

УД К 537.84; 519.6

А.Н. Вислович, доцент; А.Б. Сухоцкий, ассистент

## АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ ТРАНСФОРМАЦИИ МАГНИТОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В СЛОЕ НЕЛИНЕЙНОМАГНИЧИВАЮЩЕГОСЯ МАГНЕТИКА

The numerical model is proposed which takes into account all essential factors of forming magnetic static field of a layer of a magnetic fluid in a field with exponential dissimilarity. On its basis the area of applicability of quasilinear model is substantiate.

**Введение.** В работах [1,2] теоретическими и экспериментальными методами исследовано распределение магнитостатического поля плоскопараллельного слоя магнитной жидкости во внешнем неоднородном поле, изменяющемся поперек слоя по экспоненциальному закону. Проблема описания этого, а также многих других распределений поля в сильных магнетиках (магнитных жидкостях, ферромагнетиках) состоит в нелинейности закона намагничивания. В магнитных жидкостях нелинейность начинает проявляться в полях с напряженностью, превышающей некоторое характерное значение  $H_h \approx 10$  кА/м. Кроме того, в неоднородном магнитном поле может происходить перераспределение концентрации феррофазы, что приводит к неоднородности магнитных свойств жидкости. По этой причине решение проблемы возможно на основе приближенных аналитических либо численных методов.

В работах [1,2] было применено квазилинейное приближение, которое состоит в следующем. Для описания поля в нелинейнонамагничивающейся среде используется распределение, полученное для линейнонамагничивающейся среды, а нелинейность учитывается путем модификации параметров. При таком подходе учитываются источники магнитного поля на границах намагничивающегося слоя, но пренебрегаются объемные источники. Задача настоящей работы – разработка численной модели, учитывающей все существенные факторы формирования магнитостатического поля слоя магнитной жидкости в поле с экспоненциальной неоднородностью, и обоснование на ее основе области применимости квазилинейной модели.

**Физико-математическая модель задачи.** Геометрия задачи представлена на рис. Плоскопараллельный слой (область 2) сильного магнетика помещен в неоднородное магнитостатическое поле типа «пространственная гармоника», которое формируется плоской системой постоянных магнитов и которое исследовано в работе [1]. Скалярный потенциал и компоненты вектора напряженности поля источника гармонически изменяются вдоль плоскости

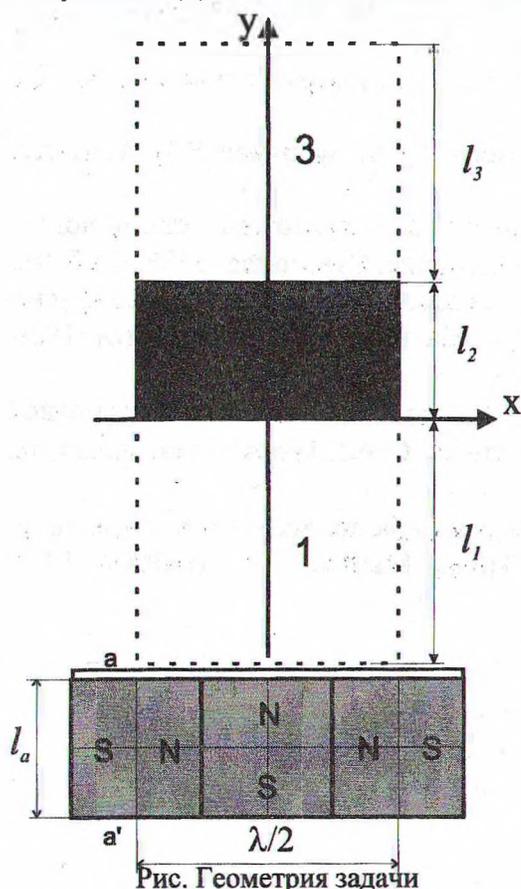


Рис. Геометрия задачи

системы и экспоненциально убывают в нормальном направлении, модуль напряженности изменяется только в нормальном направлении:

$$\begin{aligned}\varphi^{(o)} &= \zeta_a e^{-y} \cos(x), \\ H^{(o)} &= -\nabla\varphi^{(o)} = \zeta_a e^{-y} (i \cos(x) + j \sin(x)), \\ H^{(o)} &= \left( H_x^{(o)2} + H_y^{(o)2} \right)^{1/2} = \zeta_a e^{-y}.\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь и далее в качестве единиц измерения выбраны: для напряженности поля – характерное значение поля  $H_h$ , связанное с законом намагничивания (см. (4)), для расстояния – размер  $\lambda/2\pi$ , связанный с пространственным периодом распределения поля.

Поле при взаимодействии со слоем толщиной  $l_2$  трансформируется: в области между слоем и поверхностью источника (область 1) возникает «отраженная» составляющая поля, которая усиливает нормальную и ослабляет касательную к поверхности слоя компоненты магнитного поля; за слоем (область 3) наблюдается уменьшение обеих компонент поля, обусловленное экранирующим влиянием слоя [1,2].

Двухмерное распределение результирующего поля описывается уравнениями магнитостатики

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = B_{y,y} + B_{x,x} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = (H_{x,y} - H_{y,x}) \mathbf{k} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{k}$  – единичный вектор, перпендикулярный плоскости чертежа; запятая отделяет декартову координату, по которой берется частная производная. Систему (2), (3) замыкает закон намагничивания, который выбирается в виде [1,2]

$$\mathbf{B} = \mu_o \mu \mathbf{H}, \quad \mu = 1 + \chi_m / (1 + H), \quad \chi_m = M_s / H_h, \quad (4)$$

где  $M_s$ ,  $H_h$  – постоянные параметры. При  $\mu=1$  из (2), (3) следует уравнение  $\nabla^2 \varphi^{(o)} = 0$ , решением которого является (1).

Уравнение (3) позволяет ввести скалярный магнитный потенциал  $\varphi$ , определяющий поле, индуцируемое магнитной жидкостью:

$$\mathbf{H} = -\nabla(\varphi^{(o)} + \varphi). \quad (5)$$

В нелинейнонамагничивающейся и неоднородной среде магнитная проницаемость является функцией координат, что позволяет уравнение (2) представить в виде

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = -\mathbf{H} \cdot \nabla \mu / \mu. \quad (6)$$

На границах раздела области 2 выполняются условия непрерывности нормальной составляющей магнитной индукции  $\mathbf{B}$  и тангенциальной составляющей напряженности  $\mathbf{H}$ :

$$\mu H_y = \mu^- H_y^-, \quad H_x = H_x^-, \quad (7)$$

где  $H_i = H_i|_{y=y+0}$ ,  $H_i^- = H_i|_{y=y-0}$ ,  $i = x, y$ .

Система (1), (4)–(7) представляет физическую модель задачи, из которой вытекает замкнутая математическая модель для распределения потенциала индуцированного поля:

$$\left. \begin{aligned} & -\left(\varphi_{,xx}^{(1)} + \varphi_{,yy}^{(1)}\right) = 0 \\ -\left(\varphi_{,xx}^{(2)} + \varphi_{,yy}^{(2)}\right) & = -\left(\left(\varphi^{(0)} + \varphi^{(2)}\right)_{,x} \mu_{,x}^{(2)} + \left(\varphi^{(0)} + \varphi^{(2)}\right)_{,y} \mu_{,y}^{(2)}\right) / \mu^{(2)} \\ & -\left(\varphi_{,xx}^{(3)} + \varphi_{,yy}^{(3)}\right) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (6')$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi^{(1)} & = \varphi^{(2)} \\ \varphi_{,y}^{(1)} & = \mu^{(2)} \varphi_{,y}^{(2)} + (\mu^{(2)} - 1) \varphi_{,y}^{(0)} \end{aligned} \right\} \quad \text{при } y = 0 \\ \left. \begin{aligned} \varphi^{(2)} & = \varphi^{(3)} \\ \mu^{(2)} \varphi_{,y}^{(2)} + (\mu^{(2)} - 1) \varphi_{,y}^{(0)} & = \varphi_{,y}^{(3)} \end{aligned} \right\} \quad \text{при } y = l_2 \quad (7')$$

$$\varphi^{(1)} = \varphi^{(3)} = 0 \quad \text{при } y = -l_1 \text{ и } y = l_2 + l_3, \text{ если } l_1 \gg 1 \text{ и } l_3 \gg 1 \quad (8)$$

$$\varphi^{(1)} = \varphi^{(2)} = \varphi^{(3)} = 0 \quad \text{при } x = -\frac{1}{2} \text{ и } x = \frac{1}{2}. \quad (9)$$

Здесь (8) и (9) представляют, соответственно, условие затухания индуцированного поля по мере удаления от области 2 и условие периодичности этого поля с периодом, равным периоду внешнего поля:

$$\mu_{,x}^{(2)} = \mu_{,H}^{(2)} H_{,x}, \quad \mu_{,y}^{(2)} = \mu_{,H}^{(2)} H_{,y}, \quad \mu_{,H}^{(2)} = -\chi_m / (1 + H)^2.$$

Модуль результирующей напряженности поля  $H$  и его производные определяются по формулам

$$H = \sqrt{H^{(0)2} + 2\varphi_{,x} \varphi_{,x}^{(0)} + 2\varphi_{,y} \varphi_{,y}^{(0)} + (\varphi_{,x})^2 + (\varphi_{,y})^2}$$

$$H_{,x} = \left( (\varphi_{,xx} - \varphi_{,y}) \varphi_{,x}^{(0)} + (\varphi_{,x} + \varphi_{,xy}) \varphi_{,y}^{(0)} + \varphi_{,x} \varphi_{,xx} + \varphi_{,y} \varphi_{,xy} \right) / H$$

$$H_{,y} = \left( -H^{(0)2} - (\varphi_{,x} - \varphi_{,xy}) \varphi_{,x}^{(0)} - (\varphi_{,y} + \varphi_{,yy}) \varphi_{,y}^{(0)} + \varphi_{,x} \varphi_{,xy} + \varphi_{,y} \varphi_{,yy} \right) / H$$

**Конечно-разностная модель.** Всю область определения покроем равномерно по  $x$  и  $y$  сеткой с шагом  $h = 1/n_x = l_1/n_{y1} = l_2/n_{y2} = l_3/n_{y3}$ ,  $n_y = n_{y1} + n_{y2} + n_{y3}$ . Узлы сетки будем обозначать  $(x_k, y_l)$ , где  $x_k = h \cdot k$ ,  $y_l = h \cdot l$ ,  $0 \leq k \leq n_x$ ,  $0 \leq l \leq n_y$ . Используя следующие аппроксимации производных [3]

$$\varphi_{,x} = (\varphi_{k+1,l} - \varphi_{k-1,l}) / (2h), \quad \varphi_{,xx} = (\varphi_{k+1,l} + \varphi_{k-1,l} - 2\varphi_{k,l}) / h^2$$

$$\varphi_{,y} = (\varphi_{k,l+1} - \varphi_{k,l-1}) / (2h), \quad \varphi_{,yy} = (\varphi_{k,l+1} + \varphi_{k,l-1} - 2\varphi_{k,l}) / h^2$$

$$\varphi_{,xy} = (\varphi_{k+1,l+1} - \varphi_{k+1,l-1} - \varphi_{k-1,l+1} + \varphi_{k-1,l-1}) / (4h),$$

представим уравнение (6') и граничные условия (7'), (8), (9) в разностном виде:

$$4\varphi_{k,l}^{(1)} - \varphi_{k-1,l}^{(1)} - \varphi_{k+1,l}^{(1)} - \varphi_{k,l-1}^{(1)} - \varphi_{k,l+1}^{(1)} = 0 \quad \text{при } l = 1 \dots n_{y1} - 1$$

$$4\varphi_{k,l}^{(2)} - \varphi_{k-1,l}^{(2)} - \varphi_{k+1,l}^{(2)} - \varphi_{k,l-1}^{(2)} - \varphi_{k,l+1}^{(2)} = h^2 f_{k,l} \text{ при } l = n_{y1} + 1 \dots n_{y1} + n_{y2} - 1$$

$$4\varphi_{k,l}^{(3)} - \varphi_{k-1,l}^{(3)} - \varphi_{k+1,l}^{(3)} - \varphi_{k,l-1}^{(3)} - \varphi_{k,l+1}^{(3)} = 0 \text{ при } l = 1 + n_{y1} + n_{y2} \dots n_{y1} + n_{y2} + n_{y3} - 1,$$

где  $k = 1 \dots n_x - 1$ ,

$$f_{k,l} = \left( \left( \varphi_{k,x}^{(o)} + \frac{\varphi_{k+1,l}^{(2)} - \varphi_{k-1,l}^{(2)}}{2h} \right) \mu_{k,x}^{(2)} + \left( \varphi_{k,y}^{(o)} + \frac{\varphi_{k,l+1}^{(2)} - \varphi_{k,l-1}^{(2)}}{2h} \right) \mu_{k,y}^{(2)} \right) / \mu^{(2)}, \quad (10)$$

$$\mu_{k,l} = \chi_m / (H_{k,l} + 1) + 1.$$

$$\begin{cases} \varphi_{k,n_{y1}}^{(1)} = \varphi_{k,0}^{(2)} \\ \varphi_{k,n_{y1}+1}^{(1)} - \varphi_{k,n_{y1}-1}^{(1)} = \mu^{(2)} (\varphi_{k,+1}^{(2)} - \varphi_{k,-1}^{(2)}) - 2h(\mu^{(2)} - 1) \varphi_{k,0}^{(o)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_{k,n_{y2}}^{(2)} = \varphi_{k,0}^{(3)} \\ \mu^{(2)} (\varphi_{k,n_{y2}+1}^{(2)} - \varphi_{k,n_{y2}-1}^{(2)}) - 2h(\mu^{(2)} - 1) \varphi_{k,n_{y2}}^{(o)} = \varphi_{k,+1}^{(3)} - \varphi_{k,-1}^{(3)} \end{cases}$$

$$\varphi_{k,0}^{(1)} = \varphi_{k,n_{y3}}^{(3)} = 0$$

$$\varphi_{0,l}^{(1)} = \varphi_{0,l}^{(2)} = \varphi_{0,l}^{(3)} = \varphi_{n_x,l}^{(1)} = \varphi_{n_x,l}^{(2)} = \varphi_{n_x,l}^{(3)} = 0.$$

Для аппроксимации производных по  $y$  в граничных условиях мы вынуждены ввести дополнительные узловые точки  $\varphi_{k,n_{y1}+1}^{(1)}$ ,  $\varphi_{k,n_{y2}+1}^{(2)}$ ,  $\varphi_{k,-1}^{(2)}$ ,  $\varphi_{k,-1}^{(3)}$ , которые носят вспомогательный характер [3]. Исключение этих точек с помощью граничных условий и разностных уравнений на краях областей позволяет объединить сопряженные области в одну и получить обобщенный разностный аналог задачи в виде

$$\left. \begin{aligned} &\varphi_{k,0} = 0 \\ &4\varphi_{k,l} - \varphi_{k-1,l} - \varphi_{k+1,l} - \varphi_{k,l-1} - \varphi_{k,l+1} = 0 \text{ при } l = 1 \dots n_{y1} - 1 \\ &4\varphi_{k,l} - \varphi_{k-1,l} - \varphi_{k+1,l} - \frac{2}{\mu+1} \varphi_{k,l-1} - \frac{2\mu}{\mu+1} \varphi_{k,l+1} = \frac{\mu}{\mu+1} h^2 f_{k,l} - \frac{\mu-1}{\mu+1} 2h\varphi_{k,l}^{(o)} \\ &\text{при } l = n_{y1} \\ &4\varphi_{k,l} - \varphi_{k-1,l} - \varphi_{k+1,l} - \varphi_{k,l-1} - \varphi_{k,l+1} = h^2 f_{k,l} \text{ при } l = n_{y1} + 1 \dots n_{y1} + n_{y2} - 1 \\ &4\varphi_{k,l} - \varphi_{k-1,l} - \varphi_{k+1,l} - \frac{2\mu}{\mu+1} \varphi_{k,l-1} - \frac{2}{\mu+1} \varphi_{k,l+1} = \frac{\mu}{\mu+1} h^2 f_{k,l} + \frac{\mu-1}{\mu+1} 2h\varphi_{k,l}^{(o)} \\ &\text{при } l = n_{y1} + n_{y2} \\ &4\varphi_{k,l} - \varphi_{k-1,l} - \varphi_{k+1,l} - \varphi_{k,l-1} - \varphi_{k,l+1} = 0 \text{ при } l = n_{y1} + n_{y2} + 1 \dots n_y - 1 \\ &\varphi_{k,n_y} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Эту систему удобно решать быстрым преобразованием Фурье [3]. Запишем распределение потенциала по координате  $x$  в виде суммы гармоник

$$\varphi_l = \sqrt{\frac{2}{n_x}} \sum_{m=1}^{n_x-1} \phi_{m,l} \sin \frac{m\pi k}{n_x}. \quad (12)$$

Распределение Фурье-амплитуд  $\phi_m$  по координате  $y$  определяется системой разностных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_m \phi_{m,1} - \phi_{m,2} &= 0 \\ \lambda_m \phi_{m,l} - \phi_{m,l-1} - \phi_{m,l+1} &= 0 \quad \text{при } l=1 \dots n_{y1} - 1 \\ \lambda_m \phi_{m,l} - \frac{2}{\mu+1} \phi_{m,l-1} - \frac{2\mu}{\mu+1} \phi_{m,l+1} &= \frac{\mu}{\mu+1} h^2 (F_{m,l} - V_m) \quad \text{при } l = n_{y1} \\ \lambda_m \phi_{m,l} - \phi_{m,l-1} - \phi_{m,l+1} &= h^2 F_{m,l} \quad \text{при } l = n_{y1} + 1 \dots n_{y1} + n_{y2} - 1 \\ \lambda_m \phi_{m,l} - \frac{2\mu}{\mu+1} \phi_{m,l-1} - \frac{2}{\mu+1} \phi_{m,l+1} &= \frac{\mu}{\mu+1} h^2 (F_{m,l} + V_m) \quad \text{при } l = n_{y1} + n_{y2} \\ \lambda_m \phi_{m,l} - \phi_{m,l-1} - \phi_{m,l+1} &= 0 \quad \text{при } l = n_{y1} + n_{y2} + 1 \dots n_y - 1 \\ \lambda_m \phi_{m,n_y-1} - \phi_{m,n_y-2} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (13)$$

где  $\lambda_m = 2 \left( 2 - \cos \frac{m\pi}{n} \right)$ ,  $F_{m,l} = \sqrt{\frac{2}{n_x}} \sum_{n=1}^{n_x-1} f_{n,l} \sin \frac{m\pi n}{n_x}$ ,  $V_m = \frac{2}{h} \frac{\mu-1}{\mu} \varphi_{k,l}^{(o)}$  для  $m=1$  и  $V_m=0$  для  $m \neq 1$ .

В безысточниковых областях (1) и (3) распределение потенциала удовлетворяет уравнению Лапласа (1 и 3 уравнение системы (6')), откуда следует

$$\phi_{m,y}^{(1)} = m\phi_m^{(1)}, \quad \phi_{m,y}^{(3)} = -m\phi_m^{(3)}.$$

С помощью этих условий можно исключить области (1) и (3) из решения и получить замкнутую разностную систему уравнений для Фурье-амплитуд в области (2):

$$\left. \begin{aligned} \left( \lambda_m + \frac{2hm}{\mu} \right) \phi_{m,n_{y1}} - 2\phi_{m,n_{y1}+1} &= h^2 (F_{m,n_{y1}} - V_m) \\ \lambda_m \phi_{m,l} - \phi_{m,l-1} - \phi_{m,l+1} &= h^2 F_{m,l} \quad \text{при } l = n_{y1} + 1 \dots n_{y1} + n_{y2} - 1 \\ \left( \lambda_m + \frac{2hm}{\mu} \right) \phi_{m,n_{y1}+n_{y2}} - 2\phi_{m,n_{y1}+n_{y2}-1} &= h^2 (F_{m,n_{y1}+n_{y2}} + V_m) \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

Система (14) (либо (13)) решается методом последовательных итераций, поскольку магнитная проницаемость  $\mu$  в уравнениях является функцией напряженности поля  $H$ . В первой итерации  $\mu$  определяется по внешнему полю. Затем методом факторизации определяются Фурье-амплитуды, рассчитываются потенциалы индуцированного поля, с помощью которых находятся новые значения  $H$  и  $\mu$ .

Практическим путем определено, что после седьмой итерации уточнение напряженности поля не превышает 1%. Различие расчета по (13) и по (14) не превышает

0,05%. Однако затраты времени на расчет по (14) сокращаются на 25%. Величина второй гармоники потенциала по отношению к основной гармонике меньше 0,2%. Так что роль высших гармоник не существенна.

**Квазилинейное приближение.** Для обоснования достоверности численной модели (13), (14) было проведено изучение частных случаев, допускающих независимое рассмотрение. Обсудим возможные упрощенные подходы.

Как следует из физико-математической модели в нелинейнонамагничивающемся слое, имеются источники поля двух типов: объемные источники в уравнениях поля (6') и поверхностные – в граничных уравнениях (7'). При линейном законе намагничивания объемные источники равны нулю и задача допускает точное решение ( $\mu = const$ , случай линейнонамагничивающейся среды). Упрощенную модель задачи в случае нелинейнонамагничивающейся среды получим, положив объемный источник равным нулю ( $f = 0$ , квазилинейное приближение), но с учетом нелинейности закона намагничивания в поверхностных источниках возможны различные модификации квазилинейного приближения в зависимости от способа расчета  $\mu$  на границах. К примеру, два предельных случая представляют расчет  $\mu$  по внешнему полю и расчет по результирующему полю, равному суперпозиции внешнего и искомого индуцированного поля. В первом случае задача решается прямыми методами, во втором – итерационными. Возможны модификации квазилинейного приближения в зависимости от количества слоев. Выше речь шла об однослойной модели, поскольку поверхностные источники распределены на границах слоя. Более детализированная квазилинейная модель состоит в условном разбиении реального слоя на несколько подслоев (многослойная модель). В пределах каждого подслоя магнитную проницаемость  $\bar{\mu}_i$  можно считать постоянной, равной среднему значению  $\bar{\mu}_i = (\mu_i + \mu_{i-1}^-) / 2$ . Поэтому в каждом подслое выполняется условие квазилинейного приближения  $f=0$ . На границах подслоев магнитная проницаемость изменяется скачкообразно, и уравнения поля на этих поверхностях записываются так же, как и на реальных границах слоя, – в виде граничных условий. Все рассмотренные приближения были реализованы в работах [1,2,4] исходя из физико-математической модели. Эти же упрощения можно внести в конечно-разностную модель (14). Положив в (11)  $f_{k,l}=0$ , получим конечно-разностный аналог однослойной квазилинейной модели. Для формулировки многослойной конечно-разностной модели вместо граничных уравнений в (11) необходимо записать универсальное уравнение для границ раздела подслоев, которое выводится аналогично граничным уравнениям и имеет вид

$$4\varphi_{k,l} - \varphi_{k-1,l} - \varphi_{k+1,l} - \frac{2\mu^-}{\mu^+ + \mu^-} \varphi_{k,l-1} - \frac{2\mu^+}{\mu^+ + \mu^-} \varphi_{k,l+1} = \frac{\mu^+ - \mu^-}{\mu^+ + \mu^-} 2h\varphi_{k,l}^{(o)}. \quad (15)$$

В частности, отсюда при  $\mu^- = 1$  следует уравнение для нижней границы слоя ( $l = n_{y1}$ ), при  $\mu^+ = 1$  – для верхней. Граничное уравнение (15) можно представить в форме объемного уравнения. Для этого преобразуем уравнение так, чтоб его левая сторона представляла разностный аналог лапласиана  $-\nabla^2 \varphi$ :

$$4\varphi_{k,l} - \varphi_{k-1,l} - \varphi_{k+1,l} - \varphi_{k,l-1} - \varphi_{k,l+1} = \frac{\mu^+ - \mu^-}{\mu^+ + \mu^-} \left( (\varphi_{k,l+1} - \varphi_{k,l-1}) + 2h\varphi_{k,l}^{(o)} \right).$$

Правая часть этого уравнения представляет собой объемный источник  $h^2 f$  (см. (10)), в котором для производных от магнитной проницаемости используется аппроксимация  $\mu_{,x} \approx 0$  и  $\mu_{,y} / \mu \approx \frac{2}{h} (\mu^+ - \mu^-) / (\mu^+ + \mu^-)$ .

Основными расчетными характеристиками трансформации поля в слое магнетика являются коэффициенты отражения поля от слоя и экранирования поля слоем, равные отношению амплитуды основной гармоники индуцированного и внешнего поля в областях (1) и (3) соответственно [1,2,4]. В рамках конечно-разностной модели эти величины рассчитываются по формулам

$$s = -\varphi_{m,l} / \xi_c, \quad \Delta q = \varphi_{m,l} / \xi_c'.$$

Для различных приближений коэффициенты отражения поля от слоя представлены в табл. (в скобках представлены полученные независимо результаты расчетов по приближенной физико-математической модели [1,2,4]).

Таблица

Модели	Напряженность поля на нижней границе $H_c$ , кА/м					
	5	20	40	60	80	100
Конечно-разностная модель в квазилинейном приближении						
Однослойная модель						
Приближение внешнего поля	0,52924 (0,52932)	0,40057 (0,40063)	0,30125 (0,30130)	0,24064 (0,24067)	0,19990 (0,19993)	0,17069 (0,17072)
Приближение результирующего поля	0,56417 (0,56430)	0,47857 (0,47878)	0,37625 (0,37641)	0,29922 (0,29916)	0,24418 (0,24387)	0,20445 (0,20390)
Многослойная модель						
	0,57109 (0,57418)	0,51221 (0,51745)	0,43624 (0,44242)	0,37586 (0,37817)	0,32498 (0,32711)	0,28369 (0,28705)
	Полная конечно-разностная модель					
	0,57317	0,51484	0,43994	0,37682	0,32655	0,28685

Как видно, однослойная модель обеспечивает приемлемую точность только в малых полях. В полях  $H \geq 20$  кА/м её погрешность превышает 20% в приближении внешнего поля и 9% в приближении результирующего поля. Отклонение многослойной модели от полной не превышает 1,2% во всем диапазоне полей.

Таким образом, сравнение результатов расчета по приближенным моделям и по полной конечно-разностной модели позволяет, с одной стороны, сделать вывод об области применимости упрощений, с другой – подтверждает достоверность полной модели.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Вислович А.Н., Сухоцкий А.Б. Отражение пространственной гармоники магнитостатического поля от намагничивающегося слоя // Труды БГТУ. Сер. физ.-мат. наук. Вып. VII. Минск, 1999. – С.78–91.
2. Вислович А.Н., Сухоцкий А.Б. Прохождение пространственной гармоники магнитостатического поля через слой магнитной жидкости // Труды БГТУ. Сер. физ.-мат. наук. Вып. IX. Минск, 2001. – С.78–91.

3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М: Наука, 1989.
4. Вислович А.Н., Сухоцкий А.Б. Трансформация пространственной гармоника магнитостатического поля в слое магнитной жидкости // Инженерно-физический журнал. – Минск, 2002. (в печати).

УДК 539.213.2

А.Н. Лаппо, студентка; А.В. Мисевич, ассистент;  
А.Е. Почтенный, ст. науч. сотрудник; О.М. Стукалов, мл. науч. сотрудник

## СТРУКТУРА И ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТОНКИХ ЛАЗЕРНО-НАПЫЛЕННЫХ ПЛЕНОК N,N-ДИМЕТИЛДИИМИДА ПЕРИЛЕНТЕТРАКАРБОНОВОЙ КИСЛОТЫ

The structural and electrical conduction properties of perylene based thin films were investigated depending on the substrate temperature and on the adsorbed oxygen concentration. It is shown that the grain boundary defines the hopping conduction in thin polycrystalline perylene based films.

### 1. Введение

Поликристаллические пленки органических красителей являются перспективными материалами для оптоэлектроники, газовой сенсорики и молекулярной электроники [1]. Однако их промышленное применение сдерживается недостаточным знанием механизма электропереноса в этих пленках. В частности, неизвестно, какими конкретно структурными элементами – зернами или межзеренными границами – определяется проводимость поликристаллических органических пленок. Данная работа посвящена выяснению роли зерен и межзеренных границ в проводимости поликристаллических пленок N,N-диметилдиимида перилентетракарбонической кислоты (МДПТК) путем сопоставления морфологии, оптических спектров и электрофизических характеристик пленок.

### 2. Методика эксперимента

Пленки МДПТК были получены методом лазерного распыления в вакууме порошкообразной мишени с последующим осаждением газообразных продуктов распыления на подложки из слюды для исследования морфологии методом атомно-силовой микроскопии (АСМ), поликора с встречно-штыревой системой электродов для электрофизических измерений и стекла для оптических измерений. При этом одна серия образцов была напылена на подложки с температурой 20°C, а другая серия – на подложки с температурой 150°C.

Морфология поверхности пленок изучалась на атомно-силовом микроскопе Фемтоскан-001. Спектры поглощения в видимой области были получены на спектрофотометре SPECORD M40. Проводимость на постоянном токе и температурная зависимость проводимости в вакууме  $10^{-2}$  Па измерялась электрометром В7Э-42. При этом использовался описанный ранее [2] метод циклической термодесорбции, заключающийся в следующем. Как известно [1,2], проводимость органических красителей, включая МДПТК, зависит от концентрации адсорбированного кислорода, которая, в свою очередь, уменьшается при нагревании образца. Нагревание образца в вакууме до фиксированной температуры задает в образце фиксированную концентрацию молекул кислорода. Охлаждение образца в вакууме от этой температуры позволяет измерить температурную зависимость проводимости при неизменной концентрации кислорода в образце.