

УДК 621.65.01

В.Н. Павлечко*УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск, Беларусь***ПАРАМЕТРЫ СРЕДЫ В КАНАЛАХ ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОЙ ТУРБИНЫ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УГЛА НАКЛОНА ЛОПАСТЕЙ**

Аннотация. Уточнены зависимости для расчета скоростей и давления среды на лопасти центростремительной турбины при изменении угла наклона отдельных участков лопасти. Скорости движения среды в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, в тангенциальном и радиальном направлениях, а также давление среды в тангенциальном направлении выражаются похожими зависимостями и различаются только углами наклона участков лопастей. Формулы для определения давления в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, и радиальном направлении различаются как углами наклона участков, так и расчетными зависимостями.

Ключевые слова: центростремительная турбина, изменение угла наклона лопастей, направление потока, скорости, давление среды, отдельные участки лопастей.

V.N. Pavlechko*Belarusian State Technological University, Minsk, Belarus***PARAMETERS OF THE MEDIUM IN THE INWARD-FLOW TURBINE CHANNELS WHEN CHANGING THE INCLINATION ANGLE OF THE BLADES**

Abstract. Dependencies for calculating speed and medium pressure on the blades of inward-flow turbine when changing the inclination angle of sections of the blade are clarified. Medium speed in the direction perpendicular to the blade platform in tangential and radial directions, as well as medium pressure in tangential direction are expressed by similar dependencies and differ only in the inclination angles of blade sections. Formulae for determining the pressure in the direction perpendicular to the blade platform and in radial direction differ both in the inclination angle of sections and in the calculated dependencies.

Keywords: inward-flow turbine, change of blade inclination angle, flow direction, speed, medium pressure, sections of the blades.

Введение. Основным уравнением при определении параметров турбины является уравнение Эйлера [1, 2], в котором отсутствует угол наклона лопастей, являющийся одним из важнейших показателей турбины. Кроме того, в известном уравнении не указана величина воздействия среды на лопасти в промежутке между начальным и конечным участками по ходу движения среды при изменении угла наклона лопастей.

Ранее получены зависимости для определения скоростей движения среды и лопасти, а также давления среды на лопасть при вводе потока радиально [3, 4] и под некоторым углом α к направлению, обратному окружной скорости (рисунок 1) [5-7]. Найденные выражения справедливы только для начального участка лопасти по ходу движения рабочей среды и при неизменном его значении по радиусу.

Начальная скорость среды v_{sr} представлена в виде и тангенциальной $v_{s\tau}$ и радиальной v_{sr} составляющих (рисунок 1), с которыми среда воздействует на элемен-

тарный участок лопасти AB в тангенциальном и радиальном направлениях. Величины этих скоростей определяются зависимостями [5-7]:

$$v_{sui} = v_{si} \cos \alpha; \quad (1)$$

$$v_{sri} = v_{si} \sin \alpha. \quad (2)$$

В работе [5] предложено рассчитывать обобщенные скорости движения среды в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти c_r , в тангенциальном c_{ui} и радиальном c_{ri} направлениях (рисунок 2) соответствующими выражениями:

$$c_r = v_{si} \sin(\beta + \alpha); \quad (3)$$

$$c_{ui} = v_{si} \sin \beta \cdot \sin(\beta + \alpha); \quad (4)$$

$$c_{ri} = v_{si} \cos \beta \cdot \sin(\beta + \alpha), \quad (5)$$

где β – угол между плоскостью участка лопасти и касательной к окружности турбины, град (рад).

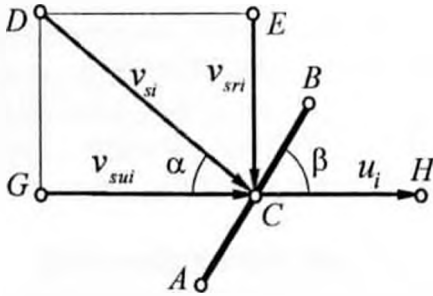


Рисунок 1. – Составляющие скорости воздействия среды на элементарную площадку

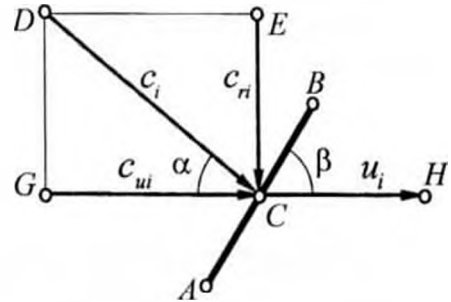


Рисунок 2. – Обобщенные скорости воздействия среды на элементарную площадку

Обобщенные давления среды на лопасть в направлении, перпендикулярном плоскости элементарного участка лопасти p_r , в тангенциальном p_{ui} и радиальном p_{ri} направлениях определяются по формулам [7]:

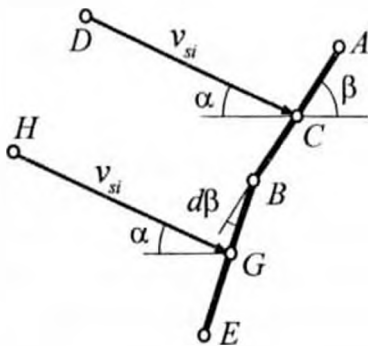


Рисунок 3. – Скорости воздействия среды на элементарные площадки

$$p_r = \rho v_{si}^2 \frac{\sin^2(\beta + \alpha)}{\sin^2 \beta}; \quad (6)$$

$$p_{ui} = \rho v_{si}^2 \sin^2(\beta + \alpha); \quad (7)$$

$$p_{ri} = \rho v_{si}^2 \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \sin^2(\beta + \alpha), \quad (8)$$

где ρ – плотность среды, кг/м^3 .

Результаты исследований. Рассмотрим зависимость расчетных формул скоростей среды и создаваемых ими давлений на лопасть при других углах ее наклона. На $(i+1)$ -ый элементарный участок лопасти BE , наклоненный под углом $\beta_{i+1} = \beta_i + d\beta$ к направлению, обратному окружной скорости, среда воздействует со скоростью v_{si} , вектор между которой и касательной к окружности лопастей турбины имеет то же значение угла α (рисунок 3). Выразим обобщенную скорость движения среды в направлении, перпендикулярном плоскости элементарного участка лопасти BE , по аналогии с формулой (3):

$$c_{i+1} = v_{si} \sin(\beta + d\beta + \alpha) = v_{si} [\sin(\beta + \alpha) + \cos\beta \cdot \cos\alpha \cdot \sin d\beta - \sin\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin d\beta]. \quad (9)$$

Проинтегрируем второй и третий члены правой части полученной зависимости с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, а согласно [8]:

$$\int \cos\beta d\beta = \sin\beta; \quad \int \sin\beta d\beta = -\cos\beta, \quad (10)$$

и в результате решения получаем:

$$c_{i+1} = v_{si} \left[\sin(\beta + \alpha) + \cos\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \cos\beta d\beta - \sin\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \sin\beta d\beta \right] = v_{si} \sin(\beta_1 + \alpha). \quad (11)$$

По аналогии с формулой (4) обобщенная скорость движения среды в тангенциальном направлении определяется зависимостью:

$$c_{u,i+1} = v_{si} \sin(\beta + d\beta) \cdot \sin(\beta + d\beta + \alpha) = v_{si} [\sin\beta \cdot \sin(\beta + \alpha) + 2\sin\beta \cdot \cos\beta \cdot \cos\alpha \cdot \sin d\beta + \cos^2\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin d\beta - \sin^2\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin d\beta]. \quad (12)$$

При интегрировании второго, третьего и четвертого членов правой части полученной зависимости с учетом того, что угол α не изменяется, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, и в соответствии с [8]:

$$\int \sin\beta \cdot \cos\beta d\beta = \frac{\sin^2\beta}{2}; \quad \int \cos^2\beta d\beta = \frac{\beta}{2} + \frac{\sin\beta \cdot \cos\beta}{2}; \quad \int \sin^2\beta d\beta = \frac{\beta}{2} - \frac{\sin\beta \cdot \cos\beta}{2}, \quad (13)$$

в результате несложных преобразований получаем:

$$c_{u,i+1} = v_{si} \left[\sin\beta \cdot \sin(\beta + \alpha) + 2\cos\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \sin\beta \cdot \cos\beta d\beta + \sin\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \cos^2\beta d\beta - \sin\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \sin^2\beta d\beta \right] = v_{si} \sin\beta_1 \cdot \sin(\beta_1 + \alpha). \quad (14)$$

Обобщенная скорость движения среды в радиальном направлении по аналогии с формулой (5) определяется выражением:

$$c_{r,i+1} = v_{si} \cos(\beta + d\beta) \cdot \sin(\beta + d\beta + \alpha) = v_{si} [\cos\beta \cdot \sin(\beta + \alpha) - 2\sin\beta \cdot \cos\beta \cdot \sin\alpha \cdot \sin d\beta + \cos^2\beta \cdot \cos\alpha \cdot \sin d\beta - \sin^2\beta \cdot \cos\alpha \cdot \sin d\beta]. \quad (15)$$

В результате интегрирования второго, третьего и четвертого членов правой части полученной зависимости с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, с учетом (13) и [8]:

$$\int \sin\beta \cdot \cos\beta d\beta = -\frac{\cos^2\beta}{2},$$

получаем:

$$c_{r,i+1} = v_{si} \left[\cos\beta \cdot \sin(\beta + \alpha) - 2\sin\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \sin\beta \cdot \cos\beta d\beta + \cos\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \cos^2\beta d\beta - \cos\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \sin^2\beta d\beta \right] = v_{si} \cos\beta_1 \cdot \sin(\beta_1 + \alpha). \quad (16)$$

Сравнительный анализ формул (3)-(5), характеризующих скорости воздействия среды на элементарный участок AB , наклоненный под углом β к направлению, обратному окружной скорости лопасти, и соответствующих формул (11), (14) и (16), касающихся элементарного участка лопасти BE , наклоненного под углом β_1 , показывают, что они аналогичны и отличаются только углами наклона участков.

По аналогии с формулой (6) обобщенное давление среды в направлении, перпендикулярном плоскости $(i+1)$ -го элементарного участка лопасти BE , характеризуется выражением:

$$p_{i+1} = \rho v_{st}^2 \frac{\sin^2(\beta + d\beta + \alpha)}{\sin^2(\beta + d\beta)} = \rho v_{st}^2 \left[\frac{\sin^2(\beta + \alpha)}{\sin^2 \beta} + 2 \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \cos 2\alpha \cdot \sin d\beta + \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \sin 2\alpha \cdot \sin d\beta - \sin 2\alpha \cdot \sin d\beta \right]. \quad (17)$$

При выводе зависимости принято допущение, что для числителя и знаменателя $\sin^2 d\beta = 0$, для знаменателя $\sin d\beta = 0$. Проинтегрируем второй, третий и четвертый члены правой части полученного выражения с учетом того, что угол α не изменяется, $\beta_1 = \beta + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, а согласно [8]:

$$\int \frac{\cos \beta}{\sin \beta} d\beta = \ln |\sin \beta|; \quad \int \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} d\beta = -\frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \beta, \quad (18)$$

в результате решения получаем:

$$p_{i+1} = \rho v_{st}^2 \left[\frac{\sin^2(\beta + \alpha)}{\sin^2 \beta} + 2 \cos 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \frac{\cos \beta}{\sin \beta} d\beta + \sin 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} d\beta - \sin 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} d\beta \right] = \\ = \rho v_{st}^2 \left[\frac{\sin^2(\beta + \alpha)}{\sin^2 \beta} + 2 \cos 2\alpha \cdot \ln \left| \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \right| + \sin 2\alpha \left(\frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} + 2\beta - 2\beta_1 \right) \right]. \quad (19)$$

Сформулируем обобщенное давление среды в тангенциальном направлении для $(i+1)$ -го элементарного участка лопасти BE по аналогии с формулой (7):

$$p_{u,i+1} = \rho v_{st}^2 \sin^2(\beta + d\beta + \alpha) = \rho v_{st}^2 \left[\sin^2(\beta + \alpha) + 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin d\beta + \right. \\ \left. + \cos^2 \beta \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin d\beta - \sin^2 \beta \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin d\beta \right]. \quad (20)$$

При выводе зависимости (20) принято допущение, что $\sin^2 d\beta = 0$. В результате интегрирования второго, третьего и четвертого членов правой части полученной формулы с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, $\sin^2 d\beta \approx 0$, и с учетом (14) получаем:

$$p_{u,i+1} = \rho v_{st}^2 \left[\sin^2(\beta + \alpha) + 2 \cos 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \sin \beta \cdot \cos \beta d\beta + \sin 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \cos^2 \beta d\beta - \sin 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \sin^2 \beta d\beta \right] = \\ = \rho v_{st}^2 \left[\sin^2(\beta + \alpha) + \cos 2\alpha (\sin^2 \beta_1 - \sin^2 \beta) + \sin 2\alpha (\sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1 - \sin \beta \cdot \cos \beta) \right]. \quad (21)$$

Добавим к правой части полученного уравнения

$$\pm \cos^2 \beta_1 \cdot \sin^2 \alpha; \quad \pm \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha,$$

и после преобразований формула (21) упрощается до вида:

$$P_{u,i+1} = \rho v_u^2 \sin^2 (\beta_i + \alpha). \quad (22)$$

По аналогии с формулой (8) обобщенное давление среды в радиальном направлении для $(i+1)$ -го элементарного участка лопасти BE определяется в виде:

$$\begin{aligned} P_{r,i+1} = \rho v_u^2 \frac{\cos^2 (\beta + d\beta)}{\sin^2 (\beta + d\beta)} \sin^2 (\beta + d\beta + \alpha) = \rho v_u^2 \left[\frac{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 (\beta + \alpha)}{\sin^2 \beta} + \right. \\ \left. + 2 \frac{\cos^3 \beta}{\sin \beta} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cdot \sin d\beta - 6 \cos^2 \beta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin d\beta + \right. \\ \left. + 2 \frac{\cos^4 \beta}{\sin^2 \beta} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin d\beta - 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin d\beta \right]. \quad (23) \end{aligned}$$

При этом принято допущение, что для числителя и знаменателя $\sin^2 d\beta = 0$, для знаменателя $\sin d\beta = 0$. Добавим к правой части полученной формулы:

$$\pm 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos^2 \alpha; \quad \pm 2 \cos^2 \beta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha,$$

и после преобразований формула (23) приобретает вид:

$$\begin{aligned} P_{r,i+1} = \rho v_u^2 \left[\frac{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 (\beta + \alpha)}{\sin^2 \beta} + 4 \frac{\cos^3 \beta}{\sin \beta} \cos 2\alpha \cdot \sin d\beta - \right. \\ \left. - 4 \cos^2 \beta \cdot \sin 2\alpha \cdot \sin d\beta + \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \sin 2\alpha \cdot \sin d\beta - 2 \frac{\cos \beta}{\sin \beta} \cos^2 \alpha \cdot \sin d\beta \right]. \quad (24) \end{aligned}$$

В результате интегрирования второго–четвертого членов правой части полученной зависимости с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, и с учетом (13), после несложных преобразований получаем:

$$\begin{aligned} P_{r,i+1} = \rho v_u^2 \left[\frac{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 (\beta + \alpha)}{\sin^2 \beta} + 4 \cos 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \frac{\cos^3 \beta}{\sin \beta} d\beta - 4 \sin 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \cos^2 \beta \cdot d\beta + \sin 2\alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} d\beta - \right. \\ \left. - 2 \cos^2 \alpha \int_{\beta}^{\beta_1} \frac{\cos \beta}{\sin \beta} d\beta \right] = \rho v_u^2 \left[\frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} \sin^2 (\beta + \alpha) + 2 (\cos^2 \beta_1 - \cos^2 \beta) \cos 2\alpha + \right. \\ \left. + 2 (\cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha) \ln \left| \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \right| - \left(2 \sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1 - 2 \sin \beta \cdot \cos \beta + \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} - \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + 3\beta_1 - 3\beta \right) \sin 2\alpha \right]. \quad (25) \end{aligned}$$

Сравнение выражений давлений среды (6) и (8) с соответствующими им формулами (19) и (25) показывает, что они различаются не только углами наклона участков лопастей, но и расчетными зависимостями. Формулы (7) и (22) аналогичны и различаются только разными углами наклона лопастей.

Выводы. Скорости движения среды в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, в тангенциальном и радиальном направлениях, а также давление в тангенциальном направлении выражаются аналогичными формулами и различаются только углами наклона участков лопастей. Формулы для определения давления в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, и в радиальном направлении различаются как углами наклона участков, так и расчетными зависимостями.

Список использованных источников

1. Кривченко, Г.И. Гидравлические машины. Турбины и насосы / Г.И. Кривченко. – М.: Энергия, 1977. – 320 с.
2. Смирнов, И.Н. Гидравлические турбины и насосы / И.Н. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1969. – 400 с.
3. Павлечко, В.Н. Зависимость параметров центростремительной турбины от угла наклона лопастей / В.Н. Павлечко // Химическая промышленность. – 2017. – Т. 94, № 5. – С. 247-254.
4. Павлечко, В.Н. Зависимость параметров центробежной турбины от угла наклона лопастей / В.Н. Павлечко // Горная механика и машиностроение. – 2016. – № 4. – С. 35-43.
5. Павлечко, В.Н. Скорости и давления в центростремительной турбине при начальной закрутке наружного потока среды / В.Н. Павлечко // Горная механика и машиностроение. – 2018. – № 1. – С. 19-29.
6. Павлечко, В.Н. О влиянии центробежной силы на параметры центростремительной турбины / В.Н. Павлечко // Горная механика и машиностроение. – 2018. – № 2. – С. 39-46.
7. Павлечко, В.Н. Изменение тангенциального давления среды на лопасти в каналах центростремительной турбины / В.Н. Павлечко // Горная механика и машиностроение. – 2019. – № 4. – С. 67-73.
8. Двайт, Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт. – М.: Наука, 1978. – С. 84-98.

Информация об авторе

Владимир Никифорович Павлечко – кандидат технических наук, доцент кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств, УО «Белорусский государственный технологический университет» (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Беларусь), e-mail: paulechka@tut.by.

Information about the author

Uladzimir Nikiforovich Paulechka – Ph. D. in Engineering sciences, Associate Professor of the Machines and Equipment of Chemical and Silicate Industries Department, Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova Str., Minsk, 220006, Belarus), e-mail: paulechka@tut.by.

Поступила в редакцию 14.05.2021 г.