

*Н. Ф. Ковалев, В. Н. Емельянов*

## **ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ ДАВЛЕНИЙ ПОД ШПАЛОИ С УЧЕТОМ НЕРАВНОМЕРНОСТИ НАГРУЗКИ КОЛЕС ОСИ ПО МЕТОДУ ВИНКЛЕРА**

В настоящее время для вывозки леса в хлыстах применяются переоборудованные платформы «Лесосудмашстроя», тележки-цепы РТ-2, тележки-цепы ЦНИИМЭ и цепы ЭМ-51, выпускаемые под маркой ЦНИИМЭ-ДВЗ.

Конструктивной особенностью применяющегося подвижного состава является наличие коникового устройства, обеспечивающего вписывание сцепов с грузом в кривые. Сцепы ЭМ-51, воспринимая толкающие и тяговые усилия хребтовыми балками, исключили передачу тяговых усилий через хлысты и кониковые устройства, что привело к усилению общей жесткости экипажей. Включение в конструкцию поворотного буферного устройства и коника, продольное перемещение последнего по хребтовой балке значительно облегчило условия вписывания экипажей в кривые.

При разработке конструкций подвижного состава для хлыстовой вывозки леса по УЖД в основу было положено предположение о равномерности загрузки колес в пределах одной оси, то соответствует действительности только при условии, когда равнодействующая внешней нагрузки, воспринимаемой коником, совмещается с осью пути.

Реальные условия работы при погрузке хлыстов не дают оснований для утверждения о равномерности загрузки обеих половин коника. Наличие в одном возе хлыстов разной длины, разных диаметров, пород, различного объемного веса древесины, разной формы и кривизны указывает на невозможность такой загрузки, при которой коник был бы загружен равномерно по его длине. Отсюда следует, что равнодействующая нагрузки на коник не может проходить через ось шкворня коника и не может совмещаться с осью пути. Таким образом, равномерность нагрузки может быть только частным случаем загрузки, весьма желательным, но маловероятным.

Итак, почти всегда имеет место внецентренность нагрузки платформы, следовательно, всегда имеет место неравномерность нагрузки колес одних и тех же осей. При наличии

неравномерности нагрузки колес оси обязательно имеет место перегрузка рельса против расчетного значения. Как следствие этого — неравномерный и явно преждевременный износ колес, рельсов, буксовых подшипников, шеек осей и других элементов подвижного состава.

Как результат перегрузок, нормальная работа постелей шпал нарушается. На поверхности балластного слоя возникают напряжения, превышающие допустимые. В нормальных условиях работы балластного слоя имеем эпюру напряжений симметричную. При наличии перегрузок (приложение сил симметричных по расположению, но различных по величине) эпюра напряжений становится асимметричной.

Нашей задачей является отыскание для определенных модулей деформации балластного слоя и определенных соотношений сил, приложенных к колесам, величины нормальных давлений в равноудаленных сечениях шпал. Решение задачи приведет к построению эпюры давлений под шпалой, что дает возможность найти максимальное давление и его место в эпюре.

Метод построения эпюры давлений под шпалой с учетом неравномерности нагрузки колес оси при использовании метода расчета, предложенного И. А. Симвулиди, изложен в статье Н. Ф. Ковалева [3].

Метод Симвулиди применяется в расчетах редко. Более употребительным в путевых расчетах является метод Винклера, основанный на гипотезе о прямой пропорциональной зависимости между давлением на упругое основание и осадкой основания.

В настоящей статье излагается метод расчета эпюры давлений под шпалой при использовании гипотезы Винклера — Фусса с учетом неравномерности нагрузки колес оси. Приводятся расчетные таблицы, облегчающие и ускоряющие построение эпюры.

### Определение величины нормальных напряжений под нижней постелью шпалы вдоль ее оси при использовании гипотезы Винклера

Для получения общего решения задачи воспользуемся методом начальных параметров, описанным В. И. Кузнецовым [1].

Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки постоянного сечения, лежащей на сплошном упругом основании, имеет вид

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = g(x) - p(x), \quad (1)$$

где  $EI$  — жесткость балки,  $кг/см^2$ ;  
 $g(x)$  — нагрузка балки, отнесенная к погонной единице  
длинны,  $кг/см$ ;  
 $p(x)$  — погонная реакция со стороны основания,  $кг/см$ ;  
 $\omega(x)$  — вертикальное перемещение оси балки,  $см$ .

Согласно гипотезе о прямой пропорциональности между нагрузкой на упругое основание и его осадкой, имеем

$$p(x) = C_0 \omega(x), \quad (2)$$

где  $C_0$  — коэффициент постели,  $кг/см^2$ .

Величина  $C_0$  есть сила, которую необходимо приложить для погружения единицы длинны основания ( $1 см$ ) на  $1 см$ .

Пренебрегая поперечным сжатием балки по высоте, принимаем  $\omega(x)$  за оседание основания.

Ввиду того, что балка не имеет распределенной внешней нагрузки,  $g(x) = 0$ .

Тогда, обозначив

$$k = \sqrt[4]{\frac{C_0}{4EI}}, \quad (3)$$

будем иметь

$$\frac{d^4 \omega(x)}{dx^4} = -4k^4 \omega(x). \quad (4)$$

Величина  $k$  носит название коэффициента относительной жесткости основания и балки с размерностью  $см^{-1}$ .

Общий интеграл уравнения [4] будет

$$\omega(x) = \sum_1^n A_n e^{s_n x}, \quad (5)$$

где  $A_n$  — произвольные постоянные;

$s_n$  — корни характеристического уравнения

$$s^4 + 4k^4 = 0. \quad (6)$$

Решением дифференциального уравнения [4] является функция

$$\omega(x) = e^{kx} (B_1 \cos kx + B_2 \sin kx) + e^{-kx} (B_3 \cos kx + B_4 \sin kx) \quad (7)$$

или

$$\omega(x) = C_1 \operatorname{ch} kx \cos kx + C_2 \operatorname{ch} kx \sin kx + C_3 \operatorname{sh} kx \cos kx + C_4 \operatorname{sh} kx \sin kx.$$

Постоянные  $B_1, B_2, B_3, B_4$  и  $C_1, C_2, C_3, C_4$  могут быть выражены через постоянные  $A_1, A_2, A_3, A_4$ .

Произвольные постоянные определяются через начальные параметры  $\omega_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $M_0$ ,  $Q_0$ , отнесенные к некоторому начальному сечению балки (рис. 1).

Приняв за начальное сечение левый конец балки, получим

$$\begin{aligned} \omega(x)_{x=0} &= C_1; \\ \omega'(x)_{x=0} &= \varphi_0 = \\ &= k(C_3 + C_2); \\ EI\omega''(x)_{x=0} &= M_0 = \\ &= 2EI k^2 C_4; \\ EI\omega'''(x)_{x=0} &= Q_0 = 2EI k^3(C_2 - C_3). \end{aligned} \quad (8)$$

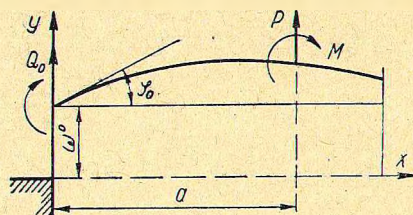


Рис. 1

Из этих уравнений имеем

$$\begin{aligned} C_1 &= \omega_0; \quad C_2 = \frac{1}{2k} \varphi_0 + \frac{1}{4k^3 EI} Q_0; \\ C_3 &= \frac{1}{2k} \varphi_0 - \frac{1}{4k^3 EI} Q_0; \quad C_4 = \frac{1}{2EI k^2} M_0. \end{aligned}$$

Подставив в формулы прогибов постоянные, получим

$$\begin{aligned} \omega(x) &= \omega_0 \operatorname{ch} kx \cos kx + \frac{\varphi_0}{k} \cdot \frac{\operatorname{ch} kx \sin kx + \operatorname{sh} kx \cos kx}{2} + \\ &+ \frac{M_0}{EI k^2} \cdot \frac{\operatorname{sh} kx \sin kx}{2} + \frac{Q_0}{EI} \cdot \frac{\operatorname{ch} kx \sin kx - \operatorname{sh} kx \cos kx}{4} = \\ &= \omega_0 A(x, k) + \frac{\varphi_0}{k} B(x, k) + \frac{M_0}{EI k^2} C(x, k) + \frac{Q_0}{EI k^3} D(x, k); \quad (9) \end{aligned}$$

где

$$A(x, k) = \operatorname{ch} kx \cos kx = A(x) = A_x;$$

$$B(x, k) = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} kx \sin kx + \operatorname{sh} kx \cos kx) = B(x) = B_x; \quad (10)$$

$$C(x, k) = \frac{1}{2} \operatorname{sh} kx \cdot \sin kx = C(x) = C_x;$$

$$D(x, k) = \frac{1}{4} (\operatorname{ch} kx \cdot \sin kx - \operatorname{sh} kx \cos kx) = D(x) = D_x.$$

Заменив в уравнении (9) жесткость величиной  $\frac{Cb}{4k^4}$  и полагая, что  $C_0 = Cb$ , где  $b$  — ширина балки, уравнение прогиба примет вид

$$\omega(x) = \omega_0 A_x + \frac{\varphi_0}{k} B_x + \frac{4k^2}{C_0} M_0 C_x + \frac{4k}{C_0} Q_0 D_x. \quad (11)$$

Обобщив вывод на случай действия системы сосредоточенных сил и моментов, получим формулу для определения прогиба  $\omega(x)$ , угла поворота  $\varphi(x)$ , изгибающего момента  $M(x)$  и поперечной силы  $Q(x)$ :

$$\omega(x) = \omega_0 A_x + \frac{\varphi_0}{k} B_x + \frac{4k^2}{C_0} \Sigma M C_x - \frac{4k}{C_0} \Sigma P D_x;$$

$$\varphi(x) = \varphi_0 A_x + \frac{4k^3}{C_0} \Sigma M B_x - \frac{4k^2}{C_0} \Sigma P C_x - 4k\omega_0 D_x; \quad (12)$$

$$M(x) = \Sigma M A_x - \frac{1}{k} \Sigma P B_x - \frac{C_0 \omega_0}{k^2} C_x - \frac{C_0 \varphi_0}{k^3} D_x;$$

$$Q(x) = -\Sigma P A_x - \frac{C_0 \omega_0}{k} B_x - \frac{C_0 \varphi_0}{k^2} C_x - 4k \Sigma M D_x;$$

где  $\Sigma P$  — внешние сосредоточенные силы, действующие на балку, кгс;  
 $\Sigma M$  — внешние моменты, приложенные к балке, кгс-см;

$A_x, B_x, C_x, D_x$  — гиперболо-тригонометрические функции, значения которых находятся из таблиц в приложении I к книге В. И. Кузнецова [1].

Применив расчетную схему к материалам проведенных опытов, решение получим следующее.

Расчетная величина коэффициента постели  $C$  определяется как зависящая от формы балки, ее размеров, упругости основания; причем значения  $C$  не постоянны по длине. Для его вычисления используем зависимость, выведенную В. И. Кузнецовым

$$C = \frac{\pi E_0 \Delta}{f(\xi)}, \quad (13)$$

где  $\Delta = \frac{b}{a}$  — отношение ширины балки к ее длине в плане ( $a$  — полудлина балки,  $b$  — полуширина ее);

$$f(\xi) = \int_{-1}^{+1} \operatorname{arc sh} \frac{\Delta}{\xi - t} dt; \quad (14)$$

причем  $\xi = \frac{x}{a}$  — относительная абсцисса сечения,  $t = \frac{u}{a}$  — относительная абсцисса реактивного отпора.

В расчетах размеры шпал приняты в соответствии с размерами опытных шпал (рис. 2).

Уравнения (12) примут вид:

$$\omega(x) = \omega_0 A_x + \frac{\varphi_0}{k} B_x + \frac{4k^2}{C_0} \left[ \frac{R}{1+m} D_x - 35,5 + \frac{mR}{1+m} D_x - 114,5 \right];$$

$$M(x) = -\frac{1}{k} \left[ \frac{R}{1+m} B_{x-35,5} + \frac{mR}{1+m} B_{x-114,5} \right] - \frac{C}{k^2} \omega_0 C_x - \frac{C}{k^3} \varphi_0 D_x; \quad (15)$$

$$Q(x) = -\left[ \frac{R}{1+m} A_{x-35,5} + \frac{mR}{1+m} A_{x-114,5} \right] - \frac{C}{k} \omega_0 B_x - \frac{C}{k^2} \varphi_0 C_x.$$

При  $x = 150$   $M(x)_{x=150} = 0$ ;

$$0 = -\frac{1}{k} \left[ \frac{R}{1+m} B_{x-35,5} + \frac{mR}{1+m} B_{x-114,5} \right] - \frac{C}{k^2} \omega_0 C_x - \frac{C}{k^3} \varphi_0 D_x. \quad (16)$$

При  $x = 150$   $Q(x) = 0$ ;

$$0 = -[A_{114,5} + mA_{35,5}] - \frac{C}{k} \omega_0 B_x - \frac{C}{k^2} \varphi_0 C_x.$$

Производим расчеты применительно к модулю упругости основания  $E_0' = 100, 200, 300, 400, 500 \text{ кг/см}^2$ .

Используя формулу (13) и вычислив  $f(\xi)$  по методу трапеции, получим значение коэффициента постели  $C$ , равное 45,877.

Далее, следует иметь коэффициент относительной жесткости основания и балки для того, чтобы можно было по  $kx$  выбрать значения гиперболо-тригонометрических функций  $A_x, B_x, C_x$  и  $D_x$ .

Значение  $k$  можем вычислить, уже имея значение  $C$ , по формуле (3):

$EI$  — жесткость балки;  $E = 100\,000 \text{ кг/см}^2$ ;  $I$  — момент инерции поперечного сечения балки,  $\text{см}^4$ .

В качестве показателя неравномерности нагрузки колес оси принимаем величину  $m$ , представляющую собой отношение большего давления колеса на рельс к меньшему давлению колеса на рельс. В дальнейших расчетах участвует величина  $R$  — суммарная нагрузка на ось. Если  $R$  выразить через составляющие, то будем иметь

$$R = P_1 + P_2 = P_1 + mP_1 = (1+m)P_1;$$

$$P_2 = \frac{mR}{1+m}; \quad P_1 = \frac{R}{1+m}.$$

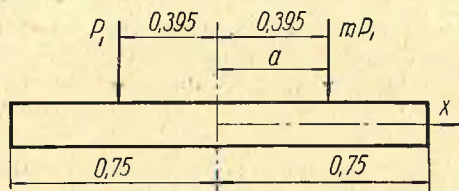


Рис. 2

Пользуясь уравнениями (15), производим вычисления начальных параметров  $\omega_0$  и  $\varphi_0$ , отнесенных к сечению балки при  $x = 150$ . Значения гиперболо-тригонометрических функций для расчета берем из таблиц [1].

По данным отчета по теме № 10 ЦНИИМЭ (1956) показатель неравномерности нагрузки колес  $m$  при лесовывозке в хлыстах на платформах — сцепах «Лесосудмашстроя» — составляет величины от 1,03 до 2,94; у сцепов ЦНИИМЭ-ДВЗ  $m$  находится в пределах от 1,03 до 2,54 при средней величине 1,64.

Получив  $\omega_0$  и  $\varphi_0$ , вычисляем величины нормальных напряжений в соответствующих сечениях балки (шпалы), используя расчетную формулу давления под шпалой в сечении  $x$  с учетом показателя неравномерности  $m$  по гипотезе прямой пропорциональности (ширина шпалы 19 см и длина 150 см), имеющей следующий вид:

$$p_x = -c \left\{ \omega_0 A_x + \frac{1}{k} \varphi_0 B_x - \frac{4k}{c} \left[ \frac{R}{1+m} D_{x-35,5} + \frac{mR}{1+m} D_{x-114,5} \right] \right\},$$

где  $p_x$  — среднее давление в сечении  $x$ ;

$c$  — коэффициент постели шпалы.

Величины  $p_x$  при различных  $E$  и  $m$  помещены в табл. 1—5.

При использовании таблиц применяется линейная интерполяция по  $E$  и  $m$ . Таблицы составлены для ширины шпалы 19 см и нагрузки на шпалу  $R = 1000$  кг. Для получения давлений под шпалой при ширине шпалы  $b$  и нагрузке  $R$  табличные значения следует умножить на  $\frac{19}{b}$  и на  $R$ ; табличные значения при  $m = 1$  соответствуют загрузению шпалы равными силами.

Таблица 1

$$E_0 = 100 \text{ кг/см}^2$$

Давления при показателе неравномерности $m$					
$p_x$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$p_0$	0,316	0,206	0,132	0,079	0,040
$p_1$	0,341	0,259	0,205	0,165	0,136
$p_2$	0,3554	0,298	0,259	0,231	0,211
$p_3$	0,355	0,325	0,305	0,290	0,280
$p_4$	0,352	0,352	0,352	0,352	0,352
$p_5$	0,355	0,380	0,405	0,419	0,430
$p_6$	0,3554	0,414	0,452	0,479	0,500
$p_7$	0,341	0,422	0,477	0,516	0,545
$p_8$	0,316	0,427	0,501	0,554	0,594

Таблица 2

$$E_0' = 200 \text{ кг/см}^2$$

Давления при показателе неравномерности $m$					
$p_x$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$p_0$	0,321	0,218	0,149	0,100	0,003
$p_1$	0,347	0,264	0,208	0,169	0,139
$p_2$	0,360	0,300	0,259	0,231	0,209
$p_3$	0,357	0,326	0,305	0,290	0,279
$p_4$	0,352	0,352	0,352	0,352	0,352
$p_5$	0,357	0,389	0,410	0,425	0,436
$p_6$	0,360	0,421	0,461	0,490	0,511
$p_7$	0,347	0,430	0,486	0,528	0,555
$p_8$	0,321	0,424	0,492	0,542	0,579

Таблица 3

$$E_0' = 300 \text{ кг/см}^2$$

Давления при показателе неравномерности $m$					
$p_x$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$p_0$	0,334	0,224	0,160	0,110	0,072
$p_1$	0,360	0,276	0,219	0,180	0,145
$p_2$	0,369	0,306	0,265	0,236	0,213
$p_3$	0,355	0,321	0,299	0,283	0,272
$p_4$	0,352	0,352	0,352	0,352	0,352
$p_5$	0,355	0,388	0,408	0,435	0,438
$p_6$	0,369	0,431	0,473	0,503	0,525
$p_7$	0,360	0,443	0,503	0,535	0,571
$p_8$	0,334	0,439	0,508	0,558	0,595

Таблица 4

$$E_0' = 400 \text{ кг/см}^2$$

Давления при показателе неравномерности $m$					
$p_x$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$p_0$	0,300	0,204	0,140	0,095	0,0605
$p_1$	0,343	0,260	0,205	0,165	0,136
$p_2$	0,369	0,305	0,262	0,231	0,208
$p_3$	0,355	0,321	0,298	0,281	0,269
$p_4$	0,352	0,352	0,352	0,352	0,352
$p_5$	0,355	0,381	0,412	0,428	0,440
$p_6$	0,369	0,433	0,476	0,507	0,524
$p_7$	0,343	0,425	0,480	0,519	0,549
$p_8$	0,300	0,410	0,459	0,505	0,539



$$E_0' = 500 \text{ кг/см}^2$$

Давления при показателе неравномерности $m$					
$p_x$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$p_0$	0,289	0,197	0,135	0,0909	0,057
$p_1$	0,342	0,260	0,203	0,165	0,136
$p_2$	0,374	0,307	0,263	0,232	0,208
$p_3$	0,360	0,324	0,300	0,282	0,269
$p_4$	0,352	0,352	0,352	0,352	0,352
$p_5$	0,360	0,396	0,421	0,438	0,451
$p_6$	0,374	0,440	0,455	0,515	0,539
$p_7$	0,342	0,421	0,480	0,519	0,549
$p_8$	0,289	0,381	0,443	0,489	0,520

Как пример расчетные эпюры средних давлений при  $E_0' = 100 \text{ кг/см}^2$  помещены на рис. 3.

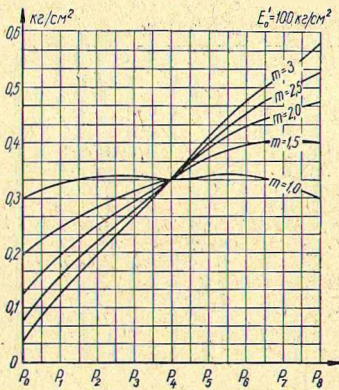


Рис. 3. Эпюры средних давлений по Винклеру

При применении расчетных таблиц для построения эпюры давлений под шпалой необходимо для каждого расчетного сечения учитывать явление концентрации давления по оси шпалы. Максимальное давление в сечении определяется умножением среднего по сечению давления, полученного из таблиц, на коэффициент концентрации  $m'$ , определяемый по формуле М. Ф. Вериго.

$$m' = \frac{8,9}{4,35 + p_{\text{ср}}}$$

Тогда максимальное давление в сечении будет

$$p_{\text{max}} = p_{\text{ср}} \cdot m'$$

Формула Вериго применима для давлений больших или равных  $0,5 \text{ кг/см}^2$ .

Расчетное давление, полученное по гипотезе Винклера с учетом коэффициента концентрации, хорошо согласуется с опытными.

На рис. 4 нанесена эпюра расчетных давлений при

$$R = P_1 + P_2 = 1255,$$

$m = 1,5$ ,  $E_0 = 363 \text{ кг/см}^2$ , при шпалах III типа.

Кроме того, на рисунке же изображены опытные давления, замеренные в сечениях под рельсами и в середине шпалы. Опытные давления по максимальным значениям в подрельсовом сечении составили 97,2% от расчетных; по средним арифметическим значениям составили 81,3%. При достигнутой ошибке измерения  $\pm 12\%$  приближение опытных данных к расчетным следует считать хорошим (материалы опытов Н. Ф. Ковалева на Крестецкой УЖД).

Разработанные нами таблицы дают возможность построить эпюру давлений под шпалой по ее длине с учетом неравномерности нагрузки от рельсов (от колес) без длительной вычислительной работы при использовании наиболее распространенной при путевых расчетах гипотезы Винклера. Максимальное давление по эпюре следует принимать за расчетное для сравнения с допускаемым.

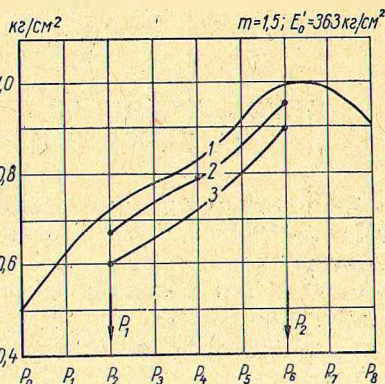


Рис. 4. Эпюры максимальных давлений по Винклеру: 1— расчетные данные при  $m = 1,5$ ; 2 и 3— опытные данные (максимальные, средние)

Порядок пользования таблицами.

1. Расчетом или по опытным данным устанавливаются величины  $m$ ;  $R$ ;  $E'_0$ ;  $b$ .
2. Для ближайшего к  $E'_0$  выбирается расчетная таблица.
3. Пользуясь интерполяцией по  $m$ , из таблицы определяются  $r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8$  и умножаются на  $\frac{19}{b} R$ .
4. Для каждого значения  $r_i$  определяется  $m'$

$$p_{i\max} = m' p_i.$$

5. Строится эпюра и определяется расчетное давление.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Кузнецов. Упругое основание. Госстройиздат, 1952.
2. Н. Ф. Ковалев. Влияние неравномерности нагрузки колес оси на напряжения в элементах пути узкоколейных лесовозных железных дорог. (Автореферат диссертации). Минск, Изд-во Белгосуниверситета им. Ленина, 1959.
3. Н. Ф. Ковалев. О поперечной неравномерности загрузки колес подвижного состава УЖД. «Известия высших учебных заведений» № 4, 1960.