

## ДЕФОРМАТИВНЫЕ СВОЙСТВА СТРУКТУРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДРЕВЕСИНЫ

Прочность и деформативность древесины в главных направлениях в основном определяются слоями древесного вещества, ориентированными в этих направлениях. В соответствии с этим положением строятся модели, позволяющие с той или иной степенью точности прогнозировать свойства композиций на основе древесины [1] – [3]. Недостатком этих моделей является то, что они не учитывают стеснение поперечных деформаций как в натуральной древесине, так и в композиции, например в модифицированной древесине. Очевидно, этот факт приводит к тому, что согласно теоретическому анализу [4] по приведенным моделям коэффициенты поперечных деформаций  $\mu$  при модифицировании древесины растут, если соответствующие  $\mu$  исходной древесины меньше, чем  $\mu$  наполнителя, в противном случае – уменьшаются; в то время как согласно эксперименту [5] и в том и в другом случаях коэффициенты поперечных деформаций растут. Для объяснения этого несоответствия необходимо уточнение модели натуральной древесины.

Будем рассматривать древесину как пространственную трубчато-пластинчатую конструкцию [1]. Размеры всех граней объема древесины, выделенного главными плоскостями симметрии, будем считать равными единице. Выберем прямоугольную систему координат  $x_1, x_2, x_3$ . При этом ось  $x_1$  направим вдоль волокон, оси  $x_2$  и  $x_3$  – соответственно в тангенциальном и радиальном направлениях (рис. 1). Размер слоев, ориентированных в тангенциальном направлении, обозначим  $\eta_T$ ; а в радиальном –  $\eta_R$ . Тогда отношение объема, занимаемого древесным веществом, к объему древесины будет равно

$$k_0 = \frac{\rho}{\rho_0} = \eta_T + \eta_R - \eta_T \eta_R, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность древесины;  $\rho_0$  – плотность древесного вещества, равная 1530 кг/м<sup>3</sup> [6].

Введем следующее обозначение для напряжений и деформаций. Если у напряжения или деформации стоит один индекс, то они относятся к древесине в целом, а индекс указывает их направление; если два индекса, то первый индекс (буквенный) указывает, к какому слою они относятся, а второй – их направление. Упругие податливости обозначим так же, как и в работе [3]. Причем, если у податливости отсутствует буквенный индекс, то она относится к древесине в целом; если имеется буквенный индекс, то он указывает, к какому слою относится данная податливость.

Согласно принятой модели можно положить, что

$$\left. \begin{aligned} S_{T22} = S_{R33}, S_{T33} = S_{R22}, S_{T11} = S_{R11} = S_{A11}; \\ S_{T21} = S_{R31}, S_{T31} = S_{R21}, S_{T32} = S_{R23}, S_{T23} = S_{R32}; \\ S_{R55} = S_{T66}, S_{R66} = S_{T55}, S_{R44} = S_{T44} = S_{A44}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

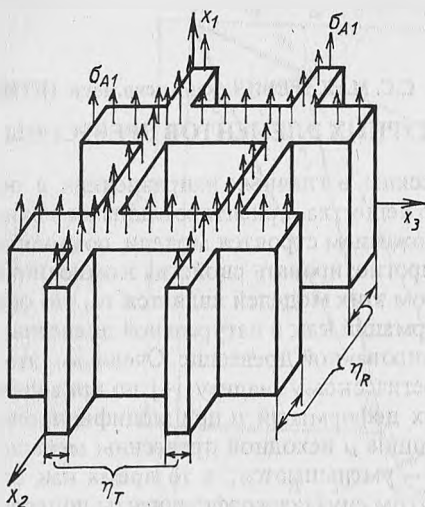


Рис. 1. Модель древесины

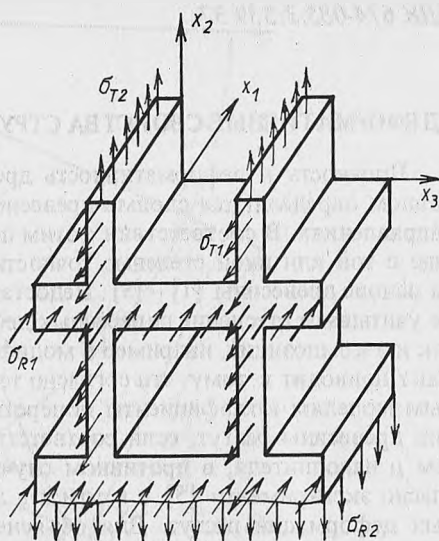


Рис. 2. Распределение напряжений при нагружении в тангенциальном направлении

а в соответствии с упругим потенциалом

$$S_{Rij} = S_{Rji}, S_{Tij} = S_{Tji}, S_{ij} = S_{ji}.$$

Для определения податливостей, связанных с направлением  $x_1$ , рассмотрим нагружение древесины вдоль волокон напряжением  $\sigma_1$  (рис. 1). Тогда напряжение в слоях древесного вещества, ориентированных вдоль волокон, будет равно

$$\sigma_{A1} = \frac{\sigma_1}{k_0}. \quad (3)$$

Запишем уравнения совместности деформаций в главных направлениях

$$\left. \begin{aligned} S_{A11}\sigma_{A1} &= S_{11}\sigma_1; \\ S_{T21}\sigma_{A1} + S_{R21}\sigma_{A1}\eta_R &= S_{21}\sigma_1; \\ S_{R31}\sigma_{A1} + S_{T31}\sigma_{A1}\eta_T &= S_{31}\sigma_1. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Из уравнений (4) с учетом (2) и (3) получим

$$S_{A11} = S_{11}k_0; \quad (5)$$

$$S_{R31} = S_{T21} = \frac{S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T}{\eta_R - \eta_T} k_0; \quad (6)$$

$$S_{T31} = S_{R21} = \frac{S_{21} - S_{31}}{\eta_R - \eta_T} k_0. \quad (7)$$

А теперь рассмотрим нагружение древесины в тангенциальном направлении напряжением  $\sigma_2$ , т.е. напряжением, параллельным оси  $x_2$  (рис. 2). Как видно из рисунка, согласно выбранной модели

$$\sigma_{T2} = \frac{\sigma_2}{\eta_T}, \quad \sigma_{R2} = \sigma_2. \quad (8)$$

Таким образом, напряжение в слоях древесного вещества, ориентированных в тангенциальном направлении, будет больше, чем напряжение в слоях, ориентированных в радиальном направлении, т.е.  $\sigma_{T2} > \sigma_{R2}$ . Поэтому поперечные деформации этих слоев в направлении оси  $x_1$  будут разными, т.е. поперечные деформации будут стеснены. Следовательно, возникнут дополнительные напряжения  $\sigma_{T1}$  и  $\sigma_{R1}$ .

Запишем уравнения совместности деформаций для главных направлений:

$$S_{T11}\sigma_{T1} + S_{T12}\sigma_{T2} = S_{12}\sigma_2; \quad (9)$$

$$-S_{R11}\sigma_{R1} + S_{R12}\sigma_{R2} = S_{12}\sigma_2; \quad (10)$$

$$S_{T22}\sigma_{T2} + S_{T21}\sigma_{T1} + (S_{R22}\sigma_{R2} - S_{R21}\sigma_{R1})\eta_R = S_{22}\sigma_2; \quad (11)$$

$$-S_{R31}\sigma_{R1} + S_{R32}\sigma_{R2} + (S_{T32}\sigma_{T2} + S_{T31}\sigma_{T1})\eta_T = S_{32}\sigma_2. \quad (12)$$

Учитывая, что  $S_{T12} = S_{T21}$  и  $S_{R12} = S_{R21}$ , из уравнений (8), (9) и (10) найдем

$$\sigma_{T1} = \frac{S_{12}\eta_T - S_{T21}}{S_{T11}\eta_T} \sigma_2; \quad \sigma_{R1} = \frac{S_{R21} - S_{12}}{S_{R11}} \sigma_2. \quad (13)$$

Подставим (5)–(7) и (13) в уравнения (11), (12) и сократим на  $\sigma_2$ :

$$S_{T22} \frac{1}{\eta_T} + \frac{(S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T) [S_{21}\eta_T(\eta_R - \eta_T) - (S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T)k_0]}{S_{11}\eta_T(\eta_R - \eta_T)^2} +$$

$$+ S_{R22}\eta_R - \frac{(S_{21} - S_{31}) [(S_{21} - S_{31})k_0 - S_{21}(\eta_R - \eta_T)]}{S_{11}(\eta_R - \eta_T)^2} \eta_R = S_{22}; \quad (14)$$

$$S_{R32} - \frac{(S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T) [(S_{21} - S_{31})k_0 - S_{21}(\eta_R - \eta_T)]}{S_{11}(\eta_R - \eta_T)^2} +$$

$$+ S_{T32} + \frac{(S_{21} - S_{31}) [S_{21}\eta_T(\eta_R - \eta_T) - (S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T)k_0]}{S_{11}(\eta_R - \eta_T)^2} = S_{32}. \quad (15)$$

Прикладывая напряжение в радиальном направлении и записывая уравнения совместности деформаций, получим зависимости, аналогичные (14) и (15), т. е.

$$S_{R33} \frac{1}{\eta_R} + \frac{(S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T) [S_{31}\eta_R (\eta_R - \eta_T) - (S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T) k_0]}{S_{11}\eta_R (\eta_R - \eta_T)^2} + S_{T33}\eta_T - \frac{(S_{21} - S_{31}) [(S_{21} - S_{31}) k_0 - S_{31} (\eta_R - \eta_T)]}{S_{11} (\eta_R - \eta_T)^2} \eta_T = S_{33}; \quad (16)$$

$$S_{T23} \frac{(S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T) [(S_{21} - S_{31}) k_0 - S_{31} (\eta_R - \eta_T)]}{S_{11} (\eta_R - \eta_T)^2} + S_{R23} + \frac{(S_{21} - S_{31}) [S_{31}\eta_R (\eta_R - \eta_T) - (S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T) k_0]}{S_{11} (\eta_R - \eta_T)^2} = S_{23}. \quad (17)$$

Исключая из уравнений (14) и (16) податливости  $S_{T22} = S_{R33}$  и  $S_{R22} = S_{T33}$ , получим

$$\frac{S_{21}^2}{S_{11}} \eta_T - \frac{S_{31}^2}{S_{11}} \eta_R = S_{22}\eta_T - S_{33}\eta_R. \quad (18)$$

Решим уравнение (18) совместно с уравнением (1). В результате получим  $\eta_T$  и  $\eta_R$ , определяющие размеры слоев древесного вещества, ориентированных в тангенциальном и радиальном направлениях:

$$\eta_T = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4k_0 bc}}{2b}; \quad \eta_R = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4k_0 bc}}{2c}, \quad (19)$$

где

$$a = S_{22} + S_{33} \frac{S_{21}^2}{S_{11}} - \frac{S_{31}^2}{S_{11}}; \quad b = S_{22} - \frac{S_{21}^2}{S_{11}}; \\ c = S_{33} - \frac{S_{31}^2}{S_{11}}.$$

Анализ показывает, что значениями  $S_{21}^2/S_{11}$  и  $S_{31}^2/S_{11}$  можно пренебречь по сравнению с  $S_{22}$  и  $S_{33}$ . Тогда коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$  значительно упростятся и будут иметь значения, полученные в работе [2]. Учитывая особенности строения клеточных стенок древесины, с достаточной достоверностью можно принять, что

$$\frac{S_{R22}}{S_{T22}} = \frac{S_{R21}}{S_{T21}}. \quad (20)$$

Тогда из уравнений (4) и (16) с учетом (19) и (20) получим

$$S_{T22} = S_{R33} = \frac{A}{D} (S_{31}\eta_R - S_{21}\eta_T); \quad (21)$$

$$S_{T33} = S_{R22} = \frac{A}{D} (S_{21} - S_{31}), \quad (22)$$

где

$$A = S_{22}\eta_T - \frac{S_{21}^2}{S_{11}}\eta_T + \frac{S_{T21}^2}{S_{11}k_0} + \frac{S_{T31}^2}{S_{11}k_0} = S_{33}\eta_R - \frac{S_{31}^2}{S_{11}}\eta_R + \\ + \frac{S_{R31}^2}{S_{11}k_0} + \frac{S_{R21}^2}{S_{11}k_0};$$

$$D = S_{31}\eta_R (1 - \eta_T) - S_{21}\eta_T (1 - \eta_R).$$

Податливости  $S_{R32}$  и  $S_{T32}$  можно определить из уравнения (15) или (17), если учесть, что для принятой модели  $S_{R32} = S_{T23}$ :

$$S_{R32} = S_{T23} = \frac{S_{32}}{2} - \frac{S_{31}S_{21}}{2S_{11}} + \frac{S_{R31}S_{R21}}{S_{11}k_0}. \quad (23)$$

Для определения податливостей при сдвиге рассмотрим элемент древесины, на который в сечении, параллельном плоскости  $x_2x_3$ , действуют напряжения  $\tau_{13}$ . Связь между напряжениями, действующими на слои древесного вещества и на древесину в целом, запишется следующим образом:

$$\tau_{R13}\eta_R + \tau_{T13}\eta_T = \tau_{13}. \quad (24)$$

Будем считать деформации сдвига всех слоев в плоскости  $x_1x_3$  одинаковыми

$$\gamma_{R13} = \gamma_{T13} = \gamma_{13}. \quad (25)$$

Согласно закону Гука

$$\tau_{R13} = \gamma_{R13}G_{R13}, \quad \tau_{T13} = \gamma_{T13}G_{T13}, \quad \tau_{13} = \gamma_{13}G_{13}, \quad (26)$$

где  $G_{R13}$ ,  $G_{T13}$ ,  $G_{13}$  — модули сдвига слоев и древесины в целом. Подставляя (26) в (24) и учитывая (25), получим

$$G_{R13}\eta_R + G_{T13}\eta_T = G_{13}. \quad (27)$$

При сдвиге в плоскости  $x_1x_2$  аналогичное уравнение будет иметь вид

$$G_{R12}\eta_R + G_{T12}\eta_T = G_{12}. \quad (28)$$

Если учесть, что согласно принятой модели  $G_{R13} = G_{T12}$ ,  $G_{T13} = G_{R12}$ , то из уравнений (27) и (28) будем иметь

$$G_{R13} = \frac{G_{13}\eta_R - G_{12}\eta_T}{\eta_R^2 - \eta_T^2} ; G_{T13} = \frac{G_{12}\eta_R - G_{13}\eta_T}{\eta_R^2 - \eta_T^2} . \quad (29)$$

Переходя к податливости, можно выражения (29) записать

$$S_{R55} = \frac{S_{55}S_{66}(\eta_R^2 - \eta_T^2)}{S_{66}\eta_R - S_{55}\eta_T} ; S_{T55} = \frac{S_{55}S_{66}(\eta_R^2 - \eta_T^2)}{S_{55}\eta_R - S_{66}\eta_T} . \quad (30)$$

Для определения податливостей  $S_{R44}$  и  $S_{T44}$  рассмотрим сдвиг в плоскости  $x_2x_3$ . Напряжения, действующие в сечении, параллельном плоскости  $x_1x_3$ , дают равнодействующую силу  $Q$ . Так как  $S_{R44} = S_{T44}$ , то абсолютный сдвиг всех слоев, лежащих в плоскости  $x_2x_3$ , будет равен

$$\Delta s_A = \frac{Q}{G_{R23} F_A} , \quad (31)$$

где  $F_A = Fk_0$  — площадь слоев древесного вещества, расположенных в сечении, перпендикулярном оси  $x_1$ . В целом для древесины

$$\Delta s = \frac{Q}{G_{23} F} . \quad (32)$$

Учитывая, что  $\Delta s_A = \Delta s$ , из уравнений (31) и (32) найдем

$$G_{R23} = G_{T23} = \frac{G_{23}}{k_0} . \quad (33)$$

Переходя к податливости, выражение (33) можно записать

$$S_{R44} = S_{T44} = S_{44} k_0 . \quad (34)$$

Таким образом, формулы (5)–(7), (21)–(23), (30) и (34) с учетом зависимостей (2) дают возможность получить полные матрицы податливостей для слоев древесины, ориентированных в тангенциальном и радиальном направлениях. Согласно моделям, принятым в работах [1]–[3], предполагалось, что  $S_{T21} = S_{R21}$ ;  $S_{T22} = S_{T33}$ ;  $S_{R33} = S_{R22}$ ;  $S_{R55} = S_{T55}$ ;  $S_{R66} = S_{T66}$ . В соответствии с рассматриваемой моделью  $S_{T21} < S_{R21}$ ;  $S_{T22} < S_{T33}$ ;  $S_{R33} < S_{R22}$ ;  $S_{R55} < S_{T55}$ ;  $S_{T66} < S_{R66}$ , что в большей степени соответствует реальной древесине, а следовательно, позволит точнее прогнозировать свойства композитов на основе древесины.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Макаревич С.С., Любецкий Д.И. Определение модуля упругости модифицированной древесины при сжатии. — В кн.: Модификация древесины синтетическими полимерами. Минск: Выш. шк., 1973, с. 128–136.
- Макаревич С.С., Хвесько Г.М., Любецкий Д.И. Модуль упругости модифицированной древесины при сжатии попе-

рек волокон. — В кн.: Механическая технология древесины. Минск: Выш. шк., 1975, вып. 5, с. 157–162. 3. Р о ц е н с К.А. Технологическое регулирование свойств древесины. — Рига: Зинатне, 1979. — 222 с. 4. Р о ц е н с К.А., Б е р з о н А.В., Г у л б и с Я.К. Особенности свойств модифицированной древесины. — Рига: Зинатне, 1983. — 207 с. 5. Д о р о ж к о А.В., М а к а р е в и ч С.С. Упругие свойства модифицированной древесины при растяжении. — В кн.: Механическая технология древесины. Минск: Выш. шк., 1983, вып. 13, с. 64–66. 6. У г о л е в Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения. — М.: Лесн. пром-сть, 1975. — 383 с.

УДК 674.05

В.И. МИКУЛИНСКИЙ, канд.техн.наук (БТИ)

### ФРЕЗЕРНО-БРУСУЮЩАЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Дальнейшее совершенствование фрезерно-брусующих станков требует проведения специальных исследовательских работ. Их конечной целью является решение технологической задачи: перерабатывать сырье (тонкомерные бревна) на продукцию (брус и технологическую щепу) с заданными производительностью и качеством. При этом учитывается влияние сырья, готовой продукции, оборудования, инструмента, а также технической эксплуатации и обслуживания станка.

Среди этих многих факторов выделим производительность, размеры и качество щепы и бруса в зависимости от параметров инструмента и станка. Это взаимосвязанные факторы, определяющие во многом технико-экономическую эффективность процесса переработки тонкомерных бревен. Резание щепы спиральными фрезами пока изучено недостаточно. Это касается в первую очередь так называемого двухлезвийного резания щепы как в силовом, так и в качественном отношении. Рубка щепы требует, например, одних режимов резания, а формирование поверхности бруса — других. В целом резание толстых стружек на рубительных станках изучено намного меньше, чем тонких стружек на дереворежущих станках.

Процесс рубки щепы сопровождается значительными ударными нагрузками, затрудняющими определение силы резания. В описываемой установке это затруднение преодолевается за счет диска-маховика. Рассмотрим кинематические и динамические условия резания.

Скорость резания

$$V = \frac{2\pi r n}{60 \cdot 1000}, \quad (1)$$

где  $r$  — радиус резания реза, мм;  $n$  — частота вращения диска-маховика,  $\text{мин}^{-1}$ .

Изменение скорости резания за счет радиуса резания не равнозначно изменению за счет частоты вращения. При этом изменяются конфигурация щепы, последовательность работы режущих кромок, угол и дуга контакта, путь реза в древесине. Создается, таким образом, возможность исследовать некоторые вопросы стружкообразования.

Момент инерции диска относительно оси вращения: