

Т. П. Анохина, К. Б. Абрамович

МОДЕЛИРОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ ЭЦВМ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ЛЕСОВОЗНОГО АВТОПОЕЗДА ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

Анализ показывает, что одним из основных видов колебаний, которые сопровождаются повышенными динамическими воздействиями систем на дорогу, являются вертикальные колебания, зависящие от степени ровности дорожного покрытия. В связи с этим особое значение приобретает совершенствование исследований вертикальной динамики лесовозных автопоездов.

Использование электронных цифровых и аналоговых вычислительных машин позволило значительно расширить исследования в этой области. Однако при расчетах в качестве возмущающих функций часто используются единичные неровности. Наряду с этим важное значение должно уделяться решению задач о вынужденных колебаниях лесовозных автопоездов при случайных воздействиях дороги. В настоящее время при исследованиях колебаний лесовозных автопоездов и других транспортных систем широко используют спектральную теорию поддрессирования машин [1, 2]. При этом воздействие от дороги принимается случайным и задается в виде случайной функции, которая исчерпывающе характеризуется корреляционной функцией и спектральной плотностью.

Данный метод является оперативным и позволяет производить анализ динамических систем с выбором оптимальных параметров подвески, а также дает возможность проследить воздействие лесовозных автопоездов на дорогу при различных многочисленных расчетных вариантах.

Наряду с данным методом, используется и более точный, также учитывающий вероятностные характеристики случайного воздействия (степень ровности дорожных покрытий), метод непосредственного моделирования с помощью цифровых машин, позволяющий подойти к более правильной оценке плавности хода, выбору оптимальных параметров поддрессирования, а также с большей достоверностью характеризовать воздействие лесовозных автопоездов на дорогу.

В настоящей статье приводится краткое изложение способа решения задачи по исследованию вертикальной динамики лесовозного автопоезда МАЗ-509 + 2-Р-15 при случайных возмущениях. Задача решается с использованием трехмассовой динамической модели [3]. Неподдресоренные массы в расчет не принимаем, элементы подвески имеют линейные характеристики. Масса пакета хлыстов разбивается на три дискретные массы m_1 , m_2 , m_3 . Массы автомобиля M_1 и пакета m_1 приводятся к передней точке подвеса, имеющей приведенную жесткость упругого элемента C_1 . Масса прицепа M_2 и пакета m_2 приводятся к задней точке подвеса, имеющей упругий элемент с приведенной жесткостью, C_2 m_3 сосредоточена в центре тяжести пакета хлыстов. Расстояние между точками подвеса обозначаем L_0 .

При вертикальных колебаниях системы массы $M_1 + m_1$, m_3 и $M_2 + m_2$ имеют перемещения соответственно Z_1 , Z_3 и Z_2 ($m_0 = m_1 + m_2 + m_3$).

Для составления уравнений, описывающих вертикальные колебания лесовозного автопоезда, используем принцип Лагранжа.

Выражения кинетической T , потенциальной Π энергий и диссипативной функции имеют следующий вид:

$$T = \frac{1}{2}(M_1 + m_1 + m_3 \lambda_2^2) \dot{Z}_1^2 + \frac{1}{2}(M_2 + m_2 + m_3 \lambda_1^2) \dot{Z}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{Z}_3^2 + m_3 \lambda_1 \lambda_2 \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + m_3 \lambda_1 \dot{Z}_2 \dot{Z}_3 + m_3 \lambda_2 \dot{Z}_3 \dot{Z}_1; \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c_1 z_1^2 - c_1 z_1 q_1 + \frac{1}{2} c_1 q_1^2 + \frac{1}{2} c_2 z_2^2 - c_2 z_2 q_2 + \frac{1}{2} c_2 q_2^2 + \frac{1}{2} s z_3^2; \quad (2)$$

$$R = \frac{1}{2} k_1 \dot{Z}_1^2 - k_1 \dot{Z}_1 \dot{q}_1 + \frac{1}{2} k_1 \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} k_2 \dot{Z}_2^2 - k_2 \dot{Z}_2 \dot{q}_2 + \frac{1}{2} \dot{q}_2^2 k_2 + \frac{1}{2} h \dot{Z}_3^2, \quad (3)$$

где $\lambda_1 = \frac{l_1}{L_0}$; $\lambda_2 = \frac{l_2}{L_0}$; l_1 и l_2 — расстояние от центра тяжести пакета хлыстов до передней и задней точек подвеса соответственно;

$$x_1 = \frac{m_3 \lambda_1 \lambda_2}{M_1 + m_1 + m_3 \lambda_2^2};$$

$$x_2 = \frac{m_3 \lambda_2}{M_1 + m_1 + m_3 \lambda_2^2};$$

$$x_3 = \frac{m_3 \lambda_1 \lambda_2}{M_2 + m_2 + m_3 \lambda_1^2};$$

$$\chi_4 = \frac{m_3 \lambda_1}{M_2 + m_2 + m_3 \lambda_1^2},$$

где q_1 и q_2 — вертикальные перемещения передних и задних колес системы от неровностей дороги; k_1, k_2, h — коэффициенты сопротивления вертикальным перемещениям соответственно передней, задней опор и пакета хлыстов; s — жесткость пакета хлыстов при изгибе.

На основании формулы Лагранжа получены следующие дифференциальные уравнения вынужденных вертикальных колебаний лесовозного автопоезда:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{Z}_1 + \chi_1 \ddot{Z}_2 + \chi_2 \ddot{Z}_3 + \omega_1^2 Z_1 + h \dot{Z}_1 &= \omega_1^2 q_1 + h_1 \dot{q}_1 \\ \ddot{Z}_2 + \chi_3 \ddot{Z}_1 + \chi_4 \ddot{Z}_3 + \omega_2^2 Z_2 + h_2 \dot{Z}_2 &= \omega_2^2 q_2 + h_2 \dot{q}_2 \\ \ddot{Z}_3 + \lambda_1 \ddot{Z}_2 + \lambda_2 \ddot{Z}_1 + \omega_3^2 Z_3 + h_3 \dot{Z}_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \cdot (4)$$

где

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{C_1}{M_1 + m_1 + m_3 \lambda_2^2}; & \omega_2^2 &= \frac{C_2}{M_2 + m_2 + m_3 \lambda_1^2}; \\ \omega_3^2 &= \frac{s}{m_3}; & h_1 &= \frac{k_1}{M_1 + m_1 + m_3 \lambda_2^2}; \\ h_2 &= \frac{k_2}{M_2 + m_2 + m_3 \lambda_1^2}; & h_3 &= \frac{h}{m_3}. \end{aligned}$$

Приведенные уравнения, описывающие вертикальные колебания лесовозного автопоезда, были запрограммированы и решены методом Рунге—Кутта на ЭЦВМ "Минск-22". Для этого система уравнений (4) второго порядка была преобразована следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{Z}_1 + \chi_1 \ddot{Z}_2 + \chi_2 \ddot{Z}_3 &= A \\ \ddot{Z}_1 \chi_3 + \ddot{Z}_2 + \ddot{Z}_3 \chi_4 &= B \\ \ddot{Z}_1 \lambda_2 + \ddot{Z}_2 \lambda_1 + \ddot{Z}_3 &= C \end{aligned} \right\} \cdot (5)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \omega_1^2 q_1 + h_1 \dot{q}_1 - \omega_1^2 Z_1 - h_1 \dot{Z}_1; \\ B &= \omega_2^2 q_2 + h_2 \dot{q}_2 - \omega_2^2 Z_2 - h_2 \dot{Z}_2; \\ C &= -\omega_3^2 Z_3 - h_3 \dot{Z}_3. \end{aligned}$$

Вводя обозначения $Z_1 = x_1$; $Z_2 = x_2$; $Z_3 = x_3$, по формулам Крамера (4) из системы (5) находим:

$$\dot{x}_1 = \frac{D_1}{D}; \quad \dot{x}_2 = \frac{D_2}{D}; \quad \dot{x}_3 = \frac{D_3}{D},$$

где

$$D = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_2 \\ x_3 & 1 & x_4 \\ \lambda_2 & \lambda_1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + x_1 x_4 x_2 + x_3 x_2 x_1 - \lambda_2 x_2 - \lambda_1 x_4 - x_1 x_3 = \\ = 1 + \lambda_1 (x_3 x_2 - x_4) + \lambda_2 (x_1 x_4 - x_2) - x_1 x_3,$$

D — определитель системы;

$$D_1 = \begin{vmatrix} A & x_1 & x_2 \\ B & 1 & x_4 \\ C & \lambda_1 & 1 \end{vmatrix} = A + Cx_1 x_4 + Bx_2 \lambda_1 - Cx_2 - A \lambda_1 x_4 - Bx_1 = \\ = A(1 - \lambda_1 x_4) + B(x_2 \lambda_1 - x_1) + C(x_1 x_4 - x_2);$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & A & x_2 \\ x_3 & B & x_4 \\ x_2 & C & 1 \end{vmatrix} = B + Cx_2 x_3 + A \lambda_2 x_4 - B \lambda_2 x_2 - Cx_4 - Ax_3 = \\ = A(\lambda_2 x_4 - x_3) + B(1 - \lambda_2 x_2) + C(x_2 x_3 - x_4);$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & A \\ x_3 & 1 & B \\ \lambda_2 & \lambda_1 & C \end{vmatrix} = C + Bx_1 \lambda_2 - A \lambda_2 + Ax_3 \lambda_1 - B \lambda_1 - Cx_1 x_3 = \\ = A(x_3 \lambda_1 - \lambda_2) + B(x_1 \lambda_2 - \lambda_1) + C(1 - x_1 x_3).$$

Перейдем к машинным уравнениям. Дифференциальные уравнения II порядка, приведенные к системе обыкновенных дифференциальных уравнений I-го порядка, будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \dot{Z}_1 \\ x_2 &= \dot{Z}_2 \\ x_3 &= \dot{Z}_3 \\ \dot{x}_1 &= \frac{D_1}{D} \\ \dot{x}_2 &= \frac{D_2}{D} \\ \dot{x}_3 &= \frac{D_3}{D} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Правая часть:

$$A = \omega_1^2 q_1 + h_1 \dot{q}_1 - \omega_1^2 Z_1 - h_1 x_1 ;$$

$$B = \omega_1^2 q_2 + h_2 \dot{q}_2 - \omega_1^2 Z_2 - h_2 x_2 ;$$

$$C = -\omega_3^2 Z_3 - h_3 x_3 .$$

Система уравнений (6) решалась методом Рунге—Кутта (5, 6) по стандартной программе с автоматическим выбором шага . Аргумент выбирался в процессе интегрирования. Начальный шаг интегрирования $h = 0,005$. Заданная погрешность вычислений $\epsilon = 0,001$.

Таблица 1

Ординаты микропрофиля

| L, м | H, см | L, м | H, см | L, м | H, см |
|------|-------|------|-------|------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 0 | 3,2 | +14,5 | 6,4 | +0,5 |
| 0,2 | -5,0 | 3,4 | + 2,5 | 6,6 | -1,5 |
| 0,4 | -3,0 | 3,6 | - 2,5 | 6,8 | -2,7 |
| 0,6 | +2,2 | 3,8 | - 5,6 | 7,0 | -8,1 |
| 0,8 | -3,1 | 4,0 | - 5,5 | 7,2 | 0 |
| 1,0 | -7,5 | 4,2 | - 4,5 | 7,4 | -0,4 |
| 1,2 | -5,6 | 4,4 | - 0,5 | 7,6 | -3,2 |
| 1,4 | -3,4 | 4,6 | - 4,5 | 7,8 | -8,0 |
| 1,6 | -3,2 | 4,8 | - 0,5 | 8,0 | +1,5 |
| 1,8 | -2,1 | 5,0 | + 0,5 | 8,2 | -4,5 |
| 2,0 | -7,0 | 5,2 | - 0,5 | 8,4 | -3,0 |
| 2,2 | +2,2 | 5,4 | - 1,5 | 8,6 | -5,9 |
| 2,4 | -5,5 | 5,6 | - 0,6 | 8,8 | -3,0 |
| 2,6 | -3,0 | 5,8 | - 2,4 | 9,0 | -1,9 |
| 2,8 | -6,5 | 6,0 | - 1,0 | 9,2 | +14,5 |
| 3,0 | 0 | 6,2 | - 2,1 | 9,4 | -0,5 |

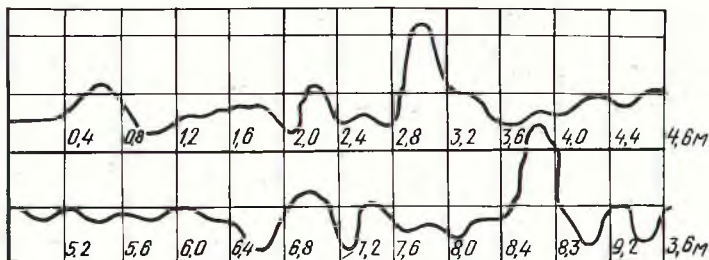


Рис. 1. Образец микропрофиля дорожного покрытия (опытный участок №9).

Метод Рунге—Кутты является одним из численных методов для приближенного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Согласно обычному методу Рунге—Кутты, последовательные значения функции получаются по формуле

$$y_{i+1} = y_i + \Delta y_i ; \quad i=0, 1, 2, \dots, \quad \text{где}$$

$$\Delta y_i = \frac{1}{6} (k_1^{(i)} + 2k_2^{(i)} + 2k_3^{(i)} + k_4^{(i)}) ;$$

$$k_1^{(i)} = hf(x_i, y_i)$$

$$k_2^{(i)} = hf\left(x_i + \frac{h}{2} ; y_i + \frac{k_1^{(i)}}{2}\right)$$

$$k_3^{(i)} = hf\left(x_i + \frac{h}{2} , y_i + \frac{k_2^{(i)}}{2}\right)$$

$$k_4^{(i)} = hf\left(x_i + h , y_i + k_3^{(i)}\right)$$

Метод Рунге—Кутты обладает достаточной точностью и, несмотря на свою трудоемкость, широко применяется при численном решении дифференциальных уравнений с помощью ЭЦВМ.

Для решения задачи по исследованию вертикальных колебаний лесовозных автопоездов необходимо получение возмущающих функций. Функция воздействия неровностей дороги должна отображать фактическую степень ровности покрытия. Для этого производилось измерение микропрофиля на наиболее характерных опытных участках дорог с гравийным покрытием. В результате статистической обработки получены основные числовые харак-

теристики неровностей, а также корреляционная функция микропрофиля во временной области и спектральная плотность в частотной для десяти опытных участков. В данном случае микропрофиль задавался в виде таблицы чисел (ординат централизованного микропрофиля неровностей). В качестве примера приведены ординаты микропрофиля 9-го опытного участка дороги (табл. 1, рис. 1) протяженностью 9,4 м.

Исследование колебаний лесовозных автопоездов производилось в широком диапазоне скоростей движения (от 2 до 12 м/с). На печать выдавались перемещения и ускорения, а также математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратичное отклонение Z_1 и Z_3 для каждого опытного участка.

При исследовании вертикальной динамики по изложенной методике произведены расчеты для трех типов лесовозных автопоездов. Основные расчетные параметры транспортных систем приведены в табл. 2.

Таблица 2

Основные расчетные параметры лесовозных автопоездов

| Обозначения | Размерность | Числовые значения | | |
|-------------|---|--------------------|---------------------|-------------------|
| | | МАЗ-509+ 2-Р-15 | КрАЗ-214+ 2-Р-15 | ЗИЛ-130+ 1-Р-4 |
| L_0 | м | 9 | 9 | 9 |
| L_1 | " | 3 | 3 | 3 |
| L_2 | " | 6 | 6 | 6 |
| m_0 | $\frac{\text{кг} \cdot \text{с}^2}{\text{м}}$ | 1787 | 2007 | 1102 |
| M_1 | м | 837 | 1230 | 618 |
| M_2 | " | 335 | 335 | 122 |
| m_1 | " | 555 | 622 | 503 |
| m_2 | " | 277 | 311 | 252 |
| m_3 | " | 955 | 1074 | 347 |
| k_1 | $\frac{\text{кг} \cdot \text{с}^2}{\text{м}}$ | 1200 | 1420 | 950 |
| k_2 | м | 500 | 500 | 470 |
| C_1 | $\frac{\text{кг}}{\text{с}}$ | 120000 | 142000 | 86400 |
| C_2 | м | 640000 | 640000 | 47200 |

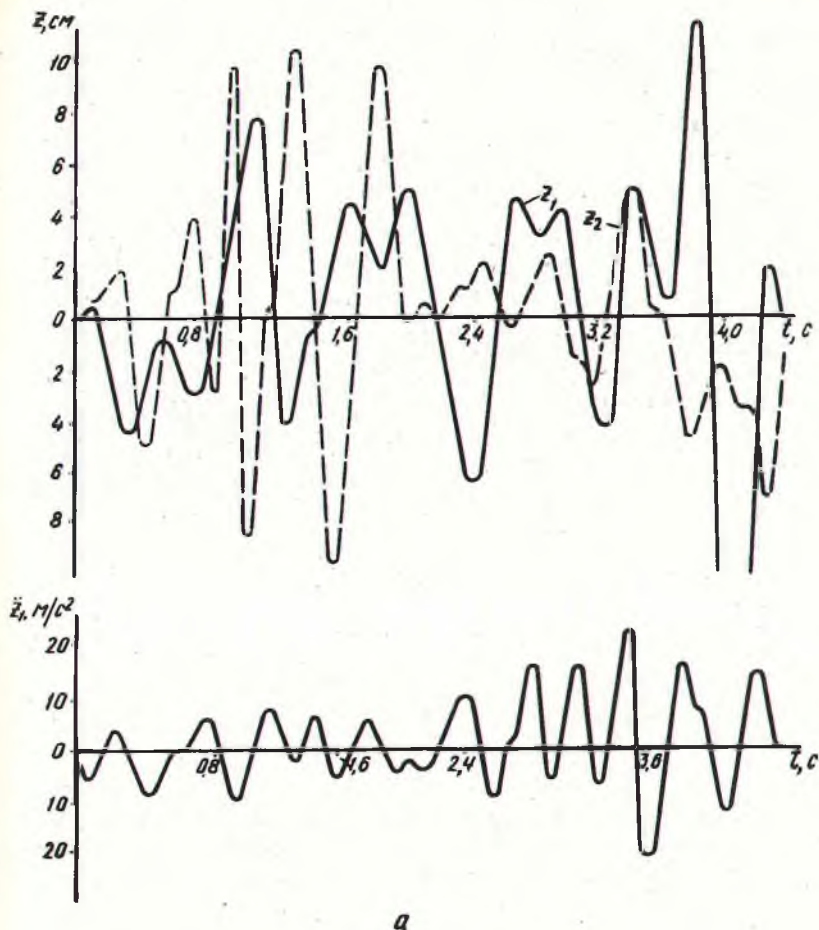


Рис. 2. Графики перемещений Z_1 и Z_3 в зависимости от времени.

Рассмотрим в качестве примера некоторые результаты вычислений, проведенных для автопоезда МА3-509+2-Р-15 при движении со скоростью 4 м/с по опытному участку № 9. На рис. 2 приведены вертикальные перемещения подрессорных масс автопоезда Z_3 и Z_1 , в зависимости от времени. Для каждой из кривых характерно колебательное их изменение со значительным отклонением отдельных амплитуд.

Анализ показывает, что графики перемещений являются достаточно достоверным исходным материалом для оценки пове-

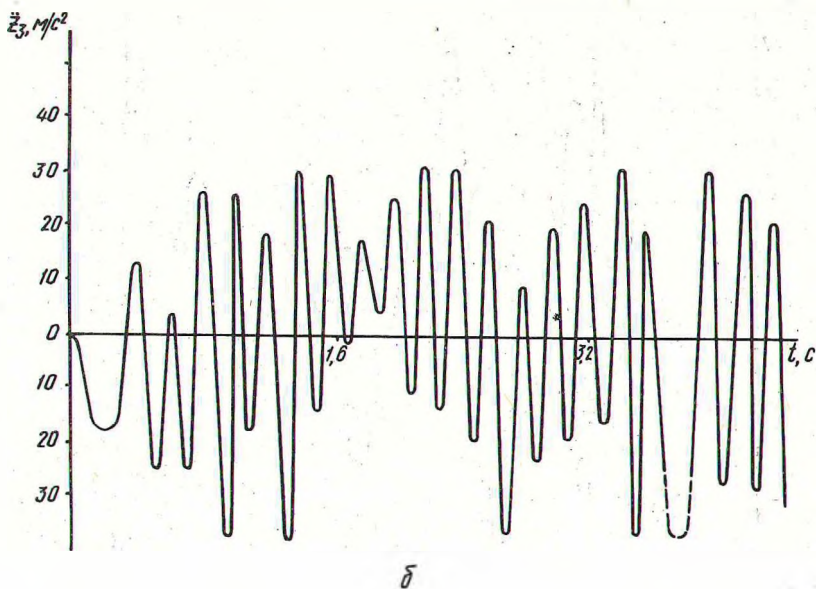


Рис. 3. Графики ускорений \ddot{Z}_1 (а) и \ddot{Z}_3 (б).

дения транспортной системы при ее движении. По полученным перемещениям могут быть определены такие важные показатели, как нагруженность ходовой системы автопоезда, пределы отклонения ее подрессоренных масс, динамическое давление на дорогу и др.

Нагруженность транспортной системы может быть проанализирована также по вертикальным ускорениям масс автопоезда. Так, на рис. 3, в качестве примера, приведены графики вертикальных ускорений масс $M_1 + m_1$ и m_3 . Графики дают возможность установить максимальные и минимальные величины ускорений, а также статистические характеристики процесса.

Путем статистической обработки выведенных на печать перемещений и ускорений масс автопоезда могут быть также построены кривые распределения, являющиеся исчерпывающим материалом, характеризующим динамику движения лесотранспортной системы при случайных возмущениях дороги.

В зависимости от постановки задачи, на основании записанных во времени реакций системы, можно получить их корреля-

ционные функции и спектральные плотности, на основании которых удобно проводить анализ динамических качеств автопоезда и выбор его оптимальных параметров.

Л и т е р а т у р а

1. Силаев А.А. Спектральная теория подрессоривания транспортных машин, М., 1972.
2. Пархиловский И.Г. Спектральная плотность распределения неровностей микропрофиля дорог и колебания автомобиля.—Автомобильная промышленность. М., 1961.
3. Гастев Б.Г., Мельников В.И. Основы динамики лесовозного подвижного состава.—Лесная промышленность. М., 1967.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М., 1968.
5. Демидович Б.П. и др. Численные методы анализа. М., 1962.
6. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. ч.П.М., 1959.