16,7 мм, 19,7 мм, толщина ограничивающих гори-

зонтальных зонтальных пластин кюветы 3,1 мм. При установке полностью заполненной магнитной жидкостью кюветы на магнитную систему верхняя ограничивающая пластина исключает возмущения на поверхности магнитной жидкости.

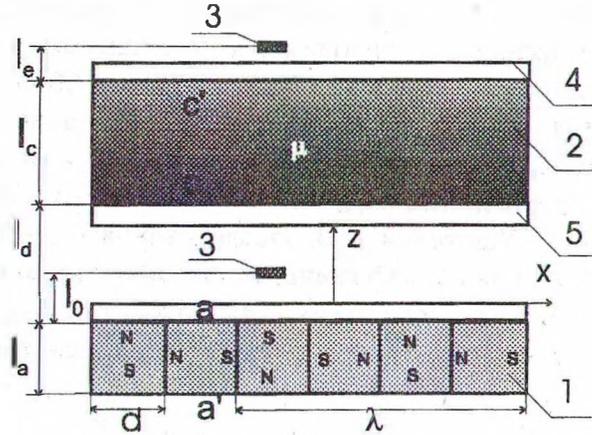


Рис. 1. Схема установки: 1 – магнитная система; 2 – магнитный резервуар; 3 – датчик измерителя магнитной индукции; 4 и 5 – ограничивающие пластины

В качестве магнитной жидкости использовалась коллоидная взвесь частиц магнетита в трансформаторном масле. Характеристики жидкости определены по методике, изложенной в [1]: намагниченность насыщения  $M_s=54.44$  кА/м; характеристическая напряженность (значение напряженности магнитного поля, при котором намагниченность равна  $M_s/2$ )  $H_h=17.49$  кА/м.

**2. Распределение магнитоэстатического поля в линейно намагничивающейся слоистой среде.** Для приближенного описания распределения поля удобно воспользоваться представлениями общей теории, разработанной для слоистой среды [2]. В случае, представленном на рис. 1, удобно считать, что пространство разделено на три плоскопараллельных неограниченных слоя  $(a', a)$ ;  $(a, c)$ ;  $(c, c')$  и два полупространства  $(-\infty, a')$ ;  $(c', +\infty)$ .

Поле, генерируемое первой гармоникой ( $n=1$ ) распределения намагниченности источника в линейно намагничивающейся слоистой среде, можно представить в виде

$$H^{(i)} = L_i \exp(z_i - z)(i_x \sin x + i_z \cos x) + R_i \exp(z - z_i)(-i_x \sin x + i_z \cos x), \quad (1)$$

где постоянные  $L_i$  и  $R_i$  (базисные проекции поля для  $i$ -го слоя) определяются из условий на границах раздела слоев с различными магнитными проницаемостями вещества  $\mu_i$ , постоянными в пределах каждого слоя. В отсутствие намагничивающихся слоев в верхнем полупространстве  $(a, +\infty)$  поле определяется только одним параметром,  $L$ -проекцией:

$$H^{(0)} = L_a \exp(-z)(i_x \sin x + i_z \cos x), \quad H_z^{(0)} = H^{(0)} = \xi H_h, \quad (2)$$

где  $\xi = \xi_a \exp(-z)$ ,  $\xi_a = L_a / H_h$ . Параметр этого распределения измерен в работе [1]:  $L_a=168,5$  кА/м,  $\xi_a=9,63$ .

При наличии слоистой линейно намагничивающейся среды базисные проекции поля по разные стороны границы раздела сред с различной магнитной проницаемостью определяются соотношениями

$$q_i = \frac{L_i}{L_i^-} = \frac{1-r_i}{1+r_i s_{i-1} \exp(-2l_i)}, \quad s_i = \frac{R_i^-}{L_i^-} = \frac{r_i + s_{i-1} \exp(-2l_i)}{1+r_i s_{i-1} \exp(-2l_i)}, \quad (3)$$

где  $r_i = (\mu_i - \mu_{i+1})/(\mu_i + \mu_{i+1})$ ;  $L_i^- = L(z = z_i - 0)$ ,  $L_i = L(z = z_i + 0)$ .

Соотношения (3) – это рекуррентные формулы, по которым коэффициенты прохождения  $q_i$  и отражения  $s_i$  пространственной гармоники (трансформационные параметры) для любого полупространства выражаются через толщины слоев  $l_i$  и магнитные проницаемости  $\mu_i$  в этом полупространстве. Так, параметры для полупространства  $z \geq z_j$  выразятся через величины с индексами  $i \leq j$ . Для крайней границы имеет место условие  $l_1 \rightarrow \infty$  и, как следует из (5),  $s_1 = r_1$ ,  $q_1 = 1 - r_1$ . Здесь и далее принят следующий порядок нумерации границ: номер границы  $i$  возрастает при уменьшении координаты границы  $z_i$ .

Рассмотрим трансформацию пространственной гармоники при взаимодействии со слоем магнетика  $(c, c')$  толщиной  $l_c$  с магнитной проницаемостью  $\mu$ . Для коэффициента отражения поля от слоя, принимая во внимание, что  $r_{c'} = s_{c'} = -r_c \equiv -r$ , имеем выражение

$$s = \frac{R_c^-}{L_c^-} = \frac{r(1-\varepsilon^2)}{1-r^2\varepsilon^2}, \quad \varepsilon = \exp(-l_c). \quad (4)$$

Коэффициент прохождения поля через слой равен произведению коэффициентов прохождения через границы полупространств, связанных с границами слоя. Учитывая, что

$$q_c = \frac{1-r}{1-r^2\varepsilon^2}, \quad q_{c'} = 1+r, \quad (5)$$

имеем

$$q = \frac{L_{c'}}{\varepsilon L_c^-} = q_c q_{c'} = \frac{1-r^2}{1-r^2\varepsilon^2}. \quad (6)$$

Отсюда следует выражение для коэффициента экранирования поля слоем

$$\Delta q \equiv 1 - q = \frac{r^2(1-\varepsilon^2)}{1-r^2\varepsilon^2}. \quad (7)$$

Соотношение (4) либо (7) можно использовать для определения коэффициента отражения  $r$  от однородного полупространства путем измерения коэффициента отражения от слоя либо коэффициента экранирования. Однако наиболее просто  $r$  определяется, если известны и тот и другой коэффициенты. Как следует из (4), (7), их отношение не зависит от толщины слоя и равно

$$\frac{\Delta q}{s} = \gamma = \frac{\mu - 1}{\mu + 1}. \quad (8)$$

3. **Экспериментальное исследование трансформации пространственной гармоника магнитостатического поля намагничивающимся слоем.** Методика определения коэффициентов трансформации состоит в следующем. На магнитную систему помещается немагнитная плоскопараллельная пластина, задающая расстояние  $z_d$  чувствительного элемента измерителя магнитной индукции от поверхности источника. Щуп перемещается по поверхности пластины вдоль координаты  $x$ , и определяется максимальное значение (амплитуда)  $z$ -составляющей напряженности магнитного поля, равное модулю моногармонического поля  $H_d^{(0)}$ . Не изменяя положения щупа, над ним на прокладках помещается кювета с магнитной жидкостью и определяется значение амплитуды  $z$ -составляющей напряженности магнитного поля  $H_d$  в присутствии кюветы. Изменение показаний измерителя в этом случае (эффект отражения)  $\Delta H^{\text{ref}} = H_d - H_d^{(0)}$  связано с отражением поля от намагничивающегося слоя. Положение границы раздела с определяется параметром  $z_c = z_d + l_d$  (рис.1). Изменяя  $z_c$  (перемещая кювету вдоль оси  $z$ ), можно изменять напряженность внешнего поля на входе слоя. При этом чувствительный элемент датчика в ходе измерений был удален от границы с намагничивающегося слоя на постоянное расстояние  $l_d = 3.4$  мм. На рис.2 представлены экспериментальные зависимости эффекта отражения от напряженности  $H_d^{(0)}$  внешнего поля для различных толщин  $l_c$  намагничивающегося слоя (1 – 3,3 мм, 2 – 8,3 мм, 3 – 13 мм, 4 – 16,7 мм, 5 – 19,7 мм).

Аналогичные измерения проведены при размещении намагничивающегося слоя между поверхностью источника поля и щупом измерителя индукции. В этом случае убыль поля  $\Delta H_{d'}^{\text{scr}} = H_{d'}^{(0)} - H_{d'}$  обусловлена экранирующим влиянием слоя. На рис. 3 представлены результаты измерений эффекта экранирования в зависимости от напряженности внешнего поля на выходе из слоя (обозначения аналогичны рис. 2). Чувствительный элемент датчика был удален от границы  $c'$  намагничивающегося слоя на постоянное расстояние  $l_{d'} = l_d = 3.4$  мм, так что положение верхней границы слоя  $c'$  определяется параметром  $z_{c'} = z_d - l_{d'}$ .

Для магнитной системы, изготовленной из магнито жесткого ферромагнетика, магнитную проницаемость можно положить приближенно равной единице. В этом случае можно пренебречь вторичным отражением поля от источника ( $a$ -слоя) и полагать, что  $L$ -поле в слое ( $a, c$ ) при внесении  $c$ -слоя не изменяется. Это приближение в условиях эксперимента выполняется, что позволяет полагать для слоя ( $a, c$ )  $L = H^{(0)} = \xi H_h$ .

Учитывая также, что в полупространстве ( $c', +\infty$ )  $R$ -поле отсутствует, для определения базисных проекций поля по результатам измерений имеем выражения

$$L_c^- = H_d^{(0)} \exp(-l_d),$$

$$R_c^- = \Delta H_d^{\text{ref}} \exp(l_d),$$

$$L_{c'} = H_{d'} \exp(l_{d'}).$$

На этих выражениях основаны расчетные формулы для экспериментально определяемых значений коэффициентов трансформации:

$$s = \Delta H_d^{\text{ref}} / H_d^{(0)} \exp(2l_d), \quad \Delta q = \Delta H_{d'}^{\text{scr}} / H_{d'}^{(0)}. \quad (9)$$

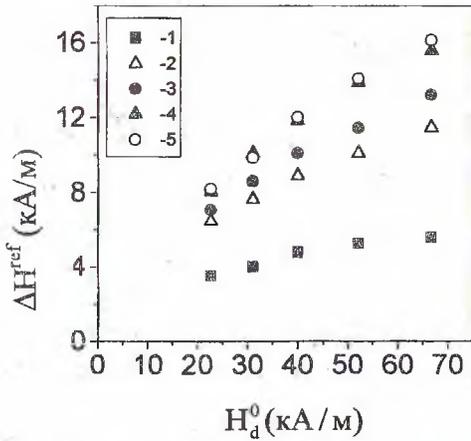


Рис. 2. Зависимость характеристик изменения поля в области отражения от характеристик положения слоя во внешнем поле для различной толщины слоя: 1 - 3,3 мм; 2 - 8,3 мм; 3 - 13 мм; 4 - 16,7 мм; 5 - 19,7 мм

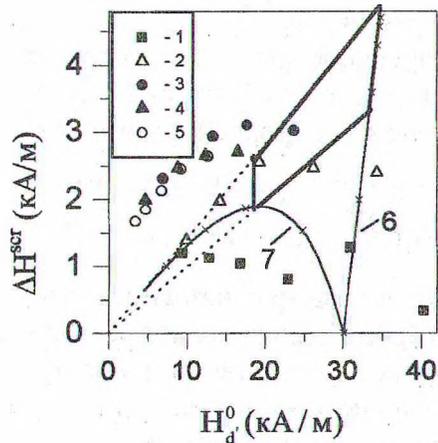


Рис. 3. Зависимость характеристик изменения поля в области экранирования от характеристик положения слоя во внешнем поле для различной толщины слоя: 1 - 3,3 мм; 2 - 8,3 мм; 3 - 13 мм; 4 - 16,7 мм; 5 - 19,7 мм; 6, 7 - кривые условного максимума, рассчитанные по однослойной модели

**4. Квазилинейные модели для расчета коэффициентов трансформации в нелинейно намагничивающейся среде.** Линейная теория предлагает для расчета коэффициентов отражения и экранирования выражения, где магнитные проницаемости вещества  $\mu$  постоянные в пределах слоя. Однако в условиях опыта магнитная проницаемость  $\mu_c$  вблизи границы с существенно отличается от магнитной проницаемости  $\mu_c$  вблизи границы  $c'$ . К примеру, напряженность внешнего поля в пределах слоя при ( $l_c = 19,7$  мм) изменяется от 108 кА/м у нижней и до 27 кА/м у верхней границы слоя. Соответствующие оценки магнитной проницаемости – от  $\mu_c = 1,4$  до  $\mu_c = 2,4$ .

Простейший подход к описанию явления трансформации поля в нелинейно намагничивающейся среде состоит в предположении, что в пределах слоя магнитная проницаемость постоянна и равна некоторому эффективному значению  $\mu_*$ , лежащему в пределах изменения реальной проницаемости. Этот подход в дальнейшем будем называть однослойной моделью. При изменении напряженности на входе в слой  $\mu_*$  в общем случае изменяется. В однослойной модели существует проблема выбора эффективного значения магнитной проницаемости. Отметим простейшие возможности, кото-

рые можно использовать при анализе: а) выбирается максимальное значение проницаемости  $\mu_{c'}$ , которое достигается вблизи границы  $c'$ ; б) выбирается минимальное значение проницаемости  $\mu_c$ .

По максимальному и минимальному  $\mu$  из формул (4), (7) можно определить интервалы, в которых заключены трансформационные коэффициенты, поскольку они являются монотонными функциями проницаемости. Можно подобрать  $\mu_c < \mu_* < \mu_{c'}$ , которое удовлетворяет заданному  $s$  либо  $q$ . Однако в общем случае в нелинейной среде однопараметрические формулы (4), (7) не позволяют это сделать для обоих коэффициентов одновременно.

Если предположить, что каждая из границ слоя характеризуется различными коэффициентами  $r$ , то из общих формул (3) линейной теории получим двухпараметрические формулы для однослойной модели:

$$s = \frac{r_c + r_{c'} \varepsilon^2}{1 + r_c r_{c'} \varepsilon^2}, \quad q = \frac{(1 - r_c)(1 - r_{c'})}{1 + r_c r_{c'} \varepsilon^2}, \quad r_c = \frac{\mu_c - 1}{\mu_c + 1}, \quad r_{c'} = \frac{\mu_{c'} - 1}{\mu_{c'} + 1}. \quad (10)$$

Считая параметры независимыми, их можно подобрать таким образом, чтобы формулы (10) описывали свойства слоя как в отношении отражения, так и прохождения через него пространственной гармоника.

При использовании уравнения [3] для намагниченности магнитные проницаемости рассчитываются по формуле

$$\mu = 1 + \chi_m \left(1 + H/H_h\right)^{-1}, \quad \text{где } \chi_m = M_s / H_h. \quad (11)$$

Для определения напряженности поля  $H$  внутри слоев возможны различные приближенные подходы. В простейшем случае ее можно принять равной напряженности внешнего поля. Тогда при расчете магнитных проницаемостей в выражении (11) полагаем  $H = H^{(0)} = L_a e^{-z}$ . Более детализированные оценки можно получить на основе формулы для модуля поля, вытекающей из (1):

$$H(x) = \sqrt{H_x^2 + H_z^2} = \sqrt{L^2 + R^2 + 2LR(\cos^2 x - \sin^2 x)}. \quad (12)$$

Согласно (12), при фиксированном  $z$  значение поля изменяется в диапазоне  $L - R \leq H(x) \leq L + R$ . Полагая  $H$  равным среднему значению, вычисленному по границам диапазона, получим приближение внутреннего  $L$ -поля:

$$H(x) \rightarrow L = q_c H_h \xi, \quad \mu = 1 + \chi_m (1 + q_c \xi)^{-1}. \quad (13)$$

Здесь  $q_c$  учитывает размагничивающее влияние границ слоя. При  $q_c = 1$  получим приближение внешнего  $L$ -поля, которое обсуждалось выше.

##### 5. Интерпретация результатов эксперимента на основе квазилинейных моделей.

Как видно из рис. 3, на экспериментальных зависимостях эффекта экранирования от напряженности внешнего поля для  $l_c = 8,3$  и  $13$  мм имеется условный (при условии

$l_c = \text{const}$ ) максимум при  $H_d^{(0)} \approx 20$  кА/м. Из этих данных можно также заключить, что величина условного максимума зависит от толщины слоя немонотонным образом. При  $l_c \approx 13$  мм достигается абсолютный максимум ( $\Delta H_{\text{max}}^{\text{scr}} \sim 3,2$  кА/м), поскольку зависимости как для  $l_c = 8,3$  мм, так и для  $l_c = 19,7$  мм лежат ниже, чем для  $l_c = 13$  мм. Для  $l_c = 19,7$  мм условный максимум не был достигнут из-за большой ширины слоя, ограничивающей перемещение его верхней границы в область достаточно сильных полей.

Представляет интерес интерпретация этого максимума на основе рассмотренных в п. 4 представлений. Как следует из (9), эффект экранирования рассчитывается по формуле  $\Delta H_{d'}^{\text{scr}} = \Delta q H_h \xi_{d'}$ . С возрастанием действующего на слой поля, характеризуемого  $\xi_{d'}$ , коэффициент экранирования  $\Delta q$  уменьшается. Наличие в формуле двух множителей, противоположно зависящих от интенсивности поля, приводит к наличию максимума.

Исследуем экстремальные свойства эффекта экранирования на основе однослойной модели, которая дает обозримые аналитические соотношения для характеристик максимума. Сделаем существенное предположение относительно поведения эффективной магнитной проницаемости при изменении положения слоя: предположим, что  $\mu_*$  равно истинной проницаемости в фиксированной относительно слоя точке, расположенной на расстоянии  $l_*$  от точки  $d'$ . Тогда условие экстремума можно записать в виде  $d\Delta H_{d'}^{\text{scr}}/d\xi_* = 0$ , откуда следует уравнение

$$\Delta q_* = 1 - q_* = \xi_* \frac{dq}{dr} \frac{dr}{d\xi}, \quad (14)$$

где  $\xi_* = \xi_a \exp(l_* - z_{d'})$ ,  $\Delta q_* = \Delta q(\xi_*)$ . Здесь и далее звездочками отмечены значения величин при  $\xi = \xi_*$ . Принимая во внимание, что в приближении внутреннего L-поля магнитная проницаемость рассчитывается по (13), из определения  $r$  по (8) следует

$$r = \chi_m (2 + \chi_m + 2q_c \xi)^{-1} \quad (15)$$

С учетом (5), (6) из (14), (15) находим

$$\chi_m (1 - r_*^2 \varepsilon^2) = 2\xi_* (2 - r_*) r_*,$$

$$2\xi_* (1 - r_*) r_m r_* = (r_m - r_*) (1 - r_*^2 \varepsilon^2) \chi_m.$$

Решение этой системы имеет вид

$$r_* = 1 - \sqrt{1 - r_m}, \quad \xi_* = \frac{\chi_m}{2r_m} (1 - r_*^2 \varepsilon^2).$$

Как видно, соответствующий условному максимуму эффективный коэффициент отражения  $r_*$  зависит только от параметров кривой намагничивания и не зависит от толщины слоя. Для использованной в опытах жидкости  $\mu_m = 1 + M_s / H_h = 4,64$ ,  $r_m = (\mu_m - 1) / (\mu_m + 1) = M_s / (M_s + 2H_h) = 0,609$ . Следовательно,  $r_* = 0,375$ .

Таким образом, характеристики условного максимума эффекта экранирования в точке расположения датчика в рамках однослойной модели определяются по формулам

$$\Delta H_{d'}^{\text{scr}} = (1 - q_*) H_h \xi_{d'} = \frac{M_s r_*^2}{2r_m} (1 - \exp(-2l_c)) \exp(-l_*), \quad (16)$$

$$H_{d'}^{(0)} = H_h \xi_{d'} = \frac{M_s}{2r_m} (1 - r_*^2 \exp(-2l_c)) \exp(-l_*), \quad (17)$$

$$\Delta q_* = \frac{\Delta H_{d'}^{\text{scr}}}{H_{d'}^{(0)}} = \frac{r_*^2 (1 - \varepsilon^2)}{1 - r_*^2 \varepsilon^2}. \quad (18)$$

Здесь учтено, что  $\xi_{d'} = \xi_* \exp(-l_*)$ . Примечательным является то, что  $\Delta q_*$  не содержит неопределенного параметра  $l_*$ , а абсолютные характеристики (16), (17) зависят от него. Положим  $l_* = nl_c + l_{d'}$ . Значение  $n=1$  соответствует выбору в качестве эффективной магнитной проницаемости минимального значения  $\mu_* = \mu_c$ , значение  $n=0$  – максимального  $\mu_* = \mu_c$ . При этих значениях  $l_*$  (16), (17) описывают предельные положения кривой условных максимумов, представленные на рис. 3 (при  $\mu_* = \mu_c$  (6) и  $\mu_* = \mu_c$  (7)). Как видно, предельная нижняя кривая 7 ( $n=1$ ) имеет максимум при значении, близком к значению поля  $H_{d'}^{(0)} \sim 20$  кА/м, при котором наблюдается экспериментально регистрируемый абсолютный максимум. Однако расчетное значение эффекта экранирования ( $\sim 1,4$  кА/м) существенно ниже экспериментального ( $\sim 3,2$  кА/м). Из условия  $dH_{d'}^{\text{scr}}/dl_c = 0$  получаем уравнение  $\exp(-l_{cm}) = \sqrt{n/(n+2)}$ , где  $l_{cm}$  – толщина слоя, при котором достигается абсолютный максимум. После подстановки  $l_{cm}$  в (16), (17) имеем

$$n=1, \quad \Delta H_{d'm}^{\text{scr}} = \frac{M_s r_*^2}{3\sqrt{3}r_m} \exp(-l_{d'}), \quad H_{d'm}^{(0)} = \frac{M_s}{2\sqrt{3}} \left(1 - \frac{r_*^2}{3}\right) \exp(-l_{d'}),$$

$$\Delta q_m = r_*^2 / \left(1 + (1 - r_*^2)/2\right), \quad l_{cm} = 6.99 \text{ мм.}$$

$$n=0, \quad \Delta H_{d'm}^{\text{scr}} = \frac{M_s r_*^2}{2r_m} \exp(-l_{d'}), \quad H_{d'm}^{(0)} = \frac{M_s}{2} \exp(-l_{d'}), \quad \Delta q_m = r_*^2, \quad l_{cm} > 40 \text{ мм.}$$

Отсюда получим оценку диапазонов для характеристик абсолютного максимума  $1.85 < \Delta H_{d'm}^{\text{scr}} < 4.81$  кА/м,  $18.8 < H_{d'm}^{(0)} < 34.2$  кА/м,  $0.0984 < \text{Scr}_{\text{max}} < 0.1406$ . Эти диапазоны ограничивают трапециевидную область (см. рис. 3). Как видно из экспериментальных данных,  $\Delta q_m \approx 3,2/20 = 0,16$ , что несколько выходит за пределы, очерченные однослойным приближением.

Для эффекта отражения в экспериментально исследованном диапазоне параметров (см. рис. 2) максимум не обнаружен. Теория показывает, что он отсутствует при



любых значениях параметров. Действительно, необходимое условие максимума  $d\Delta H_d^{eff} / d\xi_* = 0$  с учетом (9) можно представить в виде  $s = -\xi_* \frac{ds}{dr} \frac{dr}{d\xi}$ .

После подстановки сюда выражений

$$\frac{ds}{dr} = \frac{(1-\varepsilon)(r^2\varepsilon+1)}{(1-\varepsilon)^2}; \quad \frac{dr}{d\xi} = \frac{-2r^2(1-r)}{\chi_m(1-r^2\varepsilon^2)} \left( 1 + \frac{2r^2\xi}{\chi_m} \frac{(2r^2-r^2\varepsilon^2-1)}{(1-r^2\varepsilon^2)^2} \right)^{-1},$$

которые следуют из однопараметрической модели, получим уравнение

$$(1-r^2\varepsilon^2)\left(1-2\frac{r}{\chi_m}-r\right) = (1-r^2\varepsilon^2)(1-r).$$

Его единственным решением, которое имеет физический смысл, является  $r=0$ . Это условие выполняется при напряженности поля, стремящейся к бесконечности. Отсюда следует, что экстремум отсутствует, а максимум эффекта отражения достигается при максимальном значении напряженности поля. Это условие выполняется, когда слой располагается на поверхности источника.

Проведем описание эффекта экранирования на основе двухпараметрической модели (10). Эта модель позволяет избавиться от неопределенности в выборе эффективности магнитной проницаемости, которая присуща однопараметрической модели. С учетом выражений (10) для  $r_c$  и  $r_c'$ , а также (13) получим  $r_c' = -r_c/a$ , где  $a = \varepsilon + (1-\varepsilon)r/r_m$ ,  $\varepsilon = e^{-k}$ . Учитывая, что

$$\frac{1}{\Delta q} \frac{dq}{dr} = \frac{1/r}{1-r/r_m-r(\varepsilon+1)} - \frac{1+\varepsilon/a}{(1-r^2\varepsilon^2/a)r},$$

$$\left(\frac{dr}{d\xi} \frac{\xi}{r}\right)^{-1} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2(1/r-1/r_m)} - \frac{(1-\varepsilon/a)r\varepsilon^2/a}{1-r^2\varepsilon^2/2},$$

$$\xi = \chi_m \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r_m} \right) \frac{1}{2q_c} = \chi_m \frac{(1-r^2\varepsilon^2/a)(r-r_m)}{2(1-r)r_m},$$

из (14) получим уравнение

$$(r_*-1)(1-r_*/r_m-r_*(\varepsilon+1)) = (1/r_m+\varepsilon)(r_m-r_*)(\varepsilon+(1-\varepsilon)r_*/r_m),$$

решение которого имеет вид

$$r_* = \frac{1+\varepsilon(1/r_m+\varepsilon) - \sqrt{(1-r_m)(1/r_m+\varepsilon)(1/r_m+\varepsilon+\varepsilon^2)}}{1+(1/r_m+\varepsilon)(1+\varepsilon/r_m-1/r_m)}. \quad (19)$$

Характеристики условного максимума эффекта экранирования в рамках двухпараметрической модели определяются путем подстановки (19) в формулы

$$\Delta q_* = \frac{\Delta H_{d_*}^{\text{scr}}}{H_{d_*}^{(0)}} = \frac{r_* (\varepsilon - 1) (1 - r_* / r_m - r_* (\varepsilon + 1))}{r_* / r_m (1 - \varepsilon) + \varepsilon (1 - r_*^2 \varepsilon)},$$

$$H_{d_*}^{(0)} = H_h \xi_{d_*} = \frac{M_s \varepsilon (1 - \varepsilon) (r_m - r_*)^2 (1 + \varepsilon r_m) \exp(-1_d)}{2 r_m^2 (1 - r_*)^2},$$

$$\Delta H_{d_*}^{\text{scr}} = \Delta q_* H_h \xi_{d_*} = \frac{M_s \varepsilon (r_m - r_*) (r_* / r_m (1 - \varepsilon) + \varepsilon (1 - r_*^2 \varepsilon)) \exp(-1_d)}{2 r_* (1 - r_*) (\varepsilon r_m + (1 - \varepsilon) r_*)}.$$

Описание экспериментальных данных на основе этих достаточно сложных формул предполагается провести в ходе дальнейших исследований.

**Заключение.** В представленных выше квазилинейных моделях трансформации пространственной гармоник магнитостатического поля при взаимодействии с нелинейно намагничивающейся средой учитывается только один из двух типов источников индуцированного жидкостью поля, связанный со скачком нормальной составляющей намагниченности поля на границах раздела слоев с различной магнитной проницаемостью. Второй тип, связанный с неоднородностью магнитной проницаемости в объеме жидкости, не учитывается. Тем не менее, как видно, такой подход позволяет составить достаточно адекватное представление об эффектах трансформации и является основой для дальнейшего развития проблемы. В частности, представляет интерес повышение точности и расширение диапазона измерений, учет в теории объемных источников поля, экспериментальное и теоретическое исследование высших гармоник в отраженном и прошедшем поле.

Заметное отклонение экспериментальной оценки коэффициента экранирования  $\Delta q_m = 0.16$ , соответствующего максимуму эффекта экранирования, от теоретического предела квазилинейной теории для исследования жидкости, равного 0.14, по-видимому, не может быть объяснено и на основе более точной нелинейной теории, а свидетельствует о наличии некоторой неоднородности образца. Поэтому экспериментальное и теоретическое исследование закономерностей трансформации магнитостатического поля имеет значение для разработки методов исследования структуры магнитных жидкостей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Вислович А.Н., Сухоцкий А.Б. Отражение пространственной гармоник магнитостатического поля от намагничивающегося слоя // Труды БГТУ. Сер. физ.-мат. наук и информатики. Вып. VII. – Минск, 1999. – С.78-91.
2. Вислович А.Н., Тихонов М.М. Взаимодействие токов и магнитов в магнитной жидкости // Труды БГТУ. Сер. физ.-мат. наук и информатики. Вып. VI. – Минск, 1988. – С. 56-64.
3. Вислович А.Н. Феноменологическое уравнение статического намагничивания // МГ. 1990. № 2. – С.54-60.