

9. Пищ И.В., Радион Е.В., Соколовская Д.М., Поповская Н.Ф. Пигмент на основе совместно осажденных гидроксидов хрома(III) и меди(II) // Стекло и керамика. – 1996. - № 7. – С. 21-23.
10. Пищ И.В., Радион Е.В. Синтез пигментов на основе перовскита // Стекло и керамика. – 1998. - № 9. – С. 23-24.
11. Пищ И.В., Радион Е.В. Особенности осаждения и образования пигментов в системе титан-никель-цинк // Стекло и керамика. – 1998. - № 10. – С. 17-19.
12. Пищ И.В., Радион Е.В. Получение пигментов на основе цирконата кобальта методом осаждения // Стекло и керамика. – 1999. - № 8. – С. 23-25.
13. Пищ И.В., Поповская Н.Ф., Радион Е.В. Синтез пигментов на основе системы $\text{CuO-Cr}_2\text{O}_3\text{-Al}_2\text{O}_3$ методом осаждения // Стекло и керамика. – 1999. - № 10. – С. 23-25.
14. Пищ И.В., Радион Е.В. Влияние оксидов на стабилизацию диоксида циркония // Стекло и керамика. – 1999. - № 12. – С. 27-29.

УДК 66.02.4

В. А. Марков, профессор

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

The approximate method of calculation of speed of liquid motion within the natural convection caused temperature difference of liquid is considered in the article. The relations for calculation of a velocity profile and circulation of a liquid in a cylindrical channel are offered.

Известно [1-3], что движущей силой, обуславливающей движение жидкости (газа) при естественной конвекции, является разность плотностей среды в пространстве. Во многих случаях эта разность возникает вследствие неоднородности температурного поля, хотя иногда неоднородность среды и ее движение может возникать по иным причинам, например, в результате образования пузырьков пара на отдельных участках, заполненных жидкостью, или же путем неравномерного ввода пузырьков газа(пара) в жидкость. При этом возникает циркуляционное движение жидкости по контуру. Например, если температура стенки имеет температуру выше нагреваемой жидкости, то вблизи стенки соответственно ее плотность меньше по сравнению с

плотностью жидкости, находящейся вдали от нее, и жидкость, благодаря разности гравитационных сил, начнет перемещаться.

Для расчета скорости движения жидкости при естественной конвекции рассмотрим случай, когда перенос тепла осуществляется за счет теплопроводности от вертикальной цилиндрической стенки к жидкости, находящейся внутри цилиндра (трубы) радиусом R . Будем считать, что изменение температуры происходит только в радиальном направлении, коэффициент температуропроводности в пределах расчетных значений величина постоянная, а сам процесс – стационарный.

Распределение температур по радиусу получим при решении дифференциального уравнения теплопроводности, записанного в цилиндрической системе координат [1]:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0, \quad (1)$$

где r – текущий радиус; φ – полярный угол; t – температура.

При этом ось z совмещена с осью трубы. Для случая, когда температура изменяется только в радиальном направлении,

$$\frac{\partial t}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (2)$$

Кроме того, $t = \text{const}$ вдоль φ , поскольку температуры на наружной и внутренней поверхностях трубы постоянны, следовательно,

$$\frac{\partial t}{\partial \varphi} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (3)$$

Тогда выражение (1) с учетом (2) и (3) принимает вид

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0. \quad (4)$$

Решая (4) с граничными условиями: при $r = R$, температура жидкости равна температуре внутренней поверхности трубы ($t = t_{cT}$) и при $0 \leq r \leq r_0$ – температуре на оси ($t = t_0 = \text{const}$) (r_0 – радиус, который принимаем достаточно малой величины по сравнению с R), получим зависимость, описывающую распределение температур по радиусу в пределах от R до r_0 :

$$t = t_0 + \frac{(t_{cT} - t_0) \ln(r/r_0)}{\ln(R/r_0)}. \quad (5)$$

Используя температурный коэффициент объемного расширения β и ограничиваясь приближенным учетом переменности плотности (в общем случае при $\rho \neq const$ необходимо учитывать и энергию деформации), а также считая $\beta \cong const$ в заданном интервале температур, определим плотность жидкости ρ по формуле

$$\rho = \rho_0(1 - \beta \Delta t), \quad (6)$$

где ρ_0 – плотность жидкости при t_0 ;

$$\Delta t = t - t_0 = \frac{(t_{cT} - t_0) \ln(r/r_0)}{\ln(R/r_0)}. \quad (7)$$

Для расчета скоростей U по радиусу r воспользуемся уравнением Навье-Стокса [5,6]. Для ламинарного осесимметричного движения вязкой жидкости при $\mu = const$, когда $\frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0$, $\frac{\partial U}{\partial z} = 0$ и радиальная составляющая скорости $U_r = 0$, уравнение Навье-Стокса, записанное в цилиндрических координатах, принимает вид

$$\mu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dU}{dr} \right) + \rho g - \frac{dp}{dz} = 0. \quad (8)$$

Если представить градиент гидростатического давления p как $\rho_{cp} g$ (ρ_{cp} – средняя величина плотности жидкости по сечению трубы), а за движущую силу движения жидкости разность $(\rho_{cp} - \rho)g$, то выражение (8) с учетом (6) и (7) запишется как

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dU}{dr} \right) = b + a \ln r, \quad (9)$$

$$\text{где } b = \left[\rho_{cp} - \rho_0 - \beta \rho_0 \frac{(t_{cT} - t_0)}{\ln(R/r_0)} \ln r_0 \right] \frac{g}{\mu};$$

$$a = \beta \rho_0 \frac{(t_{cT} - t_0) g}{\ln(R/r_0) \mu}.$$

Принятые допущения позволяют провести следующий анализ процесса нагрева и движения жидкости в трубе: возле стенки, где температура жидкости выше, плотность ее меньше, величина движущей силы положительна и движение жидкости направлено вверх. На некотором радиусе r при $\rho_{cp} = \rho$ движущая сила равна нулю и $U = 0$. При $\rho_{cp} < \rho$ жидкость движется в противоположном направлении. Следовательно, чтобы проинтегрировать выражение (9), необходимо знать среднюю плотность жидкости (ρ_{cp}) и пределы интегрирования. Средняя плотность жидкости будет соответствовать средней температуре, расчет которой можно провести как

$$\Delta t_{cp} = \frac{1}{R - r_o} \int_{r_o}^R \frac{(t_{cT} - t_o) \cdot \ln(r / r_o)}{\ln(R / r_o)} dr.$$

После интегрирования получим

$$\Delta t_{cp} = \frac{a_1 [R(\ln R - 1) - r_o(\ln r_o - 1)]}{R - r_o} - a_1 \ln r_o, \quad (10)$$

где $a_1 = \frac{t_{cT} - t_o}{\ln(R / r_o)}$.

Зная Δt_{cp} , определим ρ_{cp} :

$$\rho_{cp} = \rho_o(1 - \beta \Delta t_{cp}). \quad (11)$$

Чтобы определить пределы интегрирования выражения (9), примем в первом приближении, что скорость движения жидкости равна нулю на радиусе, соответствующем Δt_{cp} . Тогда после подстановки в (7) значения Δt_{cp}

$$r_{cp} = \exp\left(\frac{\Delta t_{cp} + a_1 \ln r_o}{a_1}\right). \quad (12)$$

Таким образом, уравнение (9) можно проинтегрировать для двух участков по сечению трубы: $R - r_{cp}$ и $r_{cp} - r_o$.

Интегрируя (9) на участке от R до r_{cp} с учетом граничных условий (при R и r_{cp} скорость движения $U(r) = 0$), получим выражение, описывающее распределение скоростей по радиусу:

$$U_1(r) = \frac{b}{4}(R^2 - r^2) + \frac{a}{4}(r^2 - R^2) + \frac{a}{4}(R^2 \ln R - r^2 \ln r) + c_1 \ln(R/r), \quad (13)$$

$$\text{где } c_1 = \frac{-\frac{b}{4}(R^2 - r_{cp}^2) - \frac{a}{4}(r_{cp}^2 - R^2) - \frac{a}{4}(R^2 \ln R - r_{cp}^2 \ln r_{cp})}{\ln(R/r_{cp})}.$$

Для расчета скоростей жидкости по радиусу от оси до r_{cp} примем граничные условия: при r_{cp} скорость $U = 0$ и вблизи оси ($r = r_o$) $\frac{dU}{dr} = 0$.

После интегрирования (9) получим

$$U_2(r) = \frac{b}{4}(r_{cp}^2 - r^2) + \frac{a}{4}(r^2 - r_{cp}^2) + \frac{a}{4}(r_{cp}^2 \ln r_{cp} - r^2 \ln r) \quad (14)$$

Очевидно, что для реальных условий при возникновении движения жидкости вдоль оси трубы даже при постоянной температуре внутренней стенки трубы жидкость по высоте трубы будет иметь разную температуру. Однако если допустить, что разность температур (плотностей) по сечениям остается постоянной на разной высоте трубы, то можно полученные зависимости использовать для расчета скорости циркуляции потока по осредненным скоростям, полученным при интегрировании (13) и (14) в соответствующих пределах и соблюдении равенства

$$(R + r_{cp}) \int_{r_{cp}}^R U_1(r) dr = \frac{r_{cp}^2}{r_{cp} - r_o} \int_{r_o}^{r_{cp}} U_2(r) dr. \quad (15)$$

После интегрирования (13) получим выражение для расчета средней скорости в виде

$$U_{1cp} = K - \left\{ \frac{R^2 - r_{cp}^2}{12} (b - a) + \frac{a}{12} \left[R^3 \left(\ln R - \frac{1}{3} \right) - r_{cp}^3 \left(\ln r_{cp} - \frac{1}{3} \right) \right] \right\} + \quad (16)$$

$$+ c_1 \left[R(\ln R - 1) - r_{cp}(\ln r_{cp} - 1) \right] / (R - r_{cp}),$$

$$\text{где } K = \frac{R^2}{4} (b - a) + \frac{a}{4} R^2 \ln R + c_1 \ln R.$$

Для расчета средней скорости U_{2cp} при интегрировании (14) получается выражение аналогичное (16), в котором необходимо заменить R на r_{cp} , r_{cp} на r_0 и принять $c_1 = 0$.

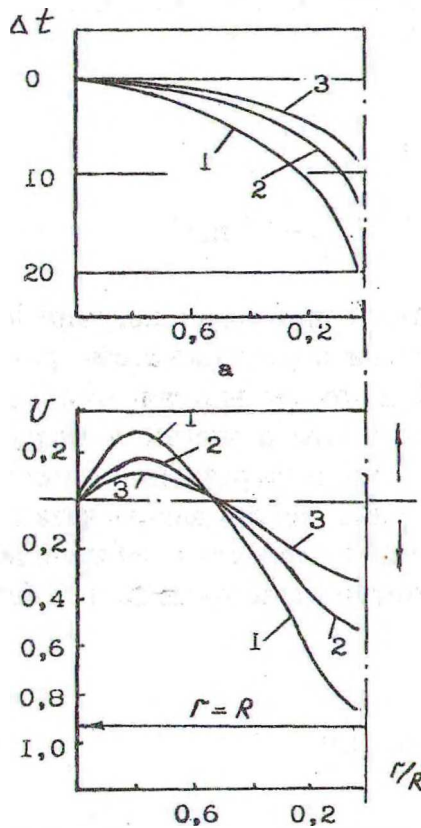


Рис. 1. Распределение температур (а) и скоростей движения жидкости (б) по радиусу трубы при $\Delta t = 25^\circ, 20^\circ, 10^\circ$, соответственно кривые 1, 2, 3 ($\rho_{ж} = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\beta = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$)

Из рис. 1, где представлены некоторые результаты расчета температур (рис. 1, а) и скоростей движения жидкости (рис. 1, б) по радиусу трубы, видно, что с увеличением разности температур между жидкостью, находящейся у стенки, и жидкостью на оси, значения скоростей движения увеличиваются, в то время как при построении профиля скоростей в безразмерных координатах $U/U_{cp} = f(r/R)$ характер распределения, как показывают расчеты, не зависит от разности температур и диаметра трубы.

При рассмотрении движения жидкости, обусловленного равномерным вводом в нее пузырьков газа (пара) по периметру трубы, можно ожидать,

что в зависимости от места (радиуса) их ввода распределение скоростей может быть разным: при вводе непосредственно у стенки характер распределения их аналогичен приведенному выше; при вводе пузырьков вблизи оси движение жидкости изменится на противоположное.

Таким образом, хотя в модели расчета, кроме принятых выше допущений, не учтены потери на трение при движении жидкости, она может быть использована для приближенной оценки величины циркуляции жидкости и, соответственно, при расчете коэффициентов теплоотдачи при естественной конвекции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. Учебник для вузов. Изд. 3-е, перераб. и доп. – М.: Энергетика, 1973. – 488 с.
2. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. – М.–Л.: Машгиз, 1962. – 456 с.
3. Лихеев М. А. Основы теплопередачи. – М.: Госэнергоиздат, 1956. – 392 с.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1969. – 744 с.

УДК 66.015.23.05(088.8)

А. И. Ершов, профессор;
И. М. Плехов, профессор

ИССЛЕДОВАНИЯ И ТЕХНИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ НА КАФЕДРЕ ПиАХП ПО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЮ ХИМИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ

(Обзор посвящен 35-летию кафедры ПиАХП)

The results of investigations and technical working which devoted to perfection heat- and mass-transfer processes and apparatus of chemical industry are given in the article.

Основным научным направлением кафедры процессов и аппаратов химических производств за истекший период являлось изучение закономерностей явлений переноса при взаимодействии фаз в газопарожидкостных системах и создание совершенных аппаратов для проведения процессов абсорбции, ректификации, выпаривания, сепарации