Здесь $\varphi(z)$ — заданная дважды непрерывно дифференцируемая скалярная функция, а $(T_i, X_i), i = \overline{1,k}$ $(t_0 < \mathrm{t}_1 < T_2 < ... < T_k \leq t_1; x_0 < X_1 < X_2 < ... < X_k \leq x_1)$ — заданные точки.

В предлагаемой работе методом приращений вычислены первая и вторая вариаций (в классическом смысле) функционала качества и с их помощью установлены необходимые условия оптимальности в форме аналога уравнения Эйлера, и типа Лежандра-Клебша. Отдельно исследован случай вырождения аналога условия Лежандра-Клебша (классически особый случай). Получены необходимые условия оптимальности особых в классическом смысле управлений типа [2–4].

Библиографические ссылки

1. *Ермольев Ю.М., Гуленко В.П., Царенко Т.И.* Конечно-разностный метод в задачах оптимального управления. Киев: Наук. думка, 1978. 164 с.
2. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Особые оптимальные управления. М.: Книжный дом «Либроком», 2013. 256 с.
3. *Мансимов К.Б.* Необходимые условия оптимальности особых процессов в задачах оптимального управления // Автореф. дисс. на соиск.ученой степени д-ра физ.-мат. наук. Баку, 1994. 43 с.
4. *Мансимов К.Б., Марданов М.Дж.* Качественная теория оптимального управления системами Гурса-Дарбу. Баку: Элм, 2010. 360 с.
5. *Пономаренко Л.Л.* Стохастическая бесконечномерная задача Гурса // Математический анализ и теория вероятностей. Киев, 1978. С. 140–143.

ГИДР ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ И НАБЛЮДЕНИЯ С ПОТЕРЕЙ ПАМЯТИ

В.М. Марченко

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь
vladimir.marchenko@gmail.com

В докладе исследуются гибридные интегро-дифференциально-разностные (ГИДР) системы управления с финитными ядрами (потерей памяти). Дается представление их решений в виде обобщенной формулы Коши. Вводится сопряженная система наблюдения. Устанавливается двойственное соотношение и принцип двойственности задач нуль-управляемости и линейной наблюдаемости на продолжении. Для стационарных ГИДР систем получена экспоненциальная оценка решений, что позволяет в частотной области поиск новых регуляторов по типу обратной связи, коэффициенты которых суть целые функции конечной степени, что приводит к ГИДР системам с потерей памяти.

Рассмотрим ГИДР систему управления в нормальной форме с управлением

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) = A_{11}(t)x_1(t) + A_{12}(t)x_2(t) + \int\limits_{t_0}^{t} (D_{11}(t,s)x_1(t_0+t-s) \\ +D_{12}(t,s)x_2(t_0+t-s))\,ds + B_1(t)u(t),\ t > t_0;\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}x_2(t) = A_{21}(t)x_1(t) + A_{22}(t)x_2(t-h) + \int\limits_{t_0}^{t} (D_{21}(t,s)x_1(t_0+t-s) \\ +D_{22}(t,s)x_2(t_0+t-s))\,ds + B_2(t)u(t),\ t \geq t_0;\end{aligned} \tag{2}$$

с начальными условиями

$$x_1(t_0) = x_1(t_0+0) = x_{10},\ x_2(\tau) = \varphi(\tau),\ \tau \in [t_0-h, t_0). \tag{3}$$

Здесь $x_1(t) \in \mathbb{R}^{n_1}$, $x_2(t) \in \mathbb{R}^{n_2}$, $u(t) \in \mathbb{R}^r$, $h > 0$; параметры $A_{jk}(t)$, $B_j(t)$, $D_{jk}(t,\tau)$, $j = 1,2$; $k = 1,2$; – матричные функции соответствующих размеров, элементы которых являются непрерывными функциями по t и кусочно-непрерывными по τ, причем $D_{jk}(t,s) = 0$, $j = 1,2$; $k = 1,2$, для $s < t_0$ или $s > t_0 + w$ при некотором $w > 0$; управляющее воздействие $u(\cdot)$ – допустимые управление и $\varphi(\cdot)$ – начальное состояние берутся из класса кусочно-непрерывных вектор-функций.

Отметим специфику начальной задачи (3): начальные условия здесь задаются на полуинтервале $[t_0-h, t_0)$, однако вектор-функция φ определена и кусочно-непрерывна (ограничена) на отрезке $[t_0-h, t_0]$, при этом значение $x_2(t_0)$ определяется в силу уравнения (2).

Под решением $x_1(\cdot)$, $x_2(\cdot)$ системы (1), (2), соответствующим начальным условиям (3), будем понимать абсолютно непрерывную n_1-вектор-функцию $x_1(t)$ и кусочно-непрерывную n_2-вектор-функцию $x_2(t)$, которые для всех $t \geq t_0$ удовлетворяют уравнению (2) и для почти всех $t \geq t_0$ удовлетворяют уравнению (3), а также удовлетворяют начальным условиям (3).

Пусть $T_t = [\frac{t-t_0}{h}]$ – целая часть числа $\frac{t-t_0}{h}$, $t > t_0$. Наряду с основной системой (1) – (3) рассмотрим сопряженную систему (с обратным временем $\tau < t$):

$$\begin{aligned}\tfrac{\partial X_1^*(t,\tau)}{\partial \tau} + X_1^*(t,\tau)A_{11}(\tau) + X_2^*(t,\tau)A_{21}(\tau) + \int\limits_{t_0}^{t_0+t-\tau} (X_1^*(t,s+\tau \\ -t_0)D_{11}(s+\tau-t_0,s) + X_2^*(t,s+\tau-t_0)D_{21}(s+\tau-t_0,s))\,ds \\ + \textstyle\sum_{k=0}^{T_t} Z^*(t,t-kh)D_{21}(t-kh,t_0+t-kh-\tau),\end{aligned}$$

$$X_2^*(t,\tau) = X_1^*(t,\tau)A_{12}(\tau) + X_2^*(t,\tau+h)A_{22}(\tau+h) + \int\limits_{t_0}^{t_0+t-\tau} (X_1^*(t,$$
$$s+\tau-t_0)D_{12}(s+\tau-t_0,s) + X_2^*(t,s+\tau-t_0)D_{22}(s+\tau-t_0,s))\,ds$$
$$+\sum_{k=0}^{T_t} Z^*(t,t-kh)D_{22}(t-kh,t_0+t-kh-\tau),$$
$$X_1^*(t,t-kh-0) - X_1^*(t,t-kh+0) = Z^*(t,t-kh)A_{21}(t-kh),$$
$$Z^*(t,t-kh) = Z^*(t,t-kh+h)A_{22}(t-kh+h),\ k=1,2,...,T_t;$$ с граничными условиями $X_1^*(t,t-0) = X_{10}^*$, $Z^*(t,t) = Z_0^*$, $X_2^*(t,\tau) = \Phi^*(\tau)$, $\tau > t$.

Теорема 1. *Обобщенная формула Коши: пусть вектор-функции* $x_1(\cdot), x_2(\cdot)$ *являются решением системы* (1) – (3). *Тогда имеют место следующие представления этих решений на основе соответствующих решений сопряженной системы:*
$$X_1^*(t,t_0-0)x_{10} + \int\limits_{t_0-h}^{t_0} X_2^*(t,\tau+h)A_{22}(\tau+h)\varphi(\tau)d\tau + \int\limits_{t_0}^{t} (X_1^*(t,\tau)B_1(\tau)$$
$$+X_2^*(t,\tau)B_2(\tau))\,u(\tau)d\tau + Z^*(t,t-T_th)A_{22}(t-T_th)\varphi(t-T_th-h)$$
$$+\sum_{k=0}^{T_t} Z^*(t,t-kh)B_2(t-kh) =$$
$$\begin{cases} x_1(t),\ t\geq t_0, \text{если}\, X_{10}^* = I_{n_1},\ Z_0^* = 0, \\ x_2(t),\ t\geq t_0, \text{если}\, X_{10}^* = A_{21}(t),\ Z_0^* = I_{n_2}; \end{cases} \Phi^*(\tau)\equiv 0,\ \tau > t.$$

О ЗАДАЧЕ СТАБИЛИЗАЦИИ СКАЛЯРНЫХ ГИБРИДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ СИСТЕМ

В.М. Марченко, И.М. Борковская

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь
{vladimir.marchenko, borkovskaia}@gmail.com

В работе исследуются вопросы стабилизации скалярных гибридных дифференциально-разностных (ГДР) систем в шкалах линейных регуляторов по типу обратной связи. Рассматриваются два вида регуляторов: простейший регулятор, не выводящий систему за пределы заданного класса, и регулятор с интегральными составляющими типа свертки. Представлены необходимые условия стабилизации с помощью указанных регуляторов. Показано, что необходимое условие стабилизации с помощью регулятора с интегральными составляющими типа свертки является одновременно и достаточным [1].