

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБРАЗУЮЩЕЙ И ОБЪЕМОВ ДРЕВЕСНЫХ СТВОЛОВ ОСИНЫ

The taper curve and tree volume models for Aspen trees with their statistic estimation are presented here.

Обработку лесной информации удобно, быстро и экономически эффективно выполнять на ПЭВМ, для чего необходимо иметь в наличии соответствующее программное обеспечение. Основу таких программ составляют математические модели, отражающие различные биологических взаимосвязи на языке математики.

В ряде случаев разработка программ ведется путем введения в алгоритм уже готовых табличных нормативных материалов. Полученные, таким образом, программы имеют следующие недостатки:

- отсутствует возможность в широком диапазоне изменять входные параметры, которые табулируются с определенным шагом (в случае использовании методов интерполяции и экстраполяции возможно появление погрешностей);
- узкая функциональная ограниченность такого ПО, заключающаяся в невозможности (или ограниченности) использования табличных данных в математических моделях более высокого порядка или логически связанных моделях.

Следовательно, разработка математических моделей для решения лесотаксационных задач (определения объемов стволов, выхода категорий крупности деловой древесины и сортиментов, товаризации и др.) является актуальной задачей.

В настоящее время разработано множество подходов для решения задач моделирования тех или иных биологических процессов. Исследование образующей древесных стволов и разработка на ее основе различных математических моделей, на мой взгляд, является наиболее оптимальным направлением при решении данной задачи.

Исследование образующих стволов осины проводилось с использованием относительного сбег по относительным высотам по материалам таблиц сбег стволос осины (в коре, без коры) при среднем коэффициенте формы, разработанных проф. А.В. Тюриным [5]. На их основе был получен средний по разрядам высот относительный сбега стволос осины с использованием методик [1].

Показатели этого относительного сбег были использованы для разработки математических моделей, отражающих зависимость сбег от относительной длины отрезков стволос:

$$Pd_i = f(P_L) \quad (1)$$

где Pd_i – относительный сбега на i -той высоте стволос; P_L – относительная высота.

Разработка этих математических моделей выполнена методом кусочно-полиномиального приближения с использованием кубических полиномов по методике приведенной в работах [2, 3]. Приняты следующие узловые точки: 5%; 20%; 45%; 80% от длины стволос. Таким образом, для полной аппроксимации одной образующей стволос необходимо 5 полиномов.

Анализ относительного сбег стволос осины по разрядам высот показал, что в пределах следующих групп разрядов высот: IА–II и III–IV относительный сбега стволос осины практически одинаков. Для указанных групп разрядов высот был получен усредненный относительный сбега по относительным высотам. Далее определялись отклонения (систематические, случайные и среднеквадратические) между полученным усредненным относительным сбега для группы разрядов высот и относительным сбега каждого разряда высот (входящего в данную группу).

Систематические, случайные и среднеквадратические отклонения в показателях относительного сбега стволов осины без коры (в сравнении со средним сбегом для группы разрядов) для IА–II разрядов высот находятся в пределах от –0,09 до +0,26%; от 0,23 до 0,44% и от ±0,30 до ±0,58% соответственно; а для III–IV разрядов высот +0,21 до –0,18%; от 0,20 до 0,22% и от ±0,26 до ±0,28% соответственно.

Следовательно, можно (без потери точности) для IА–II разрядов высот использовать одну общую для их всех образующую ствола (выраженную в относительных единицах). То же самое относится и к группе разрядов высот, включающей III–IV разряды высот. Данный подход упрощает разработку программы. В табл. 1 приведены систематические и среднеквадратические отклонения между данными относительного сбега, полученными по математическим моделям, и средним относительным сбегом по вышеуказанным группам разрядов высот. Анализ данных табл. 1 показывает, что отклонения по своей величине незначительны. Это говорит о том, что математические модели хорошо отражают средний относительный сберг стволов по группам разрядов высот.

Таблица 1

Отклонения среднего относительного сбега стволов осины без коры по группам разрядов высот от данных, полученных по математическим моделям

Вид отклонения	Группы разрядов высот	
	IА–II	III–IV
Систематические,%	0,0	0,0
Среднеквадратические,%	от 0 до ±0,28	от 0 до ±0,57

При расчете относительного сбега в качестве базового диаметра использовался диаметр на высоте 0,1Н, поэтому для перехода от диаметра на высоте груди (1,3 м) к диаметру на 0,1Н использовалась связь

$$d_{0,1} = g(d_{1,3}). \quad (2)$$

Эта зависимость устанавливалась по каждому разряду высот для стволов в коре и для стволов без коры. Она выразилась полиномом второго порядка и характеризовалась сильной теснотой связи ($\eta=0,99$). Стандартная ошибка этих математических моделей по всем разрядам высот не превысила 0,1%. Исходя из числа разрядов высот, нужно иметь 10 моделей данного типа связи (5 – для стволов в коре; 5 – для стволов без коры).

В общем виде математическая модель образующих стволов может быть представлена так:

$$d_i = f(P_L) \times g(d_{1,3}) \times 10^{-2}. \quad (3)$$

В табл. 2 приводятся отклонения (%) между данными абсолютного сбега таблиц А.В. Тюрина и соответствующим сбегом, полученным по математическим моделям. Для анализа были взяты диаметры без коры на высотах 5 м, 11 м, 15 м, 19 м и 23 м. Систематические отклонения по сечениям для всех разрядов высот находятся в пределах от –0,07 до +0,40%, а среднеквадратическое отклонение соответственно от ±1,02 до ±1,36%. Эти отклонения по мере увеличения высоты расположения сечений имеют тенденцию к возрастанию.

На основе разработанных моделей образующих стволов осины были получены математические модели объемов стволов путем интегрирования образующей ствола в соответствии с формулой для определения объема тел вращения по методике [3]. Полученные модели объемов стволов показаны в табл. 3.

Отклонения диаметров без коры стволов осины данных таблиц сбега А.В. Тюрина (приняты за 100%) от результатов расчета по математическим моделям

Виды отклонений	Высота сечений, м					По всем сечениям
	5	11	15	19	23	
I А разряд высот						
Число наблюдений, шт.	15	15	15	14	12	71
Систематические, %	+0,24	+0,24	-0,04	-0,59	-0,27	-0,07%
Среднеквадратич., %	±0,64	±0,58	±0,71	±2,05	±1,59	±1,24
I разряд высот						
Число наблюдений, шт.	13	13	12	11	9	58
Систематические, %	0	-0,17	0	+0,04	-1,06	-0,20%
Среднеквадратич., %	±1,10	±0,79	±0,72	±0,98	±1,49	±1,02
II разряд высот						
Число наблюдений, шт.	11	11	10	8	6	46
Систематические, %	0	-0,08	+0,29	+0,64	+1,87	+0,40%
Среднеквадратич., %	±0,96	±0,54	±0,73	±1,61	±2,69	±1,34
III разряд высот						
Число наблюдений, шт.	10	10	8	5	-	33
Систематические, %	+0,18	+0,11	+0,65	+0,48	-	+0,32%
Среднеквадратич., %	±1,40	±1,01	±1,41	±0,82	-	±1,22
IV разряд высот						
Число наблюдений, шт.	7	6	5	-	-	18
Систематические, %	-0,09	-0,45	-0,18	-	-	-0,23%
Среднеквадратич., %	±1,22	±1,93	±0,40	-	-	±1,36

Проведено сравнение объемов стволов осины, взятых из таблиц объема А.В. Тюрина [5], с объемами, которые были получены с помощью математических моделей. Результаты этого сравнения приведены в табл. 4. Некоторое завышение объемов стволов математическими моделями объясняется тем, что они более точно определяют объем ствола (непосредственно через образующую ствола), по сравнению со сложными секционными формулами срединного сечения, использованными А.В. Тюриным при составлении таблиц. Эти секционные формулы закономерно занижают объемы стволов.

На основе таблицы распределения числа стволов осины по ступеням толщины (В.Ф. Багинский, [4]) были составлены перечеты для осиновых древостоев со средними диаметрами: 20 см; 28 см и 36 см и численностью стволов 1000 штук на каждый пересчет. Высоты стволов по ступеням толщины взяты из таблиц А.В. Тюрина. Запасы осиновой древесины без коры на этих перечетах определены как по вышеуказанным таблицам, так и с помощью математических моделей, исходя из $d_{1,3}$ в коре и высоты стволов.

Результаты сравнительного анализа по определению запаса осиновых лесов вышеуказанными методами показаны в табл. 5. В среднем по всем перечетам отклонения не выходят за пределы 3% и объясняется более точным учетом объема стволов посредством образующей древесного ствола.

Математические модели объемов стволов осины

Разряд вы- сот	Уравнения объема
Осина в коре	
IA	$V = 406089,70433 \cdot (-0,00012583156 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,9703126 \cdot d_{1,3в/к} + 0,05537)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
I	$V = 392107,903 \cdot (0,00012911437 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,91342 \cdot d_{1,3в/к} + 0,652)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
II	$V = 390263,663 \cdot (0,000349046 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,89564 \cdot d_{1,3в/к} + 0,930)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
III	$V = 394327,922 \cdot (0,000186012 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,918346 \cdot d_{1,3в/к} + 0,967)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
IV	$V = 403945,688 \cdot (0,0002653594 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,9236 \cdot d_{1,3в/к} + 0,946)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
Осина без коры	
IA	$V = 420088,175(0,0005974265 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,8043 \cdot d_{1,3в/к} + 0,887)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
I	$V = 412160,183(0,000977125 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,783033 \cdot d_{1,3в/к} + 1,188)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
II	$V = 417819,77(0,000764833 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,80322 \cdot d_{1,3в/к} + 1,125)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
III	$V = 431844,219(0,00084603 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,80214 \cdot d_{1,3в/к} + 1,253)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$
IV	$V = 446840,781(0,0019007 \cdot d_{1,3в/к}^2 + 0,7498 \cdot d_{1,3в/к} + 1,755)^2 \cdot H \cdot 10^{-10}$

Таблица 4

Отклонения между объемами стволов осины (в коре, без коры) таблиц объема А.В. Тюрина и объемами, определенными по математическим моделям

Показатели	Разряды высот					по всем разрядам
	IA	I	II	III	IV	
I Осина в коре (таблицы А.В.Тюрина)						
Отклонения, %:						
– систематическ.	+1,63	+1,83	+1,85	+2,22	+2,40	+1,93
– среднеквадрат.	±1,71	±1,96	±1,95	±2,29	±2,47	±2,04
число стволов, шт.	17	15	14	12	9	67
II Осина без коры (таблицы А.В.Тюрина)						
Отклонения, %:						
– систематическ.	+2,12	+1,82	+2,68	+2,52	+1,68	+2,18
– среднеквадрат.	±2,38	±2,77	±3,10	±3,09	±2,19	±2,71
число стволов, шт.	16	14	12	11	8	61

**Отклонения в оценке запасов осиновых древостоев без коры
при использовании таблиц объема А.В. Тюрина и математических моделей**

Метод определения запаса	Разряды высот					
	IA	I	II	III	IV	для всех разрядов высот
Табл. А.В.Тюрина, м ³	2534	2325	2104	1825	1234	10022
Математ. модели, м ³	2590	2387	2172	1882	1263	10294
Отклонения, %	+2,21	+2,67	+3,23	+3,12	+2,35	+2,71
Число перерчетов, шт.	3	3	3	3	3	15

Можно отметить, что математические модели позволяют определять объемы стволов осины при любых значениях входных параметров (диаметр на высоте груди и высота). Последнее очень важно как при обработке результатов научных исследований (постоянные пробные площади, математико-статистические методы учета лесов и др.), так и при практическом их использовании в лесохозяйственной и лесоустроительной практике. Кроме этого, математические модели дают возможность полностью автоматизировать все расчеты по определению запасов лесов и получаемых из них объемов лесных сортиментов на ПЭВМ, что будет вести к снижению трудозатрат на эти работы и соответственно к экономии финансовых средств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цай С.С. Сбег стволов ели по относительным высотам // Труды БГТУ. Сер. I. Лесное хозяйство. – Минск: БГТУ, 1996. – Вып. III. – С. 112–114.
2. Цай С.С. Моделирование образующей и объемов древесных стволов ели // Труды БГТУ. Сер. I. Лесное хозяйство. – Минск: БГТУ, 1996. – Вып. IV. – С. 92–93.
3. Цай С.С. Разработка лесотаксационных моделей образующей и объемов стволов ели. Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. с.-х. наук: 06.03.02 / Белорусский государственный технологический университет. – Мн., 2000.
4. Нормативно-справочные материалы для таксации лесов Белорусской ССР / Под общ. ред. В.Ф. Багинского. – Минск: ЦБНТИ. 1984. – 308 с.
5. Лесная вспомогательная книжка / Под общ. ред. проф. А.В. Тюрина. 2-е изд., доп. – М.; Л.: Гослесбумиздат, 1956. – 522 с.