1. Антоневич А.Б., Радыно Я.В. Об общем методе построения алгебр обобщенных функций // ДАН СССР — 1991. — Т. 318. — С. 267—270.

2. Антоневич А.Б., Шагова Т.Г. Умножение распределений и алгебры мнемофункций // СМФН — 2019. — Т. 65, выпуск 3. — С. 339—389.

3. Гулецкая О.И., Радыно Я.В. К теории обобщенных функций от операторов // Весцi АН Беларусi— 1995. — №2.

4. Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Спектральная теория. - М.: Мир, 1966. - 1064 с.

5. Тильман Х.Г. Vector-valued distributions and the spectral theorem for self-adjoint operators in Hilbert spaces // Bull. Math. Soc. - 1993. — №99 — p. 67-71.

## ОБ ОЦЕНКЕ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДРОБНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

**С.В. Пономарева, О.Н. Пыжкова**

Минск, Республика Беларусь

Будем рассматривать задачу типа Коши

$$\begin{cases} D^\alpha x(t) = f(t, x(t)), \\ \lim\limits_{t\to 0} \ t^{1-\alpha}x(t) = \xi \end{cases} \tag{1}$$

с дробной производной Римана–Лиувилля $D^\alpha$ порядка $\alpha$, $0 < \alpha < 1$ в весовом пространстве $C_{1-\alpha}[0,T]$ определенных на отрезке $[0,T]$ и непрерывных на $(0,T]$ функций $x(t)$, для которых существует предел $\lim\limits_{t\to 0} \ t^{1-\alpha}x(t)$.

Предположим, что нелинейность $f(t,u)$ удовлетворяет неравенству

$$|f(t,u)| \le \mu(t) + \nu(t)\,|u|^k \qquad (0 < t \le T, \ -\infty < u < \infty), \tag{2}$$

где $\mu(t)$ и $\nu(t)$ — некоторые неотрицательные функции со свойствами

$$\int\limits_0^t (t-s)^{\alpha-1}\mu(s)\,ds \in C_{1-\alpha}, \quad \int\limits_0^t (t-s)^{\alpha-1}s^{\alpha-1}\nu(s)\,ds \in C_{1-\alpha}, \tag{3}$$

обеспечивающими ограниченность и полную непрерывность оператора $Ax(t) = \frac{\xi\cdot t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} + \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_0^t (t-s)^{\alpha-1}f(s,x(s))\,ds$ в пространстве $C_{1-\alpha}$ , $k \ge 1$ .

Решение задачи (1) сводится к отысканию неподвижных точек указаного оператора $Ax(t)$ (см. [1]). Но при этом явный вид решения получить непросто. Часто может быть достаточно поточечной оценки решения. Наиболее известными инструментами, позволяющими строить оценки дифференциальных уравнений, являются леммы Бихари и Гронуола-Беллмана (см., например, [2]). С помощью первой из них получим оценку решения уравнения (1) в соответствующем функциональном пространстве.

**Утверждение** *Пусть для функции* $f(t,u)$ *выполняются условия* (2) *и* (3). *Тогда для решения задачи Коши* (1) *выполняется оценка*

$$x(t) \le c\left[1-(m-1)c^{m-1}\int\limits_0^t (t-s)^{\alpha-1}\mu(s)\,ds\right]^{\frac{1}{1-m}},$$

*где* $c = |\frac{\xi\cdot t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}| + \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int\limits_0^t (t-s)^{\alpha-1}\mu(s)\,ds.$

**Литература**

1. Забрейко, П. П. О решении задачи Коши с неограниченной правой частью для уравнений дробного порядка / П. П. Забрейко, С. В. Пономарева // Докл. Нац. акад. наук Беларуси. – 2020. – Т. 64, № 1. – С. 13–20.

2. А. В. Чернов, Об одном обобщении леммы Бихари на случай вольтерровых операторов в лебеговых пространствах, Матем. заметки, 2013, том 94, выпуск 5, 757–76.

# ОДНО МНОГОМЕРНОЕ ОБОБЩЕННОЕ H–ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

**Скоромник О.В.**[1], **Шлапаков С.А.** [2], **Папкович М.В.**[1],

[1]Полоцкий государственный университет,
Блохина 29, 211440 Новополоцк, Беларусь skoromnik@gmail.com, mpapkovich@yandex.ru
[2]Витебский государственный университет им. П.М. Машерова,
Московский проспект 33,210038 Витебск, Беларусь ShlapakovSA@gmail.com

Изучается многомерное интегральное преобразование

$$\big(\mathrm{H}_{\eta,\mu;\gamma,\delta,\lambda}f\big)(\mathbf{x})=\mathbf{x}^{\eta}\int\limits_{\mathbf{0}}^{\infty}\mathrm{H}^{\mathbf{m},\,\mathbf{n}}_{\mathbf{p},\,\mathbf{q}}\left[\frac{\lambda\mathbf{x}^{\gamma}}{\mathbf{t}^{\delta}}\,\middle|\,\begin{matrix}(\mathbf{a}_i,\alpha_i)_{1,p}\\(\mathbf{b}_j,\beta_j)_{1,q}\end{matrix}\right]\mathbf{t}^{\mu}f(\mathbf{t})d\mathbf{t}\ \ (\mathbf{x}>0),\tag{1}$$

здесь [1, п.28.4;2–3] $\mathbf{x}=(x_1,x_2,...,x_n)\in\mathrm{R}^n$ ; $\mathbf{t}=(t_1,t_2,...,t_n)\in\mathrm{R}^n$; $\mathbf{x}\cdot\mathbf{t}=\sum\limits_{n=1}^{n}x_nt_n$; $\mathbf{x}>\mathbf{t}$ означает $x_1>t_1,...,x_n>t_n$, аналогично для знаков $<,\ \leq,\ \geq$; $\int\limits_{\mathbf{0}}^{\infty}=\int\limits_{\mathbf{0}}^{\infty}\int\limits_{\mathbf{0}}^{\infty}\cdots\int\limits_{\mathbf{0}}^{\infty}$; множества $\mathrm{N}_0=\mathrm{N}\bigcup\{0\}$,$\mathrm{N}_0^n=\mathrm{N}_0\times\mathrm{N}_0\times...\times\mathrm{N}_0$, $\mathrm{R}^n_+=\{\mathbf{x}\in\mathrm{R}^n,\ \mathbf{x}>0\}$;

$\mathbf{m}=(m_1,m_2,...,m_n)\in\mathrm{N}_0^n$ и $m_1=m_2=...=m_n$; $\mathbf{n}=(\overline{n}_1,\overline{n}_2,...,\overline{n}_n)\in\mathrm{N}_0^n$ и $\overline{n}_1=\overline{n}_2=...=\overline{n}_n$; $\mathbf{p}=(p_1,p_2,...,p_n)\in\mathrm{N}_0$ и $p_1=p_2=...=p_n$; $\mathbf{q}=(q_1,q_2,...,q_n)\in\mathrm{N}_0$ и $q_1=q_2=...=q_n)$ $(0\leq\mathbf{m}\leq\mathbf{q},\ 0\leq\mathbf{n}\leq\mathbf{p})$;

$\eta=(\eta_1,\eta_2,...,\eta_n)\in\mathrm{C}^n$; $\mu=(\mu_1,\mu_2,...,\mu_n)\in\mathrm{C}^n$;

$\delta=(\delta_1,\delta_2,...,\delta_n)\in\mathrm{R}^n_+$; $\gamma=(\gamma_1,\gamma_2,...,\gamma_n)\in\mathrm{R}^n_+$; $\lambda=(\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_n)\in\mathrm{R}^n_+$;

$\mathbf{a}_i=(a_{i_1},a_{i_2},...,a_{i_n})$, $1\leq i\leq p$, $a_{i_1},a_{i_2},...,a_{i_n}\in\mathrm{C}$ $(1\leq i_1\leq p_1,...,1\leq i_n\leq p_n)$;

$\mathbf{b}_j=(b_{j_1},b_{j_2},...,b_{j_n})$, $1\leq j\leq q$, $b_{j_1},b_{j_2},...,b_{j_n}\in\mathrm{C}$ $(1\leq j_1\leq q_1,...,1\leq j_n\leq q_n)$;

$\alpha_i=(\alpha_{i_1},\alpha_{i_2},...,\alpha_{i_n})$, $1\leq i\leq p$, $\alpha_{i_1},\alpha_{i_2},...,\alpha_{i_n}\in\mathrm{R}^+_1$ $(1\leq i_1\leq p_1,...,1\leq i_n\leq p_n)$;

$\beta_j=(\beta_{j_1},\beta_{j_2},...,\beta_{j_n})$, $1\leq j\leq q$, $\beta_{j_1},\beta_{j_2},...,\beta_{j_n}\in\mathrm{R}^+_1$ $(1\leq j_1\leq q_1,...,1\leq j_n\leq q_n)$;

$\mathbf{k}=(k_1,k_2,...,k_n)\in\mathrm{N}_0^n$ $(k_i\in\mathrm{N}_0,\ i=1,2,...,n)$ мультииндекс с $\mathbf{k}!=k_1!\cdots k_n!$ и $|\mathbf{k}|=k_1+k_2+...+k_n$;для $l=(l_1,l_2,...,l_n)\in\mathrm{R}^n_+$

$\mathbf{D}^l=\frac{\partial^{|l|}}{(\partial x_1)^{l_1}\cdots(\partial x_n)^{l_n}}$, $\mathbf{dt}=dt_1\cdot dt_2\cdots dt_n$;$\mathbf{t}^{\mu}=t^{\mu_1}\cdots t^{\mu_n}$;$f(\mathbf{t})=f(t_1,t_2,...,t_n)$; функция

$$\mathrm{H}^{\mathbf{m},\,\mathbf{n}}_{\mathbf{p},\,\mathbf{q}}\left[\frac{\lambda\mathbf{x}^{\gamma}}{\mathbf{t}^{\delta}}\,\middle|\,\begin{matrix}(\mathbf{a}_i,\alpha_i)_{1,p}\\(\mathbf{b}_j,\beta_j)_{1,q}\end{matrix}\right]=\prod_{k=1}^{n}\mathrm{H}^{m_k,\,\overline{n}_k}_{p_k,\,q_k}\left[\frac{\lambda x_k^{\gamma_k}}{t_k^{\delta_k}}\,\middle|\,\begin{matrix}(a_{i_k},\alpha_{i_k})_{1,p_k}\\(b_{j_k},\beta_{j_k})_{1,q_k}\end{matrix}\right]$$

представляет собой произведение H–функций $\mathrm{H}^{m,\,n}_{p,\,q}[z]$ [4, главы 1–2]. В работе преобразование (1) изучается в весовых пространствах $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{r}}$ суммируемых функций $f(\mathbf{x})=f(x_1,x_2,...,x_n)$ на $\mathrm{R}^{\mathbf{n}}_+$, таких что:

$$\|f\|_{\overline{v},\overline{r}}=\{\int_{R^1_+}x_n^{v_n\cdot r_n-1}\{\cdots\{\int_{R^1_+}x_2^{v_2\cdot r_2-1}$$

$$[\int_{R^1_+}x_1^{v_1\cdot r_1-1}|f(x_1,...,x_n)|^{r_1}dx_1]^{r_2/r_1}dx_2\}^{r_3/r_2}\cdots\}dx_n\}^{1/r_n}<\infty,$$