

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

$b$  – отрезок, отсекаемый касательной к равновесной линии на оси ординат;  $E$  - эффективность тарелки;  $L$  - молярный поток жидкости;  $m$  - коэффициент равновесия;  $V$  - молярный поток пара;  $x, y$  - концентрация легколетучего компонента соответственно в жидкой и паровой фазах. Индексы:  $n$  - номер рассматриваемой тарелки;  $n-1$  - номер предыдущей тарелки по ходу движения пара; \* - идеальная тарелка; 1-4 - номера рассматриваемых вариантов изменения концентраций.

## ЛИТЕРАТУРА

1. McCabe W., Thiele E. // Ind. and Eng. Chem. 1925., № 17. P. 605.
2. Стабников В.Н. Перегонка и ректификация этилового спирта. – М.: Пищевая промышленность, 1969. С. 67 – 75.
3. Павлечко В.Н. // Труды БГТУ. Серия III. Химия и химическая технология. 1998. Вып. VI. С. 138 – 144.
4. Murphree E.V. // Ind. Eng. Chem. 1925. Vol. 17, № 7. P. 747 – 750.
5. Medina A.G., Ashton N., McDermott C. // Chem. Eng. Sci. 1979. Vol. 34, № P. 1105-1112.
6. Hausen H. // Chem. Ing. Tech. 1953. J. 25, № 10. S. 595-597.
7. Кафаров В.В. Основы массопередачи. – М.: Высшая школа, 1972.

УДК 691.002.5; 666.1/9

А. А. Гарабажиу, аспирант;  
А. Э. Левданский, ассистент

### АЭРОДИНАМИКА ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ИЗМЕЛЬЧАЕМОГО МАТЕРИАЛА В РАБОЧЕЙ КАМЕРЕ РОТОРНО- ЦЕНТРОБЕЖНОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Aerodynamics of motion of the particles of material grinding in the working chamber rotor-centrifugal mill with the inertia-gravitation unloading of products.

Мельницы ударно-отражательного действия, отличающиеся компактностью и сравнительно низкими удельными энергозатратами на помол материалов, получили в последнее время довольно широкое распространение во многих отраслях промышленности и народного хозяйства как за рубежом, так и в нашей стране. Однако внедрение данных измельчителей в промышленную практику сдерживается отсутствием надежного инженерного метода их расчета и недостаточной глубиной исследования протекающих в них процессов [1, 2].

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию аэродинамики движения частиц измельчаемого материала в рабочей камере роторно-центробежной мельницы (РЦМ) с инерционно-гравитационной выгрузкой готового продукта, конструктивные особенности и принцип действия которой подробно изложены в работах [3, 4].

При рассмотрении движения частиц исходного материала в РЦМ можно выделить две зоны: движение в роторе мельницы вдоль разгонных лопастей и движение в кольцевом зазоре между выходной кромкой лопастей и отражательными стержнями мельницы. Рассмотрим отдельно каждую из зон.

#### 1. Движение частиц материала вдоль разгонных лопастей мельницы

Основы теоретических исследований относительного движения частицы материала вдоль рабочих лопастей мельниц ударно-отражательного действия были заложены Шалаевым Н. Б. в диссертационной работе [5] и получили свое дальнейшее развитие в работах Клепикова Н. С. [6], Смирнова Н. М. [7], Пискунова А. В. [8] и некоторых других исследователей.

Перед тем как непосредственно перейти к расчету относительной скорости движения частицы материала вдоль разгонной лопасти РЦМ, используя методику [5, 6], необходимо ответить на один важный вопрос. Будет ли частица материала, при некоторых начальных условиях, двигаться только вдоль разгонной лопасти мельницы или же одновременно с этим будет иметь место трение частицы и о нижний диск рабочего колеса?

Для этого необходимо найти значение скорости витания частицы материала на входе в межлопастное пространство РЦМ и сравнить ее со скоростью воздуха. Скорость витания частицы материала ( $V_v$ , м/с) в горизонтальной гравитационной зоне может быть подсчитана по следующей формуле [9]:

$$V_v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{k_{\phi}} \cdot \frac{\rho_m}{\rho_2} \cdot \frac{g \cdot d_m}{c}} \quad (1)$$

Используя формулу (1), авторами была подсчитана скорость витания частиц гипсового камня, извести, мела и зерна пшеницы. Оказалось, что скорость воздуха на входе в межлопастное пространство как минимум в 1,8 раза больше скорости витания вышеперечисленных ма-

териалов. Таким образом, трение частицы материала о нижний диск рабочего колеса мельницы будет отсутствовать.

Тогда схему относительного движения частицы исходного материала вдоль радиальной разгонной лопасти РЦМ можно представить следующим образом (рис. 1).

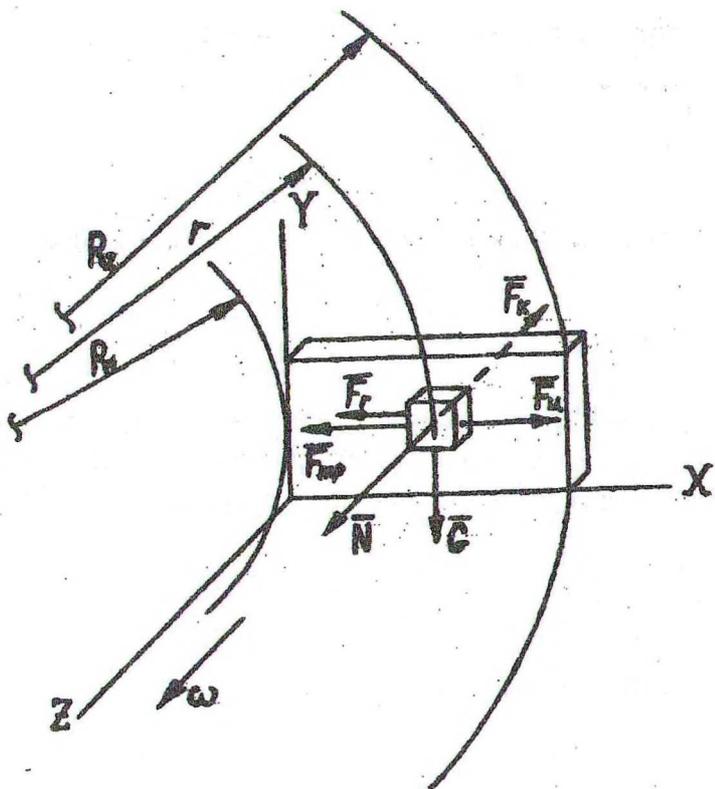


Рис. 1. Силы, действующие на частицу материала при ее движении вдоль разгонной лопасти роторно-центробежной мельницы:

$\bar{F}_ц$  — центробежная сила инерции;  $\bar{F}_к$  — кориолисова сила инерции;  $\bar{N}$  — нормальная сила реакции;  $F_{тр}$  — сила трения;  $F_з$  — сила сопротивления газового потока;  $G$  — сила тяжести;  $\omega$  — угловая скорость вращения ротора, рад/с;  $r$  — текущий радиус движения частицы материала, м;  $R_1$  — внутренний радиус рабочего колеса, м;  $R_2$  — внешний радиус рабочего колеса, м

Согласно рис. 1, на частицу исходного материала, при ее движении вдоль разгонной лопасти РЦМ, действуют следующие силы:

- центробежная сила инерции  $F_ц = m \cdot \omega^2 \cdot r$ ;

- кориолисова сила инерции  $F_K = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt}$ ;
  - нормальная сила реакции  $N = |F_K|$ ;
  - сила трения  $F_{mp} = f \cdot (m \cdot g \cdot \sin \omega t + 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt})$ ;
  - сила сопротивления газового потока
- $$F_z = \frac{c \cdot \rho_z \cdot S}{2} \cdot \left( \frac{dr}{dt} - w_z \right)^2$$
- сила тяжести  $G = m \cdot g$ ;

Проектируя эти силы на радиальное направление, получим

$$m \cdot \frac{d^2 r}{dt^2} = F_y - F_{mp} - \frac{c \cdot \rho_z \cdot S}{2} \cdot \left( \frac{dr}{dt} - w_z \right)^2 \quad (2)$$

Как следует из работы [5], силой аэродинамического сопротивления, а также силой тяжести в первом приближении можно пренебречь. Тогда уравнение (2) запишется в следующем виде:

$$m \cdot \frac{d^2 r}{dt^2} = m \cdot \omega^2 \cdot r - 2m \cdot f \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt}$$

Сокращая на (m), получим

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \omega^2 \cdot r - 2f \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt} \quad (3)$$

Общее решение уравнения (3) имеет вид

$$r = c_1 \exp(\omega \cdot k_1 \cdot t) + c_2 \exp(\omega \cdot k_2 \cdot t), \quad (4)$$

где  $k_{1,2} = -f \pm \sqrt{f^2 + 1}$ .

Постоянные интегрирования ( $c_1$ ) и ( $c_2$ ) определим из начального условия ( $t = 0$ ):

$$r = R_1 \quad \text{и} \quad V_{отн} = V_0,$$

где  $R_1 = c_1 + c_2$ .

Так как скорость витания частиц материала ( $V_B$ , м/с) намного меньше скорости газового потока ( $V_\Gamma$ , м/с) на входе в межлопастное пространство мельницы, то в первом приближении можно принять,

что  $V_0 = V_{\Gamma}$ . При этом скорость газового потока ( $V_{\Gamma}$ , м/с) может быть найдена по следующей формуле:

$$V_2 = \frac{Q}{F_{\text{вх}}} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D_{\text{вх}}^2}, \text{ м/с.} \quad (5)$$

Далее из уравнения

$$\frac{dr}{dt} = c_1 \cdot \omega \cdot k_1 \exp(\omega \cdot k_1 \cdot t) + c_2 \cdot \omega \cdot k_2 \exp(\omega \cdot k_2 \cdot t) \quad (6)$$

найдем, что при ( $t = 0$ )

$$\frac{dr}{dt} = V_0 = c_1 \cdot \omega \cdot k_1 + c_2 \cdot \omega \cdot k_2$$

и получим

$$c_1 = \frac{V_0 - R_1 \cdot \omega \cdot k_2}{\omega \cdot (k_1 - k_2)}; \quad c_2 = \frac{R_1 \cdot k_1 - \frac{V_0}{\omega}}{k_1 - k_2}.$$

Подставляя постоянные интегрирования ( $c_1$ ) и ( $c_2$ ) в уравнения (4) и (6), окончательно получим

$$r = \frac{\left(\frac{V_0}{\omega} - R_1 \cdot k_2\right) \cdot \exp(\omega \cdot k_1 \cdot t) + \left(R_1 \cdot k_1 - \frac{V_0}{\omega}\right) \cdot \exp(\omega \cdot k_2 \cdot t)}{k_1 - k_2}, \text{ м,} \quad (7)$$

$$V_{\text{вх}} = \frac{dr}{dt} = \frac{\left(\frac{V_0}{\omega} - R_1 \cdot k_2\right) \cdot \omega \cdot k_1 \cdot \exp(\omega \cdot k_1 \cdot t)}{k_1 - k_2} + \frac{\left(R_1 \cdot k_1 - \frac{V_0}{\omega}\right) \cdot \omega \cdot k_2 \cdot \exp(\omega \cdot k_2 \cdot t)}{k_1 - k_2}, \text{ м/с.} \quad (8)$$

Согласно рекомендациям [5, 6], коэффициент трения частицы материала о гладкую металлическую поверхность можно принять равным  $f \approx 0,5$ , а для шероховатых поверхностей, когда разгонные лопасти мельницы эксплуатируются длительный период времени, коэффициент трения может составить  $f \approx 0,9$ .

Абсолютная скорость ( $V_{AB}$ , м/с) вылета частицы материала из ротора мельницы представляет собой геометрическую сумму окружной ( $V_{окр}$ , м/с) и относительной ( $V_{отн}$ , м/с) скорости:

$$V_{окр} = \frac{D_2 \cdot \omega}{2} = R_2 \cdot \omega, \text{ м/с}; \quad (9)$$

$$V_{аб} = \sqrt{V_{отн}^2 + V_{окр}^2}, \text{ м/с}. \quad (10)$$

Направление вектора абсолютной скорости ( $V_{AB}$ , м/с) определяется углом ( $\alpha$ , град.) на рис. 2:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V_{отн}}{V_{окр}} \quad \text{или} \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{V_{отн}}{V_{окр}}. \quad (11)$$

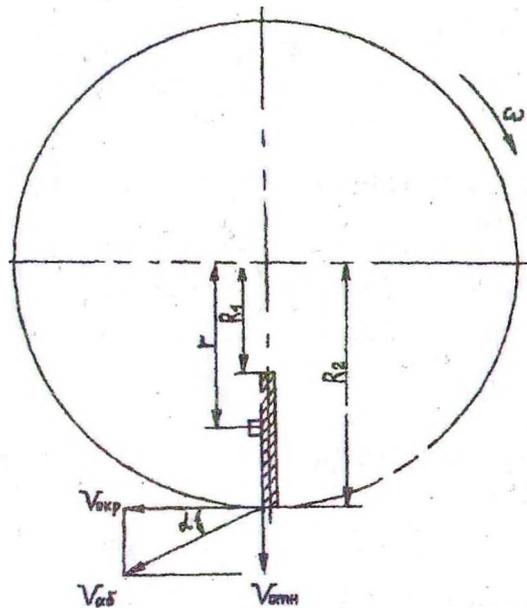


Рис. 2. Треугольник скоростей движущейся частицы материала при ее вылете из рабочего колеса роторно-центробежной мельницы.

$V_{отн}$  — относительная скорость движения частицы материала, м/с;  $V_{окр}$  — окружная скорость движения частицы материала, м/с;  $V_{аб}$  — абсолютная скорость движения частицы материала, м/с;  $\omega$  — угловая скорость вращения ротора мельницы, рад/с;  $r$  — текущий радиус движения частицы материала, м;  $R_1$  — внутренний радиус рабочего колеса, м;  $R_2$  — внешний радиус рабочего колеса, м

## 2. Движение частиц материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой разгонных лопастей и отражательными стержнями мельницы

Расчет скорости и траектории движения частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой разгонных лопастей и отражательными стержнями РЦМ можно осуществить при помощи методики, подробно изложенной в работах [10, 11].

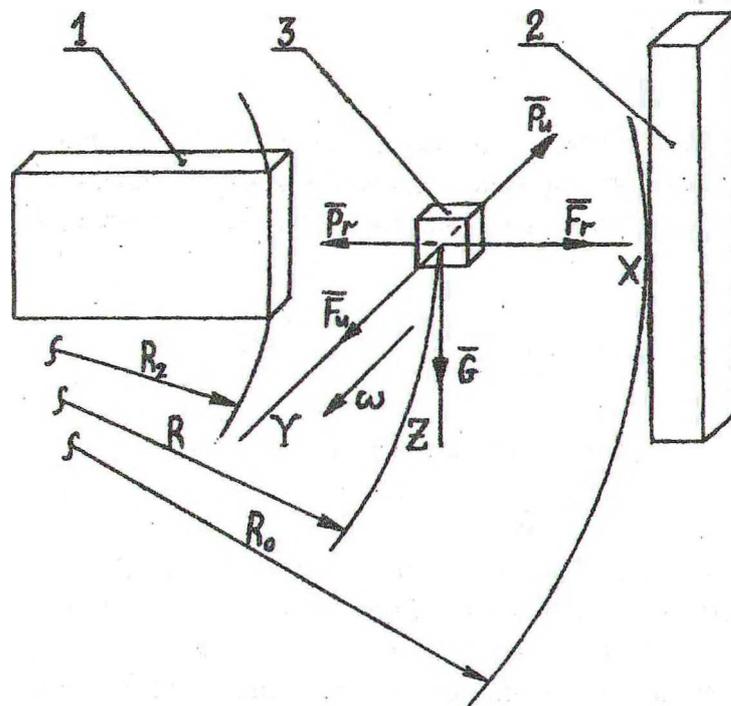


Рис. 3. Силы, действующие на частицу материала (3) при ее движении от кромки разгонных лопастей (1) к отражательным стержням (2) роторно-центробежной мельницы:

$F_u$  ( $F_r$ ) — тангенциальная (радиальная) составляющая движущей силы инерции;  $P_u$  ( $P_r$ ) — тангенциальная (радиальная) составляющая силы аэродинамического сопротивления воздуха;  $G$  — сила тяжести;  $\omega$  — угловая скорость вращения ротора мельницы, рад/с;  $R$  — текущий радиус движения частицы материала, м;  $R_2$  — внешний радиус рабочего колеса, м;  $R_0$  — радиус установки отражательных стержней в помольной камере мельницы, м

На твердую частицу материала (рис. 3.), движущуюся в кольцевом зазоре между выходной кромкой лопастей и отражательными стержнями РЦМ, действует целый комплекс внешних сил. В первую очередь это движущие силы инерции ( $\overline{F_u}$  и  $\overline{F_r}$ ), сила аэродинамиче-

ского сопротивления воздуха ( $\overline{P}_u$  и  $\overline{P}_r$ ) и сила тяжести ( $\overline{G}$ ). Кроме этого, определенное влияние оказывают сила, вызванная наличием в газовом потоке градиента скорости, сила Магнуса, сила Архимеда, сила турбулентного массопереноса, гравитационные силы, электростатические, термо- и фотофореза, а также силы молекулярного взаимодействия.

В общем виде уравнение движения частицы материала в кольцевом зазоре РЦМ можно представить следующим образом:

$$m \cdot \frac{d\overline{U}}{dt} = \sum_{i=1}^n \overline{F}_i \quad (12)$$

Основное влияние на движение частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой лопастей и отражательными стержнями мельницы оказывает сила аэродинамического сопротивления воздуха [10]:

$$\overline{F} = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho_z \cdot |\overline{V} - \overline{U}| \cdot (\overline{V} - \overline{U}) \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_M}{2}\right)^2, \quad (13)$$

$$\text{где } c = \frac{24 \cdot (1 + 0,17 \cdot \text{Re}_M^{2/3})}{\text{Re}_M}, \quad \text{Re}_M = \frac{d_M \cdot |\overline{V} - \overline{U}|}{\nu_g}$$

Ограничившись учетом сил инерции и сил аэродинамического сопротивления воздуха, после проектирования их на горизонтальную плоскость (X - Y), получим следующую систему уравнений движения частицы материала в кольцевом зазоре в цилиндрической системе координат:

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \left( \frac{dU_r}{dt} - \frac{U_u^2}{R} \right) &= F_r \\ m \cdot \left( \frac{dU_u}{dt} - \frac{U_r \cdot U_u}{R} \right) &= F_u \\ \frac{dR}{dt} &= U_r \\ \frac{d\varphi}{dt} \cdot R &= U_u \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

После подстановки и соответствующих преобразований система уравнений (14) примет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{dU_r}{dt} &= \frac{3\pi}{m} \cdot d_m \cdot \rho_2 \cdot (V_{отн} - U_r) \cdot \left( 1 + 0,17 \cdot \left( \frac{d_m \cdot |V_{отн} - U_r|}{v_8} \right)^{\frac{2}{3}} \right) \cdot v_8 + \frac{U_u^2}{R} \\
 \frac{dU_u}{dt} &= \frac{3\pi}{m} \cdot d_m \cdot \rho_2 \cdot (V_{окр} - U_u) \cdot \left( 1 + 0,17 \cdot \left( \frac{d_m \cdot |V_{окр} - U_u|}{v_8} \right)^{\frac{2}{3}} \right) \cdot v_8 + \frac{U_r \cdot U_u}{R} \\
 \frac{dR}{dt} &= U_r \\
 \frac{d\varphi}{dt} &= \frac{U_u}{R}
 \end{aligned} \right\} (15)$$

Абсолютная скорость движения частицы материала в кольцевом зазоре РЦМ ( $U_{аб}$ , м/с) может быть определена по следующей формуле:

$$U_{аб} = \sqrt{U_r^2 + U_u^2} . \quad (16)$$

По предложенной выше методике с помощью ЭВМ авторами был проведен расчет скорости и траектории движения частицы материала в кольцевом зазоре между выходной кромкой лопастей и отражательными стержнями РЦМ. Результаты расчета представлены на рис. 4 и рис. 5.

Согласно рис. 5, траектория движения частицы материала в кольцевом зазоре мельницы представляет собой прямую линию. По мнению авторов, это объясняется тем, что расстояние от выходной кромки разгонных лопастей до отражательной поверхности невелико и составляет порядка 5 мм. Кроме этого, здесь очень ярко прослеживается связь между углом вылета частицы материала из ротора ( $\alpha$ , град.) и величиной коэффициента трения ( $f$ ). Согласно расчетам, при  $f \approx 0,5$  угол вылета составил  $\alpha = 37^\circ$ , а при  $f \approx 0,9$  этот угол был равен  $\alpha = 27^\circ$  (см. рис. 2). То есть чем больше коэффициент трения частицы о разгонные лопасти ( $f$ ), тем хуже качество помола данного материала, так как вместе с углом ( $\alpha$ , град) уменьшается и скорость удара частиц материала об отражательную поверхность мельницы.

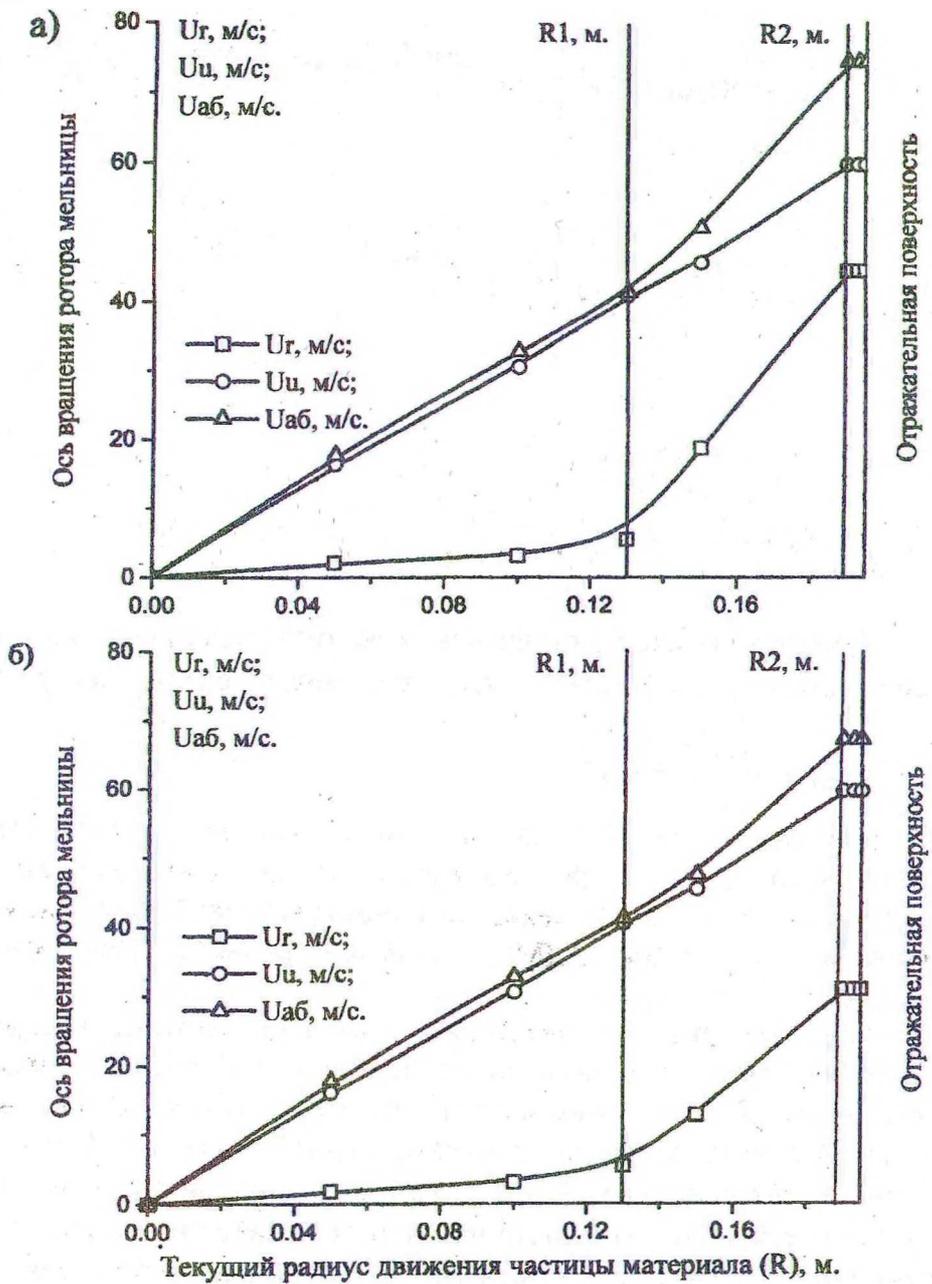


Рис. 4. Профиль распределения тангенциальной ( $U_u, \text{ м/с}$ ), радиальной ( $U_r, \text{ м/с}$ ) и абсолютной ( $U_{аб}, \text{ м/с}$ ) скоростей движения частицы материала в рабочей камере роторно-центробежной мельницы: а) при коэффициенте трения частицы материала о разгонные лопасти, равном  $f \approx 0,5$ ; б) при коэффициенте трения частицы материала о разгонные лопасти, равном  $f \approx 0,9$

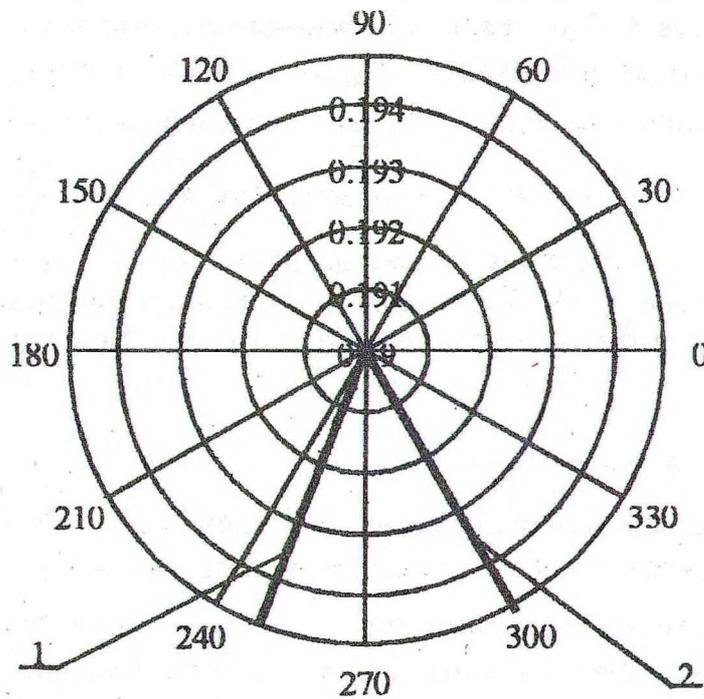


Рис. 5. Траектория движения частицы материала в кольцевом канале между выходной кромкой разгонных лопастей и отражательными стержнями роторно-центробежной мельницы: 1 — при коэффициенте трения частицы материала о разгонные лопасти, равном  $f \approx 0,5$ ; 2 — при коэффициенте трения частицы материала о разгонные лопасти, равном  $f \approx 0,9$

#### УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$Q$  — производительность РЦМ по воздуху,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $K_\phi$  — коэффициент формы частицы (для шаровидных частиц  $K_\phi = 1$ );  $\rho_M$  — плотность материала частицы,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\rho_2$  — плотность воздуха (газа),  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $g$  — ускорение свободного падения,  $\text{м}/\text{с}^2$ ;  $d_M$  — диаметр частицы материала ( $d_M = (5 - 10) \cdot 10^{-3}$  м), м;  $m$  — масса частицы материала, кг;  $c$  — коэффициент аэродинамического сопротивления;  $S$  — миделево сечение частицы,  $\text{м}^2$ ;  $f$  — коэффициент трения частицы о поверхность разгонной лопасти;  $Re_M$  — число Рейнольдса;  $\nu_в$  — кинематическая вязкость воздуха,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $r$  — текущий радиус движения частицы материала вдоль разгонной лопасти мельницы, м;  $R$  — текущий радиус движения частицы материала в кольцевом зазоре мельницы, м;

$R_1$  — внутренний радиус рабочего колеса, м;  $R_2$  — внешний радиус рабочего колеса, м;  $R_0$  — радиус установки отражательных стержней в помольной камере мельницы, м;  $D_{вх}$  — диаметр входного патрубка в крышке мельницы, м;  $F_{вх}$  — площадь сечения входного патрубка в крышке мельницы, м<sup>2</sup>;  $w_2$  — скорость газа, м/с;  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  — угловая скорость вращения ротора мельницы, рад/с;  $V_B$  — скорость витания частицы материала, м/с;  $V_0$  — начальная скорость частицы материала (или скорость частицы на входе в межлопастное пространство мельницы), м/с;  $V_2$  — скорость газового потока на входе в межлопастное пространство мельницы, м/с;  $V_{отн} = \frac{dr}{dt}$  — относительная скорость движения частицы материала вдоль разгонной лопасти мельницы, м/с;  $V_{окр}$  — окружная скорость движения частицы материала в межлопастном пространстве мельницы, м/с;  $V_{аб}$  ( $U_{аб}$ ) — абсолютная скорость движения частицы материала в межлопастном пространстве (в кольцевом зазоре) мельницы, м/с;  $\vec{V}$  — вектор скорости движения частицы материала на выходе из рабочего колеса мельницы, м/с;  $\vec{U}$  — вектор скорости движения частицы материала в кольцевом зазоре, м/с;  $U_u$  ( $U_r$ ) — тангенциальная (радиальная) составляющая скорости движения частицы материала в кольцевом зазоре, м/с.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Опыт применения центробежно-ударных измельчителей: Обзор информ. / Центр. науч. - исслед. ин-т информ. и техн. - эконом. исслед. черной металлургии. — М., 1991. — 25 с. (Черная металлургия. Сер. 4. Вып. 2).
2. Современное дробильно-помольное оборудование: Обзор информ. / Науч. - исслед. ин-т информ. и техн. - эконом. исслед. пром-сти стройматериалов. — М., 1991. — 48 с. (Сер. 4. Машины и оборудование для пром-ости стройматериалов. Вып. 2).
3. Гарабажиу А. А., Левданский Э. И., Левданский А. Э. Разработка и исследование роторно-центробежной мельницы с инерционно-гравитационной выгрузкой готового продукта // Труды БГТУ. Сер. III. Химия и хим-кая технология. — 1998. Вып. VI. — С. 149 - 155.

4. Левданский Э. И., Левданский А. Э., Гарабажиу А. А. Энергосберегающие роторно-центробежные мельницы для измельчения сыпучих и кусковых материалов // Ресурсо- и энергосберегающие технологии в химической и нефтехимической промышленности: Материалы междунар. науч.-техн. конф., 27-28 окт. 1998 г. / Минист. образ. Респ. Беларусь. Концерн «БЕЛНЕФТЕХИМ». Белорус. хим. общество. Белорус. гос. технолог. ун-т. — Мн.: БГТУ, 1998. — С. 36 - 38.
5. Шалаев Н. Б. Исследование работы мельющих вентиляторов на Челябинском буром угле: Дис. ... канд. техн. наук: 05.14.14. — Свердловск, 1963. — 168 с.
6. Клепиков Н. С. Расчет движения частиц топлива по размольной лопатке мельницы-вентилятора // Создание топливоприготовительного оборудования для теплоэнергетических установок: Труды ЦКТИ. / Центр. котл. теплоэнерг. ин-т. — Л., 1989. — Вып. 253. — С. 71 - 76.
7. Смирнов Н. М. Разработка конструкции центробежных противоточных мельниц и методика расчета их основных размеров // Интенсивная механическая технология сыпучих материалов: Межвуз. сб. науч. тр. / Ивановский хим.-технолог. ин-т. — Иваново, 1990. — С. 60 - 69.
8. Пискунов А. В., Клочков Н. В., Яшков В. В. Гидродинамика газодисперсного потока в мельнице ударно-отражательного действия // Техника и технология сыпучих материалов: Межвуз. сб. науч. тр. / Ивановский хим.-технолог. ин-т. — Иваново, 1991. — С. 27 - 32.
9. Сапожников М. Я. Механическое оборудование предприятий строительных материалов, изделий и конструкций. — М.: Высшая школа, 1971. — 382 с.
10. Штым А. Н. Аэродинамика циклонно-вихревых камер. — Владивосток: Издат. Дальневосточного ун-та, 1985. — 200 с.
11. Труханович В. Б. Закономерности газоцентробежного разделения суспензии в роторных аппаратах: Дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08. — Минск, 1991. — 150 с.