$$X_2^*(t,\tau)=X_1^*(t,\tau)A_{12}(\tau)+X_2^*(t,\tau+h)A_{22}(\tau+h)+\int\limits_{t_0}^{t_0+t-\tau}(X_1^*(t,$$
$$s+\tau-t_0)D_{12}(s+\tau-t_0,s)+X_2^*(t,s+\tau-t_0)D_{22}(s+\tau-t_0,s))\,ds$$
$$+\sum_{k=0}^{T_t} Z^*(t,t-kh)D_{22}(t-kh,t_0+t-kh-\tau),$$
$$X_1^*(t,t-kh-0)-X_1^*(t,t-kh+0)=Z^*(t,t-kh)A_{21}(t-kh),$$
$$Z^*(t,t-kh)=Z^*(t,t-kh+h)A_{22}(t-kh+h),\ k=1,2,...,T_t;$$
с граничными условиями $X_1^*(t,t-0)=X_{10}^*$, $Z^*(t,t)=Z_0^*$, $X_2^*(t,\tau)=\Phi^*(\tau)$, $\tau>t$.

Теорема 1. *Обобщенная формула Коши: пусть вектор-функции* $x_1(\cdot), x_2(\cdot)$ *являются решением системы* (1) – (3). *Тогда имеют место следующие представления этих решений на основе соответствующих решений сопряженной системы:*
$$X_1^*(t,t_0-0)x_{10}+\int\limits_{t_0-h}^{t_0} X_2^*(t,\tau+h)A_{22}(\tau+h)\varphi(\tau)d\tau+\int\limits_{t_0}^{t}(X_1^*(t,\tau)B_1(\tau)$$
$$+X_2^*(t,\tau)B_2(\tau))\,u(\tau)d\tau+Z^*(t,t-T_th)A_{22}(t-T_th)\varphi(t-T_th-h)$$
$$+\sum_{k=0}^{T_t} Z^*(t,t-kh)B_2(t-kh)=$$
$$\begin{cases} x_1(t),\ t\geq t_0,\text{если}\,X_{10}^*=I_{n_1},\ Z_0^*=0,\\ x_2(t),\ t\geq t_0,\text{если}\,X_{10}^*=A_{21}(t),\ Z_0^*=I_{n_2};\end{cases}\ \Phi^*(\tau)\equiv 0,\ \tau>t.$$

О ЗАДАЧЕ СТАБИЛИЗАЦИИ СКАЛЯРНЫХ ГИБРИДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ СИСТЕМ

В.М. Марченко, И.М. Борковская

Белорусский государственный технологический университет, Минск, Беларусь
{vladimir.marchenko, borkovskaia}@gmail.com

В работе исследуются вопросы стабилизации скалярных гибридных дифференциально-разностных (ГДР) систем в шкалах линейных регуляторов по типу обратной связи. Рассматриваются два вида регуляторов: простейший регулятор, не выводящий систему за пределы заданного класса, и регулятор с интегральными составляющими типа свертки. Представлены необходимые условия стабилизации с помощью указанных регуляторов. Показано, что необходимое условие стабилизации с помощью регулятора с интегральными составляющими типа свертки является одновременно и достаточным [1].

Рассмотрим стационарную скалярную гибридную дифференциально-разностную систему в симметрической относительно операторов дифференцирования и сдвига форме

$$\dot{x}_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + b_1u(t), \tag{1}$$

$$x_2(t+h) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + b_2u(t), t \geq 0, \tag{2}$$

с начальными условиями

$$x_1(0) = x_{10}, x_2(\tau) = \psi(\tau), \tau \in [0, h). \tag{3}$$

Здесь $x_1(t) \in \mathbb{R}$, $x_2(t) \in \mathbb{R}$, $h > 0$, $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2$ — действительные числа; $u(\cdot)$ — внешнее (кусочно-непрерывное) воздействие — управление; $\psi(\cdot)$ — начальная кусочно-непрерывная функция. Под решением системы (1), (2) будем понимать абсолютно непрерывную функцию $x_1(\cdot)$ и кусочно-непрерывную функцию $x_2(\cdot)$, которые для всех $t \geq 0$ удовлетворяют уравнению (2) и для почти всех $t \geq 0$ удовлетворяют уравнению (1). Такое решение начальной задачи (1)–(3) для каждого начального значения x_{10} и кусочно-непрерывной функции $\psi(\cdot)$ существует, единственно и может быть найдено методом интегрирования системы (1)–(3) «по шагам». Присоединим к системе шкалы (классы) линейной обратной связи в виде:

1) простейшего регулятора

$$u(t) = Q_1x_1(t) + Q_2x_2(t), \tag{4}$$

2) более общего регулятора с интегральными составляющими типа свертки

$$u(t) = Q_1x_1(t)+Q_2x_2(t)+\int_0^t Q_1(s)x_1(t-s)ds+\int_0^t Q_2(s)x_2(t+h-s)ds, \tag{5}$$

где Q_1 и Q_2 — действительные числа; $Q_1(\cdot)$ и $Q_2(\cdot)$ — кусочно-непрерывные функции с конечным носителем $H > 0$, $Q_1(\cdot) \equiv 0$, $Q_2(\cdot) \equiv 0$ для $t > H$.

Исследуем задачу стабилизации системы (1), (2) в шкалах (4), (5), т.е. задачу отыскания регуляторов того или иного типа (отыскания чисел Q_1, Q_2, функций $Q_1(\cdot), Q_2(\cdot)$, при которых замкнутая система является устойчивой в том или ином смысле — асимптотически устойчивой, если не оговорено иное.

Теорема 1. *Если система (1), (2) является стабилизируемой в шкале (4) (или (5)), то*

$$rank \begin{bmatrix} \lambda - a_{11} & -a_{12}e^{-\lambda h} & b_1 \\ -a_{21} & 1 - a_{22}e^{-\lambda h} & b_2 \end{bmatrix} = 2, Re\lambda > 0. \tag{6}$$

Теорема 2. *Если система (1), (2) является стабилизируемой в шкале (4) (или (5)), то*

$$rank[\ \lambda - a_{22} \quad b_2\ ] = 1, \forall \lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| < 1. \tag{7}$$

Теорема 3. *Необходимые условия (6), (7) стабилизируемости системы (1), (2) в шкале регуляторов (5) являются и достаточными.*

Приводится пример системы, для которой не существует простейшего регулятора, позволяющего ее стабилизировать, но находится регулятор с интегральными элементами. Получены условия стабилизации системы регулятором (4). Результаты могут быть применены при синтезе управляющих воздействий в реальных системах управления, описывающихся дифференциально-разностными системами.

Библиографические ссылки

1. *Марченко В.М., Борковская И.М.* О стабилизации скалярных гибридных дифференциально-разностных систем // Труды БГТУ. Сер. 3. Физ.-мат. науки и информатика. 2020. № 1. С. 5–13.

ОБ ОПТИМАЛЬНОСТИ ОСОБЫХ УПРАВЛЕНИЙ В СТОХАСТИЧЕСКИХ ОБЫКНОВЕННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

Р.О. Масталиев

Институт систем управления НАН Азербайджана, Баку, Азербайджан
mastaliyevrashad@gmail.com

Рассматривается задача оптимального управления обыкновенными стохастическими системами Ито (уравнением диффузии) [1–4], при предположении, что управляющая функция также входит в коэффицент диффузии, а критерий оптимальности является математическим