УДК 517.977

А.А. Якименко, доц., канд. физ.-мат. наук
(БГТУ, г. Минск)

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ НУЛЕВОГО РЕШЕНИЯ ОДНОГО УРАВНЕНИЯ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ УСТОЙЧИВОСТИ

Рассмотрим скалярное уравнение нейтрального типа

$$a_0 x(t) + a_1 x(t-h) + a_2 \dot{x}(t-h) + \dot{x}(t) = 0,\ t > 0, \qquad (1)$$

где $a_0, a_1, a_2 \in \square$, $h > 0$ – постоянное запаздывание.

Характеристическое уравнение для уравнения (1) имеет вид

$$\lambda + a_1 + a_2 e^{-\lambda h} + a_3 \lambda e^{-\lambda h} = 0, \qquad (2)$$

Известно, что для асимптотической устойчивости уравнения (1) необходимо и достаточно, чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения (2) были бы меньше нуля. В [1] показано, что имеет место следующая теорема:

Теорема 1. Уравнение (2) имеет корни с отрицательными действительными частями в том и только в том случае, когда $|a_3| \le 1$ и точка (a_1, a_2, a_3) принадлежит открытой области U_0^* в пространстве коэффициентов (a_1, a_2, a_3), которая определяется следующими условиями:

граница области U_0^* описывается системой (см. рис. 1)

$$\begin{cases} a_1 + a_2 \cos yh + a_3 y \sin yh = 0, \\ y - a_2 \sin yh + a_3 y \cos yh = 0, \end{cases} \quad y \in \left[0, \tfrac{\pi}{h}\right],\ h > 0;$$

область U_0^* содержит луч $a_1 > 0,\ a_2 = 0$.

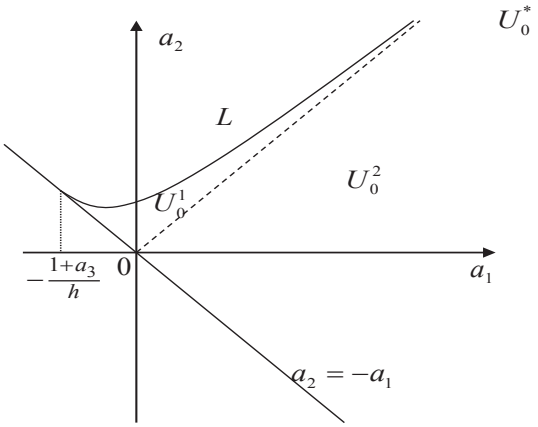

Рисунок 1 – Область устойчивости

Показано, что имеет место

Теорема 2. Точка (a_1, a_2, a_3, h), $|a_3|<1$, $h>0$ в пространстве коэффициентов квазиполинома (2) принадлежит области U_0^* в том, и только в том случае, когда выполнено одно из условий:

$$\text{i) } a_1 > |a_2|, |a_3| \le 1,$$

$$\text{ii) } a_2 > |a_1|, |a_3| < 1,\ h < h^*,$$

где h^* вычислено по формуле

$$h^* = \sqrt{\frac{1-a_3^2}{a_2^2-a_1^2}} \cdot \arccos\left(-\frac{a_1+a_2a_3}{a_2+a_1a_3}\right).$$

Имеет место следующее утверждение

Теорема 3. На всей границе области устойчивости U_0^*, кроме точки $a_1 = -\frac{1+a_3}{h}$, $a_2 = \frac{1+a_3}{h}$, $|a_3|<1$ имеет место устойчивость по Ляпунову. В точке $a_1 = -\frac{1+a_3}{h}$, $a_2 = \frac{1+a_3}{h}$, $|a_3|<1$ уравнение (1) неустойчиво.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марченко В.М., Якименко А.А. К вопросу о распределении корней квазиполиномов // Доклады Акад. наук Беларуси. – 1996. – Т. 40. – № 3. – С. 36–41.

УДК 517.948

С.В. Пономарева[1], доц., канд. физ.-мат.наук;
О.Н. Пыжкова[2], зав. кафедрой ВМ, канд. физ.-мат.наук
[1](БГУ, г. Минск) [2](БГТУ, г. Минск)

ПОТОЧЕЧНАЯ ОЦЕНКА РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА

В данной работе обратимся к вопросу нахождения поточечных оценок решений задачи Коши для дробно-дифференциальных уравнений с использованием классической леммы Бихари.

Условия разрешимости задачи Коши для дифференциальных уравнений дробного порядка

$$\begin{cases} D^{\alpha}x(t) = f(t, x(t)), \\ \lim\limits_{t\to 0} t^{1-\alpha}x(t) = \xi, \end{cases} \tag{1}$$