



УДК 621.396.98

МЕТОДЫ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ ПО УГЛОВЫМ КООРДИНАТАМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

METHODS OF ANGULAR SUPER-RESOLUTION USING ADAPTIVE ANTENNA ARRAYS

© Костромицкий Сергей Михайлович

Sergei M. Kostromitsky

доктор технических наук, профессор, член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, директор, Республиканское научно-производственное унитарное предприятие «Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси» (г. Минск, Республика Беларусь).

DSc (Technical), Professor, Corresponding Member of the National Academy of Sciences of Belarus, director, Republican Science-and-Production Unitary Enterprise «Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus» (Minsk, Belarus).

✉ info@radiotechnika.by



© Давыденко Игорь Николаевич

Igor N. Davydenko

кандидат технических наук, доцент, ученый секретарь, Республиканское научно-производственное унитарное предприятие «Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси» (г. Минск, Республика Беларусь).

PhD (Technical), Associate Professor, Academic Secretary, Republican Science-and-Production Unitary Enterprise «Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus» (Minsk, Belarus).

✉ info@radiotechnika.by

© Дятко Александр Аркадьевич

Aleksandr A. Dyatko

кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Республиканское научно-производственное унитарное предприятие «Центр радиотехники Национальной академии наук Беларуси» (г. Минск, Республика Беларусь).

PhD (Technical), Associate Professor, head researcher, Republican Science-and-Production Unitary Enterprise «Radio Engineering Center of the National Academy of Sciences of Belarus» (Minsk, Belarus).

✉ info@radiotechnika.by



Аннотация. В статье рассматриваются методы сверхразрешения по угловым координатам с использованием адаптивных антенных решёток. Анализируются принципы действия основных методов сверхразрешения: авторегрессии, MUSIC и максимального правдоподобия. Показывается, что данные методы сверхразрешения тесно связаны с задачами подавления активных помех.

Ключевые слова: методы сверхразрешения по угловым координатам.

Abstract. The article discusses methods of angular super-resolution using adaptive antenna arrays. The operation principles of the main super-resolution methods: auto-regression, MUSIC and maximum likelihood are analyzed. It is shown that these super-resolution methods are closely related to the tasks of jamming suppression.

Key words: methods of angular super-resolution.

Введение

Одним из практических применений адаптивных антенных решёток (ААР) может являться сверхразрешение по угловым координатам источников внешнего излучения (определение угловых координат источников излучения, угловое расстояние между которыми не превышает ширины диаграммы направленности используемой антенной решётки). Для этих целей могут быть использованы весовые коэффициенты ААР, полученные с использованием одного из критериев качества. При этом в основу методов сверхразрешения положено получение пространственных (угловых) спектров источников внешнего излучения: пространственное спектральное оценивание. Своё название методы пространственного спектрального оценивания получили из того факта, что эти методы оценивают непосредственно не пеленги, а пространственные спектры принимаемых сигналов $S(\theta)$. При применении методов пространственного спектрального оценивания в качестве оценок пеленгов $\hat{\theta}$ используют положения максимумов полученного пространственного спектра $S(\theta)$ (рис. 1).

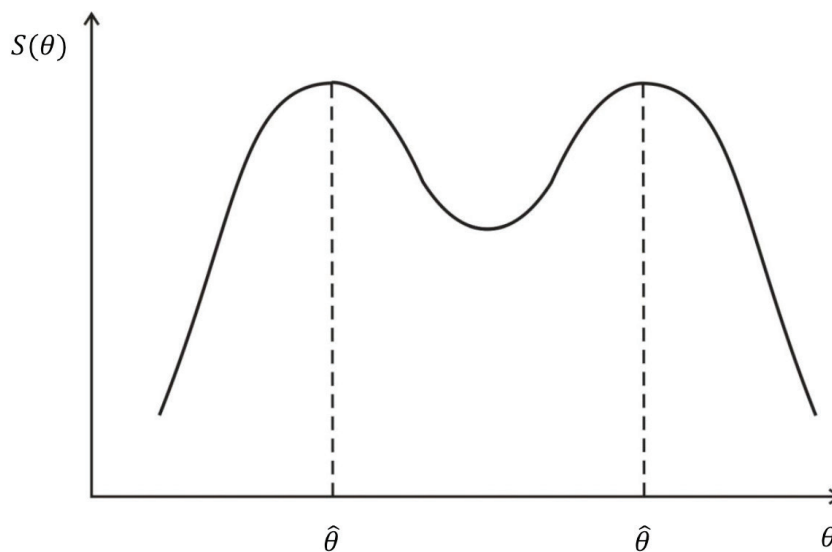


Рис. 1. Пространственный спектр сигналов двух источников

Можно выделить три основных разновидности методов пространственного спектрального оценивания с использованием ААР:

- пространственное спектральное оценивание методом авторегрессии;
- пространственное спектральное оценивание с использованием разложения корреляционной матрицы принимаемых сигналов по собственным векторам и собственным значениям;
- пространственное спектральное оценивание по методу Кейпона.

1. Пространственное спектральное оценивание методом авторегрессии

Алгоритмы данной группы являются наиболее многочисленными и распространёнными в пространственном спектральном оценивании и имеют простую физическую трактовку [1–8].

В качестве вектора весовых коэффициентов в этом случае используют оптимальное решение, полученное для критерия минимума мощности суммарных шумов на выходе ААР при фиксации $W_0 = 1$: значения весового коэффициента опорного антенного элемента единичной величиной:

$$W_{AP} = -R^{-1}R_0 \quad (1)$$

Следует заметить, что диаграмма направленности антенной решётки с весовым вектором вида (1) из очевидных соображений характеризуется провалами приблизительно в направлениях на источники внешних помех (рис. 2), так как только в этом случае будет минимизирована выходная мощность, обусловленная внешними сигналами.

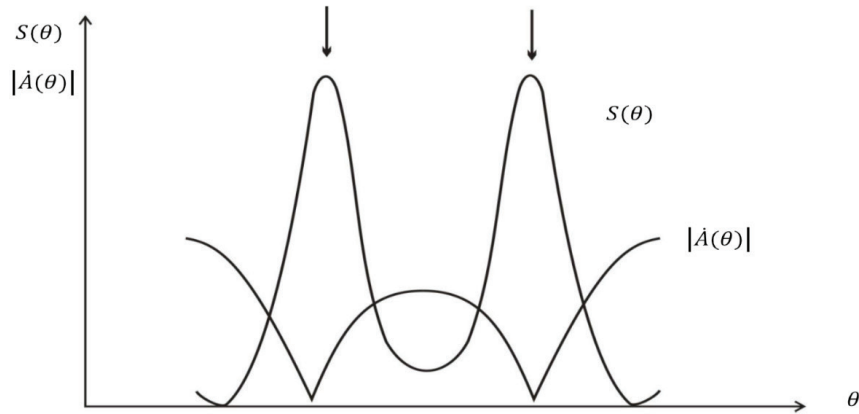


Рис. 2. Диаграмма направленности и пространственный спектр для метода авторегрессии

Алгоритмы пространственного спектрального оценивания рассматриваемой группы в качестве оценки пространственного спектра принимаемых сигналов используют функцию $S(\theta)$, обратную квадрату модуля диаграммы направленности антенной решётки, использующей в качестве весового вектора вектор вида (1). Очевидно, что максимумы такой оценки спектра будут ориентированы в направлениях на источники внешних сигналов (рис. 1).

Аналитическая запись оценки пространственного спектра в этом случае имеет следующий вид:

$$S(\theta) = \frac{1}{|A_{AP}(\theta)|^2} = \frac{1}{|1 + \mathbf{X}^T(\theta) \mathbf{W}_{AP}|} \quad (2)$$

Например, для линейной антенной решётки ненаправленных (изотропных) антенных элементов диаграмма направленности отыскивается по формуле:

$$A_{AP}(\theta) = 1 + \mathbf{X}^T(\theta) \mathbf{W}_{AP} = 1 + \sum_{i=1}^N W_i \exp(kx_i \sin \theta) \quad , \quad (3)$$

где W_i - весовой коэффициент соответствующего канала обработки;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad - \text{волновое число};$$

x_i - координата i -ого пункта приёма;

θ - угол визирования антенной решётки, отсчитываемый от нормали по часовой стрелке.

Заметим, что непосредственное использование выражения (2) для пеленгации источников сигналов приведёт к достаточно большим вычислительным затратам, так как для получения подробного изображения пространственного спектра необходимо вычислять большое количество его значений:

$$N = \frac{\Delta \theta_{\text{сект}}}{\delta \theta} \quad , \quad (4)$$

где $\Delta \theta_{\text{сект}}$ - ширина сектора обзора по угловым координатам;

$\delta \theta$ - требуемая точность определения пеленгов.

Для эквидистантной антенной решётки, состоящей из идентичных антенных элементов, отыскание пеленгов или, эквивалентно, «нулей» некоторой диаграммы направленности существенно упрощается за счёт представления искомой диаграммы направленности в виде диаграммообразующего полинома [1, 9]:

$$A_{\text{АР}}(\theta) = 1 + \sum_{i=1}^N W_i z^i = \prod_{i=1}^N \frac{z_i - z}{z_i}, \quad (5)$$

где $z = \exp(ikd \sin \theta)$;

d – шаг антенной решётки;

$z_i = |z_i| \exp(ikd \sin \theta_i)$ – корень диаграммообразующего полинома.

Таким образом, рассматриваемые алгоритмы отличаются небольшой вычислительной сложностью, не требуют поиска экстремума функции нескольких переменных, что определило их широкое применение на практике. Однако данным алгоритмам присущ и существенный недостаток, обусловленный наличием систематических ошибок измерения пеленгов источников, возрастающих с уменьшением отношения сигнал/некоррелированный шум. Наличие систематических ошибок в данных алгоритмах можно пояснить следующим образом. Минимизируемая выходная мощность содержит две составляющие: составляющую, обусловленную сигналами внешних точечных источников и составляющую, обусловленную некоррелированным фоном. Последняя составляющая для трёхэлементной антенной решётки описывается выражением:

$$2\sigma_{\Sigma 0}^2 = 2\sigma_{\text{н0}}^2 \left(1 + |W_1|^2 + |W_2|^2 \right), \quad (6)$$

где $2\sigma_{\text{н0}}^2$ – мощность некоррелированного фона в одном канале обработки.

При полной компенсации двух сигналов внешних точечных источников с обобщёнными угловыми координатами $\varphi_1 = kd \sin \theta_1 = -\varphi_2 = -kd \sin \theta_2$ корни диаграммообразующего полинома равны

$$z_{1,2} = \exp\left(\pm ikd \sin \frac{\Delta \theta}{2}\right) = \exp\left(\pm i \frac{\Delta \varphi}{2}\right), \quad (7)$$

где $\Delta \theta = \theta_1 - \theta_2$; $\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.

В соответствии с теоремой Виета можно получить:

$$W_1 = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \exp\left(i \frac{\Delta \varphi}{2}\right) + \exp\left(-i \frac{\Delta \varphi}{2}\right) = 2 \cos \frac{\Delta \varphi}{2}, \quad (8)$$

$$W_2 = \frac{1}{z_1 z_2} = 1.$$

С учётом выражения (8) выходная мощность ААР, обусловленная некоррелированным фоном, запишется следующим образом:

$$2\sigma_{\Sigma 0}^2 = 2\sigma_{\text{н0}}^2 \left(2 + 4 \cos^2 \frac{\Delta \varphi}{2} \right). \quad (9)$$

Таким образом, с уменьшением углового расстояния между формируемыми нулями диаграммы направленности антенной решётки растёт составляющая выходной мощности, обусловленная пространственно-некоррелированным фоном. Следовательно, при минимизации выходной мощности ААР существует компромисс между компенсацией сигналов внешних точечных источников и увеличением вклада, обусловленного пространственно-некоррелированным фоном, который достигается за счёт смещения провалов сформированной

диаграммы направленности $A(\theta)$ от направлений на внешние источники и уменьшения их глубины [1]. Сказанное и определяет механизм возникновения систематических ошибок пеленгации в алгоритмах спектрального оценивания рассматриваемого класса.

Пространственное спектральное оценивание, использующее разложение корреляционной матрицы принимаемых сигналов по собственным векторам и собственным значениям

Пусть корреляционная матрица \mathbf{R} выходных сигналов антенной решётки считается известной. Из теории линейной алгебры известно, что матрице n -ого порядка соответствует N собственных значений и соответствующих им собственных векторов \mathbf{G}_i . В свою очередь анализ собственной структуры корреляционной матрицы входных сигналов показывает [2, 4, 10, 11, 13], что при наличии на входе антенной решётки $M < N$ сигналов внешних точечных источников излучения собственные значения матрицы разбиваются на две группы [11]: M действительных различных собственных значений $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$ (номера собственных значений присваиваются в порядке уменьшения их абсолютных величин), величина каждого из которых больше мощности пространственно-некоррелированного фона $2\sigma_{\text{ш0}}^2$ в одном канале обработки и $N-M$ собственных значений $\lambda_{M+1}, \lambda_{M+2}, \dots, \lambda_N$, каждое из которых равно величине $2\sigma_{\text{ш0}}^2$. Примерный вид спектра матрицы входных сигналов (распределения её собственных значений по номерам) для четырёхэлементной антенной решётки, на вход которой поступают сигналы двух точечных источников ($M=2$), приведён на рис. 3. Примечательно, что с уменьшением углового расстояния между источниками сигналов разница между M -ым и $(M+1)$ -ым собственными значениями нивелируется.

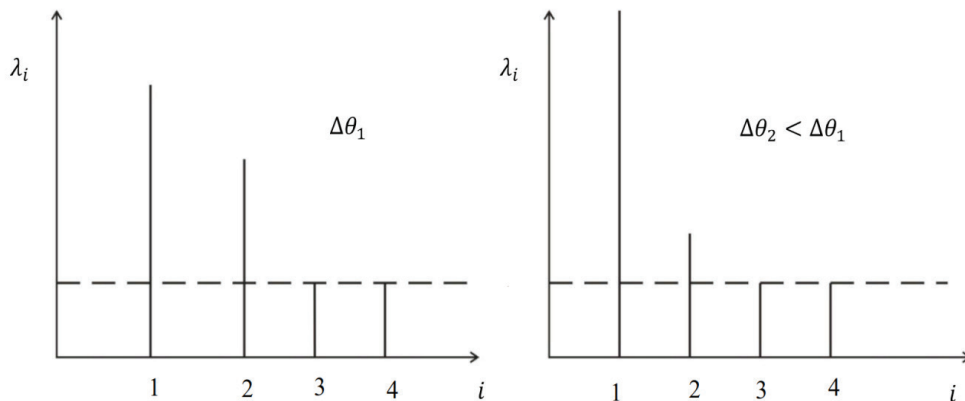


Рис. 3. Спектр матрицы входных сигналов для четырёхэлементной антенной решётки

Таким образом, по спектру собственных значений корреляционной матрицы принимаемых сигналов можно определить количество внешних источников сигналов. С уменьшением углового расстояния между источниками внешних сигналов возможности по определению их количества ухудшаются.

Информация об угловых координатах источников внешних сигналов заложена в собственных векторах, соответствующих минимальным собственным значениям $\lambda_{M+1}, \lambda_{M+2}, \dots, \lambda_N$. Причём диаграмма направленности антенной решётки, использующей в качестве весового вектора один из собственных векторов $\mathbf{G}_{M+1}, \mathbf{G}_{M+2}, \dots, \mathbf{G}_N$ будет иметь нули в направлениях прихода сигналов внешних точечных источников. В частности, на рис. 4 приведены примерные виды диаграмм направленности 4-х элементной антенной решётки, на вход которой поступают сигналы двух внешних точечных источников, в качестве весовых векторов которой используют 3-й и 4-й собственные вектора (соответствующие минимальным собственным значениям).

Легко заметить, что диаграммы направленности имеют нули в направлении на источники внешних сигналов, однако общее количество нулей при этом превышает количество источников [10]. Таким образом, встаёт задача селекции ложных нулей, которая может быть решена следующим образом: за нули, соответствующие направлениям прихода сигналов, принимаются те нули, которые повторяются во всех диаграммах направленности, построенных с использованием «минимальных» собственных векторов. В частности, селекция ложных нулей автоматически производится в оценке пространственного спектра S_{MUSIC} (рис. 4), полученной по методу MUSIC:

$$S_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=M+1}^N |A_i(\theta)|^2}, \quad (10)$$

где $A_i(\theta)$ – диаграмма направленности антенной решётки, соответствующая использованию i -ого «минимального» собственного вектора.

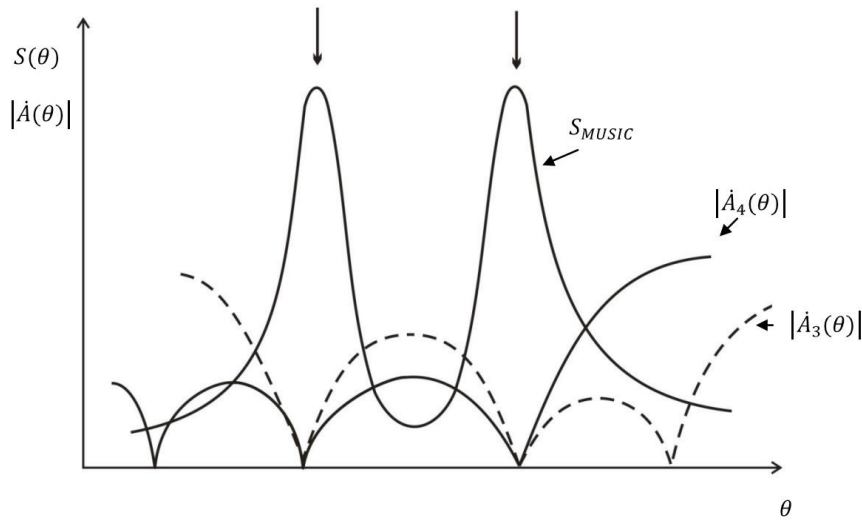


Рис. 4. Диаграммы направленности и оценки пространственного спектра, соответствующие собственным векторам

Очевидно, что оценка пространственного спектра вида (10) формирует «пики» только в тех направлениях, в которых формируются нули всеми используемыми диаграммами направленности $A_i(\theta)$.

Пространственное спектральное оценивание по методу Кейпона

Ранее рассмотренные методы пространственного спектрального оценивания в конечном счёте сводились к вычислению некоторой результирующей диаграммы направленности, имеющей нули в направлениях на источники внешних сигналов. Величина, обратная модулю такой диаграммы направленности, характеризует пространственный спектр принимаемого сигнала. Таким образом, оценка пространственного спектра не совпадает с выходной мощностью сигнала некоторой диаграммообразующей схемы, что имеет место при пеленгации методом линейного сканирования, эквивалентного пространственному спектральному оцениванию методом пространственного преобразования Фурье [2, 4, 11] и широко применяемого на практике. Если процесс сканирования антенной решётки по угловым координатам дополнить процедурой компенсации сигналов, принимаемых со всех направлений, кроме выбранного (коэффициент усиления антенной решётки в текущем просматриваемом направлении выбирается постоянным), можно получить, что текущий весовой вектор такой антенной решётки описывается выражением [4]:

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \frac{\alpha \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}^*(\theta_c)}{\mathbf{X}^T(\theta_c) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}^*(\theta_c)}. \quad (11)$$

Выходная мощность антенной решётки с весовым вектором вида (11) совпадает с оценкой пространственного спектра по методу Кейпона и может быть записана следующим образом:

$$S_{\text{кейпона}}(\theta) = \mathbf{W}_{\text{opt}}^H \mathbf{R} \mathbf{W}_{\text{opt}} = \frac{1}{\mathbf{X}^T(\theta) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}^*(\theta)}. \quad (12)$$

Спектральная оценка вида (12) в некоторых источниках называется оценкой спектра по методу максимума правдоподобия. Такое название вытекает из того факта, что при известных пеленгах оценки спектра вида (12) совпадают с максимально правдоподобными оценками мощностей сигналов, принимаемых с заданных направлений [12]. Известны также спектральные оценки подобного вида, в которых пространственный спектр отыскивается в соответствии с выражением [2, 5, 7]:



$$S(\theta) = \frac{1}{\mathbf{X}^T(\theta_c) \mathbf{R}^{-k} \mathbf{X}^*(\theta_c)} \quad (13)$$

где k – целое положительное число.

Причём в алгоритмах вида (13) с ростом k улучшаются возможности по точному оцениванию пеленгов, однако при этом одновременно повышается чувствительность к разного рода нестабильностям.

Заключение

В статье рассматриваются принципы действия основных методов сверхразрешения по угловым координатам: авторегрессии, с использованием собственных значений и собственных векторов, максимального правдоподобия (*Кейпона*). Показывается, что указанные методы сверхразрешения тесно связаны с решением задач подавления внешних сигналов с использованием различных критериев качества.

Материалы поступили в редакцию 18.04.2021 г.

Библиографический список (References)

1. **Костромицкий, С. М.** Самофокусирующиеся антенные решётки с разделением сигналов / С. М. Костромицкий – Минск : Беларус. навука, 2019. – 201 с. – Текст : непосредственный.
2. **Ермолаев, В. Т.** Методы оценивания параметров источников сигналов и помех, принимаемых антенной решёткой : учеб.-метод. материалы / В. Т. Ермолаев, А. Г. Флакман. – Н. Новгород : [Изд-во ННГУ], 2007. – 98 с. – Текст : непосредственный.
3. **Комарович, В. Ф.** Адаптивное оценивание пространственно-поляризационных параметров радиосигналов : пособие по курсовому и дипломному проектированию / В. Ф. Комарович, В. В. Никитченко. – Ленинград : ВАС, 1989. – 234 с. – Текст : непосредственный.
4. **Джонсон, Д. Х.** Применение методов спектрального оценивания к задачам определения угловых координат источников излучения / Д. Х. Джонсон. – Текст : непосредственный // Труды ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. – 1982. – Т. 70. – № 9. – С. 126–139. – ISSN 0136-7234.
5. **Гейбриэл, У. Ф.** Спектральный анализ и методы сверхразрешения с использованием адаптивных антенных решёток / У. Ф. Гейбриэл. – Текст : непосредственный // Труды ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. – 1980. – Т. 68. – № 6. – С. 19–32. – ISSN 0136-7234.
6. **Гершман, А. Б.** Адаптивное разрешение некоррелированных источников по угловой координате / А. Б. Гершман, В. Т. Ермолаев, А. Г. Флакман. – Текст : непосредственный // Известия вузов. Радиофизика. – 1988. – Т. 31. – № 8. – С. 941–946. – ISSN 0021-3462.
7. **Pat. US 4862180. R. G. Martin.** Discrete source location by adaptive antenna techniques. Publ. date 29.08.1989. URL: <https://patentscope.wipo.int/search/ru/detail.jsf?docId=US37780376&>
1. **Kostromickij, S. M.** (2019). *Samofokusirujushhiesja antennnye reshjotki s razdeleniem signalov* [Self-focusing antenna arrays with signal separation]. Minsk. Belarus. navuka. 201 p.
2. **Ermolaev, V. T., Flaksman, A. G.** (2007). *Metody ocenivaniya parametrov istochnikov signalov i pomeh, prinimaemykh antennoj reshjotkoj: uchjob.-metod. materialy* [Methods for evaluating the parameters of signal sources and interference received by the antenna array]. N. Novgorod. 98 p.
3. **Komarovich, V. F., Nikitchenko, V. V.** (1989). *Adaptivnoe ocenivanie prostranstvenno-poljarizacionnyh parametrov radiosignalov : posobie po kursovomu i diplomnomu proektirovaniju* [Adaptive estimation of spatial-polarizing parameters of radio signals: a guide to course and diploma design]. Leningrad. VAS. 234 p.
4. **Dzhonson, D. H.** (1982). *Primenenie metodov spektral'nogo ocenivaniya k zadacham opredelenija uglovyh koordinat istochnikov izluchenija* [Application of spectral estimation methods to the problems of determining the angular coordinates of radiation sources]. *Trudy in-ta inzhenerov po jelektrotehnike i radiojelektронике*. V. 70. No. 9. P. 126–139. ISSN 0136-7234.
5. **Gejbrijel, U. F.** (1980). *Spektral'nyj analiz i metody sverhrazreshenija s ispol'zovaniem adaptivnyh antennnyh reshjotok* [Spectral analysis and superresolution methods using adaptive antenna arrays]. *Trudy in-ta inzhenerov po jelektrotehnike i radiojelektронике*. V. 68. No. 6. P. 19–32. ISSN 0136-7234.
6. **Gershman, A. B., Ermolaev, V. T., Flaksman, A. G.** (1988). *Adaptivnoe razreshenie nekorrelirovannyh istochnikov po uglovoj koordinate* [Adaptive resolution of uncorrelated sources by angular coordinate]. *Izvestija vuzov. Radiofizika*. V. 31. No. 8. P. 941–946. ISSN 0021-3462.
7. **Pat. US 4862180. R. G. Martin.** Discrete source location by adaptive antenna techniques. Publ. date 29.08.1989. URL: <https://patentscope.wipo.int/search/ru/detail.jsf?docId=US37780376&>

cid=P12-KMEYEN-47589-1. Date of access: 22.03.2021.

8. **Грубрин, И. В.** Оценивание мощности и угловых координат источников сигналов в многоканальных системах / И. В. Грубрин, В. И. Самойленко. – Текст : непосредственный // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 1986. – Т. 29. – № 3. – С. 64–71. – ISSN 0021-3470.
9. **Дятко, А. А.** Адаптивная антенная решётка с комплексной самонастройкой для разделения сигналов / А. А. Дятко, С. М. Костромицкий, А. Е. Охрименко. – Текст : непосредственный // Радиотехника. – 1989. – № 1. – С. 65–66. – ISSN 0033-8486.
10. **Петрова, И. В.** Разрешение сигналов, основанное на свойствах векторных пространств, порождаемых спектрально-корреляционной матрицей / И. В. Петрова, В. С. Гительсон, Г. М. Бездумный. – Текст : непосредственный // Радиотехника и электроника. – 1988. – Т. 33. – № 5. – С. 992–998. – ISSN 0033-8494.
11. **Марпл, С. Л. (мл.)**. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С. Л. Марпл-мл. – М. : Мир, 1990. – 584 с. – Текст : непосредственный.
12. **Трифонов, А. П.** Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. – М. : Радио и связь, 1986. – 267 с. – Текст : непосредственный.
13. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов. – М. : Радио и связь, 1989. – 472 с. – Текст : непосредственный.

cid=P12-KMEYEN-47589-1. Date of access: 22.03.2021.

8. **Grubrin, I. V., Samojlenko, V. I.** (1986). *Ocenivanie moshhnosti i uglovykh koordinat istochnikov signalov v mnogokanal'nykh sistemah* [Estimation of power and angular coordinates of signal sources in multichannel systems]. *Izvestija vuzov. Radiojelektronika*. V. 29. No. 3. P. 64–71. ISSN 0021-3470.
9. **Djatkо, A. A., Kostromickij, S. M., Ohrimenko, A. E.** (1989). *Adaptivnaja antennaja reshjotka s kompleksnoj samonastrojkoj dlja razdelenija signalov* [Adaptive antenna array with complex self-tuning for signal separation]. *Radiotekhnika*. No. 1. P. 65–66. ISSN 0033-8486.
10. **Petrova, I. V., Gitel'son, V. S., Bezdummyj, G. M.** (1988). *Razreshenie signalov, osnovannoe na svoystvah vektornykh prostranstv, porozhdaemykh spektral'no-korreljacionnoj matriciej* [Signal resolution based on the properties of vector spaces generated by a spectral-correlation matrix]. *Radiotekhnika i jelektronika*. V. 33. No. 5. P. 992–998. ISSN 0033-8494.
11. **Marpl, S. L. (ml.)**. (1990). *Cifrovoj spektral'nyj analiz i ego prilozhenija* [Digital spectral analysis and its applications]. Moscow. *Mir*. 584 p.
12. **Trifonov, A. P., Shinakov, Ju. S.** (1986). *Sovmestnoe razlichenie signalov i ocenka ih parametrov na fone pomех* [Joint differentiation of signals and evaluation of their parameters against the background of interference]. Moscow. *Radio i svjaz'*. 267 p.
13. (1989). *Sverhbol'shie integral'nye shemy i sovremennaja obrabotka signalov* [Ultra-large integrated circuits and modern signal processing]. Moscow. *Radio i svjaz'*. 472 p.