

НАДЗЕЙНАСЦЬ І ДАЎГАВЕЧНАСЦЬ МАШЫН

УДК 629.113(075.8)

М. С. ВЫСОЦКИЙ, А. В. ЖУКОВ, А. Ф. ОПЕЙКО, С. Ф. ОПЕЙКО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ МОДУЛЬНЫХ БОЛЬШЕГРУЗНЫХ АВТОПОЕЗДОВ

Новым вкладом в развитие мирового автомобилестроения является предложенная производственным объединением «БелавтоМАЗ» концепция модульного построения автомобилей и автопоездов магистрального назначения. Предполагается развитие типажа на основе функционально законченных отдельных крупных узлов, называемых модулями. Различные варианты их сочетания образуют отдельные модели автомобилей и автопоездов, входящих в единый типаж.

При конструировании автомобилей и автопоездов на основе этой концепции возникает ряд новых, ранее не исследованных проблем, в частности, связанных с обеспечением требуемой устойчивости курсового движения.

В силу ряда существенных отличий автопоездов модульного построения от автопоездов традиционных схем разработанные уже вопросы теории и расчета не могут быть полностью использованы и требуют самостоятельной разработки. При этом важно оценить влияние на устойчивость и управляемость модульного автопоезда общих компоновочных параметров, а также упругодемпфирующих характеристик подвески, стабилизирующего устройства самоустанавливающейся оси и др., а также наметить пути обоснования и выбора рациональных конструктивных решений исследуемых объектов.

Данная задача может быть решена только на основе достаточно сложных математических моделей, учитывающих целый комплекс параметров динамической системы и влияющих факторов внешней среды.

На первом этапе исследований принята плоская расчетная схема автопоезда, его корпус совершает плоскопараллельное движение. При составлении математической модели используется модульный принцип, в соответствии с которым описываются математические модели отдельных элементов конструкции, которые затем объединяются в общую математическую модель. Элементами являются пневматические шины, оси — ведущие, ведомые, управляемые, неуправляемые, самоустанавливающиеся, а также корпус автопоезда. Такой подход позволяет реализовать гибкость моделирования и построения соответствующего программного обеспечения.

При моделировании пневматической шины за основу принята математическая модель Виллюмвайта [1], которая является развитием модели Картера—Рокара [2]:

$$\begin{aligned} F_x &= -c_x b \left(S_0 L + S_x \frac{L^2}{2} \right), \\ F_y &= -c_y b \left(\frac{L^2}{2} + S_0 L - \frac{F_x}{c_x b} \right) \delta, \\ M_z &= c_y b L \left(\frac{L^2}{\sigma} + \sigma \left(\frac{L}{2} + \sigma \right) \right) \delta, \end{aligned} \quad (1)$$

где F_x, F_y, M_z — продольная, боковая силы и соответственно стабилизирующий момент; c_x, c_y — продольная и боковая жесткости шины, отнесенные к площади отпечатка; L, b — длина и ширина отпечатка шины; S_x — величина псевдоскольжения; δ — угол бокового увода; S_0 — линейный параметр, характеризующий сопротивление перекачиванию; $\sigma = (0,6-0,9)r_{\text{д}}$, ($r_{\text{д}}$ — динамический радиус колеса).

При условии $S_x=0$ математическая модель (1) превращается в модель Рокара.

На рис. 1, а показана расчетная схема ведущей управляемой оси.

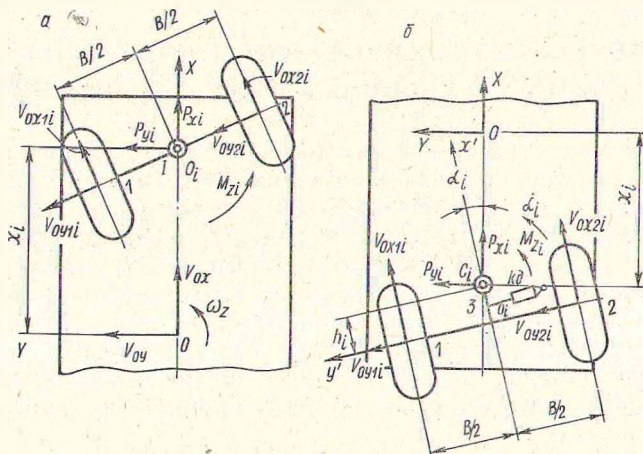


Рис. 1. Расчетные схемы модулей типа ведущая управляемая ось (а) и ведомая самоустанавливающаяся ось (б)

В системе координат OXY , связанной с корпусом автопоезда, скорость точки O_i имеет проекции $V_{xi}=V_{0x}$; $V_{yi}=V_{0y}+\omega_z x_i$; где V_{0x}, V_{0y} — проекции абсолютной скорости центра масс на оси координат; ω_z — угловая скорость корпуса; x_i — координата точки O_i — середина оси.

Скорости центров колес левого и правого бортов

$$\begin{aligned} V_{0x1i} &= V_{xi} \cos \alpha_i + V_{yi} \sin \alpha_i - (\omega_z + \alpha_i) \frac{B}{2}, \\ V_{0y1i} &= -V_{xi} \sin \alpha_i + V_{yi} \cos \alpha_i, \\ V_{0x2i} &= V_{xi} \cos \alpha_i + V_{yi} \sin \alpha_i + (\omega_z + \alpha_i) \frac{B}{2}, \\ V_{0y2i} &= -V_{xi} \sin \alpha_i + V_{yi} \cos \alpha_i. \end{aligned} \quad (2)$$

Углы увода определяем исходя из (2) по формулам: $\delta_{1i} = \arctg(V_{0y1i}/V_{0x1i})$; $\delta_{2i} = \arctg(V_{0y2i}/V_{0x2i})$. Считая, что для ведомого режима качения коэффициенты псевдоскольжения обоих колес равны нулю ($S_{x1i}=S_{x2i}=0$), из (1) с учетом того, что $S_0=K_c Q/c_{\text{пр}}$; $c_x=c_{\text{пр}}/Lb$; и $c_y=c_{\delta}/Lb$, имеем:

$$\begin{aligned} F_{x1i} &= -k_{c1i} Q_{1i}; \quad F_{x2i} = -k_{c2i} Q_{x2i}, \\ F_{yji} &= -c_y b \left(\frac{L^2}{z} + S_0 L - \frac{F_{xji}}{c_x b} \right) \delta_{ji}, \\ F_{zji} &= c_y b L \left(\frac{L^2}{2} + \sigma \left(\frac{L}{2} + \sigma \right) \right) \delta_{ji}. \end{aligned} \quad (3)$$

Эти силы отнесены к системе координат $O_i X Y$.

В режиме торможения продольные силы F_{x1i} и F_{x2i} считаются заданными функциями времени.

Реакции в шарнире O_i в системе координат OXY корпуса определяются по формулам:

$$\begin{aligned} P_{xi} &= (F_{x1i} + F_{x2i}) \cos \alpha_i - (F_{y1i} + F_{y2i}) \sin \alpha_i, \\ P_{yi} &= (F_{x1i} + F_{x2i}) \sin \alpha_i - (F_{y1i} + F_{y2i}) \cos \alpha_i. \end{aligned} \quad (4)$$

Реактивный момент, передаваемый на корпус управляемой осью, равен:

$$M_{zi} = M_{z1i} + M_{z2i} + \frac{B}{2} (F_{x2i} - F_{x1i}). \quad (5)$$

Усилия на штоках гидроцилиндров системы рулевого управления $P_{шт} = M_{zi}/A \cdot \cos \alpha_i$, где A — расстояние от шарнира O_i до точки шарнира гидроцилиндра.

При условии $\alpha_i = 0$ формулы (2) — (5) образуют математическую модель ведомой неуправляемой оси.

Расчетная схема самоустанавливающейся ведомой оси показана на рис. 1, б. Плечо рояльности обозначено через h_i . Обозначим массу самоустанавливающейся оси через m_i , а момент инерции в точке O_i через J_{0i} .

Колебания самоустанавливающейся оси относительно корпуса описываются дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_i &= \frac{1}{J_{0i} + m_i h_i^2} (M_{z1i} + M_{z2i} - h_i (F_{y1i} + F_{y2i}) - h_i ((V_{xi} - \\ &- \omega_z V_{yi}) \sin \alpha_i - (V_{yi} - \omega_z V_{xi}) \cos \alpha_i + \\ &+ V_{xi} \dot{\alpha}_i \cos \alpha_i + V_{yi} \dot{\alpha}_i \sin \alpha_i) + M_{упр} + M_{д}), \end{aligned} \quad (6)$$

где $M_{упр} = -c_\alpha \alpha_i$ — стабилизирующий момент, создаваемый упругими элементами самоустанавливающейся оси (c_α — жесткость упругих элементов); $M_{д} = -b_\alpha \alpha_i - d_\alpha M_{упр} \text{sign } \dot{\alpha}_i$ — демпфирующий момент (b_α — коэффициент сопротивления демпфера; d_α — коэффициент, учитывающий влияние упругих сил на момент сил сухого трения); V_{xi} и V_{yi} — проекции скорости шарнира c_i в системе координат корпуса.

Скорости центров колес определяются аналогично (2), но с учетом плеча рояльности.

В шарнире c_i на корпус передается реакция, проекция которой в системе OXY :

$$\begin{aligned} P_{xi} &= (F_{y1i} + F_{y2i}) \sin \alpha_i, \\ P_{yi} &= (F_{x1i} + F_{x2i}) \cos \alpha_i. \end{aligned} \quad (7)$$

Реактивный момент, передаваемый на корпус $M_{zi} = M_{упр} + M_{д}$, так как трением C_i пренебрегаем.

Реакции пневматических шин для ведущей неуправляемой оси равны:

$$\begin{aligned} F_{xji} &= -c_x b \left(S_0 L + S_{xji} \frac{L^2}{2} \right), \\ F_{yji} &= -c_y b \left(\frac{L^2}{2} + S_0 l - \frac{F_{xji}}{c_x b} \right) \delta_{ji}, \\ M_{zji} &= c_y b L \left(\frac{L^3}{\sigma} + \sigma \left(\frac{L}{2} + \sigma \right) \right) \delta_{ji}. \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициенты псевдоскольжения S_{xji} определяем по формуле:

$$S_{xji} = \frac{V_{0xji} - 2k_0\omega_{yji}}{V_{0xji}} \quad (j = 1, 2), \quad (9)$$

где V_{0xji} — скорости центров колес, ω_{yji} — угловые скорости дисков колес.

При наличии дифференциала

$$\omega_{y1i} = 2 \frac{\omega_{0i}}{i_0} \frac{V_{0x1i}}{V_{0x1i} + V_{0x2i}};$$

$$\omega_{y2i} = 2 \frac{\omega_{0i}}{i_0} \frac{V_{0x2i}}{V_{0x1i} + V_{0x2i}}$$

(i_0 — передаточное отношение главной передачи).

Проекции реакции, передаваемой на корпус, ведущей осью

$$P_{xi} = F_{x1i} + F_{x2i}, \quad (10)$$

$$P_{yi} = F_{y1i} + F_{y2i},$$

а реактивный момент

$$M_{zi} = M_{z1i} + M_{z2i} + \frac{B}{2} (F_{x1i} - F_{x2i}). \quad (11)$$

Скорости центров колес для ведущей управляемой оси определяются так же, как и для ведомой управляемой оси. Реакции колес и реакции, передаваемые на корпус, определяются аналогично ведомой управляемой и самоустанавливающейся осями.

Не останавливаясь на уравнениях движения однозвенного автопоезда, рассмотрим как более общую математическую модель курсового движения двухзвенного модульного автопоезда. Расчетная схема приведена на рис. 2. Математическая модель строится на основе описанных моделей пневматической шины и различных типов осей.

В соответствии с расчетной схемой неподвижная система координат OXY неизменно связана с опорной поверхностью. С корпусом тягача связана система координат $O_1X_1Y_1$, а прицепа $O_2X_2Y_2$. Начала координат O_1 и O_2 помещены в центры масс тягача и прицепа.

Уравнения движения двухзвенного автопоезда имеют вид (все величины, относящиеся к тягачу, помечены индексом 1, а к прицепу — индексом 2)

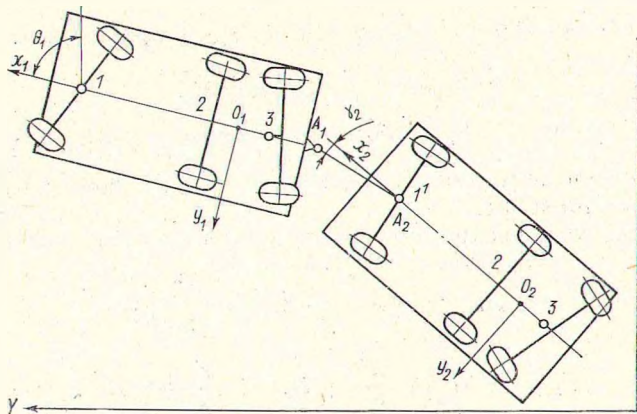


Рис. 2. Расчетная схема курсового движения модульного двухзвенного автопоезда: 1, 2, 3 — модули типов ведущая управляемая ось, ведущая неуправляемая ось, ведомая самоустанавливающаяся ось

$$\begin{aligned}
m_1(\dot{V}_{01x} - \omega_{1z}V_{01y}) &= -R_{A1} \cos \gamma_1 + P_{1x}, \\
m_1(\dot{V}_{01y} + \omega_{1z}V_{01x}) &= R_{A1} \sin \gamma_1 + P_{1y}, \\
I_{01}\omega_{1z} &= R_{A1} \sin \gamma_1 x_{A1} + M_{1z}; \\
m_2(\dot{V}_{02x} - \omega_{2z}V_{02y}) &= R_{A1} \cos \gamma_2 + P_{2x}, \\
m_2(\dot{V}_{02y} - \omega_{2z}V_{02x}) &= R_{A1} \sin \gamma_2 + P_{2y}, \\
I_{02}\omega_{2z} &= R_{A1} \sin \gamma_2 x_{A2} + M_{2z}, \\
\theta_1 &= \omega_{1z}; \quad \theta_2 = \omega_{2z},
\end{aligned}
\tag{12}$$

x_{A1}, x_{A2} — координаты точек A_1, A_2 в системах координат $O_1X_1Y_1$ и $O_2X_2Y_2$ соответственно; $P_{1x} = \sum_{i=1}^n P_{1xi}$, $P_{1y} = \sum P_{1yi}$ — равнодействующие реакции осей тягача вдоль осей O_1X_1 и O_1Y_1 (n — число осей тягача); $M_{1z} = \sum_{j=1}^n M_{1zi} + \sum_{i=1}^n P_{1yi}X_{1i}$ — главный момент всех реакций осей относительно точки O_1 тягача; $P_{2x} = \sum_{i=1}^m P_{2xi}$; $P_{2y} = \sum_{i=1}^m P_{2yi}$ — равнодействующие реакции осей прицепа вдоль осей O_2X_2 и O_2Y_2 (m — число осей прицепа); $M_{2z} = \sum_{i=1}^m M_{2zi} + \sum_{i=1}^m P_{2yi}x_{2i}$ — главный момент реакций осей относительно точки O_2 прицепа; $V_{01x}, V_{01y}, V_{02x}, V_{02y}$ — скорости центра масс тягача и соответственно прицепа в соответствующие системы координат; ω_{1z}, ω_{2z} — угловые скорости корпусов тягача и прицепа; θ_1 и θ_2 — углы поворота тягача и прицепа.

В правые части уравнений движения входят неизвестные углы γ_1 и γ_2 , а также реакция в сцепке R_{A1} , которая направлена вдоль дышла.

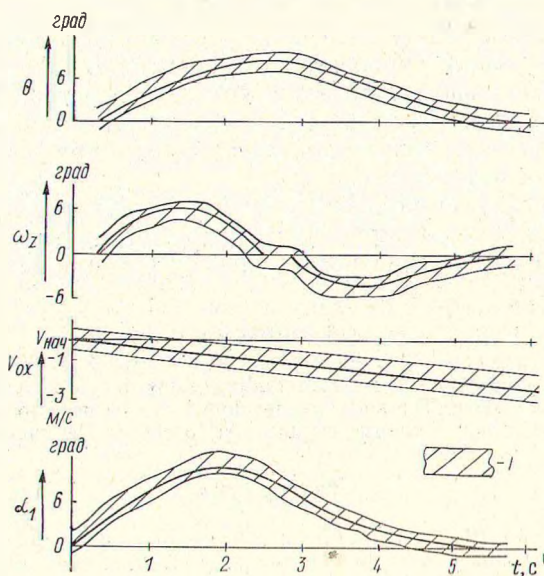


Рис. 3. Зависимости курсового угла θ , скорости изменения курсового угла ω_z , скорости движения V_{ox} , угла поворота направляющей тележки (модуль тяга ведущая управляемая ось) α_1 от времени в процессе совершения маневра «переставка». Однорельсовый модульный автопоезд МАЗ-2000. Начальная скорость движения 13,75 м/с. Платформа поворачивающаяся; сплошная линия — расчетные зависимости, I — доверительные интервалы соответствующих экспериментальных зависимостей

После ряда преобразований с учетом связи скоростей точек A_1 и A_2 , а также соотношения угловых координат $\gamma_1, \gamma_2, \theta_1, \theta_2$, получаем для непосредственного интегрирования систему дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{01x} &= \omega_{1z} V_{01y} + \frac{1}{m_1} (P_{1x} - R_{A1} \cos \gamma_1), \\ \dot{V}_{01y} &= -\omega_{1z} V_{01x} + \frac{1}{m_1} (P_{1y} + R_{A1} \sin \gamma_1), \\ \dot{\omega}_{1z} &= \frac{1}{I_{01}} (M_{1z} + R_{A1} x_{A1} \sin \gamma_1), \\ \theta_1 &= \omega_{1z}; \quad \theta_2 = \omega_{2z}; \\ \dot{\omega}_{2z} &= \frac{1}{I_{02}} (M_{2z} + R_{A1} x_{A2} \sin \gamma_2), \end{aligned} \quad (13)$$

На основе программного обеспечения, разработанного по этой математической модели, был произведен вычислительный эксперимент применительно к однозвенному модульному автопоезду. Получены расчетные зависимости, позволяющие оценить влияние компоновочных схем и конструктивных параметров на управляемость и устойчивость автопоезда.

На рис. 3 приведено сопоставление расчетов, произведенных с помощью разработанной модели, с результатами экспериментальной оценки устойчивости движения порожнего автопоезда МАЗ-2000 при совершении маневра «переставка». Анализ приведенных зависимостей показывает, что расчетные зависимости при 90%-ном доверительном уровне вписываются в доверительные интервалы соответствующих экспериментальных зависимостей.

Выводы

1. Разработанная математическая модель позволяет исследовать кинематику и динамику курсового движения одно- и двухзвенного автопоезда при произвольном сочетании модулей, составляющих ходовую часть автопоезда, при различных законах управления поворотом типа управляемая ось, имитировать криволинейное и прямолинейное движение, подавать дорожные возмущения.

2. Возможности этой модели включают в себя выбор рациональных компоновочных схем и конструктивных параметров автопоездов модульного типа исходя из критериев устойчивости и управляемости курсового движения.

Summary

A mathematical model and the corresponding computer programs describe the motion of an articulated vehicle. The software developed can be used to form any hypothetic module articulated vehicle in dialogue regime and to choose the rational design parameters.

Литература

1. Виллюмвайт Ш. П. Теоретические исследования на модели пневматической шины боковых и тангенциальных усилий: Дис. ... докт. техн. наук. Берлин, 1969.
2. Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Динамика неголомомных систем. М., 1967.

ПО «БелавтоМАЗ»,
Белорусский технологический институт,

Белорусский политехнический институт,
НПО «Белсельхозмеханизация»

Поступила в редакцию

17.07.90