В. Г. Дроздовский

О МАКСИМАЛЬНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ УСИЛИЯХ В ТЯГОВОМ КАНАТЕ ПОДВЕСНЫХ КАНАТНЫХ УСТАНОВОК В ПРОЦЕССЕ ПРИЦЕПКИ ГРУЗА К АВТОМАТИЧЕСКОЙ КАРЕТКЕ

Процесс прицепки груза к автоматической каретке является наиболее ответственным этапом работы незамкнутого тягового каната подвесных лесотранспортных установок не только с точки зрения прочности самого каната, но и с точки зрения надежности и долговечности всей установки. В этой связи вопрос о вычислении максимальных величин динамических усилий в рассматриваемом канате представляет значительный практический интерес.

В работе [1] была получена основная расчетная формула для определения динамических усилий (рис. 1), возникающих в незамкнутом тяговом канате в процессе прицепки груза к автоматической каретке. Эта формула имеет вид

$$P_{пр}=P_{к}+\frac{12P_{к}^{3}EF\cos\alpha}{l(12P_{к}^{3}+b^{2}l_{2}EF\cos^{2}\alpha)}\left(vt-\frac{P_{к}t^{2}}{2m}\right), \qquad (1)$$

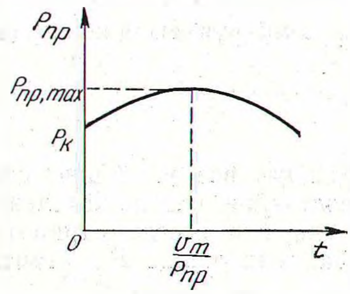

Рис. 1. Зависимость динамических усилий от времени прицепки груза к каретке.

где $P_{пр}$ — динамическое усилие в канате при прицепке груза к каретке;
$P_{к}$ — динамическое усилие в конце вертикального подъема груза к каретке;
EF — жесткость каната при растяжении;
m — масса груза;
v — заданная скорость барабана лебедки;
l — длина пролета от места заклинивания каретки на несущем канате до лебедки;
α — угол наклона хорды тягового каната к горизонту;
q — погонный вес тягового каната, равномерно распределенный по длине пролета;
t — время прицепки груза.

В настоящей статье проводятся исследования указанных усилий, как функции времени t. С целью упрощения математических выкладок и наглядности проводимых рассуждений все остальные параметры примем постоянными и введем для них следующие обозначения:

$$a=\frac{q^{2}l^{3}\cos\alpha}{12P_{к}^{2}},\quad b=\frac{l}{EF\cos\alpha},\quad c=\frac{P_{к}}{m},$$

а в нужных для практических приложений результатах введем вместо принятых обозначений их выражения через параметры установки и каната.

С учетом принятых обозначений и после преобразований формула (1) будет иметь вид

$$P_{\text{пр}} = P_{\text{к}} + \frac{P_{\text{к}}}{bP_{\text{к}} + a}\left(vt - \frac{c}{2}t^2\right). \tag{2}$$

Сначала исследования проведем методом дифференциального исчисления [2]. Как известно, для наличия максимума функции достаточно, чтобы ее первая производная была равна нулю при данном значении аргумента, а вторая производная при том же аргументе была отрицательной. Дифференцируя по t выражение (2) как сумму постоянной $P_{\text{к}}$ и переменной величины, получаем

$$\frac{dP_{\text{пр}}}{dt} = \frac{P_{\text{к}}}{bP_{\text{к}} + a}(v - ct). \tag{3}$$

Отсюда видно, что производная обращается в нуль только лишь при $v - ct = 0$ или когда $t = \frac{v}{c}$. Вычислим вторую производную. Дифференцируя выражение (3) еще раз по t, находим

$$\frac{d^2P_{\text{пр}}}{dt^2} = -\frac{cP_{\text{к}}}{bP_{\text{к}} + a}.$$

Так как все входящие сюда величины a, b, c и $P_{\text{к}}$ по своему смыслу постоянны и положительны, то вторая производная не зависит от времени t и всегда отрицательна. В соответствии с вышеизложенными фактами усилие $P_{\text{пр}}$ становится максимальным в случае

$$t = \frac{v}{c}. \tag{4}$$

Подставляя это значение в формулу (2), имеем

$$P_{\text{пр max}} = P_{\text{к}} + \frac{P_{\text{к}}}{bP_{\text{к}} + a}\left[v\frac{v}{c} - \frac{c}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2\right]$$

и окончательно

$$P_{\text{пр max}} = P_{\text{к}} + \frac{P_{\text{к}}v^2}{2c(bP_{\text{к}} + a)}. \tag{5}$$

Максимальное усилие может быть получено также методом выделения полного квадрата в правой части формулы (2). Выполняя это, запишем

$$P_{\text{пр}} = P_{\text{к}} + \frac{cP_{\text{к}}}{2(bP_{\text{к}} + a)}\left(2\frac{v}{c}t - t^2\right).$$

После преобразований находим

$$P_{\text{пр}} = P_{\text{к}} + \frac{cP_{\text{к}}}{2(bP_{\text{к}} + a)}\left[\frac{v^2}{c^2} - \left(t^2 = 2\frac{v}{c}t + \frac{v^2}{c^2}\right)\right]$$

или

$$P_{\text{пр}} = P_{\text{к}} + \frac{cP_{\text{к}}}{2(bP_{\text{к}} + a)}\left[\frac{v^2}{c^2} - \left(t - \frac{v}{c}\right)^2\right].$$

Окончательно получаем

$$P_{\text{пр}} = \left[P_{\text{к}} + \frac{cP_{\text{к}}}{2(bP_{\text{к}} + a)} \cdot \frac{v^2}{c^2}\right] - \frac{cP_{\text{к}}}{2(bP_{\text{к}} + a)}\left(t - \frac{v}{c}\right)^2.$$

Отсюда видно, что полученная разность имеет максимальное значение, если вычитаемое

$$\frac{cP_{\text{к}}}{2(bP_{\text{к}} + a)}\left(t - \frac{v}{c}\right)^2$$

принимает свое наименьшее возможное значение. Это будет как раз при $t = \frac{v}{c}$. Подставляя в формулу (2) $t = \frac{v}{c}$, приходим к той же самой формуле (5).

Как видим, рассмотренные способы определения максимального динамического усилия примерно схожи по степени сложности математических вычислений.

Полученные формулы для максимального динамического усилия и времени, в которое оно возникает, представим в развернутом виде, внося вместо a, b и c их выражения через параметры установки каната. Имеем

$$t = \frac{vm}{P_{\text{пр}}}, \tag{6}$$

$$P_{\text{пр max}} = P_{\text{к}} \frac{P_{\text{к}} v^2}{2\frac{P_{\text{к}}}{m}\left(\frac{lP_{\text{к}}}{EF\cos\alpha} + \frac{q^2 l^3 \cos\alpha}{12P_{\text{к}}^2}\right)}.$$

Приводя в последнем выражении дроби к общему знаменателю, будем иметь

$$P_{\text{пр max}} = P_{\text{к}} + \frac{P_{\text{к}} v^2}{2\frac{P_{\text{к}} l}{m} \cdot \frac{12P_{\text{к}}^3 + q^2 l^2 EF\cos^2\alpha}{12P_{\text{к}}^2 EF\cos\alpha}}$$

и окончательно

$$P_{\text{пр max}} = P_{\text{к}} + \frac{6P_{\text{к}}^2 v^2 mEF\cos\alpha}{l(12P_{\text{к}}^3 + q^2 l^2 EF\cos\alpha}. \tag{7}$$

Теперь, после проведенных выше вычислений, можно более подробно описать изменение динамических усилий в тяговом канате, возникающих в процессе прицепки груза к каретке, в зависимости от времени t. Это изменение в принципе происходит по параболическому закону, причем старший коэффициент равен

$$-\frac{P_{\text{к}}}{2m} \cdot \frac{12P_{\text{к}}^3 EF\cos\alpha}{l(12P_{\text{к}}^3 + q^2 l^2 EF\cos^2\alpha)^2} = -\frac{6P_{\text{к}}^4 EF\cos\alpha}{ml(12P_{\text{к}}^3 + q^2 l^2 EF\cos^2\alpha)}$$

и является отрицательным. Поэтому ось параболы, определяемой формулой (1), направлена в сторону отрицательных значений $P_{\text{пр}}$ и ее вершина находится в точке с координатами $t = \frac{v}{c}$, $P_{пр} = P_{пр\,max}$.

Статистически график рассматриваемой кривой имеет вид, показанный на рисунке.

Выводы

1. По результатам исследований динамических усилий $P_{пр}$ на экстремум предлагаются формулы для вычисления максимальных динамических усилий в тяговом канате в процессе прицепки груза к автоматической каретке (7) и времени, в которое они возникают (6).

2. Установлено, что изменение динамических усилий в тяговом канате при прицепке груза к автоматической каретке в зависимости от времени прицепки происходит по закону параболы.

Литература

[1] *В. Г. Дроздовский.* Исследование условий снижения динамических усилий в незамкнутом тяговом канате подвесных лесотранспортных установок при прицепке груза к автоматической каретке ЦНИИМЭ, сб. 97. Химки, 1969. [2] *В. И. Смирнов.* Курс высшей математики, т. I. М., 1954.