

фиков спектральных плотностей показывает, что на некоторых опытных участках кривые для каждой скорости движения имеют несколько максимумов, что свидетельствует о широком диапазоне опасных частот воздействия. Величина этих максимумов с возрастанием частоты снижается и при  $\omega = 6 \text{ с}^{-1}$  проявление максимумов заметно уменьшается.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С и л а е в А.А. Спектральная теория подрессоривания транспортных машин. — М.: Машиностроение, 1972. — 192 с.

УДК 625+539.319/376

И.И.ЛЕОНИЧ, д-р техн.наук (БПИ),  
А.П.ЛАЩЕНКО (БТИ)

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТЫХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

Исследования в области расчета нежестких дорожных одежд, проведенные в нашей стране в последние годы, развиваются в направлении дальнейшего углубления теоретической базы. Основная задача, которую ставят перед собой дорожные исследователи, — наиболее полно изучить закономерности работы дорожных одежд в реальных условиях, и на основе этих закономерностей разработать методику расчета, позволяющую существенно повысить надежность проектируемых одежд в сочетании с их экономичностью.

К числу основных направлений в этой области следует отнести учет реологических свойств материалов при определении напряженно-деформированного состояния дорожных конструкций.

В качестве закона деформирования, учитывающего время, можно применять интегральное уравнение Больцмана-Вольтерра, уравнение Слонимского. Для удобства математического описания совокупности основных свойств рассматриваемого материала и для большей наглядности при составлении дифференциальных уравнений основные свойства материала изображают в виде физически обоснованных механических моделей, законы деформирования которых известны.

Исходя из анализа всех рассмотренных нами дифференциальных зависимостей реологических моделей, мы остановились на известном уравнении Максвелла—Томсона, или так называемом законе деформирования "типичного тела":

$$E_n \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + H \epsilon = n \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma, \quad (1)$$

где  $E$  — мгновенный модуль упругости;  $H$  — длительный модуль упругости;  $n$  — коэффициент времени релаксации.

Современные нежесткие дорожные одежды являются сложными системами, состоящими обычно из нескольких слоев различных по свойствам материалов, подстилаемых грунтом. В связи с этим представляет большой практиче-

ский интерес исследование напряженно-деформированного состояния слоистой дорожной конструкции с учетом того, что закон деформирования материала каждого слоя рассматриваемой системы представлен дифференциальной зависимостью типа (1).

Многослойная система рассматривается как полупространство, состоящее из изотропных упруго-вязких слоев, неограниченно простирающихся в горизонтальном направлении и связанных между собой условиями непрерывности напряжений и перемещений.

Каждый слой характеризуется пятью параметрами: толщиной  $h_i$ ; коэффициентом Пуассона  $\mu_i$ ; модулями упругости мгновенным  $E_i$ , длительным  $H_i$  и коэффициентом времени релаксации  $n_i$ . Первый нижний слой, кроме того, неограничен и в вертикальном направлении. Свободная поверхность нагружена нормальной равномерно распределенной по площади круга осесимметрической нагрузкой.

Обозначим компоненты тензоров напряжения и перемещения в цилиндрической системе координат:  $\sigma_z, \sigma_r, \sigma_\theta$  — нормальные напряжения на площадках, перпендикулярные к осям  $z, r$  и  $\theta$ ;  $\tau_{rz}$  — касательное напряжение на площадке, перпендикулярной к оси  $z$  и параллельной оси  $r$ ;  $w, u$  — перемещения вдоль осей  $z$  и  $r$ .

Два других компонента тензора напряжения и перемещения вдоль оси  $\theta$  благодаря осевой симметрии равны нулю.

Рассматриваемая задача удовлетворяет условиям осевой симметрии и решение ее сводится к отысканию системы бигармонических функций  $\varphi_i(rz)$ , с которой напряжения и перемещения связаны следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} \sigma_z^i &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ (2 - \mu_i) \nabla^2 \varphi_i - \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} \right]; \\ \sigma_r^i &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu_i \nabla^2 \varphi_i - \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial r^2} \right]; \\ \sigma_\theta^i &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu_i \nabla^2 \varphi_i - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} \right]; \\ \tau_{rz}^i &= \frac{\partial}{\partial r} \left[ (1 - \mu_i) \nabla^2 \varphi_i - \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} \right]; \\ u^i &= - \frac{1 + \mu_i}{E_i} \left[ \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z \partial r} + \frac{E_i - H_i}{E_i n_i} \int_0^t \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z \partial r} e^{-\frac{H_i(t-\tau)}{E_i n_i}} d\tau \right]; \\ w^i &= \frac{1 + \mu_i}{E_i} \left\{ \left[ 2(1 - \mu_i) \nabla^2 \varphi_i - \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} \right] + \frac{E_i - H_i}{E_i n_i} \times \right. \\ &\quad \left. \times \int_0^t \left[ 2(1 - \mu_i) \Delta^2 \varphi_i - \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial z^2} \right] e^{-\frac{H_i(t-\tau)}{E_i n_i}} d\tau \right\}. \end{aligned}$$

Решая данную систему при соответствующих начальных условиях, получим расчетные формулы, которые позволяют определять нормальные напряжения  $\sigma_z$  и вертикальные перемещения  $w$  в любой точке слоистого полупространства с учетом реологических свойств материалов каждого слоя дорожной одежды и подстилаемого грунта.

В качестве примера рассмотрим дорожную конструкцию как двухслойное изотропное упруго-вязкое полупространство (рис. 1).

Закон деформирования для каждого слоя описывается дифференциальной зависимостью (1) со своими расчетными параметрами  $E_i$ ,  $H_i$ ,  $\nu_i$  и  $\mu_i$ . Нормальную нагрузку предполагаем равномерно распределенной по площади круга радиуса  $R$  с интенсивностью, которую удобно представить через интеграл вида Фурье—Бесселя:

$$P = P_0 \beta \int_0^{\infty} J_1(\beta a) J_0(\rho a) da.$$

На основании полученного общего решения получаем формулы для определения нормальных напряжений  $\sigma_z$  и вертикальных перемещений  $w$  в любой точке двухслойного упруго-вязкого полупространства:

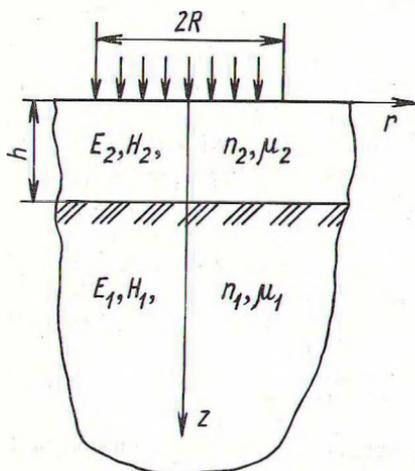
а) для первого слоя ( $z \geq h$ ):

$$\sigma_z^1 = h^{-3} \int_0^{\infty} [A + B(1 - \delta)] e^{-\alpha \eta} \alpha^3 J_0(\alpha \rho) d\alpha;$$

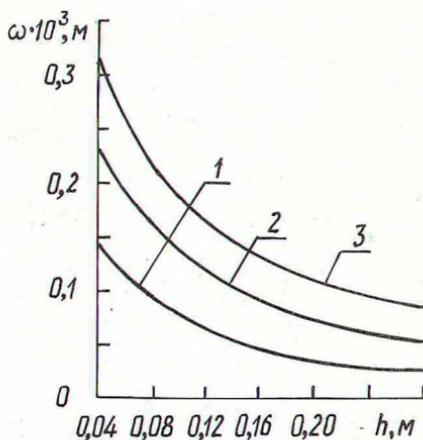
$$w^1 = - \frac{1 + \mu_i}{H_1 h^2} \left( 1 + \frac{H_1 - E_1}{E_1} e^{-\frac{H_1 t}{E_1 \nu_1}} \right) \int_0^{\infty} [A + B(2 - 2\mu_1 - \delta)] e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_0(\alpha \rho) d\alpha;$$

б) для второго слоя ( $0 \leq z \leq h$ ):

$$\sigma_z^2 = h^{-3} \int_0^{\infty} \left\{ A + B(1 - \delta) + C \lambda_2 (1 - e^{-2\lambda_2 z}) + D(1 - \right.$$



Р и с. 1. Расчетная схема.



Р и с. 2. Зависимость максимальной просадки во времени от толщины верхнего слоя: 1 — при  $t = 0$  с; 2 — при  $t = 0,03$  с; 3 — при  $t = 0,06$  с.

$$-e^{-2\lambda_2} - \lambda_2(1+e^{-2\lambda_2}) \} e^{-\alpha\eta} \alpha^3 J_0(\alpha\rho) d\alpha;$$

$$w^2 = \frac{1+\mu_2}{H_2 h^2} \left( 1 + \frac{H_2 - E_2}{E_2} e^{-\frac{H_2 t}{E_2 n_2}} \right) \int_0^\infty \{ A + B[2(1-\mu_2) - \delta] - \\ - C[(1-2\mu_2)(1 - e^{-2\lambda_2}) - \lambda_2(1+e^{-2\lambda_2})] + D[2(1-\mu_2)(1 + \\ + e^{-2\lambda_2}) - \lambda_2(1+e^{-2\lambda_2})] \} e^{-\alpha\eta} \alpha^2 J_0(\alpha\rho) d\alpha.$$

Здесь и далее приняты обозначения:

$$\eta = \frac{z}{h}; \beta = \frac{R}{h}; \rho = \frac{r}{h}; \gamma_i = \frac{h_i}{h}; \lambda_k = \alpha(\gamma_{k-1} - \eta);$$

$h_i$  – суммарная толщина слоев, лежащих выше  $i$ -го;  $R$  – радиус площадки за-  
грузки;  $J_0(\alpha)$  – функция Бесселя I рода нулевого порядка;  $J_1(\alpha)$  –  
функция Бесселя I рода первого порядка.

Коэффициенты  $A, B, C$  и  $D$  – суть неопределенные функции от параметров  $\alpha$  и  $t$ , которые находим из системы алгебраических уравнений с переменными коэффициентами:

$$(a_1 - a_2)A - [a_1(1-2\mu_1) - a_2(1-2\mu_2)]B - 4a_2(1-\mu_2)C = 0;$$

$$(a_1 - a_2)A - [2(1-\mu_1)a_1 - 2(1-\mu_2)a_2]B - 4a_2(1-\mu_2)D = 0;$$

$$A + (1-\alpha)B + \alpha a_3 C + (a_3 - \alpha a_4)D = -\beta h^3 \alpha^{-3} J_1(\beta\alpha);$$

$$A - \alpha B + (a_3 + \alpha a_4)C - \alpha a_3 D = 0,$$

где  $a_1 = \frac{1+\mu_1}{H_1} \left( 1 + \frac{H_1 - E_1}{E_1} e^{-\frac{H_1 t}{E_1 n_1}} \right);$

$$a_2 = \frac{1+\mu_2}{H_2} \left( 1 + \frac{H_2 - E_2}{E_2} e^{-\frac{H_2 t}{E_2 n_2}} \right);$$

$$a_3 = 1 - e^{-2\lambda}, \quad a_4 = 1 + e^{-2\lambda}.$$

Данная система получена исходя из граничных условий. Решение данной алгебраической системы в общем виде не представляет принципиального затруднения. Заметим, что данная система имеет единственное решение при фиксированных  $\alpha$  и  $t$ .

Практическое применение полученных нами формул и зависимостей для исследования напряженно-деформированного состояния дорожной конструкции, работающей в упруго-вязкой стадии, предусматривается в численном виде. Трудоемкость вычислений, связанных с определением несобственных интегралов, функций Бесселя I рода, а также решением систем алгебраических уравнений с переменными коэффициентами, численными методами и определяет необходимость постановки этой задачи для ЭЦВМ.

Для получения численных значений всех составляющих напряжений и перемещений нами разработаны алгоритмы и составлены программы для ЭВМ, которые сданы в Государственный фонд алгоритмов и программ СССР (П005081).

Полученные численные значения вертикальных перемещений нормальных напряжений позволяют обнаружить ряд закономерностей, имеющих практическое значение при конструировании дорожных одежд.

Установлено, что величины вертикальных перемещений находятся почти в линейной зависимости от времени действия нагрузок до 0,018 с, что соответствует скорости движения автомобилей свыше 60 км/ч. При большем времени действия пневматика автомобиля на покрытие дорожной одежды данная зависимость переходит в экспоненциальную. Зависимость между перемещениями и действующей нагрузкой является линейной при любом времени действия.

Важно также то, что максимальное перемещение в вертикальном направлении (рис. 2) носит асимптотический характер в зависимости от толщины верхнего слоя. Отсюда следует, что можно определить экономически выгодную толщину верхнего слоя для определенных колесных нагрузок и их времени действия.

УДК 625.8:630.383.4

Г.С.КОРИН (БТИ)

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РАБОТЫ ДОРОЖНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ГРУНТОВОМ КАНАЛЕ

Для испытания дорожных конструкций, определения физико-механических свойств дорожно-строительных материалов, исследования режимов работы нагрузочных устройств все чаще используются испытательные стенды. Они обладают рядом достоинств, основными из которых являются возможность проведения исследований в течение всего года, создание необходимых нагрузочных режимов дорожных конструкций, оценка работы той или иной конструкции в короткий срок.

Экспериментальный линейный стенд БТИ им. Кирова включает грунтовый канал длиной 20 м, шириной 2,8 м, глубиной 1,5 м, автоматизированную самоходную тележку, обеспечивающую создание нагрузок на покрытие в пределах от 0 до 4,4 кН с помощью гидравлической системы. Канал оборудован также гидросистемой для подачи воды и дренажной системой для регулирования уровня воды.

В задачу экспериментальных исследований на грунтовом канале входило:

- а) измерение величины напряжений и деформаций в однородном грунтовом массиве в зависимости от величины нагрузки и скорости ее приложения;
- б) определение прочности и работоспособности различных типов дорожных конструкций под действием статических и динамических нагрузок;