

2. Дымников С.И., Воловик А.А., Яковлев В.В. Вариационная постановка физически нелинейных задач расчета тонкослойных эластомерных упругих элементов. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. - Рига, 1987. - вып. 48. - С. 72 - 86.
3. Москвитин В.В. Соппротивление вязко-упругих материалов. - М.: Наука, 1972.
4. Колтунов М.А., Майборода В.П., Зубчанинов В.Г. Прочностные расчеты изделий из полимерных материалов. - М.: Машиностроение, 1983.
5. Лавендел Э.Э., Лейканд М.А., Хричикова В.А. Расчет сжатия тонкослойных резинометаллических элементов. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. - Рига, 1981, вып. 38. - С. 57-63.
6. Лавендел Э.Э., Лейканд М.А., Львов С.В. Экспериментальное исследование изменения объема резины при сжатии и растяжении. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. - Рига, 1981, вып. 38. - С. 49-53.
7. Ривин Е.И., Аронштам Л.И. Экспериментальные исследования статической жесткости и сдвига тонкослойных резино-металлических элементов // Каучук и резина. - 1969. -- №7. - С.18-21.
8. Виноградов Г.В., Малкин А.Я. Реология полимеров. - Л.:Химия, 1977.

УДК 66.001.5.045.048

В.А. Марков, доцент;

А.М. Волк, доцент

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ

The work deals with the results of the calculation of characteristics of a liquid film which leaks on internal and external vertical cylindrical surfaces under the influence of gravity and the gas stream force. The influence of physical properties of a liquid and geometrical parameters on distribution of local speeds in the thickness of a film is observe. The comparative estimation of the results of account for the cylindrical and flat surfaces is given.

Пленочное течение жидкости, как известно, широко используется в тепло-массообменных аппаратах для интенсификации процессов взаимодействия фаз, в сепараторах для мокрой очистки газовых потоков от взвешенных твердых частиц, в различных сепарационных устройствах для отделения капельной жидкости и т.п. Несмотря на ряд фундаментальных исследований, проведенных П.А. Капицей, П.А. Семеновым, Г. Уоллисом, И.В. Доманским [1-4] и другими исследователями, расчет характеристик пленки жидкости требует зачастую проведения дополнительных исследо-

ваний, касающихся изучения характера ее движения, особенно для случаев, когда на пленку воздействует газовый поток. При движении пленки жидкости по вертикальной поверхности под действием силы тяжести направление движения газа может совпадать или быть противоположным. В первом случае скорость пленки благодаря касательным напряжениям ($\tau_{г-ж}$) на границе раздела, обусловленным воздействием газового потока, будет увеличиваться, во втором - тормозиться и при увеличении скорости газа может произойти сначала подвисание пленки жидкости, а затем однонаправленное прямолинейное движение фаз.

Для сравнительной оценки результатов расчета характеристик пленки жидкости рассмотрим её движение по внутренней и наружной вертикально расположенной цилиндрической поверхности. Примем установившееся осесимметричное ламинарное движение вязкой жидкости, для которого уравнение неразрывности в цилиндрических координатах r, φ, z запишется в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} = 0, \quad (1)$$

где v, u, w - радиальная, осевая и тангенциальная составляющие скорости.

В силу осесимметричности, $\frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv 0$. Принимая $v = 0$, из уравнения

(1) получим $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$. Для этих условий из уравнения Навье-Стокса следует, что скорость пленки будет функцией только радиуса, т.е. $u = u(r)$. Без учета перепада давления, создаваемого капиллярными силами поверхностного натяжения, и принимая $\tau_{г-ж} = \text{const}$ (для коротких труб), получим уравнения:

- при движении пленки жидкости по внутренней поверхности цилиндра

$$\frac{d^2 u}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{du}{dr} + \frac{\rho_{ж} g}{\mu_{ж}} = 0; \quad (2)$$

при движении пленки жидкости по внешней поверхности цилиндра

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) + \frac{\rho_{ж} g}{\mu_{ж}} = 0, \quad (3)$$

где $\rho_{ж}, \mu_{ж}$ - плотность и вязкость жидкости, соответственно.

Интегрирование (2) приводит к выражениям

$$\frac{du(r)}{dr} = -kr \ln r + c_1 r \quad (4)$$

и

$$u(r) = -\frac{k}{2} \left(r^2 \ln r - \frac{r^2}{2} \right) + c_1 \frac{r^2}{2} + c_2, \quad (5)$$

а интегрирование (3) – к выражениям

$$\frac{rdu(r)}{dr} = -\frac{k}{2} r^2 + c_3 \quad (6)$$

и

$$u(r) = c_3 \ln r - \frac{k}{4} r^2 + c_4, \quad (7)$$

где $k = \frac{\rho_{жg}}{\mu_{ж}}$.

Определив постоянные c_1, c_2, c_3, c_4 из граничных условий: при $r = R$, $u(r) = 0$; при $r = R - \delta$ (при течении пленки жидкости толщиной δ внутри цилиндра) и $r = R + \delta$ (снаружи), $\frac{du(r)}{dr} = -\frac{\tau_{r-ж}}{\mu_{ж}}$ и подставив полученные значения в (5), (7), получим выражения для расчета местных скоростей для движения пленки:

– по внутренней стенке

$$u(r)_{\text{вн}} = \frac{k}{2} \left\{ (R^2 \ln r - r^2 \ln r) - (R^2 - r^2) [0.5 + \ln(R - \delta)] \right\} - \frac{\tau_{r-ж} (R^2 - r^2)}{2(R - \delta)\mu_{ж}}; \quad (8)$$

– по наружной стенке

$$u(r)_{\text{н}} = \frac{k}{2} \left[\frac{R^2 - r^2}{2} + (R + \delta)^2 \ln \frac{r}{R} \right] + \frac{\tau_{r-ж} (R + \delta)}{\mu_{ж}} \ln \frac{R}{r}. \quad (9)$$

Очевидно, что при отсутствии газового потока ($\tau_{r-ж} = 0$) максимальная скорость движения будет при $R - \delta$ и $R + \delta$ (внутри и снаружи цилиндра, соответственно):

$$U_{\text{вн. max}} = \frac{k}{2} \left[R^2 \left(\ln \frac{R}{R - \delta} - 0.5 \right) + \frac{(R - \delta)^2}{2} \right]; \quad (10)$$

$$U_{\text{н. max}} = \frac{k}{2} \left[\frac{R^2}{2} + (R + \delta)^2 \left(\ln \frac{R + \delta}{R} - 0.5 \right) \right]. \quad (11)$$

Среднюю толщину пленки определим, проинтегрировав (8) в пределах от $R - \delta$ до R и (9) в пределах от R до $R + \delta$:

$$U_{\text{вн.ср}} = \frac{1}{\delta} \int_{R-\delta}^R u(r)_{\text{вн.}} dr = \frac{1}{\delta} \left\{ \left[\frac{2}{3} R^3 \left(\ln \frac{R}{R-\delta} - \frac{1}{3} \right) + R^2 (R-\delta) \left(\ln \frac{R-\delta}{R} + 0.5 \right) - \frac{5}{18} (R-\delta)^3 \right] \frac{k}{2} - B \left[R^2 \left(\delta - \frac{R}{3} \right) + \frac{(R-\delta)^3}{3} \right] \right\}, \quad (12)$$

где $B = \frac{\tau_{\Gamma-ж}}{2\mu_{ж}(R-\delta)}$;

$$U_{\text{н.ср}} = \frac{1}{\delta} \int_R^{R+\delta} u(r)_{\text{н.}} dr = \frac{1}{\delta} \left\{ \frac{k}{2} \left[\frac{\delta^2}{2} \left(R - \frac{\delta}{3} \right) + R^2 (R+2\delta) + (R+\delta)^3 \left(\ln \frac{R+\delta}{R} - 1 \right) \right] + B_1 \left[(R+\delta) \ln \frac{R}{R+\delta} + \delta \right] \right\}, \quad (13)$$

где $B_1 = \frac{\tau_{\Gamma-ж}(R+\delta)}{\mu_{ж}}$.

Некоторые результаты расчета представлены на рис. 1–3. На рис. 1 показано распределение скоростей по толщине пленки при её течении по внутренней и внешней сторонах цилиндрического патрубка при разных параметрах. Кроме того, для сравнения приведены расчетные значения скоростей для плоской стенки, вычисленные по формулам [5]

$$u(x) = \left(\frac{k}{2} \delta - \frac{\tau_{\Gamma-ж}}{\mu_{ж}} \right) x - \frac{k}{2} x^2; \quad (14)$$

$$u_{\text{max}} = k \delta^2 \left(0.5 - \frac{\tau_{\Gamma-ж}}{\rho_{ж} g \delta} \right); \quad (15)$$

$$U_{\text{ср}} = k \delta^2 \left(\frac{1}{3} - \frac{\tau_{\Gamma-ж}}{2\rho_{ж} g \delta} \right). \quad (16)$$

Из рис. 1 следует, что профили скоростей при одинаковой толщине пленки при течении жидкости по внутренней и внешней поверхностям цилиндрического патрубка незначительно отличаются между собой. При касательных напряжениях все слои пленки жидкости увлекаются газовым потоком. С уменьшением толщины пленки переход от противоточного её движения по отношению к газовому потоку к прямоточному наступает раньше.

Влияние физических свойств жидкости на скорость течения пленки показано на рис. 2. Расчеты показывают, что с увеличением плотности жидкости и уменьшением её вязкости происходит перераспределение скоростей в сторону их увеличения.

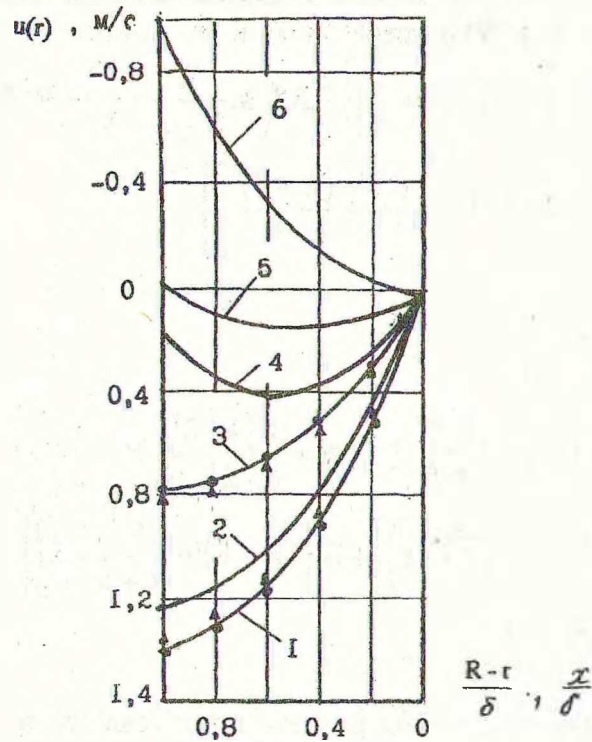


Рис. 1 Распределение скоростей по сечению пленки жидкости.

$$\rho_{\text{ж}} = 1000 \text{ кг/м}^3, \mu_{\text{ж}} = 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}.$$

1 - $\tau_{\text{г-ж}} = 0$, $d_{\text{n}} = 4.0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, \blacktriangle , \circ - для наружной и внутренней поверхности, соответственно;

2 - $\tau_{\text{г-ж}} = 0$, $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, плоская стенка;

3 - $\tau_{\text{г-ж}} = 0$, $d_{\text{n}} = 4.0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, \blacktriangle , \circ - для наружной и внутренней поверхности, соответственно;

4 - $\tau_{\text{г-ж}} = 2 \text{ Н/м}^2$, $d_{\text{n}} = 4.0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

5 - $\tau_{\text{г-ж}} = 2 \text{ Н/м}^2$, $d_{\text{n}} = 10^{-2} \text{ м}$, $\delta = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

6 - $\tau_{\text{г-ж}} = 4 \text{ Н/м}^2$, $d_{\text{n}} = 4.0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

На рис.3 представлены результаты расчета средней и максимальной скоростей течения пленки по цилиндрической и плоской поверхностям. Из рис.3 видно, что практически при диаметре патрубка более $(20-30) \cdot 10^{-3} \text{ м}$ скорости имеют одинаковые значения как для плоской, так и для цилиндрической поверхностей. Расхождение результатов расчета для внутренней и внешней цилиндрических поверхностей наблюдается лишь при малых диаметрах патрубков. При диаметре цилиндрического патрубка более 10^{-2} м расчетные значения по (8), (10), (12) и (9), (11), (13) практически одинаковы.

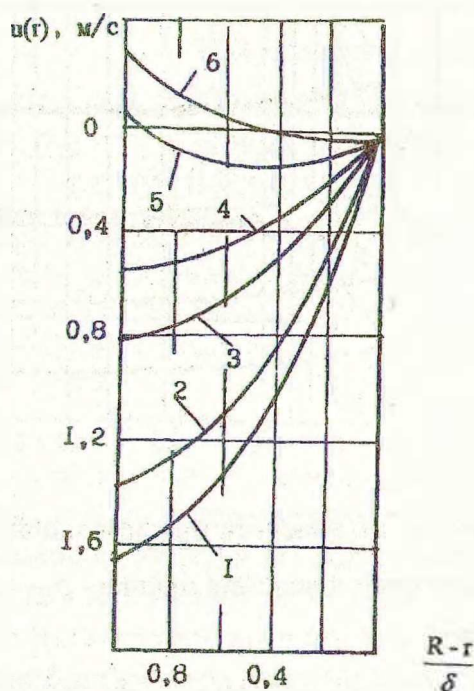


Рис. 2. Влияние физических свойств жидкости на скорость течения.

$$d_n = 8.0 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad \delta = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}.$$

$$1 - \rho_{\text{ж}} = 1000 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_{\text{ж}} = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \tau_{\text{г-ж}} = 0;$$

$$2 - \rho_{\text{ж}} = 1700 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_{\text{ж}} = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \tau_{\text{г-ж}} = 0;$$

$$3 - \rho_{\text{ж}} = 1000 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_{\text{ж}} = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \tau_{\text{г-ж}} = 0;$$

$$4 - \rho_{\text{ж}} = 1000 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_{\text{ж}} = 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \tau_{\text{г-ж}} = 0$$

$$5 - \rho_{\text{ж}} = 700 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_{\text{ж}} = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \tau_{\text{г-ж}} = 2 \text{ Н/м}^2;$$

$$6 - \rho_{\text{ж}} = 1000 \text{ кг/м}^3, \quad \mu_{\text{ж}} = 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \tau_{\text{г-ж}} = 2 \text{ Н/м}^2.$$

Как и для плоской стенки при $\tau_{\text{г-ж}} = 0$, максимальная скорость течения пленки для цилиндрической поверхности в 1.5 раза больше средней.

Таким образом, проведенные сравнительные вычисления показали, что для расчета характеристик пленки жидкости при ее течении по стенкам вертикальных цилиндрических поверхностей могут быть использованы в одинаковой степени как выражения (8), (10), (12), так и (9), (11), (13). Поскольку на практике диаметры труб, используемые для процессов с пленочным течением жидкой фазы превышают $(10 - 20) \cdot 10^{-3}$ м, то расчет характеристик пленки, как показал приведенный анализ, можно проводить по более простым выражениям (14), (15), (16).

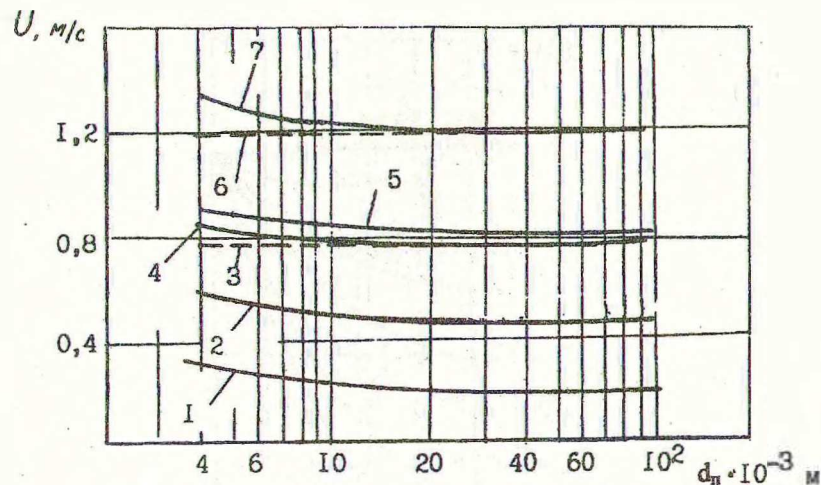


Рис. 3. Результаты расчета максимальной (U_{max}) и средней (U_{cp}) скоростей движения пленки. $\rho_{жк} = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\mu_{ж} = 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Для U_{max} : 1 - $\tau_{г-ж} = 2 \text{ Н/м}^2$, $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; 4 - $\tau_{г-ж} = 0$; $\delta = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; 7 - $\tau_{г-ж} = 0$; $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Для U_{cp} : 2 - $\tau_{г-ж} = 0$; $\delta = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; 5 - $\tau_{г-ж} = 0$; $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

3, 6 - плоская стенка ($\tau_{г-ж} = 0$, для U_{max}):

$\delta = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и $\delta = 0.5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капица П.Л., Капица С.П. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости // ЖЭТФ. - 1949. - 19. - № 2. - С. 105-120.
2. Семенов П.А. течение жидкости в тонких слоях // ЖТФ. - 1944. - Т. 14. - С. 427-437.
3. Уоллис Г. Одномерные двухфазные течения. - М.: Мир, 1969. - С. 244.
4. Доманский И.В., Соколов В.И. Определение режимов устойчивой работы выпарных аппаратов с падающей жидкостной пленкой // ЖПХ. - 1967. - Т. 40. - С. 365-370.
5. Гельперин Н.И. Основные процессы и аппараты химической технологии. - М.: Химия, 1981. - С. 96.