

С. С. Лебедь

### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ДВИЖЕНИЯ ПЛОСКИХ ПЛОТОВ, ПРОПУСКАЕМЫХ ЧЕРЕЗ ПЛОТИНЫ

Проектирование гидротехнических сооружений, регулирующих сток лесосплавных рек, и разработка проектов организации сплава леса в плотках требуют знания и учета взаимодействия зарегулированного сплавного пути и транспортируемого плота. Однако вопрос этот недостаточно изучен и до настоящего времени в специальной отечественной и зарубежной литературе нет каких-либо аналитических зависимостей или связей, отражающих характер выше упомянутого взаимодействия, которые можно было бы использовать в качестве исходного материала (основы) при проектировании и производстве тех или иных сплавотехнических, эксплуатационных и экономических расчетов.

В настоящей работе ставится задача получить уравнения феноменологического характера, с помощью которых можно проанализировать движение плота. Здесь рассматриваются различные этапы движения плота, пропускаемого через отверстия плотин, с гидравлической точки зрения представляющие собой водослив с широким порогом.

При пропуске плота через отверстие низконапорной лесосплавной плотины, представляющее собой водослив с широким порогом, могут иметь место несколько схем поэтапного его транспортирования, зависящих от соотношения длины плота и протяженности отдельных участков пути. Каждая схема включает ряд этапов движения плота, которые характеризуются соответствующими уравнениями.

**Первая схема.** Она имеет место при  $l_n > l_b + l_{п.у}$  независимо от соотношения величин  $l_b$  и  $l_{п.у}$  между собой (рис. 1, а). Здесь:  $l_n$  — длина плота;  $l_b$  — длина участка свободной поверхности потока на водосливе;  $l_{п.у}$  — протяженность переходного участка за водосливом (под  $l_{п.у}$  мы понимаем длину части потока нижнего бьефа за водосливом, на которой глубина значительно отличается от бытовой).

Рассмотрим поэтапное движение плота по этой схеме.

**Этап 1<sub>1</sub>** — движение плота выше плотины до зоны влияния подпора. Этот этап может включать стадии разгона, равномерного и замедленного движения плота. Им занимались многие авторы, результаты работ которых можно найти в литературе [1—4]. Общий вид уравнения движения плота в этом случае следующий:

$$m \frac{dv}{dt} = R_1 + R_2, \quad (1)$$

где  $m$  — масса плота;

$v$ ,  $t$  — скорость и время его движения;

$R_1$  — сумма проекций действующих на плот постоянных сил на направление движения;

$R_2$  — сумма проекций действующих на плот сил, являющихся функцией скорости движения плота, на то же направление.

Для самосплавного плота величина  $R_1$  обусловлена взаимодействием плота со средствами управления им (воздействие на плот цепей-волокуш, лотов и т. п.), в нее же входят составляющая силы тяжести плота и сила воздействия ветра. Для буксируемого плота в  $R_1$  входит действующая на него сила тяги буксировщика. Величина  $R_2$  включает сопротивление трения и остаточное сопротивление (формы и волновое).

Ввиду того что движение плота на этом этапе в значительной степени изучено ранее, мы не будем останавливаться на нем, а перейдем к рассмотрению последующего этапа движения.

Этап 2<sub>1</sub> — движение в зоне влияния подпора до момента подхода передней части плота к порогу водослива. Здесь могут иметь место три случая.

1. Течение в зоне подпора мало отличается от равномерного и потоку разностью в средних скоростях различных поперечных сечений потока можно пренебречь. Тогда движение плота будет аналогичным предыдущему этапу.

2. Скорости течения в зоне подпора настолько малы, что ими можно пренебречь. Общий вид уравнения движения остается прежним (1). Подставляя в него значения величин  $R_1$  и  $R_2$ , можно определить величину скорости в момент подхода переднего края плота к порогу водослива и другие интересующие величины.

3. Средние скорости течения в различных поперечных сечениях потока различны (см. схему на рис. 1, а). Уравнение движения буксируемого плота будет иметь вид

$$m \frac{dv}{dt} = Pi_i \pm F_{i_{тр}} \pm F_{i_{ф}} \pm F_{i_{в}} \pm F_6, \quad (2)$$

где  $i_i$  — средний уклон свободной поверхности участка, на котором в данный момент расположен плот (он может быть найден по кривой подпора);

$P$  — вес плота;

$F_{i_{тр}}$  — сила сопротивления движению плота, вызываемая трением воды о его смоченную поверхность;

$F_{i_{ф}}$  — сопротивления формы;

$F_{i_{в}}$  — ветровое сопротивление;

$F_6$  — сила тяги (торможения) плота буксировщиком.

Силу трения  $F_{i_{тр}}$  можно определить таким образом. Выделим площадку плота длиной  $dl_i$  и шириной  $b$ , равной ширине плота. На нее действует сила трения

$$dF_{i_{тр}} = fb (v_i - v)^2 dl_i. \quad (3)$$

Очевидно, что суммарная сила трения будет равна

$$F_{i_{тр}} = fb \int_0^{l_n} (v_i - v)^2 dl_i, \quad (4)$$

где  $f$  — коэффициент сопротивления трения, который обычно в расчетах считают величиной постоянной;

$v_i$  — средняя скорость потока в сечении, отстоящем на некотором расстоянии от подпорной стенки (порога водослива);  
 $v$  — абсолютная скорость плота.

Следует отметить, что при определении  $F_{i_{тp}}$  необходимо учитывать положение плота относительно порога водослива, так как скорость  $v_i$  зависит от этого.

Соппротивление формы  $F_{i_{\phi}}$  можно определить по зависимости

$$F_{i_{\phi}} = \xi T b (v_{i_{cp}} - v)^2, \quad (5)$$

где  $\xi$  — коэффициент сопротивления формы (давлению), зависящий от количества бревен в плоту (см. коэффициент для щети [5]), т. е. от длины его;

$T$  — осадка плота;

$v_{i_{cp}}$  — средняя скорость в сечении потока, совпадающем со серединой плота.

Воздействие ветровой нагрузки определяется по зависимости ([5]):

$$F_{i_b} = [f_b b l_n + \epsilon_b b (H - T)] v_b^2, \quad (6)$$

где  $f_b$  — коэффициент сопротивления трения для воздуха;

$\epsilon_b$  — коэффициент сопротивления давлению (формы) для воздуха;

$H$  — полная высота плота;

$v_b$  — абсолютная скорость ветра.

Сила  $F_b$  обычно принимается постоянной. Она зависит от технической характеристики буксировщика.

С учетом зависимостей (4), (5), (6) уравнение (2) переписется так

$$m \frac{dv}{dt} = P \cdot i_i \pm f b \int_0^{l_n} (v_i - v)^2 dl_i \pm \xi T b (v_{i_{cp}} - v)^2 \pm \pm [f_b b l_n \pm \epsilon_b b (H - T)] v_b^2 \pm F_b. \quad (7)$$

Решая задачу в первом приближении, можно пренебречь первым и четвертым членами правой части ввиду их малости, так как, во-первых, уклон свободной поверхности в зоне подпора очень мал и, во-вторых, буксировка плотов в этой зоне производится при сравнительно небольшой скорости ветра, т. е. при незначительной ветровой нагрузке на плот.

Кроме того, иногда при предварительных расчетах можно пренебречь третьим членом правой части из-за его малости для плотов плоской сплотки. Тогда уравнение будет иметь более простой вид.

$$m \frac{dv}{dt} = \pm f b \int_0^{l_n} (v_i - v)^2 dl_i \pm F_b. \quad (8)$$

В уравнениях (7), (8) при  $v_i > v$ ,  $v_{i_{cp}} > v$ , попутном ветре и влечении плота буксировщиком перед членами правой части берется знак «плюс», а при  $v_i < v$ ,  $v_{i_{cp}} < v$ , встречном ветре и торможении плота буксировщиком — соответственно знак «минус». Решая одно из уравнений (7), (8), можно определить скорость плота в момент подхода его переднего края к порогу водослива и другие величины.

Уравнения движения самосплавного плота на этом этапе будут отличаться от приведенных выше только тем, что в них отсутствует величина силы тяги плота буксировщиком  $F_6$ .

Этап 3<sub>1</sub> — включает движение плота с момента подхода к водосливу до полного покрытия им свободной поверхности потока на водосливе. Уравнение движения будет иметь вид (рис. 1, б)

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P \cdot i_{в.б}}{l_n} (l_n - l) + \frac{P \cdot i_n}{l_n} l \pm F \pm F_{в.б}, \quad (9)$$

где  $i_{в.б}$  — средний уклон свободной поверхности верхнего бьефа перед водосливом. С достаточной степенью точности его можно определить как отношение разности отметок свободной поверхности у входа на водослив и на расстоянии  $l_j$  от него к длине плота;

$l$  — длина части плота, находящейся на водосливе, или путь, пройденный плотом в этапе 3<sub>1</sub>;

$i_n$  — средний уклон свободной поверхности потока на водосливе, который можно определить по разности отметок на входе и в конце водослива;

$F$  — влекущая сила потока, воздействующая на часть плота, находящуюся на водосливе;

$F_{в.б}$  — сила воздействия потока на часть плота, остающуюся в верхнем бьефе.

Для определения  $F$  выделим площадку плота длиной  $dl_j$ , находящуюся на расстоянии  $l_j$  от входа на плотоход. На нее действует элементарная влекущая сила (сила трения):

$$dF_j = fb (v_j - v)^2 dl_j. \quad (10)$$

Просуммировав элементарные силы трения по длине  $l$  части плота, получим

$$F = fb \int_0^l (v_j - v)^2 dl_j. \quad (11)$$

Рассуждая аналогично относительно части плота, находящейся в верхнем бьефе, получим

$$F_{в.б} = fb \int_0^{l_n - l} (v_i - v)^2 dl_i, \quad (12)$$

где  $v_j$ ,  $v_i$  — средние скорости в сечениях потока, отстоящих от входа на водослив соответственно на расстояниях  $l_j$  и  $l_i$ .

Подставляя в уравнение (9) значения  $F$  (11) и  $F_{в.б}$  (12), получим

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P \cdot i_{в.б}}{l_n} (l_n - l) + \frac{P \cdot i_n}{l_n} l \pm fb \int_0^l (v_j - v)^2 dl_j \pm fb \int_0^{l_n - l} (v_i - v)^2 dl_i. \quad (13)$$

При сравнительно большой длине плота  $l_n$  и малом напоре на пороге водослива  $H$  первым членом правой части равенства (13) можно пренебречь, так как величина его в этом случае будет незначительной и не окажет существенного влияния на движение плота.

В уравнениях (9), (13) перед двумя последними членами правой

части ставится знак «плюс» соответственно при  $v_j > v$  и  $v_i > v$ , а при  $v_j < v$  и  $v_i < v$  — знак «минус». Из уравнения (13) можно определить скорость плота в момент начала входа его в нижний бьеф и другие величины. Следует отметить, что приведенные в пункте «3<sub>1</sub>» уравнения будут действительными для участка пути  $l$ , изменяющегося в пределах от нуля до величины  $l_B$ .

Э т а п 4<sub>1</sub> — включает перемещение плота с момента начала входа передней части его на переходный участок до подхода его к началу (границе) участка с равномерным режимом. Учитывая соотношения длин плота и отдельных участков пути по аналогии с рассуждениями, приведенными в пункте «3», получим уравнение движения плота для этого этапа (рис. 1, в).

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P \cdot i_{п.б}}{l_{п.б}} (l_{п.б} - l_B - l) + \frac{P \cdot i_B}{l_{п.б}} l_B \pm \frac{P \cdot i_{п.у}}{l_{п.у}} l \pm \pm fb \int_0^{l_{п.б}-l_B-l} (v_i - v)^2 dl_i \pm fb \int_0^{l_B} (v_j - v)^2 dl_j \pm fb \int_0^l (v_k - v)^2 dl_k, \quad (14)$$

где  $l_k$  — расстояние от начала переходной зоны до произвольного поперечного сечения плота (живого сечения потока);

$v_k$  — средняя скорость течения в сечении, находящемся на расстоянии  $l_k$ ;

$l$  — длина части плота, находящейся на переходном участке (путь плота для этапа 4<sub>1</sub>);

$i_{п.у}$  — средний уклон свободной поверхности переходного участка, который приближенно можно определить по разности отметок в начале и конце участка и расстоянию между ними.

В уравнении (14) перед третьим членом правой части ставится знак «плюс» при  $i_{п.у} > 0$  и «минус» при  $i_{п.у} < 0$ . Перед четвертым, пятым и шестым членами этой части ставится «плюс», если разность скоростей в скобках положительна, и наоборот. В этом уравнении первым членом правой части можно пренебречь ввиду его малости.

Уравнение (14) действительно для движения плота на пути протяженностью  $l = l_{п.у}$ . Решая уравнение (14), можно найти скорость, ускорение плота и другие величины в любой момент времени этого этапа прохождения плота.

Э т а п 5<sub>1</sub> — после того, как передний край плота подойдет к границе участка с равномерным режимом течения, начнется новый этап его движения (уход с верхнего бьефа и вход на участок равномерного режима нижнего бьефа, рис. 1, г). Вместо уравнения (14) транспортирование плота будет характеризоваться уравнением

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P \cdot i_{п.б}}{l_{п.б}} (l_{п.б} - l_B - l_{п.у} - l) + \frac{P \cdot i_B}{l_{п.б}} l_B \pm \frac{P \cdot i_{п.у}}{l_{п.у}} l_{п.у} + \frac{P \cdot i_{п.б}}{l_{п.б}} l \pm \pm fb \int_0^{l_{п.б}-l_B-l_{п.у}-l} (v_i - v)^2 dl_i \pm fb \int_0^{l_B} (v_j - v)^2 dl_j \pm fb \int_0^{l_{п.у}} (v_k - v)^2 dl_k \pm \pm fb (v_p - v)^2 l, \quad (15)$$

где  $l$  — длина части плота, находящейся на участке с равномерным режимом течения, но это же и пройденный плотом путь для рассматриваемого этапа;

$v_p, i_{n, \delta}$  — соответственно средняя скорость и уклон свободной поверхности на участке с равномерным режимом течения.

Эта зависимость справедлива для пути плота, который может изменяться в пределах

$$0 \leq l \leq l_n - l_b - l_{n, y}.$$

Толкование знаков перед членами правой части в этом уравнении будет аналогичным предыдущему.

Эта п 6<sub>1</sub> заключается в уходе плота с водослива (рис. 1, д). Уравнение движения будет иметь вид

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P \cdot i_n}{l_n} (l_n - l_{n, y} - l) \pm \frac{P i_{n, y}}{l_n} l_{n, y} + \frac{P \cdot i_{n, \delta}}{l_n} l \pm \pm f b \int_0^{l_n - l_{n, y} - l} (v_j - v)^2 dl_j \pm f b \int_0^{l_{n, y}} (v_k - v)^2 dl_k \pm f b (v_p - v)^2 l. \quad (16)$$

Эта зависимость действительна для пути протяженностью  $l_b$ , т. е.  $l$  изменяется в пределах от  $l_n - l_b - l_{n, y}$  до  $l_n - l_{n, y}$ . Интерпретация уравнения (16) такова же, как и предыдущих.

Эта п 7<sub>1</sub> — процесс ухода плота с переходного участка в аналитической форме можно выразить зависимостью (см. рис. 1, е)

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P i_{n, \delta}}{l_n} l \pm \frac{P \cdot i_{n, y}}{l_n} (l_n - l) \pm f b \int_0^{l_n - l} (v_k - v)^2 dl_k \pm f b (v_p - v)^2 l, \quad (17)$$

где  $l$  — длина части плота, находящейся на участке с равномерным течением потока (путь плота), она изменяется в пределах от  $l_n - l_{n, y}$  до  $l_n$ .

Толкование сущности уравнения (17) аналогично предыдущим.

Эта п 8<sub>1</sub> — при  $l = l_n$  плот будет находиться на участке с равномерным режимом течения (рис. 1, ж) и уравнение его движения будет иметь вид

$$m \frac{dv}{dt} = P i_{n, \delta} \pm f b (v_p - v)^2 l_n. \quad (18)$$

Это уравнение является общеизвестным.

Не останавливаясь на рассмотрении методики решения приведенных выше уравнений движения плота, перейдем к рассмотрению второй схемы.

**Вторая схема.** Для нее  $l_n = l_b + l_{n, y}$ , а величина  $l_b$  может быть больше, меньше или равна  $l_{n, y}$ . Эта схема включает семь этапов. Этапы 1<sub>2</sub>, 2<sub>2</sub>, 3<sub>2</sub> и 4<sub>2</sub> будут такими же, как и в первой схеме, а потому уравнения (1) — (14) остаются для них в силе (см. рис. 1, а, б, в).

Эта п 5<sub>2</sub> — движение плота аналогично этапу 6<sub>1</sub> первой схемы и выразится зависимостью (16), для которой изменение пути будет происходить в пределах

$$0 \leq l \leq l_b.$$

Эта п 6<sub>2</sub> — транспортирование происходит подобно этапу 7<sub>1</sub> предыдущей схемы (см. рис. 1, е) и для него будет действительным уравнение

(17) с той только разницей, что изменение пути будет происходить в пределах

$$l_n \leq l \leq l_{н.}$$

Этап 7<sub>2</sub>. После того, как  $l=l_{н.}$ , плот будет находиться на участке с равномерным режимом и его движение можно характеризовать уравнением (18).

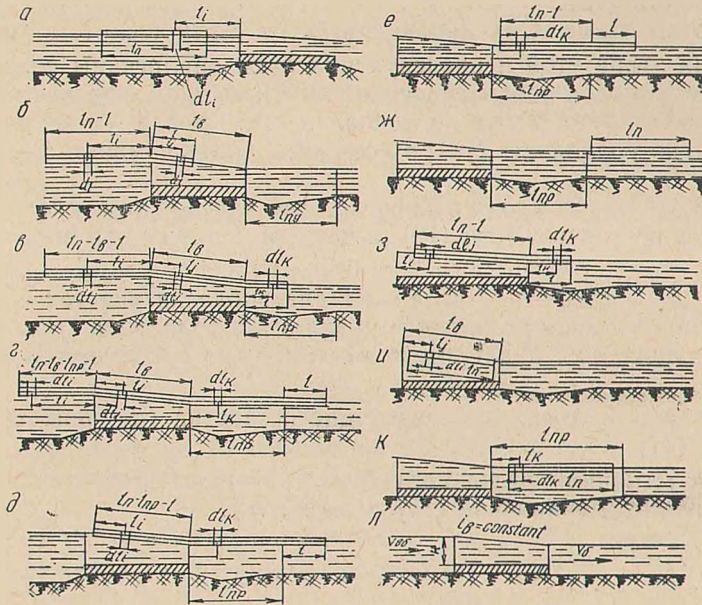


Рис. 1. Поэтапные схемы движения плоских плотов, пропускаемых через плотины.

Третья схема. Здесь  $l_n < l_b + l_{н.у.}$ , но  $l_b < l_n > l_{н.у.}$ , а величина  $l_n$  может быть больше, меньше или равна  $l_{н.у.}$ . Первые три этапа (1<sub>з</sub>, 2<sub>з</sub> и 3<sub>з</sub>) будут такими же, как в первой и второй схемах.

Этап 4<sub>з</sub> начинается с входа передней части плота на переходный участок и заканчивается уходом его с верхнего бьефа, т. е. уравнение (14) будет справедливым для следующих пределов пути:

$$0 < l < l_n - l_n.$$

Этап 5<sub>з</sub>. Дальнейшее движение плота (рис. 1, з) до подхода переднего края его к участку с равномерным режимом течения будет отвечать уравнению

$$m \frac{dv}{dx} = \frac{P i_b}{l_n} (l_n - l) \pm \frac{P \cdot i_{н.у.}}{l_n} l \pm f b \int_0^{l_n-l} (v_j - v)^2 dl_j \pm f b \int_0^l (v_k - v)^2 dl_k. \quad (19)$$

Это уравнение действительно для пути  $l$ , изменяющегося в пределах от  $l = l_n - l_n$  до  $l = l_{н.у.}$

Этап 6<sub>з</sub> представляет собой дальнейшее перемещение плота до момента полного ухода с водослива. Движение будет происходить со-

гласно уравнению (16) (см. рис. 1,  $\partial$ ), в котором, в отличие от предыдущих случаев,  $l$  будет изменяться в пределах от нуля до  $l_n - l_{n,y}$ .

Э т а п 7<sub>3</sub> отражает уход плота с переходного участка. Движение его выразится зависимостью (17), в которой путь будет изменяться в пределах от  $l = l_n - l_{n,y}$  до  $l = l_n$ , т. е. протяженность пути этого этапа будет равна  $l_{n,y}$ .

Э т а п 8<sub>3</sub> — движение по участку с равномерным режимом течения по зависимости (18).

**Четвертая схема.** Она характеризуется соотношением:  $l_n = l_b > l_{n,y}$ . Первые два этапа этой и последующих схем аналогичны соответствующим предыдущим, а потому рассмотрение начинаем с третьего этапа.

Э т а п 3<sub>4</sub> — вход плота на водослив (см. рис. 1,  $\delta$ ) будет происходить согласно уравнению (13), в котором  $l$  будет изменяться в пределах от нуля до  $l_n$ .

Э т а п 4<sub>4</sub> — вход плота на переходный участок (см. рис. 1,  $\epsilon$ ) будет происходить по зависимости (19), в которой  $l$  может изменяться от нуля до  $l_{n,y}$ .

Э т а п 5<sub>4</sub> — движение плота с начала входа на участок с равномерным режимом течения до полного ухода его с водослива (см. рис. 1,  $\partial$ ). Уравнение движения будет иметь вид (16), где  $l$  изменяется от нуля до  $l_n - l_{n,y}$ .

Э т а п 6<sub>4</sub> — уход плота с переходного участка (см. рис. 1,  $e$ ) по зависимости (17), в которой  $l$  будет изменяться от  $l_n - l_{n,y}$  до  $l_n$ .

Э т а п 7<sub>4</sub> принципиально такой же, как последний этап в предыдущих схемах\* (см. уравнение (18) и рис. 1,  $\kappa$ ).

**Пятая схема:**  $l_b > l_n > l_{n,y}$ . Этап 3<sub>5</sub> аналогичен этапу 3<sub>4</sub>.

Э т а п 4<sub>5</sub> — движение по водосливу (рис. 1,  $u$ ) согласно зависимости

$$m \frac{dv}{dt} = P \cdot i_b \pm fb \int_0^{l_n} (v_j - v)^2 dl_j. \quad (20)$$

Эта зависимость будет действительна для пути протяженностью  $l_b - l_n$ , т. е. до момента подхода переднего края плота к переходному участку.

Э т а п 5<sub>5</sub> — вход плота на переходный участок (см. рис. 1,  $\epsilon$ ) по зависимости (19) с изменением  $l$  от нуля до  $l_{n,y}$ .

Э т а п 6<sub>5</sub> — перемещение плота с момента начала поступления передней части его на участок с равномерным режимом течения до полного ухода с водослива (см. рис. 1,  $\partial$ ), характеризуемое уравнением (16), действительным для  $0 \leq l \leq l_n - l_{n,y}$ .

Э т а п 7<sub>5</sub> аналогичен этапу 6<sub>4</sub> (см. рис. 1,  $e$ , уравнение (17) и сноску).

**Шестая схема:**  $l_n = l_{n,y} > l_b$ .

Э т а п 3<sub>6</sub> — вход плота на водослив (см. рис. 1,  $\delta$ ) характеризуется зависимостью (13), где  $0 \leq l \leq l_b$ .

Э т а п 4<sub>6</sub> — движение с начала входа на переходный участок до полного ухода плота с верхнего бьефа (см. рис. 1,  $\epsilon$ ), характеризуемое уравнением (14) с изменением  $l$  от 0 до  $l_n - l_b$ .

\*) В этой и последующих схемах заключительный этап такой же, как и во всех предыдущих схемах.



Э т а п 5<sub>6</sub> — уход плота с водослива (см. рис. 1, з) в соответствии с формулой (19), где  $l_n - l_b \leq l \leq l_n$ .

Э т а п 6<sub>6</sub> аналогичен этапу 6<sub>4</sub> (см. рис. 1, е) с изменением  $l$  от 0 до  $l_n$ . При  $l = l_n$  плот будет находиться на участке с равномерным режимом\*.

**Седьмая схема:**  $l_n = l_{n,y} = l_b$ .

Э т а п 3<sub>7</sub> — вход плота на водослив (см. рис. 1, б) в соответствии с формулой (13), где  $0 \leq l \leq l_n$ .

Э т а п 4<sub>7</sub> — уход плота с водослива (см. рис. 1, з) согласно уравнения (19), в котором  $0 \leq l \leq l_n$ .

Э т а п 5<sub>7</sub> — уход плота с переходного участка (см. рис. 1, е) по зависимости (17), в которой путь  $l$  изменяется от нуля до  $l_n$ . При  $l = l_n$  плот будет находиться на участке с равномерным режимом течения.

**Восьмая схема:**  $l_n = l_{n,y} < l_b$ .

Э т а п 3<sub>8</sub> — уход плота с верхнего бьефа на водослив (см. рис. 1, б) в соответствии с уравнением (13), где  $0 \leq l \leq l_n$ .

Э т а п 4<sub>8</sub>. Перемещение плота по водосливу (см. рис. 1, и) в соответствии с уравнением (20), действительным на пути  $l_b - l_n$ , т. е. до подхода переднего края плота к переходному участку.

Э т а п 5<sub>8</sub> аналогичен этапу 4<sub>7</sub>.

Э т а п 6<sub>8</sub> аналогичен этапу 5<sub>7</sub> (см. сноску).

**Девятая схема:**  $l_{n,y} > l_n > l_b$ .

Э т а п 3<sub>9</sub> — перемещение плота с момента начала входа на водослив до подхода его передней части к переходному участку (см. рис. 1, б). Уравнение движения будет иметь вид (13), где  $0 \leq l \leq l_b$ .

Э т а п 4<sub>9</sub> — начало входа на переходный участок до момента полного ухода плота с верхнего бьефа (см. рис. 1, в). Уравнение движения будет иметь вид (14), где  $0 \leq l \leq l_n - l_b$ .

Э т а п 5<sub>9</sub> (см. рис. 1, з) характеризуется соотношением (19), в котором  $l_n - l_b \leq l \leq l_n$ .

Э т а п 6<sub>9</sub> — движение плота по переходному участку (рис. 1, к) согласно уравнению вида

$$m \frac{dv}{dt} = P \cdot i_{n,y} \pm \int_b^{l_n} (\nu_k - v)^2 dl_k. \quad (21)$$

Это уравнение действительно для пути протяженностью  $l_{n,y} - l_n$ .

Э т а п 7<sub>9</sub> аналогичен этапу 5<sub>7</sub>. Затем плот будет на участке равномерного течения (см. сноску на стр. 102).

**Десятая схема:**  $l_n = l_b < l_{n,y}$ .

Э т а п 3<sub>10</sub> аналогичен этапу 3<sub>7</sub> (см. рис. 1, б).

Э т а п 4<sub>10</sub> такой же как и 4<sub>7</sub> (см. рис. 1, з).

Э т а п 5<sub>10</sub> — перемещение по переходному участку (см. рис. 1, к) в соответствии с формулой (21) на пути протяженностью  $l_{n,y} - l_n$ .

Э т а п 6<sub>10</sub> аналогичен этапу 5<sub>7</sub>. Затем заключительный этап (см. сноску на стр. 102).

**Одиннадцатая схема:**  $l_b > l_n < l_{n,y}$ . Она не зависит от соотношения величин  $l_b$  и  $l_{n,y}$ .

Э т а п 3<sub>11</sub> такой же как и 3<sub>7</sub>.

Э т а п 4<sub>11</sub> аналогичен этапу 4<sub>5</sub>.

Э т а п 5<sub>11</sub> такой же как и 4<sub>7</sub>.

Э т а п 6<sub>11</sub> аналогичен этапу 6<sub>9</sub> (см. рис. 1, к).

Э т а п 7<sub>12</sub> такой же как 5<sub>7</sub>. Затем последний этап (см. сноску на стр. 102).

Двенадцатая схема:  $l_n > l_b$ ;  $l_{n,y} = 0$ . Эта схема может иметь место в практике плотового сплава в случае плавного сопряжения потока на водосливе с верхним и нижним бьефами (рис. 1, л). При этом гидравлическая характеристика потока будет следующей:

1. Изменение средней скорости живого сечения вдоль потока верхнего бьефа незначительно и им можно пренебречь, т. е. можно считать течение равномерным (квазиравномерным) и скорость постоянной по длине потока, т. е.  $v_{в.б} = \text{constant}$ .

2. Форму свободной поверхности потока можно принять за наклонную плоскость [6], [7], т. е. считать  $i_b = \text{constant}$ .

3. Режим течения за водосливом (в нижнем бьефе) близок к равномерному и среднюю скорость течения воды  $v_6$  вдоль всего потока можно считать постоянной.

Первый этап транспортирования плота аналогичен соответствующим предыдущим.

Этап 2<sub>12</sub> — вход плота на водослив можно характеризовать уравнением

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P i_{в.б}}{l_n} (l_n - l) + \frac{P \cdot i_b}{l_n} l \pm fb (v_{в.б} - v)^2 (l_n - l) \pm fb \int_0^l (v_j - v)^2 dl_j. \quad (22)$$

Это уравнение справедливо для пути  $l$ , изменяющегося в пределах от нуля до  $l_b$ . Перед двумя последними членами ставится «плюс», когда разность скоростей в скобках положительна, и «минус», когда она отрицательна.

В уравнении (22), как и ранее,  $v_j$  — средняя скорость в живом сечении, отстоящем на расстоянии  $l_j$  от начала свободной поверхности потока на водосливе;  $dl_j$  — линейный размер (длина) элементарной площадки.

Из расчетной схемы видно (см. рис. 1, л), что

$$v_j = \frac{Q}{b_b (H - l_j i_b)}, \quad (23)$$

где  $Q$  — расход через водослив с широким порогом, который можно определить по известной в гидравлике формуле

$$Q = m b_b \sqrt{2gH} \cdot l_b^2 \quad (24)$$

где  $b_b$  — ширина потока на водосливе;

$m, g$  — соответственно коэффициент расхода и ускорение силы тяжести.

Но так как  $\frac{Q}{b_b} = q$  (удельный расход потока), то

$$v_j = \frac{q}{H - l_j i_b}. \quad (25)$$

Подставив значение  $v_j$  из уравнения (25) в (22), получим

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P i_{в.б}}{l_n} (l_n - l) + \frac{P \cdot i_b}{l_n} l \pm fb (v_{в.б} - v)^2 \cdot (l_n - l) \pm fb \int_0^l \left( \frac{q}{H - l_j i_b} - v \right)^2 dl_j. \quad (26)$$

В этом уравнении перед третьим членом правой части ставится знак «плюс» при  $v_{в.б} > v$  и «минус» при  $v_{в.б} < v$ . Что касается последнего члена, то перед ним ставится знак «плюс» в том случае, когда при любом значении  $l_j$  в пределах от нуля до  $l$  величина в скобках будет положительной. Знак «минус» принимается тогда, когда величина в скобках будет отрицательной при  $l_j = l$ . После выполнения операции интегрирования над последним членом, получим

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{Pi_{в.б}}{l_n} (l_n - l) + \frac{Pi_n}{l_n} l \pm fb (v_{в.б} - v)^2 (l_n - l) \pm \pm fb \left[ \frac{q^2 l}{H(H - l \cdot i_b)} - 2 \frac{qv}{i_b} l_n \left( \frac{H}{H - l \cdot i_b} \right) + v^2 l \right]. \quad (27)$$

Однако, кроме указанных выше двух, может иметь место и такой третий случай, когда при  $l_j = l_1 < l$  величина в круглых скобках последнего члена уравнения (26) превратится в нуль. Тогда этот член необходимо представить в виде двух членов:

$$\pm fb \int_0^l \left( \frac{q}{H - l_j i_b} - v \right)^2 dl_j = -fb \int_0^{l_1} \left( \frac{q}{H - l_j i_b} - v \right)^2 dl_j + \pm fb \int_{l_1}^l \left( \frac{q}{H - l_j i_b} - v \right)^2 dl_j. \quad (28)$$

Подставив это значение последнего члена в уравнение (26), получим:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{Pi_{в.б}}{l_n} (l_n - l) + \frac{Pi_n}{l_n} l \pm fb (v_{в.б} - v)^2 (l_n - l) - -fb \int_0^{l_1} \left( \frac{q}{H - l_j i_b} - v \right)^2 dl_j + fb \int_{l_1}^l \left( \frac{q}{H - l_j i_b} - v \right)^2 dl_j. \quad (29)$$

Или, после интегрирования,

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{Pi_{в.б}}{l_n} (l_n - l) + \frac{Pi_n}{l_n} l \pm fb (v_{в.б} - v)^2 (l_n - l) - -fb \left[ \frac{q^2 l_1}{H(H - l_1 \cdot i_b)} - 2 \frac{qv}{i_b} \ln \left( \frac{H}{H - l_1 \cdot i_b} \right) + v^2 l_1 \right] + +fb \left[ \frac{q^2}{H} \left( \frac{l}{H - l \cdot i_b} - \frac{l_1}{H - l_1 \cdot i_b} \right) - 2 \frac{qv}{i_b} \ln \frac{H - l_1 \cdot i_b}{H - l \cdot i_b} + v^2 (l - l_1) \right]. \quad (30)$$

В уравнениях (28), (29) и (30) величину  $l_1$  следует определять из условия

$$\frac{q}{H - l_1 i_b} - v = 0. \quad (31)$$

Очевидно, что при  $l_1 \leq 0$  вместо зависимости (30) следует применять уравнение (27) со знаком «плюс» перед квадратной скобкой, а при  $l_1 \geq l$  — тоже (27) со знаком «минус» перед квадратной скобкой.

Э т а п 3<sub>12</sub>, включающий движение плота с момента начала поступления его в нижний бьеф до полного ухода с верхнего бьефа, аналитически можно записать таким уравнением:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{Pi_{н.б}}{l_n} (l_n - l_b - l) + \frac{Pi_b}{l_n} l_a + \frac{Pi_{н.б}}{l_n} l \pm fb (v_{н.б} - v)^2 (l_n - l_b - l) \pm \pm fb \int_0^{l_n} (v_j - v)^2 dl_j \pm fb (v_b - v)^2 l. \quad (32)$$

Оно действительно для следующих участков пути:  $0 \leq l \leq l_n - l_b$ . Интерпретация предпоследнего члена зависимости (32) аналогична толканию последнего члена уравнения (28). Перед последним членом ставится «плюс» при  $v_b > v$  и «минус» при  $v_b < v$ .

Э т а п 4<sub>12</sub> — уход плота с водослива будет происходить в соответствии с зависимостью

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{Pi_b}{l_n} (l_n - l) + \frac{Pi_{н.б}}{l_n} l \pm fb \int_{(l_n-l)}^{l_n} (v_j - v)^2 dl_j \pm fb (v_b - v)^2 l. \quad (33)$$

В ней перед крайним правым членом принимается знак «плюс» при  $v_b > v$  и «минус» при  $v_b < v$ . Уравнение (33) отражает закономерности движения плота на пути  $l$ , изменяющемся в пределах от  $l_n - l_b$  до  $l_n$ . Разъяснение сущности предпоследнего члена аналогично интерпретации крайнего правого члена уравнения (22).

Э т а п 5<sub>12</sub> — дальнейшее движение плота — транспортирование в нижнем бьефе — будет происходить по зависимости (18) со всеми вытекающими из нее последствиями.

**Тринадцатая схема:**  $l_n > l_b$ ;  $l_{н.у} = 0$ . Здесь имеется ввиду плавное (беспрыжковое) сопряжение потоков верхнего и нижнего бьефов с потоками на водосливе с широким порогом. Отличается она от двенадцатой схемы тем, что изменение глубины вдоль потока на водосливе незначительно и им можно пренебречь. Это значит, что среднюю по живому сечению скорость вдоль потока на водосливе можно считать постоянной, т. е.  $v_j = \text{constant}$ , пренебрегая также и изменением средней по живому сечению скорости вдоль потока в верхнем и нижнем бьефах ( $v_{н.б} = \text{constant}$ ,  $v_b = \text{constant}$ ). Уклон же  $i_b$  части плота, находящейся на водосливе, учитываем. Его принимаем равным частному от деления разности отметок верхнего и нижнего бьефов у порога водослива на величину  $l_b$ , т. е.  $l_b = \frac{h_{в.б} - h_{н.б}}{i_b}$ .

Очевидно, что первый этап этой схемы — перемещение плота в верхнем бьефе до подхода к водосливу — будет аналогичным этапу 1<sub>1</sub>.

Э т а п 2<sub>13</sub> — вход плота на водослив будет характеризоваться зависимостью вида

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{Pi_{н.б}}{l_n} (l_n - l) + \frac{Pi_b}{l_n} l \pm fb (v_{н.б} - v)^2 (l_n - l) \pm fb (v_j - v)^2 l, \quad (34)$$

которая получена подобно предыдущим, путем учета всех основных факторов, воздействующих на движущийся плот. Здесь  $l$  — длина части плота, поступившей на водослив (это же и путь плота). Приведенное уравнение действительно для пути  $l$ , величина которого может изменяться

от нуля до  $l_b$ . Выбор знаков перед двумя крайними членами правой части зависимости (34) такой же, как и в предыдущих уравнениях.

Э т а п 3<sub>13</sub>. Движение плота согласно уравнению

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P i_{в.б}}{l_n} (l_n - l_b - l) + \frac{P i_b}{l_n} l_b + \frac{P i_{н.б}}{l_n} l \pm f b (v_{в.б} - v)^2 (l_n - l_b - l) \pm f b (v_j - v)^2 l_b \pm f b (v_б - v)^2 l, \quad (35)$$

в котором путь  $l$  будет изменяться в пределах от нуля до  $l_n - l_b$ , т. е. оно будет действительным до момента полного ухода плота с верхнего бьефа.

Э т а п 4<sub>13</sub>. Уход плота с водослива. Уравнение его движения будет иметь вид:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P i_n}{l_n} (l_n - l) + \frac{P i_{н.б}}{l_n} l \pm f b (v_j - v)^2 (l_n - l) \pm f b (v_б - v)^2 l. \quad (36)$$

Оно будет справедливым для пути  $l$ , изменяющегося в пределах от  $l_n - l_b$  до  $l_n$ .

Э т а п 5<sub>13</sub> — транспортирование плота в нижнем бьефе. Оно характеризуется зависимостью (18), приведенной выше.

Полученные нами и приведенные выше уравнения дают возможность произвести анализ движения плота, пропускаемого через плотопускное отверстие низконапорной плотины, представляющее собой водослив с широким порогом. Они охватывают все основные схемы, которые могут иметь место в практике плотового сплава.

Эти уравнения могут быть использованы также при определении плотопускной способности подпорных гидротехнических сооружений, производстве прочностного расчета плота и решении других задач. Методика решения этих уравнений будет дана отдельно.

Следует отметить, что в случае сравнительно коротких плоских плотов необходимо в некоторых из приведенных выше уравнений учитывать сопротивление формы (остаточное). Некоторые из таких случаев будут рассмотрены нами отдельно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Черкасов. К теории движения буксируемых плотов. Казань, 1949.
2. А. А. Гоник. Плотовой сплав леса. М., 1950.
3. И. П. Донской. Водный транспорт леса. М.—Л., 1955.
4. В. А. Щербаков. Расчет пути и времени торможения пучковых плотов при остановках в пунктах приплава. Сб. научных трудов по лесосплаву, № 4. Л., 1964.
5. Технические указания по проектированию лесосплавных предприятий. Л., 1965.
6. В. В. Смыслов. Теория водослива с широким порогом. Киев, 1956.
7. С. С. Лебедь. Распределение средних скоростей течения воды вдоль водослива с широким порогом. В сб.: Совершенствование техники и технологии производств (тезисы докладов научно-технической конференции). Минск, 1967.