Доклады Академии наук БССР

1967. Том XI, № 3

УДК 652.136

А. В. ЖУКОВ

ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

(Представлено академиком АН БССР Н. С. Акуловым)

Общеизвестным примером случайной функции являются электрические шумы. Однако этот пример далеко не единственный. Случайные функции могут появиться и при рассмотрении целого ряда других технических вопросов, относящихся к самым разнообразным отраслям техники. Кривые изменения динамических нагрузок в деталях и узлах автомобиля или другой транспортной машины при движении их по неровной дороге являются реализациями случайной функции.

Причиной, обуславливающей появление динамических нагрузок, являются колебательные процессы, возникающие в транспортной машине при ее движении по неровной дороге.

Характер колебательных процессов определяется в основном, двумя факторами: качеством поверхности дороги и характеристикой самого подвижного состава, т. е. жесткостью рессор, характером нагрузки, величиной базы и т. д.

Неровности дороги имеют случайный характер, и воздействие на машину можно представить как стационарный случайный процесс ([1]). В этом случае характер воздействия определяется корреляционной функцией и в частотной области ([2]) — спектральной плотностью случайной функции, описывающей микропрофиль дороги.

Свойства динамической системы в частотной области достаточно полно оцениваются амплитудно-фазовой частотной характеристикой.

Таким образом, для оценки характера взаимодействия дороги с транспортной машиной необходимо иметь характеристику воздействия (спектральную плотность воздействия $\Phi(\omega)$ и амплитудно-фазовую характеристику динамической системы $W(i\omega)$).

Согласно теории стационарных случайных функций, амплитудный спектр $S(\omega)$ вынужденных колебаний линейной динамической системы можно выразить:

$$S(\omega) = |W(\omega)|^2 \cdot \Phi(\omega). \tag{1}$$

Спектральная плотность $S(\omega)$ дает наглядное представление о влиянии на динамические нагрузки скорости движения машины, параметров подвески, качества дорожных покрытий и других факторов.

Спектральная плотность воздействия $\Phi(\omega)$ определяется путем статистической обработки ([3]) микропрофилей дорог.

Частотную характеристику динамической системы можно определить либо экспериментальным путем, либо теоретически.

Рассмотрим методику получения частотной характеристики продольно-угловых колебаний полуприцепа теоретическим путем на примере автопоезда в составе тягача МАЗ-501 и низкорамного полуприцепа новой конструкции МАЗ-845, приспособленного для перевозки тяжелого оборудования. Колебательная схема, эквивалентная автопоезду, показана на рис. 1.

Степени свободы системы характеризуются обобщенными координатами α_1, α_2, z_1, z_2, z_3, ζ_1, ζ_2; жесткости подвесок — c_{p_1}, c_{p_2}, коэффициенты их сопротивления — k_{p_1}, k_{p_2}; жесткость и коэффициент сопротивления шин — $c_ш$ и $k_ш$.

Как известно из ряда исследований ([4,5]) и т. д., коэффициент распределения масс тягача близок к единице. Если также пренебречь величиной неподрессоренной массы m_2 в связи с ее малостью по сравнению с подрессоренными, а также жесткости c_{p_2}, $c_ш$ и коэффициенты сопротивления k_{p_2} и $k_ш$ заменить эквивалентными величинами c и k, то полуприцеп можно рассматривать самостоятельно, как прицеп, имеющий переднюю ось с жесткостью упругих элементов c и коэффициентом сопротивления k.

Тогда, если воспользоваться уравнением Лагранжа, продольно-угловые колебания полуприцепа можно описать уравнением

$$\ddot{\alpha}_2 + p_1 \dot{\alpha}_2 + p_2 \alpha_2 + p_3 \ddot{z}_{02} + p_4 \dot{z}_{02} + p_5 z_{02} = \frac{1}{I}\left[\sum_{i=1}^{2n} l_i (c_i q_i + k_i \dot{q}_i) + \sum_{i=1}^{2n} l_i (c_i \Delta q_i + k_i \Delta \dot{q}_i)\right], \qquad (2)$$

где p_i — постоянные коэффициенты уравнений; l_i — расстояние от центра тяжести системы до осей колес. Правая часть уравнения (2) представляет собой возмущающую функцию времени:

$$q_i = f_1 (t - \tau_i); \; \Delta q_i = f_2 (t - \tau_i).$$

$\tau_i = \frac{L_2}{v}$ *сек* — запаздывание, т. е. время, на которое воздействие на заднюю ось запаздывает по отношению к передней.

Нашу систему можно рассматривать ([1]) как разомкнутую систему автоматического регулирования, причем функция воздействия отличается только величиной запаздывания.

С помощью преобразований Лапласа и Фурье из уравнения (2) после ряда преобразований получаем амплитудно-фазовую характеристику продольно-угловых колебаний полуприцепа. Ее выражение следующее:

$$W_{\alpha_2}(i\omega) = \frac{2C_\alpha}{I} \cdot \frac{a_\omega + ib_\omega}{M_\omega + iN_\omega} - \frac{2C_z}{M} \cdot \frac{a'_\omega + ib'_\omega}{M_\omega + iN_\omega}, \qquad (3)$$

где a_ω, b_ω, a'_ω, b'_ω, M_ω, N_ω содержат постоянные коэффициенты жесткости упругих элементов и коэффициенты затухания. Указанные величины изменяются с изменением частоты колебаний ω.

В члены уравнения (3) входят величины C_α и C_z, которые называются коэффициентами неодновременности воздействия; они содержат трансцендентный член $e^{-i\omega\tau_2}$, который обусловлен запаздыванием.

Таким образом, пользуясь описанной методикой, можно получить выражения амплитудно-фазовых характеристик сложных динамических систем, по которым можно определить реакции динамической системы от любого воздействия по формуле (1).

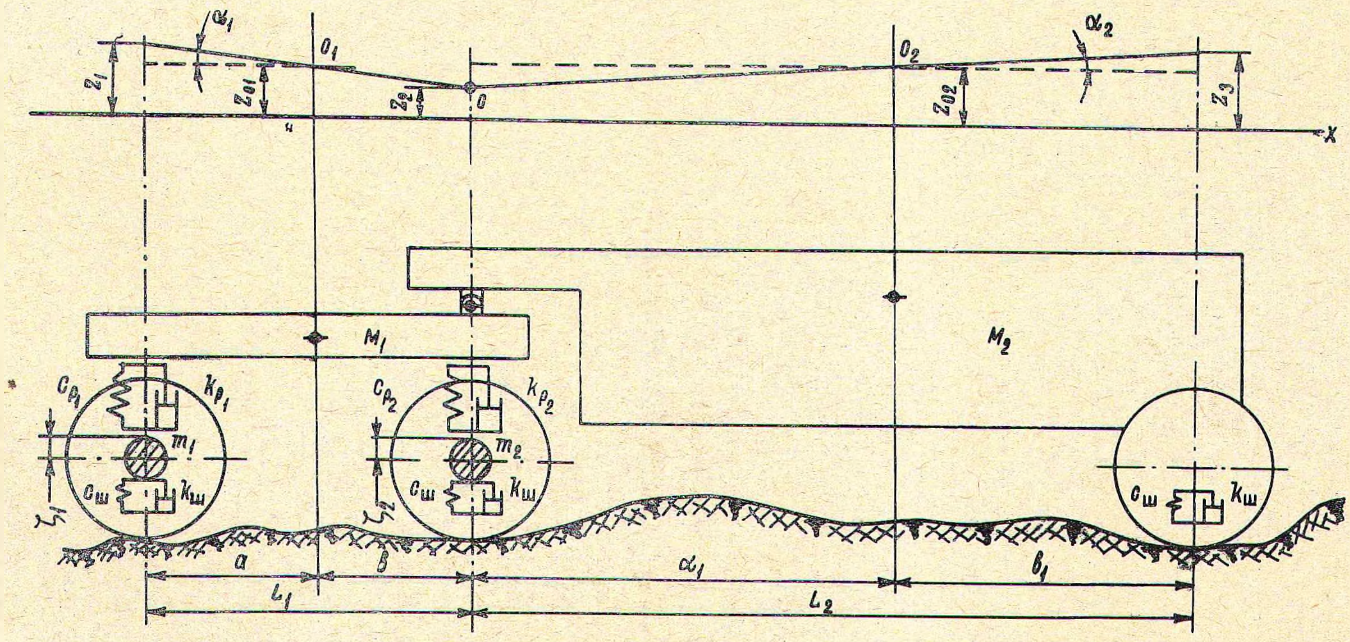

Рис. 1. Схема колебаний автопоезда

Так как в выражения частотных характеристик систем с запаздыванием входят коэффициенты C_α и C_z, зависящие от скорости движения v, то для исследования влияния скорости движения на $W(i\omega)$ достаточно выявить закономерности изменения коэффициентов C_α и C_z от v.

В нашем случае

$$C_\alpha = e^{-\tau_1 i\omega} \cdot a_1 - b_1 \cdot e^{-\tau_2 i\omega}; \quad C_z = e^{-\tau_1 i\omega} + e^{-\tau_2 i\omega}$$

или при $(\tau_1 = 0)$

$$C_\alpha = \sqrt{(a_1 - b_1 \cdot \cos\omega\tau_2)^2 + (-b \cdot \sin\omega\tau_2)^2}, \tag{4}$$

$$C_z = \sqrt{(1 + \cos\omega\tau_2)^2 + (\sin\omega\tau_2)^2}. \tag{5}$$

Из рис. 2 видно, что с возрастанием скорости движения автопоезда коэффициент C_α возрастает. Максимальные значения этого коэффициен-

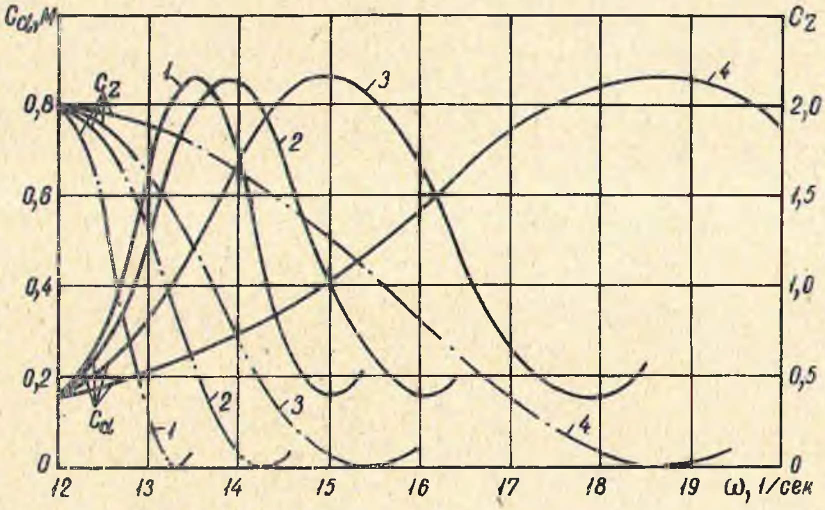

Рис. 2. Зависимость коэффициентов неодновременности воздействия C_α и C_z от частоты ω при скорости движения автопоезда (*км/час*): *1* — 15; *2* — 20; *3* — 30; *4* — 60

та одинаковы для всех скоростей движения. На малых частотах коэффициент C_α больше при небольших скоростях, с увеличением частоты значения коэффициента больше при повышенных скоростях движения.

При $\omega=0$ коэффициент C_α для любой скорости движения равен постоянной величине $(a_1 - b_1)$. Максимальные значения коэффициента неодновременности C_α для больших скоростей движения сдвигаются в сторону больших частот.

Из рис. 2 мы видим, что для одного значения скорости движения коэффициент C_z уменьшается с увеличением частоты. Причем, чем больше скорость движения, тем с увеличением частоты медленнее падают значения коэффициента C_z. При $\omega=0$ коэффициент неодновременности воздействия имеет максимальное значение, равное числу осей машины (см. формулу (5)). Замедление падения значений коэффициента C_z и рост коэффициента C_α с увеличением частоты ω при увеличении скорости движения машины объясняется тем, что на больших скоростях движения время запаздывания τ_2 мало, и поэтому при увеличении ω аргумент $\omega\tau_2$ растет медленно. Отсюда, если обратиться к уравнениям (4) и (5), становятся понятными рассмотренные особенности коэффициентов неодновременности воздействия. Как мы видим из формул (4) и (5), величина и характер коэффициентов неодновременности воздействия зависит также и от расположения центра тяжести по длине, т. е. от соотношения величин a_1 и b_1.

Таким образом, пользуясь графиками изменения коэффициентов неодновременности воздействия, можно анализировать характер протекания частотных характеристик динамической системы с запаздыванием.

В процессе анализа, пользуясь выражениями амплитудно-фазовых характеристик, можно так подобрать параметры проектируемой транспортной машины, чтобы динамические реакции системы на выходе были наименьшими для заданной расчетной скорости движения и данной дороги.

Расчет динамических реакций описанным методом с применением спектральной теории случайных функций дает результаты более точные по сравнению с детерминистской теорией.

Для рассматриваемого автопоезда на основании критерия согласия Пирсона была произведена оценка соответствия экспериментальных и теоретических кривых, полученных для реакций автопоезда при движении его на опытных участках дорог с различными скоростями движения. Результаты сравнений показывают, что вероятность $P(\chi^2)$ случайных отклонений изменяется от 0,98 до 0,95.

Отдел физики неразрушающего контроля АН БССР,
Белорусский технологический институт им. С. М. Кирова

Поступило 29.XI 1966

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Силаев, Спектральная теория подрессоривания транспортных машин, М., ГНТИмашлит, 1963. [2] Я. М. Певзнер, А. А. Тихонов, Исследование статистических свойств основных типов автомобильных дорог, Автомобильная пром., № 1, 1964. [3] А. В. Жуков, Статистический метод исследования микропрофиля автомобильных дорог, Материалы научн.-техн. конференции 1966 г., в. 1, ЛТА им. С. М. Кирова, Л., 1966. [4] Р. В. Ротенберг, Подвеска автомобиля и его колебания, М., Машгиз, 1960. [5] Н. Н. Яценко, Распределение подрессоренных масс грузовых автомобилей, Автомобильная пром., № 10, 1959.