

В. П. Артемов

## К РАСЧЕТУ НАПРЯЖЕНИЙ В ГНУТОКЛЕЕННЫХ ДЕТАЛЯХ

При проектировании мебельных изделий из гнutoклевых элементов должны приниматься во внимание как экономичность, так и надежность их в эксплуатации, что связано с расчетами деталей на прочность.

Несмотря на широкое распространение гнutoклевых элементов в промышленности, до сих пор исследованию прочностных свойств гнutoклевых деталей не уделялось должного внимания, в результате расчетные соотношения для определения напряжений в них по тем или иным причинам недостаточно надежны.

Среди известных методов испытаний профильных деталей на прочность наиболее удовлетворителен, на наш взгляд, метод испытания деталей на изгиб. Однако применяемые при этом расчетные соотношения требуют уточнения.

Так как гнutoклевые детали представляют собой «кривые бруска прямоугольного сечения» [1], то естественно стремление воспользоваться расчетными формулами кривого бруса.

Действующие на гнutoклевый элемент нагрузки вызывают, как правило, изгиб и могут быть приведены к силе и моменту. Упрощенно расчет на прочность кривого бруса, работающего на изгиб, производят так называемым элементарным способом, основанным на допущении, что поперечные сечения при изгибе бруса остаются плоскими и продольные волокна не нажимают друг на друга. Напряжение определяют по формуле:

$$\sigma = \frac{M}{Sb(R-\rho)} \cdot \frac{r-\rho}{r} \quad (1)$$

Как показали опыты [2], разрушение образцов ( $r_1=35$  мм) после испытания их на прочность при различной тепловой обработке и времени выдержки (в 85% проведенных экспериментов) происходило из-за расслоения строго в центре осевого сечения образца, т. е. от действия нормальных радиальных напряжений  $\sigma_r$ . Таким образом, формула (1), полученная на допущении, что волокна не давят друг на друга, применительно к гнutoклееным деталям глубокого профиля не отражает действительной картины напря-

женного состояния материала. Такое допущение применимо для расчета кривых брусев, выполненных из стали, где ввиду незначительности нормальных радиальных напряжений ими можно пренебречь. В гнутоклееных деталях глубокого профиля, как показали наши исследования, исследования В. Ф. Наумчука и других, пренебрегать нормальными радиальными напряжениями нельзя. Рас-

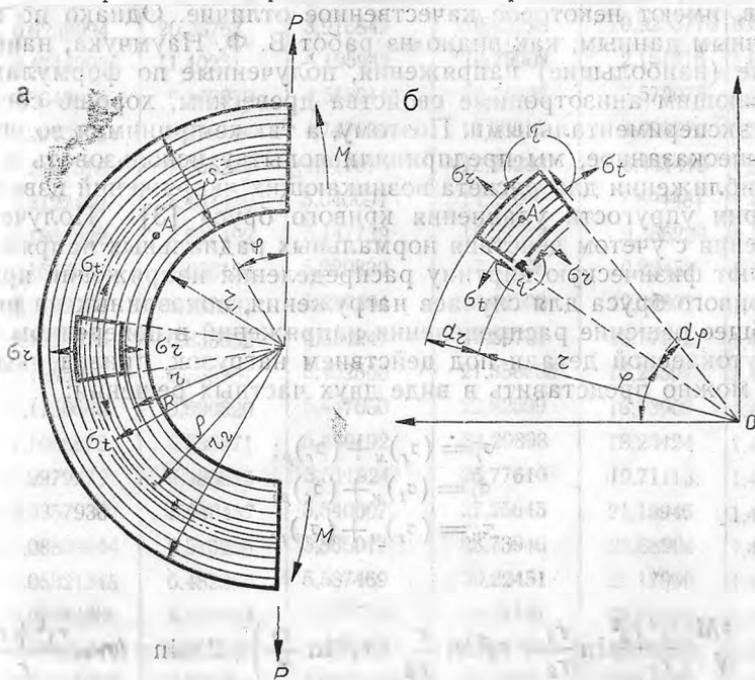


Рис. 1. Действие радиальных и касательных напряжений: а — при изгибе в гнутоклееных деталях; б — на элемент кривого бруса.

чет напряжений криволинейных участков гнутоклееных деталей в работах В. Ф. Наумчука, выполнен методом теории изгиба ортотропного бруса с цилиндрической анизотропией, разработанной С. Г. Лехницким. Практическое применение предлагаемых им формул для определения напряжений, на наш взгляд, затруднено из-за введения ряда коэффициентов, в которые входит модуль упругости. В справочной литературе имеются значительные расхождения в величине модулей упругости. Это снижает точность расчетов, а следовательно, и их практическую ценность. Кроме того, таблицы для определения коэффициентов составлены для влажности 15%, в то время как влажность заготовок, согласно ГОСТ 9629—66, должна быть в пределах  $8 \pm 2\%$ . Это ставит под сомнение пригодность табличных данных для расчетов профильных элементов из шпона, исходные же формулы сложны и громоздки. И, наконец, рекомендуемые автором характеристики механических свойств гнутоклееных

деталей получены для цельной древесины, что также, очевидно, вносит определенную погрешность.

В основу расчета напряжений, возникающих при испытании гнутоклееных деталей на изгиб, необходимо учитывать анизотропные свойства древесины. Эпюры распределения напряжений, построенные по формулам теории изгиба ортотропного и изотропного брусьев, имеют некоторое качественное отличие. Однако по количественным данным, как видно из работ В. Ф. Наумчука, наиболее опасные (наибольшие) напряжения, полученные по формулам, не учитывающим анизотропные свойства древесины, хорошо согласуются с экспериментальными. Поэтому, а также принимая во внимание вышесказанное, мы предприняли попытку использовать в первом приближении для расчета возникающих напряжений известные из теории упругости уравнения кривого бруса [3]. Полученные выражения с учетом действия нормальных радиальных напряжений отражают физическую картину распределения напряжений при изгибе кривого бруса для случаев нагружения, показанных на рис. 1.

Общее решение распределения напряжений в поперечном сечении гнутоклееной детали под действием нагрузок, приведенных на рис. 1, можно представить в виде двух частных решений:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\sigma_r)_M + (\sigma_r)_P; \\ \sigma_t &= (\sigma_t)_M + (\sigma_t)_P; \\ \tau_{rn} &= (\tau_{rn})_M + (\tau_{rn})_P.\end{aligned}\quad (2)$$

или

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \pm \frac{4M}{N} \left( \frac{r_1^2 r_2^2}{r_2} \ln \frac{r_1}{r_2} + r_2^2 \ln \frac{r}{r_2} + r_1^2 \ln \frac{r_1}{r} \right) + 2\alpha \sin \varphi \left( r - \frac{r_1^2 + r_2^2}{r} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{r_1^2 r_2^2}{r^3} \right); \\ \sigma_t &= \pm \frac{4M}{N} \left( -\frac{r_1^2 r_2^2}{r_2} \ln \frac{r_2}{r_1} - r_2^2 \ln \frac{r_2}{r} - r_1^2 \ln \frac{r}{r_1} - r_1^2 + \right. \\ &\quad \left. + r_2^2 \right) + 2\alpha \sin \varphi \left( 3r - \frac{r_1^2 + r_2^2}{r} - \frac{r_1^2 r_2^2}{r^3} \right); \\ \tau_{rn} &= -2\alpha \cos \varphi \left( r - \frac{r_1^2 + r_2^2}{r} + \frac{r_1^2 r_2^2}{r^3} \right).\end{aligned}\quad (3)$$

Полученные формулы (3) сложны по структуре и трудоемки при расчетах. Приведем их к виду, удобному для расчетов в инженерной практике.

Так как при конструировании узлов из гнутоклееных элементов необходимо знать наибольшие (максимальные) значения на-

Таблица 1

Значения функций, вычисленные на ЭЦВМ Минск-22

$n$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
1	2	3	4	5	6	7
1,1	0,6238994	20,26767	3,916842	19,43293	0,9253778	0,6371019
1,5	0,4744203	11,40231	4,195942	10,75908	2,151816	1,062625
2,0	0,3640818	9,167979	4,518011	10,71623	3,572078	1,255809
2,5	0,2943995	8,256144	4,747936	11,66613	4,999770	1,343938
3,0	0,2467578	7,755244	4,91707	12,88283	6,441418	1,391664
3,5	0,2122439	7,437430	5,046091	14,21007	7,894481	1,420415
4,0	0,1861322	7,217492	5,147739	15,59372	9,356236	1,439069
4,5	0,1657060	7,056124	5,229830	17,01006	10,82458	1,451857
5,0	0,1492998	6,932631	5,297504	18,44702	12,29801	1,461004
5,5	0,1358376	6,835052	5,354247	19,89781	13,77541	1,467771
6,0	0,1245948	6,755981	5,402500	21,358835	15,25597	1,472919
6,5	0,1150660	6,690620	5,447050	22,82599	16,73906	1,476924
7,0	1,1068878	6,635671	5,480192	24,29898	18,23424	1,480102
7,5	0,9979279	6,588835	5,511924	25,77610	19,71113	1,482666
8,0	0,9357930	6,948437	5,540007	27,25645	21,19946	1,484765
8,5	0,08809244	6,513209	5,565017	28,73946	22,68904	1,486506
9,0	0,08321345	6,482265	5,587469	30,22451	24,17960	1,468961
9,5	0,07884566	6,454844	5,607718	31,71131	25,67106	1,489194
10,0	0,07491249	6,430328	5,626032	33,19970	27,16339	1,490251
11,0	0,06811615	6,388534	5,658034	36,17971	30,14976	1,491940
13,0	0,5765335	6,325384	5,708037	42,14957	36,12820	1,494220
14,0	0,05354079	6,300951	5,727946	45,13791	39,11952	1,490011
15,0	0,04997248	6,279729	5,745134	48,12870	42,11261	1,495673
16,0	0,04685375	6,261470	5,750428	51,12004	45,10692	1,496194
17,0	0,04410086	6,245565	5,774093	54,11191	48,09948	1,496611
18,0	0,04165266	6,231227	5,786052	57,10592	51,09477	1,496993
19,0	0,03946175	6,218556	5,796885	60,10052	54,0920	1,497305
20,0	0,03749133	6,207544	5,806885	63,09342	57,08452	1,497532
25,0	0,02999497	6,164598	5,844326	78,07516	72,06938	1,498443
30,0	0,02499701	6,136019	5,869228	93,06600	87,06175	1,499862
35,0	0,02143169	6,117882	5,8899142	108,0422	102,0399	1,499055
40,0	0,01874727	6,101364	5,901318	123,0497	117,0473	1,499433
45,0	0,01666223	6,089293	5,911703	138,0500	132,0478	1,499618
50,0	0,01500468	6,084829	5,294651	152,9916	146,9919	1,499168

пряжений, возникающие в них под действием заданной нагрузки, то путем введения параметра

$$n(n = \frac{R}{R-r_1})$$

после соответствующих преобразований, позволяющих табулирование, получим следующие выражения для максимальных значений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_t$ ,  $\tau_{\text{ш}}$ :

при  $r=R$

$$\sigma_r = \frac{4M}{S^2} f_1(n) + \frac{P}{S} f_6(n);$$

при  $r=r_1$

$$\sigma_t = \frac{M}{S^2} f_2(n) + \frac{P}{S} f_4(n);$$

при  $r=r_2$

$$\sigma_{\text{ш}} = \frac{M}{S^2} f_3(n) + \frac{P}{S} f_5(n);$$

$$\tau_{\text{ш}} = \frac{P}{S} f_6(n) \cos 90^\circ = 0, \quad (4)$$

где функции  $f_1(n)$ ,  $f_2(n)$ ,  $f_3(n)$  представляют собой первое выражение в скобках из уравнения (3), деленное на  $N$ , а функции  $f_4(n)$ ,  $f_5(n)$ ,  $f_6(n)$  — второе выражение в скобках из того же уравнения, умноженное на  $\alpha$ .

Уравнение (4) получено при ширине детали равной единице.

Значение функций  $f_1(n) \div f_6(n)$  для  $n$  от 1,1 до 50, вычисленные на ЭЦВМ Минск-22, приведены в табл. 1, с помощью которой подсчет максимальных напряжений по предложенным формулам значительно упрощается и сводится к следующему:

- 1) по заданным  $r_1$  и  $r_2$  определяем  $n$ ;
- 2) по числу  $n$  и таблице находим интересующие нас функции;
- 3) по формулам (4), зная численные значения функций, находим напряжения.

Таким образом, при выборе расчетных уравнений для определения напряжений в гнутоклееных деталях необходимо учитывать нормальные радиальные напряжения, пренебрегаемые в упрощенных решениях распределения напряжений в кривом брус.

Для определения максимальных напряжений рекомендуем выражение (4), удобное для расчетов в гнутоклееных деталях.

Основные обозначения:  $M$  — изгибающий момент;  $S$  — толщина

(высота) спрессованной детали;  $b$  — ширина детали;  $R$  — радиус кривизны оси бруса;  $r$  — текущий радиус;  $r_1$  — внутренний радиус;  $r_2$  — наружный радиус;  $\sigma_r$  — нормальные радиальные напряжения;  $\sigma_t$  — нормальные тангенциальные напряжения;  $\tau$  — касательные напряжения;  $f$  — обозначение функции;  $n = R_1 : (R - r_1)$  — параметр.

### Литература

- [1] Н. М. Беляев. Сопротивление материалов. Л.—М., 1951. [2] В. П. Артемова. Об определении нормальных напряжений в гнутоклеенных деталях. Мат. науч.-техн. конф. по итогам науч. работ 1968 г. Минск, 1969. [3] Х. С. Головин. Одна из задач статики упругого тела. Изв. С.-Петербург, практич. технол. ин-та, т. 3. Спб., 1880—1881.