для любого $p \in R^n$, $\|p\| \neq 0$. Учитывая (6) заключаем, что из (7) следует утверждение теоремы 1.

Теорема 2. Система (1) управляема в ноль на $[0;t_1]$ тогда и только тогда , когда выполняется условие

$$rank\left\{X^{(0)}(t), t=1,2....,t_1\right\} = rank\left\{X^{(1)}(t_1), X^{(0)}(t), t=1,2....,t_1\right\}.$$

Доказательство теоремы проводится аналогично доказательству теоремы 1.

Заметим, что полученные результаты можно перенести на нестационарные дискретные системы Вольтерра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гайшун И. В. Системы с дискретным временем. Мн: Институт математики НАН Беларуси, 2001, 400с.

2. Гайшун И. В. Линейные системы с изменяющейся структурой. Управляемость и наблюдаемость. // Дифференциальные уравнения. – 2000. – Т. 36. – С. 1544-1549.

УДК 336.781.5

М.В. Чайковский
(БГТУ, г. Минск)

ОПТИМИЗАЦИЯ ВЫБОРА ИНВЕСТИЦИЙ С ПОМОЩЬЮ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Решение о приобретении «объекта инвестиций» при постоянном и известном виде исчисляемого процента пригодно, если фактическое значение к моменту начала инвестиций неотрицательно. Это является предварительным условием при выборе решения из нескольких альтернатив, соответствующих нескольким объектам возможных инвестиций.

В предположении, что для объекта существует $n+1$ платежей $A_0, a_1, ..., a_n$ в моменты $0,1,2,...,n$ и n поступлений $b_1, b_2, ..., b_n$ в моменты $1,2,...,n$, инвестиция будет выгодной, если фактически полученное значение с учетом постоянного процента i будет большим или равным величине платежей, то есть если

$$\sum_{j=1}^{n} b_j (1+i)^{-j} \geq A_0 + \sum_{j=1}^{n} a_j (1+i)^{-j},$$

или по-другому,

$$V_n = \sum_{j=1}^{n} (b_j - a_j)(1+i)^{-j} - A_0 \geq 0,$$

где V_n – фактическое значение суммарного дохода относительно момента 0.

Если разность $b_j - a_j$ обозначить через A_j, то

$$V_n = \sum_{j=1}^{n} A_j (1+i)^{-j} - A_0.$$

В условиях инвестиций A_j понимаются как разница между поступлениями и платежами и их суммирование с учетом возрастания объема денежной массы на заданный постоянный процент i, по сути является фактической (актуализированной) прибылью. Метод актуализации дает возможность проводить сравнение серий капиталов (как поступлений, так и расходов), которые другими способами невозможно классифицировать из-за разницы в темпах истечения сроков. Этот метод ведет к «полному порядку» среди всех возможных серий капиталов.

Определив, какой из объектов инвестиций является выгодным с экономической точки зрения, следует перейти к сравнению его с другими объектами. При этом используется следующий критерий отбора: если предположить, что можно запрашивать и получать любую сумму денег при исчисляемом виде процентов, будет выгоднее выбрать такую инвестицию, актуализированное значение прибыли при котором будет большим.

Эти условия для объектов A и B могут быть записаны следующим образом:

если $V_n^A - V_n^B > 0$, то подходит A,

если $V_n^A - V_n^B < 0$, то подходит B.

Если учитывается переменный, но заранее известный, вид процентов, то актуализированное значение прибыли примет вид

$$V_n = -A_0 + \frac{A_1}{(1+i_1)} + \frac{A_2}{(1+i_1)(1+i_2)} + \ldots + \frac{A_n}{(1+i_1)(1+i_2)\cdots(1+i_n)}.$$

Если же вопросы инвестиций рассматриваются с учетом неопределенности, то вид процентов не только варьируется со временем, но и принимает нечеткую форму. Тогда можно использовать нечеткую актуализацию и предыдущее выражение для определенного уровня принадлежности может быть записано так:

$$V_n^{(\alpha)} = -A_0 (+) \frac{A_1}{1+[r_1^{(\alpha)}, s_1^{(\alpha)}]} (+) \frac{A_2}{(1+[r_1^{(\alpha)}, s_1^{(\alpha)}])(1+[r_2^{(\alpha)}, s_2^{(\alpha)}])} (+)$$

$$(+) \ldots (+) \frac{A_n}{(1+[r_1^{(\alpha)}, s_1^{(\alpha)}])(1+[r_2^{(\alpha)}, s_2^{(\alpha)}]) \cdots (1+[r_n^{(\alpha)}, s_n^{(\alpha)}])}.$$

С учетом формулы

$$\frac{1}{1+[r_k^{(\alpha)}, s_k^{(\alpha)}]} = \left[\frac{1}{1+s_k^{(\alpha)}}, \frac{1}{1+r_k^{(\alpha)}}\right]$$

будем иметь

$$V_n^{(\alpha)} = -A_0(+)A_1\left[\frac{1}{1+s_1^{(\alpha)}}, \frac{1}{1+r_1^{(\alpha)}}\right](+)$$

$$(+)A_2\left[\frac{1}{(1+s_1^{(\alpha)})(1+s_2^{(\alpha)})}, \frac{1}{(1+r_1^{(\alpha)})(1+r_2^{(\alpha)})}\right](+)...(+)$$

$$(+)A_n\left[\frac{1}{(1+s_1^{(\alpha)})(1+s_2^{(\alpha)})\cdots(1+s_n^{(\alpha)})}, \frac{1}{(1+r_1^{(\alpha)})(1+r_2^{(\alpha)})\cdots(1+r_n^{(\alpha)})}\right].$$

Это выражение для каждого уровня позволяет найти диапазон возможностей, между которыми находится реальный результат. Кроме того, варьируя уровнем принадлежности и заданным порогом (детерминированным или нечетким), удается определить, при каком уровне α можно будет обеспечить выбор A_j $(j = 0,1,2,...,n)$ и предположения относительно интервалов $[r_k^{(\alpha)}, s_k^{(\alpha)}]$.

УДК 519.624

И.Ф. Соловьева (БГТУ, г. Минск)

О СВОЙСТВАХ ЖЕСТКОСТИ В ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧАХ С ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

118 лет прошло с момента основания теории пограничного слоя, однако, актуальность этой темы не утрачена и в наши дни. Основные проблемы решения задач такого рода заключаются в наличии у них весьма малого параметра $\varepsilon > 0$, стоящего возле производных самого высокого порядка уравнения.

Функция зависит от малого параметра ε таким образом, что в граничной задаче возникают пограничные или внутренние переходные слои. Ее численное решение и градиент решения в этом случае начинают расти. Особенно рост решения наблюдается вблизи граничных точек. В этом случае возникает пограничный слой [1].

Явление жесткости, как правило, присуще дифференциальным уравнениям с малым параметром при старшей производной, и относится к числу наиболее сложных в вычислительной математике задач. Эти задачи представляют собой математические модели, для которых соответствующие дискретные модели по-прежнему являются далекой от завершения проблемой.