

УДК 531,634.05

В.М.Троязыков, О.М.Ведерников,  
В.М.РубцовДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МАШИНЫ С ДЕРЕВОМ  
В ПРОСТРАНСТВЕ

При проектировании технологического оборудования перспективных машин манипуляторного типа, предназначенных для валки и пакетирования деревьев, необходимо изучить взаимодействие машины с деревом при его перемещении. В настоящее время имеется ряд работ, посвященных исследованию процесса валки дерева в плоскости [1,2,3,4,5]. Однако в реальных условиях движение дерева при валке происходит в пространстве. Это обуславливается наличием внешних факторов - ветровой нагрузкой, отклонением ствола дерева от вертикали, эксцентриситета кроны и др. При перемещении машины по лесосеке к этим факторам добавляются неровности лесосеки. Кроме того, при валке часто возникает необходимость управления этим процессом для коррекции плоскости падения.

В связи с вышеизложенным данная работа посвящена исследованию взаимодействия машины с движущимся в пространстве деревом.

Рассмотрим движение дерева в неподвижной системе координат  $Oxyz$  (рис.1). Введем поступательно перемещающуюся систему координат  $O_1x_1'y_1'z_1'$  и воспользуемся теоремой Кенига для определения кинетической энергии дерева  $T$ :

$$T = \frac{1}{2} mV_c^2 + T_r, \quad (1)$$

где  $m$  - масса дерева;  $V_c^2$  - поступательная скорость центра масс дерева;  $T_r$  - кинетическая энергия дерева в его относительном движении в системе координат  $O_1x_1'y_1'z_1'$ .

Будем считать, что оси координат  $x$ ,  $y$  и  $z$  являются главными осями инерции дерева для точки  $C$ . Тогда

$$T_r = \frac{1}{2} (I_{cx_1} \omega_{x_1}^2 + I_{cy_1} \omega_{y_1}^2 + I_{cz_1} \omega_{z_1}^2), \quad (2)$$

где  $I_{cx_1}, I_{cy_1}, I_{cz_1}$  - моменты инерции дерева относительно осей, проходящих через его центр масс  $C$ ;  $\omega_{x_1}, \omega_{y_1}, \omega_{z_1}$  - проекции мгновенной угловой скорости дерева на оси  $x_1, y_1, z_1$ .

Скорость центра масс

$$V_C^2 = \dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2, \quad (3)$$

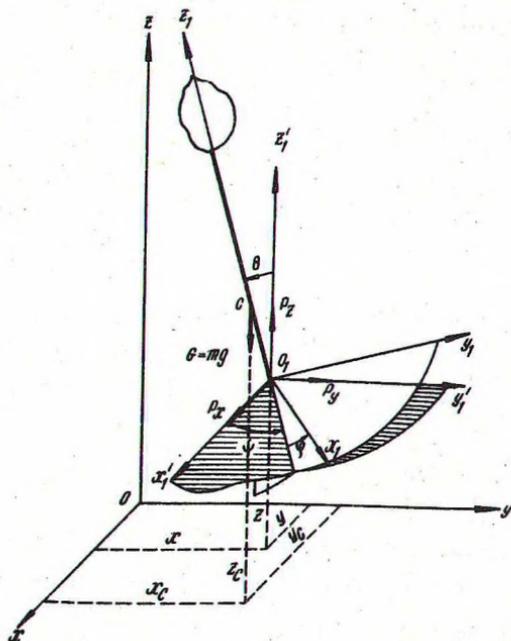


Рис. 1. Расчетная схема управляемого перемещения дерева в пространстве.

где  $\dot{x}_C, \dot{y}_C, \dot{z}_C$  - скорости центра масс по координатным осям. С учетом (2) и (3) выражение для кинетической энергии примет вид

$$T = \frac{1}{2} m(\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2 + \dot{z}_C^2) + \frac{1}{2} (I_{cx_1} \omega_{x_1}^2 + I_{cy_1} \omega_{y_1}^2 + I_{cz_1} \omega_{z_1}^2). \quad (4)$$

Из рис. 1 находим координаты положения дерева:

$$x_c = x + h_c \sin \theta \cos \psi ;$$

$$y_c = y + h_c \sin \theta \sin \psi ;$$

$$z_c = z + h_c \cos \theta ,$$

где  $h_c$  - расстояние от комля дерева до его центра масс;  $\theta$ ,  $\psi$  - углы Эйлера.

Дифференцируя эти уравнения, получим:

$$\dot{x}_c = \dot{x} + h_c \dot{\theta} \cos \theta \cos \psi - h_c \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi ;$$

$$\dot{y}_c = \dot{y} + h_c \dot{\theta} \cos \theta \sin \psi + h_c \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi ; \quad (5)$$

$$\dot{z}_c = \dot{z} - h_c \dot{\theta} \sin \theta .$$

Кинематические уравнения Эйлера:

$$\omega_{x_1} = \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi ;$$

$$\omega_{y_1} = \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi ; \quad (6)$$

$$\omega_{z_1} = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi} ,$$

где  $\varphi$  - третий угол Эйлера. С учетом выражений (5) и (6), а также равенства  $I_{cx_1} = I_{cy_1}$  (дерево-тело вращения) выражение для кинетической энергии дерева примет вид

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + m h_c \left[ \dot{x} (\dot{\theta} \cos \theta \cos \psi - \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi) + \dot{y} (\dot{\theta} \cos \theta \sin \psi + \dot{\psi} \sin \theta \cos \psi) - \dot{z} \dot{\theta} \sin \theta \right] + \frac{1}{2} (I_{cx_1} + m h_c^2) (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2 \sin^2 \theta) + \frac{1}{2} I_{cz_1} (\dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi})^2 . \quad (7)$$

Произведя дифференцирование выражения (7) в частных производных и подставляя выражения, полученные в результате дифференцирования, в уравнение Лагранжа второго рода

(  $\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i$ , где  $q_i$  -  $i$ -я обобщенная координата,  $\theta_i$  -  $i$ -я обобщенная сила), после преобразования получим дифференциальные уравнения движения дерева в общем виде:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{x} + mh_c (\ddot{\theta} \cos\theta \cos\psi - \dot{\psi} \sin\theta \sin\psi - 2\ddot{\theta}\dot{\psi} \cos\theta \sin\psi) - (\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) \sin\theta \cos\psi &= Q_x; \\
 m\ddot{y} + mh_c (\ddot{\theta} \cos\theta \sin\psi + \dot{\psi} \sin\theta \cos\psi + 2\dot{\theta}\dot{\psi} \cos\theta \cos\psi) - (\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) \sin\theta \sin\psi &= Q_y; \\
 m\ddot{z} - mh_c (\ddot{\theta} \sin\theta + \dot{\theta}^2 \cos\theta) &= Q_z; \\
 (I_{cx_1} + mh_c^2) \ddot{\theta} - [(I_{cx_1} + mh_c^2) - I_{cz_1}] \dot{\psi}^2 \sin\theta \cos\theta + mh_c [(\ddot{x} \cos\psi + \ddot{y} \sin\psi) \cos\theta - \ddot{z} \sin\theta] + I_{cz_1} \dot{\psi} \dot{\psi} \sin\theta &= Q_\theta; \\
 [(I_{cx_1} + mh_c^2) \sin^2\theta + I_{cz_1} \cos^2\theta] \ddot{\psi} + I_{cz_1} \ddot{\psi} \cos\theta + 2[(I_{cx_1} + mh_c^2) - I_{cz_1}] \dot{\theta} \dot{\psi} \sin\theta \cos\theta - I_{cz_1} \dot{\theta} \dot{\psi} \sin\theta - mh_c (\ddot{x} \sin\psi - \ddot{y} \cos\psi) \sin\theta &= Q_\psi; \\
 I_{cz_1} (\ddot{\psi} \cos\theta + \ddot{\varphi}) - I_{cz_1} \dot{\theta} \dot{\psi} \sin\theta &= Q_\varphi.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Эти уравнения можно применять для решения различных задач динамики взаимодействия машины с деревом в пространстве. Используя приведенные выше уравнения, рассмотрим пример решения частного случая прямой задачи динамики, когда для точного попадания в приемное устройство машины одна из точек дерева перемещается по заданной траектории, поворачиваясь относительно точки О (рис. 2). Траектория ее движения определяется формой ограничителя СЕ, выполненного в виде дуги большого круга [6].

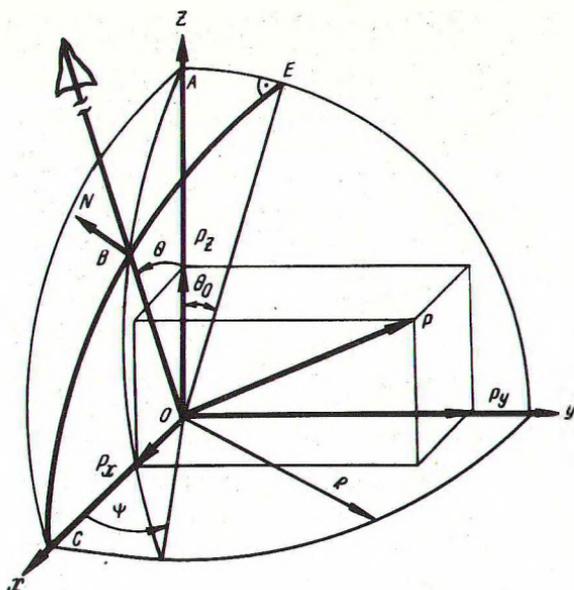


Рис. 2. Расчетная схема валки дерева по заданной траектории.

Для решения уравнений найдем из прямоугольного сферического треугольника АВЕ зависимость между углом собственного падения  $\theta$  и углом коррекции  $\psi$  :

$$\psi = \arcsin \frac{\operatorname{tg} \theta_0}{\operatorname{tg} \theta} ,$$

где  $\theta_0$  - угол начального отклонения дерева.

Из расчетной схемы (рис. 2) определим значения обобщенных сил:

$$Q_x = P_x; \quad Q_y = P_y - N \cos \theta_0; \quad Q_z = P_y + N \sin \theta_0 + mg;$$

$$Q_\theta = mgh_c \sin \theta - NR \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta}; \quad Q_\psi = -NR \sqrt{\sin^2 \theta - \sin^2 \theta_0},$$

где  $N$  - реакция ограничителя;  $R$  - расстояние от точки поворота дерева до ограничителя. Учитывая, что дерево поворачивается относительно точки  $O$ , подставим в пять первых уравнений системы (8) значения обобщенных сил. Тогда будем иметь в ко-

нечном виде пять дифференциальных уравнений, характеризующих движение дерева в данном случае. Для их совместного решения используем следующую зависимость [6]:

$$N = \frac{mgh_c}{R} \sin \theta_0.$$

Полученные конечные выражения определяют значения составляющих нагрузки, действующих в узле связи (точка O), в зависимости от угла собственного падения дерева:

$$\frac{P_x}{mg} = ck \left[ (3 \cos \varphi - 2 \cos \varphi_0) \cdot k \cdot \sin \varphi \cos \psi + \sin \varphi_0 \sin \psi \right];$$

$$\frac{P_y}{mg} = ck \left[ (3 \cos \varphi - 2 \cos \varphi_0) \cdot k \cdot \sin \varphi \sin \psi - \sin \varphi_0 \cos \psi \right] + 0,5 \frac{h_c}{R} \sin 2\varphi_0;$$

$$\frac{P_z}{mg} = 1 - ck^2 \left[ 1 - (3 \cos \varphi - 2 \cos \varphi_0) \cos \varphi \right] +$$

$$\frac{h_c}{R} \sin^2 \varphi_0,$$

где  $C = \frac{mgh_c^2}{I_g \frac{P_x}{mg}}$ ;  $k = \sqrt{1 - \left( \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi} \right)^2}$  - коэффициенты;  $\frac{P_x}{mg}$ ,  $\frac{P_y}{mg}$ ,  $\frac{P_z}{mg}$  - удельные составляющие результирующей нагрузки P, отнесенные к весу дерева.

По этим формулам произведены расчеты  $\frac{P_x}{mg}$ ,  $\frac{P_y}{mg}$  и  $\frac{P_z}{mg}$  в зависимости от угла  $\theta$  при следующих значениях параметров:  $\frac{h_c}{R} = 10$ ,  $\theta_0 = \frac{1}{36} \pi$ .

На рис.3 изображены графики функций  $\left( \frac{P_z}{mg}, \frac{P_x}{mg} \right) = f(\theta)$ ,  $\left( \frac{P_z}{mg}, \frac{P_y}{mg} \right) = f(\theta)$ ,  $\left( \frac{P_x}{mg}, \frac{P_y}{mg} \right) = f(\theta)$  и  $\left( \frac{P_z}{mg}, \frac{P_z}{mg} \right) = f(\theta)$ .

$\frac{P_x}{mg}, \frac{P_y}{mg} = f(\theta)$ , которые представляют собой годографы соответствующих нагрузок. Годографы дают динамическую характеристику процесса валки, когда плоскость  $zOx$ , проведенная через ось симметрии приемного устройства машины, не совпадает (рассогласована) с плоскостью валки и находится к ней под углом  $\theta_0$ .

Графики первых трех функций показывают характер изменения соответствующих результирующих нагрузок, действующих в каждой из трех взаимно перпендикулярных плоскостей, а график четвертой – характер изменения общей результирующей в пространстве. Соединяя прямой линией точку  $O$  с точкой одного из годографов, получим величину соответствующей удельной результирующей нагрузки.

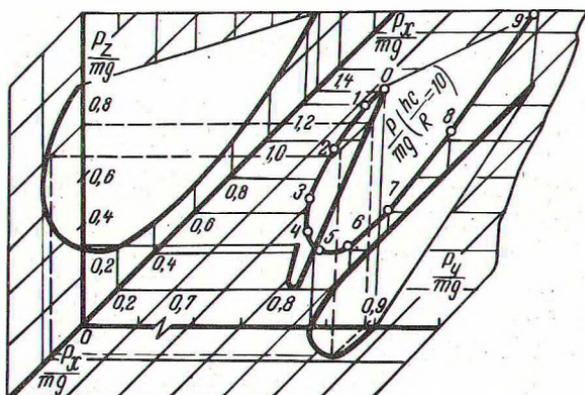


Рис. 3. Годографы удельных нагрузок, действующих в узле связи машины с деревом.

Анализ графиков (рис.3) показывает, что годограф результирующей нагрузки расположен в плоскости, проекция которой на плоскость  $zOy$  образует угол с осью  $Oz$ , равный  $\theta_0$ . При этом проекция этого годографа на плоскость  $xOy$  образует некоторый угол с осью  $Ox$ , величина которого зависит от угла  $\theta_0$  конструктивного параметра  $R$ .

Анализ изменения результирующей нагрузки показывает, что она в начальный момент валки уменьшается, а при угле собственного падения дерева больше  $\frac{7}{18}\pi$  увеличивается, принимая значения, превышающие вес срезаемого дерева.

Возникновение таких нагрузок объясняется влиянием силинерции, которые образуются в процессе валки.

Полученные уравнения движения дерева в общем виде и результаты решения частной прямой задачи будут полезны при проектировании технологического оборудования лесозаготовительных машин манипуляторного типа.

### Л и т е р а т у р а

1. Частные случаи применения уравнений Лагранжа при анализе процессов перемещения деревьев/С.Ф.Орлов, Ю.Г. Артамонов, З.М.Пацинский и др. - В сб.: Машины и орудия для механизации лесозаготовок. Л., 1974, вып.2.
2. Орлов С.Ф., Артамонов Ю.Г., Стефанович В.П. Общий метод решения задач по перемещению деревьев. - Изв. вузов. Лесной журнал, 1976, №4.
3. Проектирование и расчет специальных лесных машин./М.И.Зайчик, С.Ф.Орлов, А.М.Гольдберг и др. - М., 1976.
4. Артамонов Ю.Г. Проектирование специальных лесных машин. - Л., 1976.
5. Орлов С.Ф., Артамонов Ю.Г., Рубцов В.М. Общий метод решения задач по перемещению деревьев. - В сб.: Машины и орудия лесного хозяйства. Воронеж, 1977.
6. Троязыков В.М. О влиянии ограничителей на валку леса. - В сб.: Машины и орудия лесозаготовок. Л., 1976, вып.5.

УДК 634.0.323.4:624.159.1

В.А.Добровольский, Н.Ф.Ковалев

### ВИБРАЦИИ ФУНДАМЕНТА РАСКРЯЖЕВОЧНОЙ УСТАНОВКИ АЦ-3С

Основные расчеты фундаментов заключаются в отыскании частот  $f$  собственных (свободных) и амплитуд  $A$  вынужденных вибраций. Это связано с тем, что значения  $f$  определяют наступление резонанса, когда резко возрастают амплитуды вибраций, вредно отражающиеся на прочности и эксплуатации конструкции, качестве обрабатываемого сырья и здоровье обслуживающего персонала.

Нами проведены экспериментальные измерения вибраций фундамента раскряжевочной установки АЦ-3С, входящей в состав линии ПЛХ-ЗАС, на нижнем складе Борисовского ЛПХ.