МЕХАНИЗАЦИЯ ЛЕСОРАЗРАБОТОК И ТРАНСПОРТ ЛЕСА
МИНСК 1970

П. Н. Чернявский

К ВОПРОСУ ТЕОРИИ РАСКРОЯ ХЛЫСТОВ НА ПИЛОВОЧНЫЕ БРЕВНА

Основным требованием, предъявляемым к раскрою хлыстов на пиловочные бревна, является получение из хлыста наибольшей массы древесины в пиловочных бревнах по качеству и цилиндрической кубатуре при выполнении заданных размеров по длине. Это требование вытекает из того [5], что бревна цилиндрической формы дают более высокий объемный выход пиломатериалов, а высокая качественная их сторона обеспечивает больший процент высших сортов пилопродукции.

Поэтому изучение и исследование раскроя хлыстов из условия наибольшего выхода цилиндрической кубатуры имеет большое практическое значение.

Вопросы раскроя хлыстов на пиловочные бревна рассматриваются в ряде работ [1—5]. Проведенные теоретические исследования по раскрою хлыстов М. Н. Гутерманом, Х. М. Фельдманом и проф. Г. Д. Власовым ограничивались рассмотрением частных решений и не были распространены на стволе, имеющем сложную форму. Эту задачу решил в своих теоретических исследованиях проф. Н. А. Батин. Профессор Н. А. Батин, рассматривая раскрой хлыста приравненного сначала к параболоиду вращения, а затем к конусу, установил влияние формы ствола на условия его раскроя по наибольшему выходу цилиндрической кубатуры.

Однако при рассмотрении раскроя хлыста, имеющего форму конуса, не дается общее решение поставленной задачи. Учитывая это, настоящая работа ставит целью расширить имеющиеся исследования, показать наиболее общий случай раскроя хлыстов конусной формы на число n пиловочных бревен и установить количественные изменения выхода цилиндрической кубатуры в зависимости от условий раскроя.

Решение вопроса раскроя хлыстов на пиловочные бревна можно выполнить по аналогии с раскроем необрезных досок на заготовки [6]. Применяя метод раскроя необрезных досок, рассмотрим раскрой хлыста конусной формы на пиловочные бревна с учетом получения наибольшего выхода их цилиндрической кубатуры.

При принятых обозначениях на рис. 1 цилиндрический объем вырезаемых n бревен из хлыста будет

$$V_{ц(n)} = \frac{\pi}{4}\left(d^2_{1(n)}\, l_{1(n)} + d^2_{2(n)}\, l_{2(n)} + d^2_{3(n)}\, l_{3(n)} + \ldots + d^2_{n(n)}\, l_{n(n)}\right). \qquad (1)$$

Длины пиловочных бревен выразим следующими зависимостями:

$$l_{2(n)} = l_{1(n-1)} = \lambda_{1(n-1)}\, L_{(n-1)} = \lambda_{1(n-1)}\, [L_{(n)} - l_{1(n)}];$$

$$l_{3(n)} = l_{2(n-1)} = \lambda_{2(n-1)}\, [L_{(n)} - l_{1(n)}];$$

$$l_{4(n)} = l_{3(n-1)3}\,[L_{(n)} - l_{1(n)}];$$

$$l_{(n-1)(n)} = \lambda_{(n-2)(n-1)}\,[L_{(n)} - l_{1(n)}];$$

$$l_{n(n)} = \lambda_{(n-1)(n-1)}\,[L_{(n)} - l_{1(n)}],$$

где $\lambda_{1(n-1)}, \lambda_{2(n-1)}, \lambda_{3(n-1)}, \ldots \lambda_{(n-1)(n-1)}$ — постоянные коэффициенты, соответствующие раскрою хлыста на $(n-1)$ пиловочных бревен.

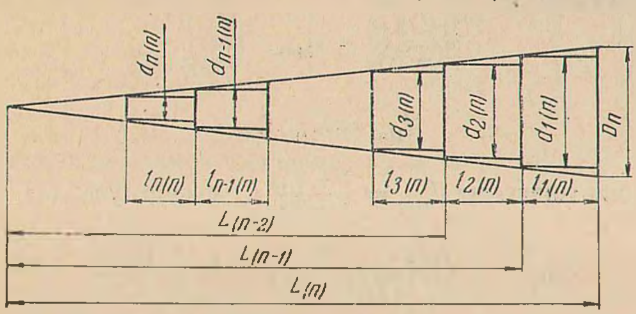

Рис. 1. Схема раскроя хлыста на пиловочные бревна.

Диаметры пиловочных бревен определятся:

$$d_{1(n)} = D_n\left(1 - \frac{l_{1(n)}}{L_{(n)}}\right);$$

$$d_{2(n)} = D_n\left(1 - \frac{l_{1(n)} + l_{2(n)}}{L_{(n)}}\right) = D_n\left(1 - \frac{l_{1(n)}}{L_{(n)}}\right)(1 - \lambda_{1(n-1)});$$

$$d_{3(n)} = D_n\left(1 - \frac{l_{1(n)} + l_{2(n)} + l_{3(n)}}{L_{(n)}}\right) = D_n\left(1 - \frac{l_{1(n)}}{L_{(n)}}\right)[1 - (\lambda_{1(n-1)} + \lambda_{2(n-1)})];$$

$$d_{n(n)} = D_n\left(1 - \frac{l_{1(n)}}{L_{(n)}}\right)[1 - (\lambda_{1(n-1)} + \lambda_{2(n-1)} + \lambda_{3(n-1)} + \ldots + \lambda_{(n-1)(n-1)}].$$

Подставляя в формулу (1) значения $l_{2(n)}, l_{3(n)}, \ldots l_{n(n)}$ и $d_{1(n)}, d_{2(n)}, d_{3(n)}, \ldots d_{n(n)}$, получим:

$$V_{ц(n)} = \frac{\pi}{4} D_n^2\left(1 - \frac{l_{1(n)}}{L_{(n)}}\right)^2\{l_{1(n)} + (L_{(n)} - l_{1(n)})\,[\lambda_{1(n-1)}(1 - \lambda_{1(n-1)})^2 +$$

$$+ \lambda_{2(n-1)}(1 - [\lambda_{1(n-1)} + \lambda_{2(n-1)}])^2 + \ldots + \lambda_{(n-1)(n-1)}(1 - [\lambda_{1(n-1)} +$$

$$+ \lambda_{2(n-1)} + \lambda_{3(n-1)} + \ldots + \lambda_{(n-1)(n-1)}])^2]\}.$$

Обозначая в данном выражении

$$[\lambda_{1(n-1)}(1 - \lambda_{1(n-1)})^2 + \lambda_{2(n-1)}\,[1 - (\lambda_{1(n-1)} + \lambda_{2(n-1)})]^2 + \ldots +$$

$$+ \lambda_{(n-1)(n-1)}(1 - [\lambda_{1(n-1)} + \lambda_{2(n-1)} + \lambda_{3(n-1)} + \ldots + \lambda_{(n-1)(n-1)}])^2] = \gamma_n,$$

получим

$$V_{ц(n)} = \frac{\pi D_n^2}{4L_n^2}(L_n - l_{1(n)})^2\,[l_{1(n)} + \gamma_n(L_n - l_{1(n)})]. \quad (2)$$

Исследуем данную функцию на максимум в зависимости от $l_{1(n)}$

$$\frac{dV_{ц(n)}}{dl_{1(n)}} = \frac{\pi}{4}\,\frac{D_n^2}{L_n^2}\{(L_n - l_{1(n)})^2(1-\gamma_n) - 2(L_n - l_{1(n)})[l_{1(n)} + \gamma_n(L_n - l_{1(n)})]\} = 0,$$

откуда находим

$$l_{1(n)} = \frac{1-3\gamma_n}{3-3\gamma_n}L_n. \tag{3}$$

Заменяя в формуле (3)

$$\frac{1-3\gamma_n}{3-3\gamma_n} = \lambda_{1(n)}, \tag{4}$$

получим

$$l_{1(n)} = \lambda_{1(n)}\,L_n. \tag{5}$$

Подставляя значение $l_{1(n)} = \frac{1-3\gamma_n}{3-3\gamma_n}L_n$ в формулу (2), будем иметь

$$V_{ц(n)} = \frac{\pi}{4}D_n^2 L_n \frac{4}{27(1-\gamma_n)^2} = \varepsilon_n \frac{\pi}{4}D_n^2 L_n, \tag{6}$$

где $\varepsilon_n = \frac{4}{27(1-\gamma_n)^2}$. (7)

Рассмотрим частный случай, когда $n = 1$, т. е. когда из хлыста вырезаем одно бревно максимального цилиндрического объема.

При $n = 1$ будем иметь $\gamma_n = \gamma_1 = 0$, тогда $\varepsilon_n = \varepsilon_1 = \frac{4}{27} = 0{,}148$, а длина бревна, диаметр и цилиндрический объем соответственно будут:

$$l_1 = \frac{1}{3}L_n, \quad \text{т. е.} \quad \lambda_1 = \frac{1}{3} = 0{,}333;$$

$$d_1 = 0{,}667\,D_n, \quad V_{ц1} = \frac{\pi}{27}D_n^2 L_n$$

При вырезке из хлыста $(n-1)$ пиловочных бревен цилиндрическая кубатура их определится формулой

$$V_{ц(n-1)} = \frac{\pi}{4}D_{(n-1)}^2 L_{(n-1)}\gamma_{(n)} = \frac{\pi}{274}D_{(n-1)}^2 L_{(n-1)}\varepsilon_{(n-1)}$$

где $D_{(n-1)} = d_{1(n)}$.

Откуда видно, что между коэффициентами γ_n и ε_n существует следующая зависимость:

$$\gamma_n = \varepsilon_{(n-1)} \tag{8}$$

или

$$\gamma_{(n+1)} = \varepsilon_n. \tag{9}$$

Подсчет значений γ_n, ε_n и $\lambda_{1(n)}$ по формулам (4), (7) и (8) сведем в табл. 1.

Необходимо отметить, что между ε_n и $\lambda_{1(n)}$ имеется следующая взаимосвязь, как это следует из формул (4) и (7),

$$\varepsilon_n = \frac{1}{3}(1-\lambda_{1(n)})^2. \tag{10}$$

Таблица 1

Значения γ_n, ε_n и $\lambda_{1(n)}$

Количество выпиливаемых бревен из хлыста, n	$\gamma_n = \varepsilon_{(n-1)}$	$\varepsilon_n = \frac{4}{27(1-\gamma_n)^2}$	$\lambda_{1(n)} = \frac{1-3\gamma_n}{3-3\gamma_n}$
1	$\gamma_1 = 0,0$	$\varepsilon_1 = 0,148$	$\lambda_{1(1)} = 0,337$
2	$\gamma_2 = 0,148$	$\varepsilon_2 = 0,205$	$\lambda_{1(2)} = 0,217$
3	$\gamma_3 = 0,205$	$\varepsilon_3 = 0,235$	$\lambda_{1(3)} = 0,1622$
4	$\gamma_4 = 0,235$	$\varepsilon_4 = 0,2564$	$\lambda_{1(4)} = 0,1289$
5	$\gamma_5 = 0,2564$	$\varepsilon_5 = 0,2677$	$\lambda_{1(5)} = 0,1034$
6	$\gamma_6 = 0,2677$	$\varepsilon_6 = 0,2764$	$\lambda_{1(6)} = 0,0896$
7	$\gamma_7 = 0,2764$	$\varepsilon_7 = 0,2841$	$\lambda_{1(7)} = 0,0787$

Подставляя полученное значение ε_n в формулу (6), будем иметь

$$V_{ц(n)} = \frac{\pi}{4} D_u^2 L_n \frac{1}{3} (1 - \lambda_{1(n)})^2. \tag{11}$$

Данные табл. 1 и формул (10), (11) показывают, что с увеличением числа выпиливаемых бревен n $\lambda_{1(n)}$ уменьшается, а при $n \infty \to$ оно будет стремиться к нулю, а ε_n будет стремиться к $\frac{1}{3}$. В итоге суммар-

Таблица 2

Оптимальные размеры пиловочных бревен при раскрое хлыстов конусной формы

Количество выпиливаемых бревен из хлыста, n	Порядковый номер выпиливаемого бревна, считая от комля, m	Оптимальные размеры выпиливаемых бревен					
		D_m	d_m	$D_m - d_m$	k_m	l_m	$\Sigma V_{ц(n)}$
1	1	D	0,667 D	0,333 D	1,5	0,333 L	$0,148 \frac{\pi D^2}{4} L$
2	1	D	0,783 D	0,217 D	1,27	0,217 L	$0,205 \frac{\pi D^2}{4} L$
	2	0,783 D	0,522 D	0,261 D	1,5	0,261 L	
3	1	D	0,838 D	0,162 D	1,19	0,162 L	$0,235 \frac{\pi D^2}{4} L$
	2	0,838 D	0,656 D	0,182 D	1,27	0,182 L	
	3	0,656 D	0,436 D	0,220 D	1,5	0,220 L	
4	1	D	0,871 D	0,129 D	1,15	0,129 L	$0,256 \frac{\pi D^2}{4} L$
	2	0,871 D	0,730 D	0,141 D	1,19	0,141 L	
	3	0,730 D	0,572 D	0,158 D	1,27	0,158 L	
	4	0,572 D	0,38 D	0,192 D	1,5	0,192 L	
5	1	D	0,897 D	0,103 D	1,11	0,103 L	$0,268 \frac{\pi D^2}{4} L$
	2	0,897 D	0,781 D	0,116 D	1,15	0,116 L	
	3	0,781 D	0,655 D	0,1 6 D	1,19	0,126 L	
	4	0,655 D	0,513 D	0,142 D	1,27	0,142 L	
	5	0,513 D	0,342 D	0,171 D	1,5	0,171 L	

ный цилиндрический объем n пиловочных бревен при $n \to \infty$ будет равен объему ствола конусной формы, т. е.

$$V_{\text{ц}(n) \atop n \to \infty} = \frac{1}{3} \frac{\pi D_n^2}{4} L_n. \tag{12}$$

Пользуясь приведенными в табл. 1 коэффициентами ε_n и $\lambda_{1(n)}$ нетрудно установить длину каждого бревна, а также их диаметры, коэффициенты сбега и общий объем цилиндрической кубатуры пиловочных бревен. Этот расчет, выполненный при раскрое хлыста на 1, 2, 3, 4 и 5 бревен, сведен в табл. 2.

Данные табл. 2 определяют оптимальные размеры пиловочных бревен при раскрое хлыстов и устанавливают условия раскроя хлыстов, уподобляемых по форме к конусу, на n бревен.

Таким образом, на основании проведенных теоретических исследований раскроя хлыстов, имеющих форму конуса, можно сделать следующие основные выводы:

1. Установленные оптимальные размеры бревен при раскрое хлыста конусной формы дают для принятых условий раскроя наибольший выход цилиндрической кубатуры.

2. С увеличением числа выпиливаемых бревен из хлыста общая их длина увеличивается, а средняя длина бревен уменьшается и за счет этого увеличивается объем цилиндрической кубатуры.

Следует также отметить, что уменьшение средней длины заготовляемых пиловочных бревен ведет к лучшему использованию качества древесины по длине ствола. Поэтому вопрос обоснования средней длины заготовляемых бревен является весьма важным.

3. Отношение диаметра нижнего торцового сечения к диаметру верхнего торцового сечения постоянно увеличивается по мере удаления бревна от комля к вершине и в последнем вершинном бревне не должно превышать 1,5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Анучин. Раскряжевка хвойных деревьев. М., 1936.
2. Х. Л. Фельдман. Еще о новом способе раскряжевки. «Лесное хозяйство и лесоэксплуатация», 1936, № 9.
3. М. Н. Гутерман. Рациональное использование древесины при распиловке на лесопильных заводах. «Лесная промышленность», 1947, № 11 и 12.
4. Г. Д. Власов. Проблема рационального использования древесины при производстве и потреблении пиломатериалов в СССР (докт. дисс.), 1951.
5. Н. А. Батин. Теоретические и экспериментальные исследования раскроя пиловочного сырья (докт. дисс.), 1965.
6. Н. А. Батин. Раскрой необрезных досок. Сборник научных трудов, вып. 11. Минск, 1959.