

С. С. Макаревич, А. И. Стоцкий

### УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ ИЗ СТЕКЛОПЛАСТИКА СВМ

В последние годы все более широкое применение в различных отраслях народного хозяйства находят конструкционные материалы на основе полимерных связующих. Эти материалы постепенно находят применение и в лесной промышленности. Так, кабины некоторых лесовозных машин делаются из стеклопластиков холодного контактного формования. Стеклопластики рекомендуются применять в сборно-разборных конструкциях типа переносных вышек, мачт, ферм, которые широко используются в лесной промышленности.

Для более правильного использования стеклопластика в этих конструкциях необходимы их исследования при различных видах нагружения. В настоящей работе приведены результаты исследования стержней из стеклопластика СВМ-ЭР (1:1) при центральном и внецентренном сжатии. Для более полного анализа работы сжатых стержней наряду с исследованием устойчивости были определены прочностные и деформативные характеристики изучаемого стеклопластика.

Мгновенный модуль продольной упругости  $E$  определялся из испытаний на растяжение и сжатие при скорости нагружения  $200 \text{ кг/см}^2 \cdot \text{мин}$ . При такой скорости нагружения с достаточной точностью машинный модуль можно считать равным мгновенному [1]. Образцы на растяжение были приняты в виде лопаточек с размерами рабочей части  $10 \times 20 \times 160 \text{ мм}$ . Образцы на сжатие имели форму параллелепипеда с размерами сторон  $10 \times 20 \times 40 \text{ мм}$ . Гибкость образцов при этом была равна  $\lambda = \frac{l}{l_{\min}} = 13,84$ , что не превышает гибкости, рекомендуемой в

работе [2]. Деформации измерялись с помощью рычажных тензометров «ТР» с базой  $B=20 \text{ мм}$  и ценой деления  $S=0,001 \text{ мм}$ . Они устанавливались с двух противоположных сторон образца, и приращение деформации принималось как среднее значение по двум отсчетам. Для каждого образца снимались показания тензометров при четырех ступенях нагрузки. Ступень нагрузки составляла  $400 \text{ кг}$ . Первый отсчет снимался при нагрузке  $400 \text{ кг}$ .

Для определения предела прочности при сжатии применялись такие же образцы, как при определении модуля упругости  $E$ , но длина образцов в этом случае в соответствии с ГОСТ 4651-68 была меньше и составляла  $30 \text{ мм}$ .

Значения модулей продольной упругости при растяжении  $E_p$  и сжатии  $E_c$ , а также предела прочности при сжатии  $R_c^E$  приведены в табл. 1.

Так как модули упругости при растяжении и сжатии получились близкими по численному значению, то в дальнейшем в расчет принят средний модуль  $E=2,97 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2$ .

Таблица 1

**Результаты определения прочностных и деформативных характеристик  
стеклопластика СВМ-ЭР (1:1)**

Определяемая характеристика	Среднее значение, кг/см <sup>2</sup>	Количество опытов	Среднее квадратичное отклонение $\sigma \cdot 10^{-3}$ , кг/см <sup>2</sup>	Средняя ошибка $m \cdot 10^{-2}$ , кг/см <sup>2</sup>	Коэффициент вариации $v$ , %	Показатель точности $p$ , %
$E_p$ . . . . .	$2945 \cdot 10^2$	8	5,25	18,6	1,78	0,63
$E_c$ . . . . .	$2988 \cdot 10^2$	8	10,75	38,0	3,60	1,27
$R_c^E$ . . . . .	4294	10	0,42	1,13	9,79	3,10

Модуль сдвига  $G$  определялся из опытов на изгиб балок с различным отношением высоты к длине по методике, изложенной в работах [2, 3]. Испытаниям подвергались образцы прямоугольного сечения с отношением высоты к длине от 0,075 до 0,2. Нагружение проводилось по схеме балки на двух опорах с сосредоточенной силой посередине. Испытания велись на машине ДИ по шкале с ценой деления 0,5 кг. Прогиб посередине балки измерялся с помощью индикатора часового типа с ценой деления 0,001 мм. Для обжатия образца предварительно давалась нагрузка 10 кг, после чего образец нагружался ступенями через 30 кг. На каждой ступени нагрузки измерялся прогиб. По результатам измерения для трех ступеней вычислялся средний прогиб балки.

По опытным данным методом наименьших квадратов найдено значение параметра [2]  $\beta = \sqrt{\frac{E}{G}} = 2,25$ , откуда  $G = 0,59 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>.

Экспериментальное исследование устойчивости сжатых стержней проводилось на образцах прямоугольного сечения  $10 \times 20$  мм с шарнирно закрепленными концами. Шарнирное крепление осуществлялось с помощью ножевых опор. Концы образца крепились в металлических подпятниках, снабженных подвижными гнездами, а ножевые опоры — к опорным плитам прессы. Центрирование образцов производилось под нагрузкой по методике, изложенной в работе [4]. При внецентренном сжатии образцы тоже предварительно центрировались, после чего с помощью индикатора часового типа с ценой деления 0,01 мм устанавливался необходимый эксцентриситет. Испытания проводились на гидравлическом прессе при скорости нагружения 200 кг/см<sup>2</sup>·мин. В результате испытаний определены критические сжимающие силы для стержней различных гибкостей как при центральном сжатии, так и при наличии эксцентриситетов.

Так как образцы подвергались точному центрированию, то при центральном сжатии в начале нагружения почти не отмечалось отклонения от прямолинейной формы. Отклонения становились большими, когда нагрузка приближалась к критической и отличалась от нее примерно на 5—10%. В отдельных случаях (около 20%) образцы теряли устойчивость «хлопком». Индикаторы, установленные с двух сторон образца, в этих случаях не показывали отклонения вплоть до потери устойчивости. Визуальные наблюдения показали, что при достижении максимального значения нагрузка резко падает. Эта нагрузка принималась за критическую. Как показано в работе [5], при небольших скоростях нагружения определение критической нагрузки как максимальной имеет наибольший физический смысл. Кроме того, ее легче всего определить из опыта.



При наличии эксцентриситета отклонение образца от первоначальной прямолинейной формы наблюдается с самого начала нагружения. Чем больше эксцентриситет, тем интенсивнее растет прогиб. Во всех случаях при достижении максимального значения нагрузка падает, а скорость нарастания прогиба приобретает лавинообразный характер. Поэтому и при эксцентричном сжатии за предельную нагрузку принималась наибольшая.

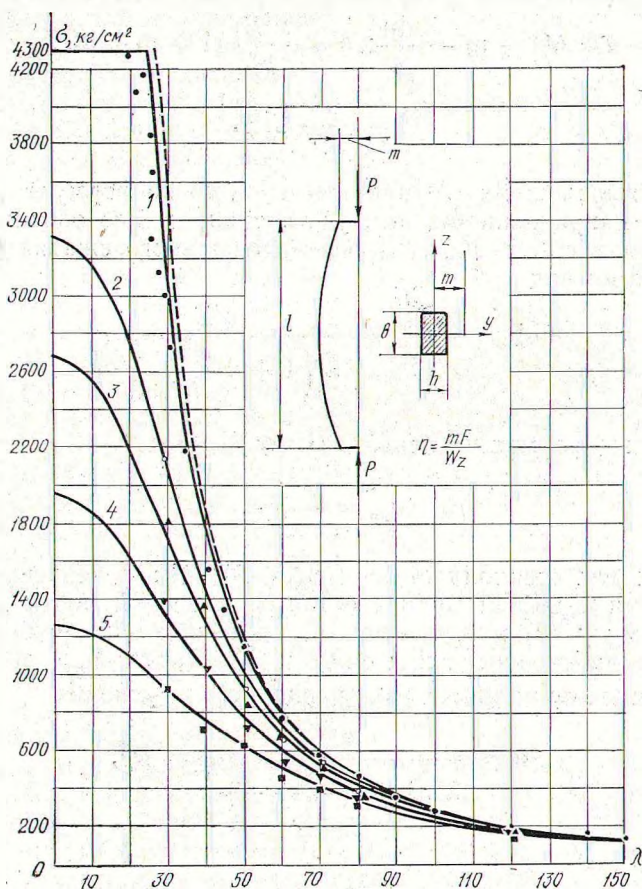


Рис. 1. Результаты экспериментальных исследований центрально и внецентренно сжатых стержней:

1—5— $\eta=0, 0,3; 0,6; 1,2; 2,4$  соответственно.

Все испытания проводились в помещении, в котором колебания температуры не превышали  $\pm 1^\circ\text{C}$ . Среднее значение температуры равнялось  $18^\circ$ . Деформативные свойства стеклопластика мало чувствительны к небольшим изменениям температуры [2], поэтому колебания температуры не могли существенно сказаться на точности испытаний. Относительная влажность воздуха колебалась в пределах  $\pm 3\%$  и была равна  $52\%$ .

Результаты испытаний центрально и внецентренно сжатых стержней приведены на рис. 1. На этом же рисунке показаны теоретические зависимости критических напряжений от гибкости стержня и величины

эксцентриситета. Эти зависимости были получены в работе [6]. Если в выражениях (6) и (7) работы [6] учесть, что  $P = \sigma F$ , и перейти к предельному случаю, получим значение критического напряжения

$$\sigma_{кр}^* = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (1)$$

где  $\sigma_{кр}^*$  — критическое напряжение с учетом деформации сдвигов;

$$a = \alpha(1 + \eta) - \frac{4\eta}{\pi}; \quad b = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} (1 + \eta) + \alpha R_c^E; \\ c = \frac{\pi^2}{\lambda^2} ER_c^E. \quad (2)$$

Если в выражениях (2) принять  $\alpha = 1$ , то по формуле (1) получим критическое напряжение  $\sigma_{кр}$  без учета сдвигов. Все обозначения здесь такие же, как в работе [6]. В случае центрального сжатия ( $\eta = 0$ ) формула (1) примет вид

$$\sigma_{кр}^* = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2 \alpha} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2 \left( 1 + k \frac{\pi^2}{\lambda^2} \frac{E}{G} \right)} \quad (3)$$

или без учета деформации сдвигов ( $G = \infty$ )

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (4)$$

Так как для стеклопластика СВМ-ЭР (1:1) зависимость между напряжениями и деформациями остается линейной почти до разрушения, то формулу (3) можно считать справедливой, пока  $\sigma_{кр}$  не достигнет предела прочности при сжатии  $R_c^E$ . Предельная гибкость, соответствующая этому напряжению, определится из условия

$$\sigma = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2 \left( 1 + k \frac{\pi^2}{\lambda_{пр}^2} \frac{E}{G} \right)} = R_c^E,$$

откуда

$$\lambda_{пр} = \pi \sqrt{\frac{E}{R_c^E} - k \frac{E}{G}}. \quad (5)$$

Для стеклопластика СВМ-ЭР (1:1)

$$\lambda_{пр} = 3,14 \sqrt{\frac{2,97 \cdot 10^5}{4294} - 1,5 \frac{2,97 \cdot 10^5}{0,59 \cdot 10^5}} = 24,6.$$

При гибкостях, меньших предельных  $\lambda < \lambda_{пр}$ , происходит потеря прочности и график на рис. 1 при  $\eta = 0$  на этом участке изобразится прямой, параллельной оси  $\lambda$ .

Надо отметить, что при  $\sigma_{кр}$ , большем предела пропорциональности, более правильным было бы вести расчет по касательному модулю. Но так как предел пропорциональности для стеклопластиков мало отличается от предела прочности, то определение касательного модуля в



этом промежутке практически очень затруднительно. К тому же при напряжениях, близких к пределу прочности, результаты будут в значительной степени зависеть от продолжительности эксперимента, так как будут накладываться упруго-вязкие деформации, зависящие от времени. Если же принять, что прямолинейная зависимость между напряжением и деформацией сохраняется вплоть до предела прочности, то ошибка, вносимая этим допущением, будет незначительной. Разница между пределом пропорциональности и прочностью для СВМ-ЭР (1:1) равна 3—5%. Следовательно, разница между критическим напряжением, определенным по касательному модулю и по зависимости, принятой в настоящей работе, будет еще меньше. Поэтому принятое допущение можно считать вполне оправданным.

На рис. 1 сплошными линиями показаны зависимости  $\sigma_{кр}^*(\lambda)$  для различных значений относительного эксцентриситета  $\eta$ , построенные по формуле (1). Для случая  $\eta=0$  штриховой линией показана зависимость  $\sigma_{кр}(\lambda)$ , построенная по формуле (4), т. е. без учета деформации сдвигов. Из рис. 1 видно, что при  $\eta=0$  опытные точки значительно лучше соответствуют кривой  $\sigma_{кр}^*(\lambda)$ , чем кривой  $\sigma_{кр}(\lambda)$ . Сумма квадратов отклонений опытных значений критических напряжений от  $\sigma_{кр}^*(\lambda)$  в 5,2 раза больше, чем от  $\sigma_{кр}(\lambda)$ , что свидетельствует о необходимости учитывать влияние деформации сдвигов на величину критического напряжения.

Эксперименты, проведенные при относительных эксцентриситетах  $\eta=0,3; 0,6; 1,2; 2,4$ , показали хорошее совпадение (см. рис. 1) с теоретическими зависимостями  $\sigma_{кр}^*(\lambda)$ , построенными по формуле (1). Но установить в этом случае соответствие опытных точек кривой  $\sigma_{кр}^*(\lambda)$  или  $\sigma_{кр}(\lambda)$  не удалось, так как влияние поперечных сдвигов на величину мгновенного критического напряжения с увеличением эксцентриситета уменьшается и кривые  $\sigma_{кр}^*(\lambda)$  и  $\sigma_{кр}(\lambda)$  почти совпадают. Поэтому на рис. 1 показаны только кривые  $\sigma_{кр}^*(\lambda)$ .

В том, что влияние сдвигов на величину критического напряжения интенсивно уменьшается с увеличением эксцентриситета, легко убедиться, проанализировав отношение  $\frac{\sigma_{кр}^*}{\sigma_{кр}}$  согласно формуле (1). Так,

для гибкости  $\lambda=25$  в случае центрального сжатия  $\sigma_{кр}^* = 0,893\sigma_{кр}$ ; при относительном эксцентриситете  $\eta=0,1$   $\sigma_{кр}^* = 0,956\sigma_{кр}$ ; при  $\eta=0,3$   $\sigma_{кр}^* = 0,978\sigma_{кр}$ . Таким образом, даже для малой гибкости, близкой к предельной, для которой влияние деформации сдвигов наиболее существенно, поправка, вносимая учетом сдвигов, при относительном эксцентриситете  $\eta > 0,3$  не превышает 3%.

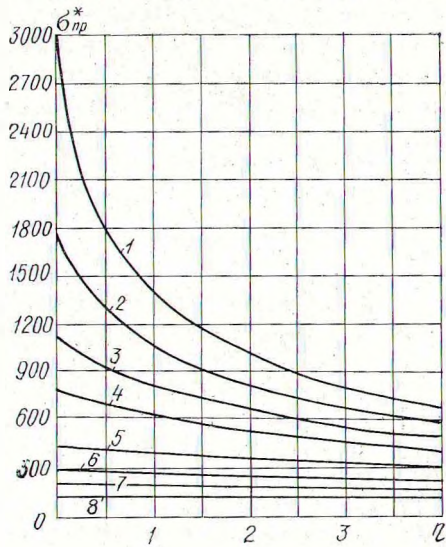


Рис. 2. Зависимость критического напряжения от величины эксцентриситета и гибкости:

1—8— $\lambda=30, 40, 50, 60, 80, 100, 120, 150$  соответственно.

То же можно наблюдать и у стеклопластиков с большим отношением  $\frac{E}{G}$ . В работе [6] приведены результаты внецентренного сжатия однонаправленного стеклопластика, для которого  $\frac{E}{G} = 20,42$ . Анализируя отношение  $\frac{\sigma_{кр}^*}{\sigma_{кр}}$  для этого стеклопластика согласно формуле (1), приходим к следующим результатам: для гибкости, близкой к предельной,  $\lambda = 35$  в случае центрального сжатия  $\sigma_{кр}^* = 0,8020\sigma_{кр}$ ; при относительном эксцентриситете  $\eta = 0,1$   $\sigma_{кр}^* = 0,9365\sigma_{кр}$ ; при  $\eta = 0,3$   $\sigma_{кр}^* = 0,9548\sigma_{кр}$ ; при  $\eta = 1$   $\sigma_{кр}^* = 0,9771\sigma_{кр}$ . Из приведенных результатов видно, что для однонаправленного стеклопластика при  $\eta = 0,3$  поправка, вносимая учетом сдвигов, не превышает 5%. Это, очевидно, можно объяснить тем, что влияние самого эксцентриситета на величину критического напряжения настолько значительно, что уменьшение критического напряжения за счет деформации сдвига становится несущественным, причем влияние эксцентриситета больше сказывается при небольших гибкостях (рис. 2). С увеличением гибкости кривые  $\sigma_{кр}^* = f(\eta)$  становятся более пологими и при  $\lambda = 120-150$  величина эксцентриситета совсем незначительно сказывается на величине критического напряжения. Из рис. 2 видно, что наибольшее влияние на критическое напряжение оказывают малые эксцентриситеты. Так, относительный эксцентриситет  $\eta = 0,6$  дает снижение критической силы для стержней из стеклопластика СВМ-ЭР (1:1) гибкостью 40 на 30%, относительный эксцентриситет  $\eta = 2,4$  — на 57%. Следовательно, при увеличении эксцентриситета в 4 раза снижение критической силы составляет только  $57/30 = 1,9$ .

### Выводы

1. Наличие эксцентриситета существенно сказывается на величине критического напряжения. Более интенсивное падение критического напряжения наблюдается при малых эксцентриситетах.

2. При центральном сжатии стержней из стеклопластиков и при наличии небольших, случайных эксцентриситетов  $\eta < 0,3$  необходим учет влияния деформации сдвигов на величину критического напряжения. При больших эксцентриситетах  $\eta > 0,3$  влиянием сдвигов практически можно пренебречь.

3. Так как теоретические кривые (см. рис. 1) довольно хорошо совпадают с опытными точками, то формулу (1) можно рекомендовать для определения критических напряжений сжатых стержней из стеклопластика типа СВМ.

### Литература

- [1] Н. Т. Смотрин, В. М. Чебанов. Ползучесть СВМ (5:1) — Б по различным направлениям в плоскости листа при малых напряжениях. «Механика полимеров», 1967, № 1. [2] Ю. М. Горнопольский, А. М. Скудра. Конструкционная прочность и деформативность стеклопластиков. Рига, 1966. [3] Ю. М. Горнопольский, А. В. Розе, В. А. Поляков. Учет сдвигов при изгибе ориентированных стеклопластиков. «Механика полимеров», 1965, № 2. [4] С. С. Макаревич. Устойчивость центрально сжатых стержней из стеклопластика при заданном законе сближения концов стержня. 25 науч.-техн. конф. Белорусск. политехн. ин-та. Мат.-лы секции строит. механики. Минск, 1969. [5] Н. Хофф. Продольный изгиб и устойчивость. М., 1955. [6] С. С. Макаревич. Поведение упруго-вязких стержней при эксцентричном сжатии. 26 науч.-техн. конф. Белорусск. политехн. ин-та. Мат.-лы секции строит. механики. Минск, 1970.