

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРОЕНИЯ СОСНОВЫХ ДРЕВОСТОЕВ ПО ДИАМЕТРУ**

An imitation model of pine stands structure has been worked out on the basis of beta-distribution. The relative error of forest taxation indices determination does not exceed 1,5% with basal area estimation, 4,4% with growing volume estimation and 2,0% with the number of trees on a cutting area estimation. The error in estimation the average diameter is about 5,0% and average height 4,0% with respect to absolute value of the forest taxation index.

Понятие «строение» с течением времени менялось. Так, А.В. Тюрин (1930) понимал под ним порядок сочетания деревьев в насаждении. Другие ученые – А. Шиффель, Н.П. Анучин (1976), К.Е. Никитин (1966), В.В. Антанайтис (1977), Н.Н. Свалов (1979) рассматривают его как распределение числа деревьев по различным таксационным признакам, включая статистические модели, т. е. теория строения древостоев рассматривается как приложение статистической теории распределений к изучению древостоев. В современной лесотаксационной литературе под строением понимают закономерности распределения, связи и изменчивости таксационных признаков в насаждении (Швиденко, 1981; Верхунов, 1981; Багинский, 1984). При этом пространственное расположение деревьев в древостое относят к морфологической структуре насаждений (Багинский, Есимчик, 1996).

Изучением строения древостоев лесоводы занимаются более 150 лет (Захаров, 1967; Анучин, 1977) [1].

Первые исследования строения древостоев осуществлены в 1890–1901 годах Вейзе, Вимменауэром, Гуттенбергом, Герхардтом и послужили основой теории строения древостоев. Этими исследователями были установлены место среднего дерева в ряду распределения деревьев по диаметру и нормальный характер кривой распределения.

В дальнейшем наиболее значимые исследования закономерностей строения древостоев осуществили проф. А.В. Тюрин и Н.В. Третьяков. Проф. А.В. Тюрин при изучении закономерностей строения древостоя распределял деревья по ступеням толщины, выраженным в долях от среднего диаметра древостоя. Такие ступени были им названы естественными. На основе полученных результатов А.В. Тюрин сделал вывод, что процентное распределение деревьев по естественным ступеням толщины зависит не от породы, класса возраста и полноты древостоя, а от возраста древостоя, характера и интенсивности проведенных рубок ухода [2]. Н.В. Третьяков сформулировал закон единства в строении насаждений, согласно которому вся внутренняя структура древостоев подчинена закону нормального распределения и характеризуется положением дерева в ранжированном ряду [3].

Впервые отклонения в строении древостоев по диаметру от нормального распределения были отмечены Шубергом и Гуттенбергом (по М.М. Орлову, 1929 г.) [4].

В последующем исследования показали, что место среднего дерева и характер кривой распределения деревьев по различным таксационным показателям подвержены варьированию в зависимости от возраста, условий произрастания, породного состава, густоты, древостоя, интенсивности рубок ухода.

К.Е. Никитин (1966), Н.Н. Свалов (1979), О.А. Харин, О.А. Атрошенко (1985), В.Ф. Багинский (1972) привели данные о распределениях, существенно отличающихся от нормального. Кроме того, форма кривой распределения меняется в течение жизни древостоя. До смыкания крон оно характеризуется положительной асимметрией, затем, начиная с возраста смыкания, асимметрия распределения становится отрицательной. В возрасте спелости распределение симметрично и приближается по форме к нормальному. В период же распада древостоя вновь появляется положительная асимметрия.

Закономерности строения древостоев, их частей и совокупностей являются теоретической основой разработки методов таксации леса, учета лесного и лесосечного фонда,

широко используются при подготовке справочно-нормативных лесотаксационных документов, имитации схем рубок ухода, материально-денежной оценке запасов древостоев, построении таблиц хода роста насаждений, динамики товарности древостоев.

В строении древостоев особое внимание уделяется модели распределения числа деревьев по диаметру, на основе которых можно получить распределение других таксационных показателей древостоев (по высоте, объему и т. д.). Модель строения древостоев по диаметру позволяет определять лесоводственную структуру древостоев, научно обосновать разработку и проведение лесохозяйственных мероприятий, повысить точность таксации и совершенствовать лесоустроительное проектирование.

Основной задачей моделирования строения древостоев по диаметру является получение распределения деревьев по диаметру по ступеням толщины на основе таксационных показателей древостоя без сплошного перечета деревьев. Это возможно выполнить, если будут разработаны модели связи параметров теоретического распределения с таксационными показателями древостоя. В качестве параметров многих теоретических распределений используются основные статистики распределений (среднее значение, среднеквадратическое отклонение, пределы распределений), и поэтому разработка достаточно надежных моделей связи между таксационными показателями древостоев и статистиками опытных распределений имеет первоочередное значение.

Целью нашего исследования являлось установление теоретического распределения, на основании которого можно получить распределение числа деревьев по ступеням толщины, разработка регрессионных моделей связи между таксационными показателями древостоя и параметрами теоретической функции и создание имитационной модели строения сосновых древостоев по диаметру.

Экспериментальный материал представлен данными перечислительной таксации чистых одновозрастных сосновых древостоев на 121 временной пробной площади. Исследуемые древостои в возрасте от 10 до 110 лет характеризовались I<sup>a</sup>-V<sup>b</sup> классами бонитета, средним диаметром от 4 до 38 см, высотой от 4 до 29 м.

Была выполнена статистическая обработка опытных распределений числа деревьев по ступеням толщины. Было установлено, что для чистых одновозрастных сосновых насаждений характерен асимметричный унимодальный тип распределения числа деревьев по диаметру с положительной асимметрией. Нижние пределы опытных рядов распределения деревьев в древостое варьируют от 0,5 до 19 см (коэффициент вариации  $v = 60,6\%$ ), а верхние пределы от 9,5 до 58 см и характеризуются меньшей вариацией ( $v = 37,9\%$ ). Стандартное отклонение с возрастом увеличивается и в спелых древостоях достигает 9 см. Данные об изменчивости основных статистик распределений деревьев по диаметру приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Варьирование статистик распределений деревьев по диаметру в сосновых древостоях

Статистики	Значения			Стандартное отклонение	Коэффициент вариации
	min	max	среднее		
D	4,7	37,6	17,3	7,14	41,3
$\delta$	1,56	8,81	4,62	1,59	34,5
As	-0,656	0,853	0,278	0,291	104,7
E	-1,098	0,949	-0,256	0,45	175,8
V	16,1	50,4	29,4	6,66	22,7
p	0,9	3,1	1,6	0,41	25,6

В последнее время для моделирования распределений числа деревьев, сумм площадей сечений, запасов и высот по ступеням толщины отечественные и зарубежные исследователи используют нормальное и логнормальное распределения, гамма- и бета-функции, распределение Вейбулла и S<sub>B</sub>-Джонсона.

В нашем случае опытные распределения числа деревьев по диаметру в древостоях выравнивались нормальным распределением, бета-функцией и распределением Вейбулла. По  $\chi^2$ -критерию Пирсона оценивалось (с вероятностью 0,95) соответствие опытного распределения теоретическому. Было установлено, что для аналитического описания опытного распределения числа деревьев по диаметру лучше подходит модель бета-распределения, которая описывает 82% общего числа исследуемых древостоев.

Бета-распределение является гибким и удовлетворительно аппроксимирует опытные распределения диаметров деревьев со значительной асимметрией и эксцессом [5]. Дифференциальная функция бета-распределения диаметров деревьев имеет вид

$$f(d) = C \cdot (d_i - d_{\min})^\alpha \cdot (d_{\max} - d_i)^\gamma, \quad (1)$$

$$C = N / \int_{d_{\min}}^{d_{\max}} (d_i - d_{\min})^\alpha \cdot (d_{\max} - d_i)^\gamma d(x), \quad (2)$$

где  $C$  – коэффициент, показывающий, что площадь под кривой распределения равна числу деревьев в древостое;  $\alpha, \gamma$  – показатели формы кривой;  $d_{\min}$  – минимальный диаметр;  $d_{\max}$  – максимальный диаметр,  $d_i$  – диаметр  $i$ -го дерева в древостое.

Разрабатываемая имитационная модель строения древостоев по диаметру должна выдавать распределение количества стволов по ступеням толщины без предварительного проведения сплошного перечета, используя данные глазомерно-измерительной, перечислительной и выборочной таксации.

Нами был осуществлен анализ таксационных показателей, получаемых при проведении таксации лесного фонда разными способами. Установлено, что минимальное количество таксационных данных для выдела определяется при проведении глазомерно-измерительной таксации молодняков и средневозрастных насаждений. В результате таксации для каждого выдела получают таксационные показатели – состав, возраст, средняя высота, средний диаметр, полнота, запас, бонитет, тип леса. При инвентаризации приспевающих, спелых и перестойных древостоев дополнительно определяют сумму площадей сечений, класс товарности. При проведении перечислительной и выборочной таксации усредняют всевышеперечисленные таксационные показатели и дополнительные, количество которых зависит от преследуемых целей при оценке лесного фонда.

Имитационная модель строения древостоев по диаметру создается на основе бета-распределения. Первоочередное значение имеет разработка достаточно надежных моделей связи между таксационными показателями и статистиками опытного распределения.

Бета-распределение включает четыре параметра –  $\alpha, \gamma$ -показатели формы кривой, минимальный и максимальный диаметры.

Поскольку минимальный и максимальный диаметры при проведении глазомерно-измерительной таксации не определяются, нами разработаны регрессионные модели связи максимального диаметра ( $D_{\max}$ )(3) и размаха распределения ( $D_{\max} - D_{\min}$ )(4) деревьев по диаметру с таксационными показателями древостоя:

$$D_{\max} = b_0 + b_1 \cdot A + b_2 \cdot D + b_3 \cdot H \quad (3)$$

$$(R^2 = 0,945; F = 668,7; s = 2,69 \text{ см})$$

$$\ln(D_{\max} - D_{\min}) = b_0 + b_1 \cdot A + b_2 \cdot D + b_3 \cdot D^2 + b_4 \cdot H \quad (4)$$

$$(R^2 = 0,89; F = 28,2; s = 0,13 \text{ см}).$$

Параметры формы кривой бета-распределения вычисляются через среднеарифметический диаметр древостоя и дисперсию опытного распределения числа деревьев по диаметру в древостое согласно алгоритму, предложенному Ф. Зехрером [6]. Для определения показателей формы кривой разработаны регрессионные модели связи среднеарифметического диаметра ( $M$ )(5) и стандартного отклонения ( $\delta$ )(6).

$$M = b_0 + b_1 \cdot D \quad (5)$$

$$(R^2 = 0,992; F = 14159,6; s = 0,65 \text{ см})$$

$$\delta = b_0 + b_1 \cdot D_{\max} + b_2 \cdot (D_{\max} - D_{\min}) + b_3 \cdot D \quad (6)$$

$$(R^2 = 0,91; F = 370,7; s = 0,49 \text{ см}),$$

где  $b_0, b_1, \dots, b_4$  – коэффициенты уравнений;  $A$  – возраст древостоя;  $D$  – средний диаметр;  $H$  – средняя высота;  $D_{\max}$  – максимальный диаметр;  $D_{\max} - D_{\min}$  – размах распределения;  $M$  – среднеарифметический диаметр;  $\delta$  – среднеквадратическое отклонение;  $R^2$  – коэффициент детерминации;  $F$  – критерий Фишера;  $s$  – ошибка уравнения.

Разработанные уравнения связи соответствуют требованиям, предъявляемым к регрессионным моделям [7].

В результате проведенных исследований для чистых одновозрастных сосновых насаждений на основе статистической модели бета-распределения числа деревьев по диаметру, регрессионных моделей связи параметров модели распределения и таксационных показателей деревьев в древостое создана имитационная модель строения древостоя по диаметру. На основе предложенной модели строения разработана программа «Строение – Сосна».

Таблица 2

**Таксационные показатели древостоев, полученные в результате моделирования строения по диаметру (числитель – опытные данные, знаменатель – расчетные)**

№ пп	Возраст, лет	Средние		Сумма площадей сечений, м <sup>2</sup>	Число стволов, шт.	Запас, м <sup>3</sup>
		Н, м	Д, см			
1	85	<u>20.5</u>	<u>23.0</u>	<u>137.51</u>	<u>3300</u>	<u>1360</u>
		20,7	23,8	144,37	3253	1414
2	85	<u>22.9</u>	<u>31.2</u>	<u>39.63</u>	<u>517</u>	<u>417</u>
		23,0	31,2	39,63	518	415
7	85	<u>25.5</u>	<u>24.6</u>	<u>176.96</u>	<u>3712</u>	<u>2069</u>
		25,5	24,6	176,93	3725	2049
11	90	<u>19.5</u>	<u>20.9</u>	<u>64.68</u>	<u>1890</u>	<u>610</u>
		19,5	20,9	64,72	1886	606
13	81	<u>20.1</u>	<u>22.2</u>	<u>76.92</u>	<u>1987</u>	<u>744</u>
		20,1	22,2	76,79	1987	733
15	81	<u>16.3</u>	<u>15.5</u>	<u>13.0</u>	<u>692</u>	<u>108</u>
		16,2	15,5	12,98	688	108
21	81	<u>20.6</u>	<u>23.4</u>	<u>76.5</u>	<u>1776</u>	<u>758</u>
		20,9	24,2	79,95	1741	787
22	82	<u>19.2</u>	<u>20.2</u>	<u>10.53</u>	<u>329</u>	<u>100</u>
		19,5	20,9	11,10	325	104
23	87	<u>18.5</u>	<u>23.0</u>	<u>34.13</u>	<u>823</u>	<u>310</u>
		18,5	23,0	34,22	822	308
26	87	<u>19.0</u>	<u>19.2</u>	<u>10.69</u>	<u>368</u>	<u>99</u>
		18,6	19,2	10,60	367	96
27	90	<u>23.1</u>	<u>24.5</u>	<u>29.86</u>	<u>632</u>	<u>321</u>
		23,4	24,5	29,88	634	317

В программу вводятся таксационные показатели – возраст, сумма площадей сечений (для приспевающих, спелых и перестойных), средний диаметр, средняя высота, полнота (для молодняков и средневозрастных), которые оцениваются выборочными или глазомерно-измерительными методами таксации без перерчета деревьев.

Программа «Строение – Сосна» выдает перерчет по ступеням толщины и вычисленный средний диаметр.

Для проверки точности и надежности имитационной модели строения древостоев по диаметру на 11 лесосеках, отвод которых осуществлен работниками Сморгонского лесхоза, выполнено моделирование строения и вычислены таксационные показатели исходя из данных распределения числа деревьев по ступеням толщины, полученным по программе «Строение – Сосна» (табл. 2).

Как видно из результатов (табл. 2), ошибка определения таксационных показателей по данным программы «Строение – Сосна» не превышает 5% – при оценке суммы площадей сечений, 4% – при оценке запаса древостоя и 2% – при оценке количества стволов на лесосеке. Ошибка при оценке среднего диаметра составляет 3,5%, а средней высоты 2,5% от абсолютной величины показателя.

Имитационная модель распределения деревьев по диаметру в чистых одновозрастных сосновых древостоях создана на основе модели бета-распределения и регрессионных моделей связи параметров модели распределения и таксационных показателей деревьев в древостое. Разработанную модель строения планируется использовать в географической информационной системе «Лесные ресурсы». Это позволит получать в ГИС «Лесные ресурсы» по каждому насаждению данные распределения числа деревьев по ступеням толщины, на основе которых будет оцениваться сортиментная структура древостоев.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Багинский В.Ф., Есимчик Л.Д. Лесопользование в Беларуси: История, современное состояние, проблемы и перспективы. – Мн.: Беларуская навука, 1996. – 367 с.
2. Тюрин А.В. Таксация леса. – М.: Гослесбумиздат, 1945. – 367 с.
3. Третьяков Н.В. Закон единства в строении насаждений. – М.: Новая деревня, 1927. – 113 с.
4. Орлов М.М. Лесная таксация. – Л.: Изд. журн. «Лесное хозяйство и лесная промышленность», 1929. – 532 с.
5. Атроценко О.А. Система моделирования и прогноза роста древостоев (на примере БССР): Дис. на соискание ученой степени доктора с.-х. наук: 06.03.02. – Киев, 1985.
6. Zohrer F. The beta-distribution for best fit of stem-diameter-distributions // Third conference Advisory group for forest statisticians. – Paris, 1970. – P. 23–29.
7. Свалов Н.Н. Моделирование производительности древостоев и теория лесопользования. – М.: Лесная промышленность, 1979. – 215 с.