УДК 674.815–41:536.2

А.В.НОВОСЕЛЬСКИЙ, канд.техн.наук,
В.М.САЦУРА, канд.техн.наук (БТИ)

К ВОПРОСУ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА ПРИ ГОРЯЧЕМ ПРЕССОВАНИИ ДРЕВЕСНОСТРУЖЕЧНЫХ ПЛИТ

В последние годы большое внимание уделяется решению задач тепломассопереноса в производстве древесностружечных плит с целью повышения их качества и интенсификации процесса производства.

Математические модели процессов тепломассообмена горячего прессования и акклиматизации плит разработаны рядом исследователей [1-4] .Они представляют собой нелинейные краевые задачи, решение которых весьма затруднительно. Это связано со сложным процессом взаимосвязанного тепломассопереноса во влажном капиллярно-пористом теле, особенностью гидравлических и гидродинамических характеристик плит, существенной нелинейностью и анизотропией теплофизических характеристик, зависящих от влажности, температуры, плотности и композиции плиты. Наиболее полное и корректное описание тепломассообменных процессов в производстве древесностружечных плит дано в [5]. С учетом сложности физических моделей тепломассопереноса в капиллярно-пористом теле и последних достижений аналитической теории тепломассообмена имеется возможность совершенствования математических моделей таких процессов.

При выводе дифференциальных уравнений переноса в работе [5] авторы пользуются представлением о непрерывной сплошной среде, в которой, с одной стороны, движение паровоздушной смеси внутри пористого тела подчиняется закону Дарси, а с другой, — диффузионный перенос массы пренебрежимо мал по сравнению с фильтрационным переносом. Кроме того, считается, что скелет пористого тела химически не взаимодействует с паровоздушной смесью.

Реальная пористая среда всегда состоит из древесных частиц (образующих скелет) конечного размера, промежутки между которыми образуют хаотическую систему каналов пустот, которые и являются порами. Относительно пространства, занятого порами, сделаем предположение, что оно статистически однородно и изотропно. Представление пористого тела в виде сплошной среды возможно, если под элементарным макрообъемом для данной среды понимать объем $\Delta\Omega$, включающий достаточно большое количество древесных частиц и пор, но тем не менее малый по сравнению с масштабом рассматриваемых процессов тепломассопереноса. Отсюда следует, что все величины, входящие в уравнение переноса, на самом деле представляют собой соответствующие средние величины по $\Delta\Omega$, и уравнения необходимо выводить, на наш взгляд, не путем составления уравнения баланса массы и тепла для уже усредненных величин, как это сделано в [5], а путем усреднения по $\Delta\Omega$ соответствующих уравнений тепломассопереноса, справедливых для отдельных пор и древесных частиц (скелета пористого тела).

Обозначим через $\rho_п$ локальную плотность паровоздушной смеси. Если обозначить через $\Delta\Omega'$ объем межскелетного пространства в $\Delta\Omega$, а через $\Delta\Omega''$ — объем скелета в нем $(\Delta\Omega = \Delta\Omega' + \Delta\Omega'')$, то уравнение переноса паровоздушной смеси для $\Delta\Omega$ можно записать так:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int\limits_{\Delta\Omega'_н}\rho_п d\Omega = -\int\limits_{\Delta S'_н}\vec{q}_\rho \vec{n} dS = -\int\limits_{\Delta S'_н}\vec{v}\rho_п \vec{n}\, dS + \int\limits_{\Delta S'_н} D\Delta\rho_п \vec{n} dS, \quad (1)$$

где $\Delta S'_н$ — часть внешней поверхности объема $\Delta\Omega$, занятая промежутками между скелетом пористого тела; n — нормаль к $\Delta S'_н$.

При выводе формулы (1) использовано то, что локальная плотность паровоздушной смеси в межскелетном пространстве должна, очевидно, удовлетворять уравнению молекулярной диффузии с конвективным членом

$$\frac{\partial\rho_п}{\partial t} = -\nabla q_\rho; \quad q_\rho = v\rho_п + i_\rho; \quad i_\rho = -D\nabla\rho_п; \ \nabla\vec{v} = 0, \quad (2)$$

где $\vec{v}$ — локальная скорость движения паровоздушной смеси в межскелетном пространстве; D — коэффициент диффузии.

Пусть $\bar{\rho}_п = \int\limits_{\Delta\Omega'}\rho_п d\Omega / \Delta\Omega'$ — средняя по $\Delta\Omega'$ плотность паровоздушной смеси. Тогда, разделив (1) на $\Delta\Omega$, получим

$$m\frac{\partial\bar{\rho}_п}{\partial t} = -(1/\Delta\Omega)\int\limits_{\Delta S'_н}\vec{v}\rho_п \vec{n} dS + (1/\Delta\Omega)\int\limits_{\Delta S'_н} D\nabla\rho_п \vec{n} dS. \quad (3)$$

Здесь $m = \dfrac{\Delta\Omega'}{\Delta\Omega}$ — пористость. Представим скорость $\vec{v}$ в виде суммы средней скорости $\vec{u}$ и скорости пульсаций $\vec{v}_1$, обусловленных случайным характером структуры пористой среды. Тогда уравнение (3) можно переписать в виде

$$m\partial\bar{\rho}_п/dt = -(\vec{u}/\Delta\Omega)\int\limits_{\Delta S'_н}\rho_п \vec{n} dS - (1/\Delta\Omega)\int\limits_{\Delta S'_н}\vec{v}_1\rho_п \vec{n} dS +$$

$$+ (1/\Delta\Omega)\int\limits_{\Delta S'_н} D\nabla\rho_п \vec{n} dS. \quad (4)$$

Покажем теперь, что

$$I' = (1/\Delta\Omega)\int\limits_{\Delta S'_н} D\nabla\rho_п \vec{n} dS = m\nabla(D\nabla\bar{\rho}_п); \quad (5)$$

$$I'' = (1/\Delta\Omega)\vec{u}\int\limits_{\Delta S'_н} D\nabla\rho_п \vec{n} dS + (1/\Delta\Omega)\int\limits_{\Delta S'_н}\rho_п \vec{v}\vec{n} dS =$$

$$= [\vec{u}\nabla(\overline{\rho_п \vec{v}_1})]\, m, \quad (6)$$

где черта сверху означает осреднение по $\Delta\Omega'$. Рассмотрим I'_i. Пусть элементарный макрообъем представляет собой параллелепипед с гранями $\Delta x_1, \Delta x_2$, Δx_3, так что $\Delta\Omega = \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3$. Обозначим внешние поверхности $\Delta\Omega$, перпендикулярные соответствующей оси x_i $(i = 1, 2, 3)$, через $\Delta S_i(x_i)$ и ΔS $(x_i + \Delta x_i)$. Тогда

$$\Delta S'_н = m [\sum_{i=1}^{3} \Delta S_i (x_i) + \sum_{i=1}^{3} \Delta S_i (x_i + \Delta x_i)]. \tag{7}$$

Соответственно этому $I' = \sum_{i=1}^{3} I'_i$, где I'_i — частичный интеграл I' по граням поверхности $\Delta S'_н$, перпендикулярным оси x_i. Рассмотрим I'_1. С учетом того, что $\Delta S'_1 = m\Delta x_2 \Delta x_3$, он запишется следующим образом:

$$I'_1 = (m/\Delta x_1) [(1/\Delta S'_1) \int_{\Delta S'_1 (x_1 + \Delta x_1)} D \nabla \rho_п \vec{i}_1 dS - (1/\Delta S'_1) \int_{\Delta S'_1 (x_1)} D \nabla \rho_п \vec{i} dS, \tag{8}$$

где $\vec{i}_1$ — единичный вектор в направлении x_i.

Используя правила усреднения [6,7] и условие эквивалентности осреднения по плотности и объему, имеем

$$I'_1 = \frac{m}{\Delta x_1} (\frac{\partial}{\partial x_1} (D \frac{\partial \rho_п}{\partial x_1}) \Delta x_1) = \frac{\partial}{\partial x_1} (D \frac{\partial c}{\partial x_1}) m. \tag{9}$$

Аналогично обозначаются и I'_2, I'_3, что даст уравнение (4). Подобным образом доказывается соотношение (5).

Таким образом, из уравнений (3) – (6) для единицы объема пористой среды получаем следующее усредненное уравнение переноса общего вида:

$$m \frac{\partial \rho_п}{\partial t} + m\vec{u} \nabla \rho_п = -m \nabla (\overline{\rho_п \vec{v}_1}) + m \nabla (D \nabla \rho_п). \tag{10}$$

Первый член в правой части (10) описывает дополнительный пульсационный перенос массы в поровом пространстве, обусловленный хаотичностью его структуры. Этот член получил название [8] механической дисперсии (или конвективной диффузии) в пористой среде. При этом

$$|\nabla (\overline{\rho_п \vec{v}_1})| = - \sum_{i,j} \frac{\partial}{\partial x_i} (D_{ij} \frac{\partial \rho_п}{\partial x_j}), \tag{11}$$

где D_{ij} — коэффициент дисперсии в пористой среде, зависящий от средней скорости, который в общем случае является тензором второго ранга. В одномерном случае D_{ij} соответствует коэффициенту продольной конвективной диффузии.

Зависимость D_{ij} от $\vec{u}$ исследована для несорбирующих изотропных пористых сред в областях, где выполняется линейный закон фильтрации Дарси или квадратичный закон фильтрации. Этот коэффициент выражается так [9]:

$$D_{ij} = (\lambda_1 - \lambda_2) |\vec{u}| / \delta_{ij} + \lambda_2 u_i u_j / |\vec{u}|, \tag{12}$$

где λ_1, λ_2 — коэффициенты продольного и поперечного перемешивания; δ_{ij} — символ Кронекера.

При достаточно больших t точное уравнение может быть преобразовано в систему (2.13) [5].

Процесс переноса влаги в объеме макропор и в системе капиллярных каналов скелета пористого тела, где влага находится в жидком состоянии при температуре, равной температуре скелета, локальное уравнение влагопереноса имеет вид

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \Phi (P_s, P_п, \rho_{ск}), \tag{13}$$

где W — количество влаги в единице объема; P_s — давление насыщения; $P_п$ — парциальное давление паровоздушной смеси; $\rho_{ск}$ — плотность скелета; Φ — в общем случае является некоторым интегродифференциальным оператором, зависящим от условий термодинамического равновесия, размеров и формы древесных частиц.

Тогда согласно [5] уравнение влагосодержания имеет вид

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \beta (P_п - P_s). \tag{14}$$

Перенос энергии в пористом пакете определяется механизмом теплопроводности, а также конвекцией вследствие движения паровоздушной смеси в порах пакета с учетом тепловых эффектов, сопровождающих процессы испарения влаги и конденсации пара на поверхности пор.

Уравнение теплопроводности для скелета пористого тела [5]

$$[(1-m) C_{ск} \rho_{ск} + C_в W] \frac{\partial T_{ск}}{\partial t} = (1-m) (\lambda_x \frac{\partial T_{ск}}{\partial x^2} +$$

$$+ \lambda_y \frac{\partial T_{ск}}{\partial y^2}) + q_v^{ск}, \tag{15}$$

где $C_{ск}$, $\rho_{ск}$ — соответственно удельная массовая теплоемкость и плотность сухого скелета пористого тела; $C_в$ — удельная массовая теплоемкость влаги; λ_x, λ_y — коэффициент теплопроводности скелета пористого тела в направлении осей x и y = $q_v^{ск}$ — интенсивность объемного энерговыделения:

$$q_v^{ск} = q_1^{ск} + q_2^{ск} = a_v (T - T_{ск}) + r \frac{\partial W}{\partial t}, \tag{16}$$

где r — теплота фазового перехода.

В порах пакета перенос энергии определяется механизмом конвекции, причем также с учетом тепловых эффектов сопровождающих процессы испарения и конденсации на поверхности пор. Для паровоздушной смеси в поровом пространстве уравнение притока тепла имеет вид

$$C\frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla\vec{q}_1 + q_V^{п};\quad q_1 = C\vec{v}T + \vec{i};\quad \vec{i} = -\lambda\nabla T. \tag{17}$$

Здесь C — теплоемкость паровоздушной смеси; λ — коэффициент теплопроводности паровоздушной смеси.

Чтобы получить уравнение энергии для паровоздушной смеси, нужно усреднить уравнение (17) по $\Delta\Omega$. Усредняя (17) по $\Delta\Omega$, с учетом того что объем занятий паровоздушной смесью каналов (пор) — $\Delta\Omega'$, получаем

$$\frac{1}{\Delta\Omega}\int_{\Delta\Omega'} C\frac{\partial T}{\partial t}d\Omega = mc\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta\Omega}\int_{\Delta S'}\vec{q}_1\vec{n}dS + \frac{1}{\Delta\Omega}\int_{\Delta\Omega'} q_V^{п}\,d\Omega. \tag{18}$$

Разобъем поверхность $\Delta S'$ на внутреннюю $\Delta S'_в$ (граница между порами и скелетом в $\Delta\Omega'$) и наружную $\Delta S_н$. Тогда интеграл по $\Delta S'$ в (18) можно записать

$$\int_{\Delta S'}\vec{q}_1\vec{n}dS = \int_{\Delta S'_в} C\vec{v}T\vec{n}dS + \int_{\Delta S'_в}\vec{i}\vec{n}dS + \int_{\Delta S'_н} C\vec{v}T\vec{n}dS + \int_{\Delta S'_н}\vec{i}\vec{n}dS. \tag{19}$$

Первые два интеграла дают количество тепла, перетекающего от паровоздушной смеси к скелету пористого тела в $\Delta\Omega$ единицу времени $\int_{\Delta S'_в} C\vec{v}T\vec{n}dS = 0$, так как на $\Delta S'_в$ скорость $\vec{v}$, фактически равна нулю (древесные частицы скелета малопроницаемы). Последние два интеграла можно преобразовать по формулам (5) и (6). Получаем из (18) следующее усредненное уравнение энергии для паровоздушной смеси в единице объема пористой среды:

$$C\frac{\partial\rho_п T}{\partial t} + mC\vec{u}\nabla\rho_п T = -mC\nabla(\rho_п\overline{T\vec{v}_1}) + \nabla(\lambda\nabla T) + \frac{1}{\Delta\Omega}\int q_V^{п}\,d\Omega. \tag{20}$$

Таким образом, система уравнений переноса тепла, массы при контактном нагреве влажного пористого тела состоит из уравнений (10), (12), (13), (14), (20) при граничных условиях I рода.

Предложенная модель процесса тепломассопереноса при горячем прессовании древесностружечных плит наиболее полно и точно учитывает все процессы, протекающие при этом. Преимуществом данной математической модели является то, что она составлена без дополнительных упрощений и допущений и пригодна для инженерного использования.

На основании этой модели могут быть предложены вариационные принципы расчета процессов тепломассопереноса при изготовлении древесностружечных плит.

Предложенная математическая модель может быть использована для оптимизации процесса и научного обоснования режимов горячего прессования древесных плит.

ЛИТЕРАТУРА

1. Денисов О.Б. Исследование процесса и расчет продолжительности прессования древесностружечных плит. Автореф. дис. ...канд.техн.наук. — Красноярск, 1966. — 22 с. 2. Шварцман Г.М. Тепловые свойства древесностружечных плит. — Деревообрабатывающая промышленность, 1970, № 7, с. 8–9. 3. Отлев И.А. К методике разработки режимов прессования древесностружечных плит. — Деревообрабатывающая промышленность, 1972, № 5, с. 5–7. 4. Обливин А.Н., Купцова В.М. Численное решение задачи тепломассопереноса во влажном пористом теле. — ИФЖ, 1976, т. XXX № 3, с. 415–423. 5. Обливин А.Н., Воскресенский А.К., Семенов Ю.П. Тепло- и массоперенос в процессе прессования древесностружечных плит. — М.: Лесная пром-сть, 1978, — 192 с. 6. Кочин Н.Б., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. — М.: Гостехиздат. Т. II, 1948. — 560 с. 7. Бай-Ши-И. Турбулентное течение жидкостей и газов. — М.: Изд-во иностр. лит. 1960. — 346 с. 8. Шейдеггер А.Э. Физика течения через пористые среды. — М.: Гостоптехиздат, 1960. — 249 с. 9. Берд Р., Стюарт, Лайфут Е. Явления лереноса. — М.: Химия, 1974. — 688 с.