

И. И. Леонович, Н. П. Вырко

СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЛУБИНЫ ПРОМЕРЗАНИЯ ГРУНТОВ

В строительном деле очень важно знать глубину промерзания грунтов. От ее величины зависит глубина заложения фундаментов жилых и промышленных зданий, трубопроводов, высота насыпи автомобильных и железных дорог. Правильное определение ее дает возможность создавать инженерные сооружения экономически обоснованными, более рациональными.

Определением глубины промерзания занимались многие советские ученые и исследователи, такие, как Н. А. Пузаков [6], В. М. Сиденко [7], Г. И. Лапкин [2], В. С. Лукьянов [4], Г. М. Шахуняц [8] и другие, которые внесли большой вклад в развитие теории промерзания грунтов.

Однако формулы, выведенные ими, учитывают отдельные факторы, которые влияют на глубину промерзания, являющуюся величиной многофакторной, т. е. зависящей от климатических, гидрологических, грунтовых и других условий и явлений.

Учесть все эти факторы в настоящее время невозможно. Поэтому мы предлагаем определять глубину промерзания грунтов методом математической статистики на основе теории вероятностей. В частности, по известной центральной предельной теореме теории вероятностей, в которой сказано, что если случайная величина x представляет собой сумму (или линейную функцию) большого числа величин, $x = x_1 + x_2 + \dots + x_n$, то независимо от законов распределения отдельных слагаемых распределение суммарной величины x стремится (при $n \rightarrow \infty$) к нормальному закону (или близкому к нему). Более того, академики А. А. Марков [5] и С. Н. Бернштейн [1] показали, что условие полной независимости слагаемых для сходимости к закону Гаусса не является обязательным и что предельная теорема теории вероятностей справедлива и для частично зависимых слагаемых.

Таким образом, центральная предельная теорема теории вероятностей применима для изучения суммарного действия многих факторов в многофакторных явлениях.

Известно, что определение глубины промерзания связано с многофакторными явлениями и процессами. В частности, эта глубина зависит от суммы отрицательных температур воздуха, продолжительности и интенсивности действия отрицательной температуры, влажности и типа грунта, мощности снегового покрова, растительности, рельефа местности и др. Каждое из этих явлений в свою очередь обусловлено рядом действующих факторов, например радиационным балансом, теплообменом с воздухом, циркуляцией воздушных масс и т. д.

Таким образом, глубину промерзания можно рассматривать как «случайную» величину, обусловленную изменением большого числа факторов, а их совместное действие и получаемые закономерности могут

изучаться вероятностными методами, т. е. методом математической статистики по кривым обеспеченности (распределения). Уравнение кривой нормального распределения имеет следующий вид:

$$y = \frac{\Sigma \bar{y}}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}},$$

где $\Sigma \bar{y}$ — сумма частот;

σ — среднее квадратичное отклонение;

Δx^2 — квадрат разности, измеренной от средней арифметической величины;

e — основание натуральных логарифмов.

Для количественной оценки степени отклонения опытной кривой распределения глубины промерзания грунта от соответствующей ей теоретической кривой нормального распределения служат показатели асимметрии и эксцесса, вычисляемые по формулам:

$$A = \frac{\Sigma x^3}{n\sigma^3};$$

$$E = \frac{\Sigma x^4}{n\sigma^4} - 3,$$

где A — показатель асимметрии;

E — показатель эксцесса;

$\Sigma x^3, \Sigma x^4$ — соответственно сумма третьих и четвертых степеней отклонений отдельных измеренных величин от среднего арифметического;

n — число измерений;

σ — среднее квадратичное отклонение.

Ошибка показателя асимметрии вычисляется по формуле

$$m_A = \pm \sqrt{\frac{\sigma}{n}},$$

а ошибка показателя эксцесса — по формуле

$$m_E = \pm \sqrt{\frac{24}{n}}.$$

Если отношение A/m_A и E/m_E меньше трех, то изучаемое явление подчиняется закону нормального распределения.

Расчет показателей асимметрии и эксцесса рассмотрим на примере станции Василевичи (табл. 1).

Средняя глубина промерзания

$$H_{\text{ср}} = \frac{1380}{19} = 73 \text{ см.}$$

Таблица 1

Расчет показателей асимметрии и эксцесса по станции Василевичи

№ п.п.	Годы наблюдений	Глубина промерзания H , см	Отклонение отдельных измеренных величин от среднего арифметического $x = H - H_{\text{ср}}$	x^2	x^3	x^4
1	1956—1957	139	-66	4 356	-287 496	18 974 736
2	1954—1955	118	-45	2 025	-91 125	4 100 625
3	1963—1964	97	-24	576	-13 824	331 776
4	1951—1952	91	-18	324	-5 832	104 976
5	1946—1947	90	-17	289	-4 913	83 521
6	1952—1953	90	-17	289	-4 913	83 521
7	1964—1965	88	-15	225	-3 375	50 625
8	1947—1948	75	-2	4	-8	16
9	1949—1950	72	1	1	1	1
10	1950—1951	65	8	64	512	4 096
11	1961—1962	65	8	64	512	4 096
12	1959—1960	62	11	121	1 331	14 641
13	1948—1949	58	15	225	3 375	50 625
14	1958—1959	57	16	256	4 096	65 536
15	1953—1954	50	23	529	12 167	279 841
16	1960—1961	48	25	625	15 625	390 625
17	1957—1958	43	30	900	27 000	810 000
18	1962—1963	43	30	900	27 000	810 000
19	1955—1956	29	44	1 936	85 184	3 748 096
	С у м м а	1380		13 709	-234 683	29 907 353

Среднее квадратичное отклонение

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum x^2}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{13709}{18}} = \pm 27,5.$$

Показатель асимметрии

$$A = \frac{\sum x^3}{n\sigma^3} = \frac{-234 683}{19(\pm 27,5)^3} = \pm 0,6.$$

Показатель эксцесса

$$E = \frac{\sum x^4}{n\sigma^4} - 3 = \frac{29 907 353}{19 \cdot 27,5^4} - 3 = -0,25.$$

Соответственно ошибки показателя асимметрии и эксцесса

$$m_A = \pm \sqrt{\frac{\sigma}{n}} = \pm \sqrt{\frac{27,5}{19}} = \pm 1,20,$$

$$m_E = \pm \sqrt{\frac{24}{n}} = \pm \sqrt{\frac{24}{19}} = \pm 1,12.$$

Отношение показателя асимметрии к его ошибке

$$\frac{A}{m_A} = \frac{0,6}{1,2} = 0,5 < 3,$$

то же показателя эксцесса к его ошибке

$$\frac{E}{m_E} = \frac{0,25}{1,12} = 0,22 < 3.$$

Из расчета видно, что отношение A/m_A и E/m_E меньше трех, а поэтому глубина промерзания подчиняется закону нормального распределения. Но ввиду того, что для кривых нормального распределения требуется большое число наблюдений ($n \rightarrow \infty$), которых в настоящее время не имеется, для определения глубины промерзания использованы кривые биномиального распределения, трехпараметрическое Г-распределение и двойное экспоненциальное распределение, которые положены в основу статистического метода.

Статистический метод определения глубины промерзания грунтов основан на статистических данных той же глубины.

В зависимости от наличия или отсутствия данных может быть два разных подхода к определению глубины промерзания грунтов заданной обеспеченности.

Первый случай. Данные о глубине промерзания имеются. Суть предлагаемого способа состоит в следующем.

1. На основании данных наблюдений составляется статистический ряд максимальных глубин промерзания грунта за каждый год в убывающем порядке (табл. 2).

2. Вычисляется средняя глубина промерзания

$$H_{\text{ср}} = \frac{\Sigma H}{n},$$

где ΣH — сумма промерзания за n лет;
 n — число лет наблюдений.

3. Определяются модульные коэффициенты для каждого года наблюдений

$$K_s = \frac{H_i}{H_{\text{ср}}},$$

где H_i — глубина промерзания i -го года.

4. Определяется коэффициент вариации C_v :

$$C_v = \sqrt{\frac{\Sigma (K_s - 1)^2}{n - 1}}.$$

5. Коэффициент асимметрии вычисляется из выражения

$$C_s = \frac{\sum (K_s - 1)^3}{(n - 1) C_v^3},$$

если наблюдения велись более чем 50 лет, если же наблюдения проводились не свыше 50 лет, то $C_s = 2C_v$.

Т а б л и ц а 2

Определение параметров кривой обеспеченности станции Василевич

№ п. п.	Годы наблюдений	Глубина промерзания H_i , см	Модульный коэффициент $K_s = \frac{H_i}{H_{cp}}$	$K_s - 1$		$(K_s - 1)^2$	$(K_s - 1)^3$	P, %
				+	-			
1	1956	139	1,9146	0,9146		0,8365	0,7651	5
2	1954	118	1,6253	0,6253		0,3910	0,2445	10
3	1963	97	1,3361	0,3361		0,1130	0,0380	15
4	1951	91	1,2534	0,2534		0,0642	0,0163	20
5	1946	90	1,2397	0,2397		0,0575	0,0138	25
6	1952	90	1,2397	0,2397		0,0575	0,0138	30
7	1964	88	1,2121	0,2121		0,0450	0,0095	35
8	1947	75	1,0330	0,0330		0,0011	—	40
9	1949	72	0,9917		0,0083	0,0001	—	45
10	1950	65	0,8953		0,1047	0,0110	-0,0012	50
11	1961	65	0,8953		0,1047	0,1047	-0,0012	55
12	1959	62	0,8540		0,1460	0,0213	-0,0031	50
13	1948	58	0,7989		0,2011	0,0404	-0,0081	65
14	1958	57	0,7851		0,2149	0,0462	-0,0099	70
15	1953	50	0,6887		0,3113	0,0969	-0,0302	75
16	1960	48	0,6611		0,3389	0,1148	-0,0389	80
17	1957	43	0,5928		0,4077	0,1662	-0,0678	85
18	1962	43	0,5923		0,4077	0,1662	-0,0678	90
19	1955	29	0,3994		0,6006	0,3607	-0,2166	95
Сумма		1380		2,8539	2,8459	2,6006	0,6562	

Средняя многолетняя глубина промерзания грунта

$$H_{cp} = \frac{\sum H_i}{n} = \frac{1380}{19} = 72,6 \text{ см.}$$

Коэффициент вариации

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum (K_s - 1)^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{2,6006}{18}} = 0,38.$$

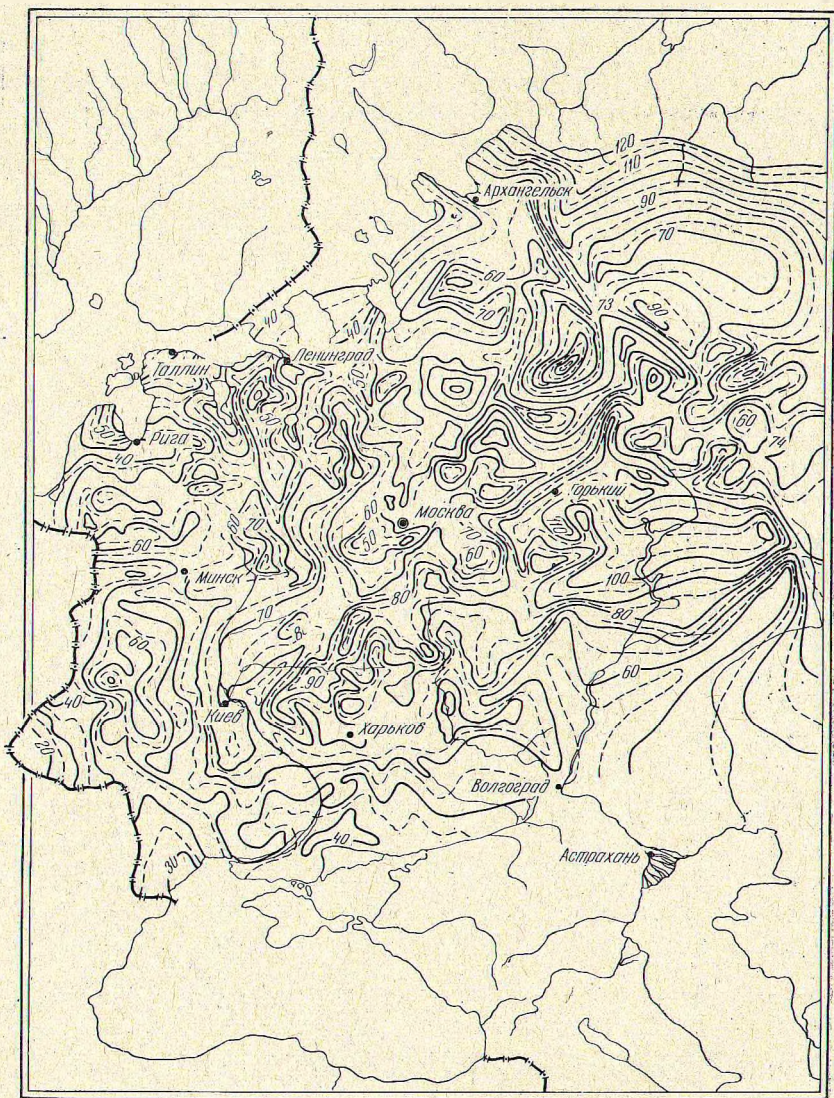


Рис. 1. Карта изолиний средней максимальной глубины промерзания грунта

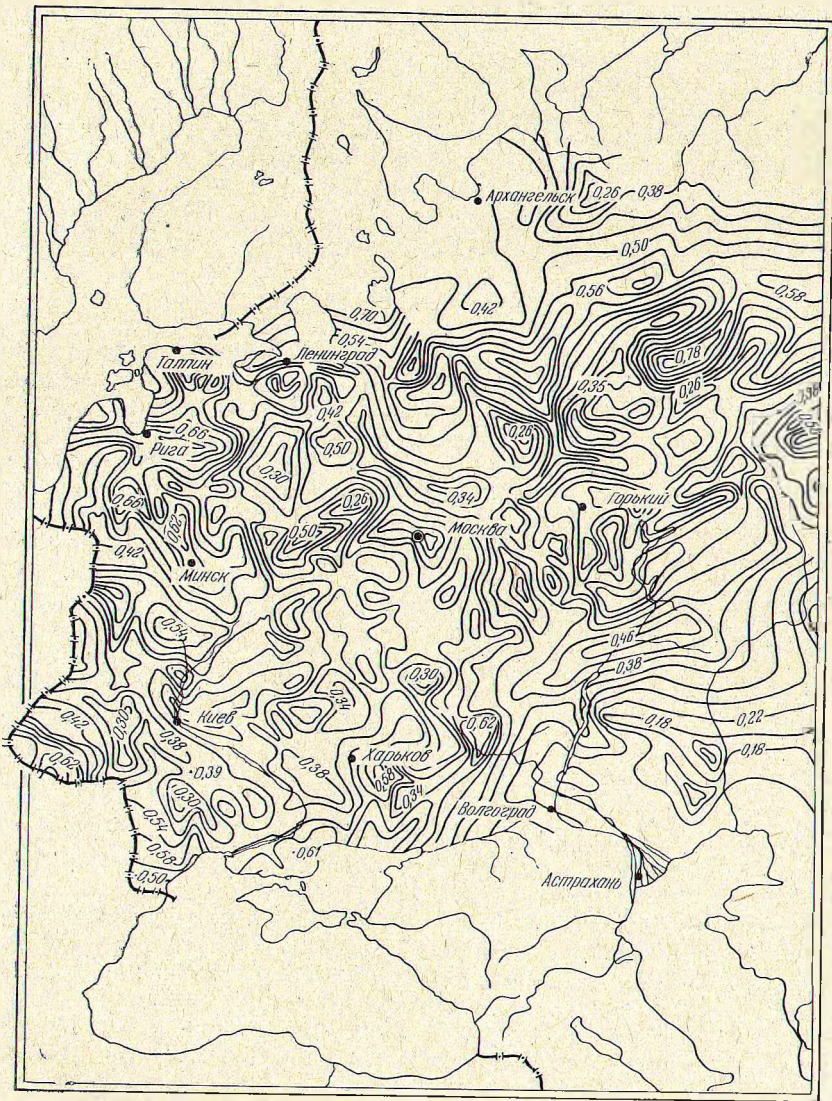


Рис. 2. Карта изолиний коэффициента вариации C_v

Коэффициент асимметрии

$$C_s = 2C_v = 0,76; \quad C_s = \frac{\Sigma(K_s - 1)^3}{(n-1)C_v^3} = \frac{0,6562}{18 \cdot 0,38^3} = 0,66.$$

Процент обеспеченности

$$P = \frac{m}{n+1} \cdot 100\%.$$

6. По вычисленным коэффициентам C_v , асимметрии C_s и проценту обеспеченности по таблицам С. И. Рыбкина, приведенным в работе [3], при $C_s = 2C_v$ определяем модульный коэффициент K_s .

7. По известному модульному коэффициенту K_s находится максимальная глубина промерзания грунтов заданной обеспеченности по следующей формуле:

$$H_{\text{пр}} = K_s H_{\text{ср}}. \quad (1)$$

Надежность полученного значения $H_{\text{пр}}$ зависит от протяженности исходного статистического ряда глубины промерзания, поэтому необходимо стремиться получить многолетние данные наблюдений.

Второй случай. Данные наблюдений за глубиной промерзания грунтов отсутствуют. В этом случае она может быть определена по составленным нами картам изолиний средних многолетних максимальных глубин промерзания грунтов и коэффициента вариации C_v .

Для составления карт изолиний были обработаны данные наблюдений 863 метеостанций, расположенных на территории европейской части СССР, где в течение 20—30 лет велись наблюдения за глубиной промерзания грунта.

С помощью карты изолиний средней максимальной глубины промерзания грунтов (рис. 1) и карты коэффициента вариации C_v (рис. 2) расчет глубины промерзания под снежным покровом ведется в следующем порядке.

1. По карте изолиний (см. рис. 2) определяется коэффициент вариации C_v .

2. В зависимости от коэффициента вариации C_v и асимметрии $C_s = 2C_v$ по таблицам С. И. Рыбкина определяется модульный коэффициент K_s при любой заданной обеспеченности.

3. По карте изолиний (см. рис. 1) определяется средняя максимальная глубина промерзания грунта.

4. Глубина промерзания грунтов заданной обеспеченности под снежным покровом определяется по формуле (1).

Таким образом, имея карты изолиний, можно для любого заданного процента обеспеченности по формуле (1) определить глубину промерзания грунта.

Литература

- [1] С. Н. Бернштейн. Распространение предельной теоремы теории вероятностей суммы зависимых величин. В сб.: Успехи математических наук, вып. X, 1944; [2] Г. И. Лапкин. Определение глубины промерзания грунтов для целей фундаментостроения. Тр. НИИ оснований. Сб. 26. М., 1955; [3] В. В. Лебедев. Гидрология и гидрометрия в задачах. Л., 1955; [4] В. С. Лукьянов. Методика расчета глубины промерзания грунтов. М., 1951; [5] А. А. Марков. Исчисление вероятностей. М., 1942; [6] Н. А. Пузатов. Водно-тепловой режим земляного полотна автомобильных дорог. М., 1960; [7] В. М. Сиденко. Расчет глубины промерзания автомобильных дорог. «Автомобильные дороги». 1967, № 12; [8] Г. М. Шахуняц. Железнодорожный путь. М., 1961.