

# ТЕХНОЛОГИИ И ТЕХНИКА ПОЛИГРАФИЧЕСКОГО И УПАКОВОЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА

## TECHNOLOGIES AND EQUIPMENT OF PRINTING AND PACKAGING MANUFACTURES

---

УДК 62-86

**М. Эргашов<sup>1</sup>, Х. А. Бабаханова<sup>1</sup>, М. М. Абдуназаров<sup>1</sup>, М. Г. Абдухалилова<sup>1</sup>,  
И. Г. Громыко<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности

<sup>2</sup>Белорусский государственный технологический университет

### **МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПЕРЕДАТОЧНОГО МЕХАНИЗМА С РАСТЯЖИМЫМ ИЛИ НЕРАСТЯЖИМЫМ РЕМНЕМ**

Разработана методика расчета передаточного механизма с тремя внутренними и одним наружным шкивами. Приведены постановка и решение задачи о вращении ремня передаточного механизма, вращающегося в стационарном режиме с заданной скоростью. Задача, в случае растяжения ремня в пределах упругости, сведена к численному решению системы четырех алгебраических уравнений относительно деформаций четырех ветвей ремня. В случае нерастяжимого ремня получены удобные для проведения численно-экспериментальных исследований зависимости значения и закона распределения натяжения между свободными от контакта ветвями ремня от свойств материала, конструктивных и технологических параметров, а также скорости вращения механизма. Получены решения, которые могут быть использованы при проектировании новых и прогнозировании рациональных конструктивных и технологических параметров заданного механизма передачи полиграфического оборудования, выявления причин появления и мер устранения различных пороков, возникающих при работе механизмов передачи и технологических машин.

**Ключевые слова:** передаточный механизм, ремень растяжимый, ремень нерастяжимый, натяжения, прогнозирование.

**Для цитирования:** Эргашов М., Бабаханова Х. А., Абдуназаров М. М., Абдухалилова М. Г., Громыко И. Г. Методика расчета передаточного механизма с растяжимым или нерастяжимым ремнем // Труды БГТУ. Сер. 4, Принт-и медиатехнологии. 2022. № 2 (261). С. 5–16.

**M. Ergashov<sup>1</sup>, H. A. Babakhanova<sup>1</sup>, M. M. Abdunazarov<sup>1</sup>, M. G. Abdukhalilova<sup>1</sup>,  
I. G. Gromyko<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Tashkent Institute of Textile and Light Industry

<sup>2</sup>Belarusian State Technological University

### **THE METHOD OF CALCULATING THE TRANSFER MECHANISM WITH A STRETCHABLE OR NON-STRETCHABLE BELT**

A method for calculating the transmission mechanism with three internal and one external pulleys has been developed. The formulation and solution of the problem of rotation of the belt of the transmission mechanism rotating in stationary mode with a given speed are given. The problem, in the case of belt stretching within the limits of elasticity, is reduced to the numerical solution of a system of four algebraic equations with respect to deformations of the four branches of the belt. In the case of an inextensible belt, the dependences of the value and the law of tension distribution between the free-from-contact branches of the belt on the properties of the material, design and technological parameters, as well as the rotation speed of the mechanism, convenient for conducting numerical and experimental studies, are obtained. Solutions have been obtained that can be used in designing new and predicting rational design and technological

parameters of a given transmission mechanism of printing equipment, identifying the causes of the appearance and measures to eliminate various defects that arise during the operation of transmission mechanisms and technological machines.

**Keywords:** transmission mechanism, stretchable belt, non-stretchable belt, tension, forecasting.

**For citation:** Ergashov M., Babakhanova Kh. A., Abdunazarov M. M., Abdukhalilova M. G., Gromyko I. G. The method of calculating the transfer mechanism with a stretchable or non-stretchable belt. *Proceedings of BSTU, issue 4, Print- and Mediatechnologies*, 2022, no. 2 (261), pp. 5–16 (In Russian).

**Введение.** Основные технологические узлы печатных машин приводятся в движение от главного электродвигателя через механические передаточные устройства (зубчатые, цепные, ременные, рычажные, кривошипные, кулачковые и т. п.). Фрикционные передачи с гибкими промежуточными звеньями (ремнями), называемые ременными, имеют следующие достоинства: простоту конструкции; бесшумность работы; возможность получения переменного передаточного отношения; предохранение от аварийных нагрузок [1–2]. Недостатками являются значительные габаритные размеры, а также большая нагрузка на валы и оси, что приводит к отклонению работы машин от стационарного режима. Например, изменения скорости из-за крутильных колебаний механизмов привода при работе листопитающей системы печатной машины приводят к неравномерной подаче листов в печатный аппарат, что способствует возникновению таких дефектов, как перекося, непригодность красок, морщенье бумаги и т. д.

Из этого следует, что для обеспечения вращения без колебаний передаточный механизм должен иметь определенную жесткость, что можно обеспечить использованием ремня из нерастяжимого материала. А также в большинстве полиграфических машинах используют цепные передачи, которые характеризуются относительно небольшим (по сравнению с ременной передачей – меньше в 2 раза) уровнем радиальной нагрузки на валы; компактностью механизма; отсутствием такого негативного фактора, характерного для ременной передачи, как скольжение; простой и удобной заменой цепи, которая дополняется отсутствием необходимости серьезного начального натяжения и деформации при растяжении. К недостаткам цепных передач можно отнести трудности при техническом обслуживании механизма, необходимость использования смазочных материалов, которые приводят к загрязнению атмосферы и самой машины, высокий уровень шума и относительно большое потребление электроэнергии.

В связи с появлением новых высокопрочных композитных материалов и возрастающей необходимостью повышения эффективности работы технологических машин, а также требованиями энергосбережения, ученые и специалисты, используя современные научные достижения, продолжают поиски инженерных

решений по совершенствованию существующих, а также разработке новых машин и их отдельных механизмов [3–15]. Например, в работах [10, 11] обоснована возможность уменьшения приводных двигателей в хлопкоочистительных машинах до трех раз, что обеспечивает уменьшение материальных и энергетических ресурсов, управление синхронности количества подачи и выхода хлопка из технологического процесса очистки.

Работу любой технологической машины и их передаточных механизмов условно можно разбить на пусковой, тормозящий и стационарный периоды. При пусковом и тормозящем периодах возникают наиболее сложные динамические (пиковые) напряженные состояния в материалах рабочих органов. Поэтому, обычно при расчете на прочность материалов передаточных механизмов, например материала ремня, используют пиковые нагрузочные и разгрузочные напряжения.

Показатели пиковых напряжений зависят от величины пусковой силы: начальных условий, амплитуды, частоты, периодичности и других параметров колебания всех элементов передачи. В свою очередь начальные условия зависят от конструктивных и наладочных (начальных натяжений ветвей ремня) параметров механизма.

Однако пиковые нагрузочные и разгрузочные напряжения в работе современных передаточных механизмов возникают в период очень короткого времени, а остальное время механизм работает в установленном (стационарном) режиме. В режиме стационарного вращения механизма на прочность материала ремня существенное влияние оказывает степень распределения натяжения между свободными от шкивов ветвями ремня механизма. Например, на поверхности ведущего шкива натяжение от точки набегания до точки схода меняется по убывающему закону, а на поверхности ведомого шкива – по возрастающему закону. Натяжения элементов ремня, свободных от поверхности контакта, меняются по закону, зависящему от свойств материала, конструктивных и технологических параметров механизма машины.

Степень распределения натяжения в свободных от шкивов ветвях ремня механизма зависит от внутренних и внешних факторов, в том числе и от формы конструкций, геометрических размеров и координат расположения шкивов. Например, уменьшение диаметра приводит к увеличению

реактивной силы давления на поверхности данного шкива, а увеличение последней – к повышению разности натяжения ветвей ремня. При набегании ведущей части ремня на поверхность шкива двигателя натяжение имеет наибольшее (максимальное), а при сходе – наименьшее (минимальное) значение.

Следует отметить, что в зависимости от конструктивного построения – схемы расположения ведущих и ведомых шкивов, а также шкивов-регуляторов, – условия неразрывности и кинематические условия стационарного движения ремня могут быть различными. В данной работе рассматриваются общая конструкция передачи и уравнения, описывающие условия движения, которые могут быть применены при различных случаях вращения передачи.

**Основная часть.** Рассматривается передача, состоящая из трех внутренних и одного наружного шкива, вращающегося в направлении против часовой стрелки в плоскости (рис. 1). Начало неподвижной системы координат расположено в центре первого шкива.

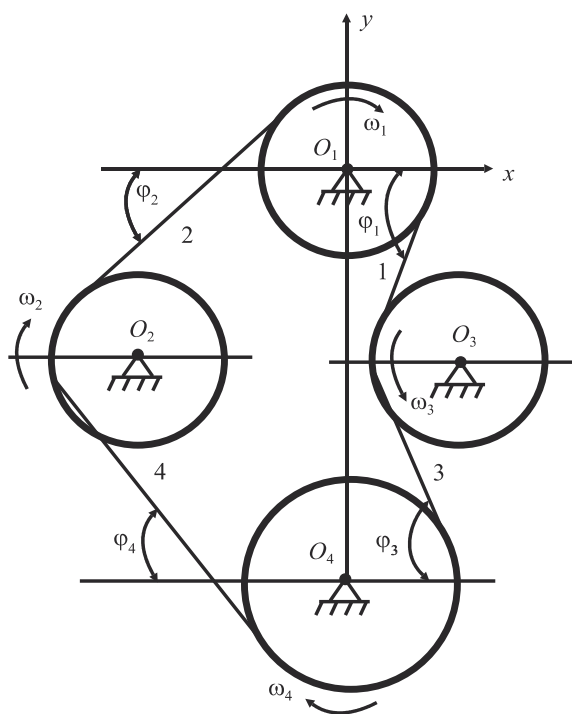


Рис. 1. Общая схема движения передаточного механизма

Предполагается, что в зависимости от постановки технологической задачи и расположения движущего механизма двигателя в машине ведущим может быть один из внутренних шкивов, а третий – играет роль регулятора натяжения. Очевидно, что в зависимости от того, какой из шкивов будет ведущим, натяжения ветвей ремня будут иметь разные значения и различные законы распределения в свободных от шкивов областях и на поверхности шкивов.

Параметрам растяжимого ремня будем приписывать индексы в соответствии с принятой на схемах движения нумерацией возмущенных областей движения, а параметрам нерастяжимого ремня в состоянии абсолютного покоя и движения в стационарном режиме, кроме того, присвоены индексы 00 и 0 соответственно.

Предположим, что области 1–4 ремня (рис. 1) в состоянии покоя ( $t < 0$ ) имеют постоянные во времени относительные деформации  $\epsilon_{001}$ ,  $\epsilon_{002}$ ,  $\epsilon_{003}$  и  $\epsilon_{004}$ , а в состоянии движения в стационарном режиме –  $\epsilon_{01}$ ,  $\epsilon_{02}$ ,  $\epsilon_{03}$  и  $\epsilon_{04}$  соответственно.

На участках контакта ремня со шкивами обозначены распределенные по длине ремня силы давления  $R_1, R_2, R_3, R_4$  и трения  $F_{тр}^{(1)}, F_{тр}^{(2)}, F_{тр}^{(3)}, F_{тр}^{(4)}$ .

В зависимости от величины диаметров  $d_1, d_2, d_3, d_4$  и координаты расположения центров шкивов силы давления  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$  (рис. 2–5), а также свойства материала ремня векторы реактивных сил могут образовать с горизонтальной осью  $x$  соответственно углы  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  и  $\beta_4$  [12–15].

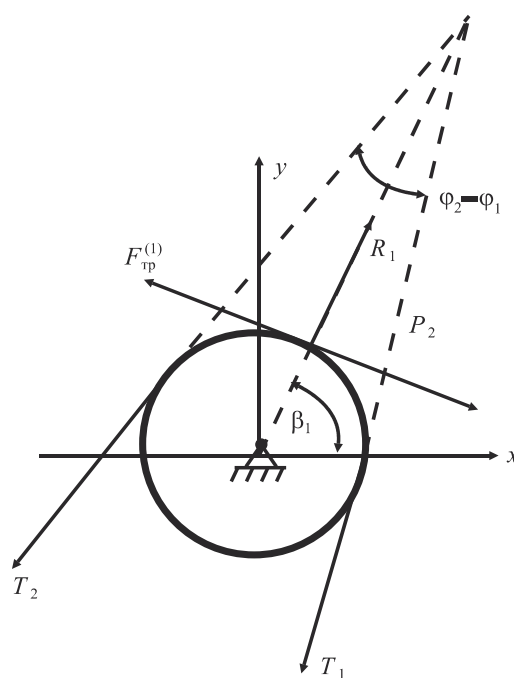


Рис. 2. Схема действия сил на ремень поверхности первого шкива

Линии действия равнодействующих сил давления совпадают с биссектрисами углов обхвата поверхности соответствующих шкивов. Линии действия сил трения и ведущих сил шкивов перпендикулярны к линиям действия соответствующих сил давления.

Равнодействующие силы давления и трения связаны между собой с помощью закона Кулона [3, 4].

Предположим, что относительные проскальзывания ремня на поверхности контакта и холостые вращения шкивов отсутствуют.

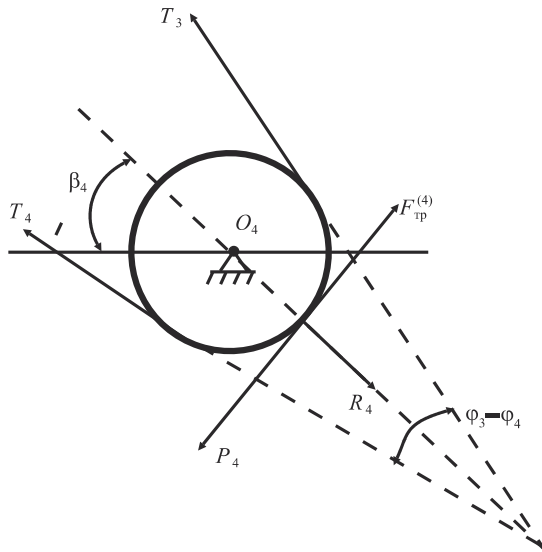


Рис. 3. Схема действия сил на ремень поверхности четвертого шкива

Пусть шкивы с диаметрами  $d_1$  и  $d_4$  расположены на вертикальной оси (рис. 1). Рассматривается случай, когда три внутренних шкива с диаметрами  $d_1$ ,  $d_2$  и  $d_4$  вращаются по часовой стрелке, а наружный шкив с диаметром  $d_3$  – в противоположном направлении.

Начало неподвижной системы координат  $(x, y)$  расположим в центре первого шкива. Вертикальная ось  $y$  проходит через центры первого и четвертого шкивов, а ось  $x$  – перпендикулярно к оси  $y$ .

Реактивные силы  $R_1$  и  $R_4$  с горизонтальной осью  $x$  образуют соответственно углы  $\beta_1$  и  $\beta_4$  (рис. 2 и 3):

$$\beta_1 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}; \quad \beta_4 = \frac{\varphi_3 + \varphi_4}{2}.$$

В зависимости от диаметров  $d_2$ ,  $d_3$  (рис. 4 и 5) и координат расположения центров второго и

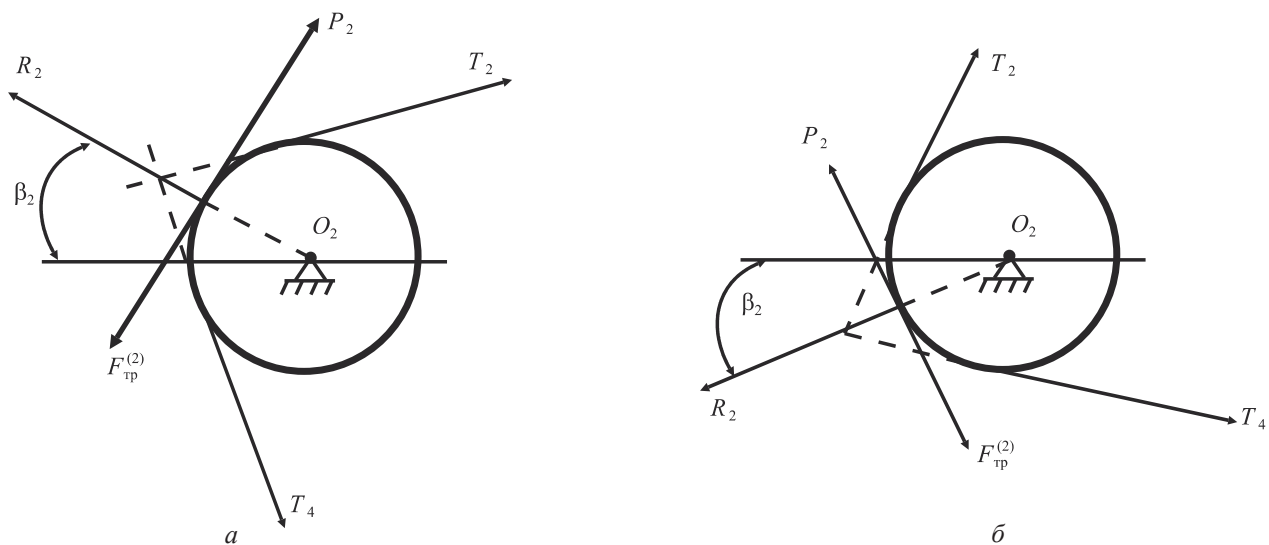


Рис. 4. Схема действия сил на ремень поверхности второго шкива: а – при угле  $\beta_2$ , соответствующем условию  $\varphi_4 > \varphi_2$ ; б – при условии  $\varphi_4 < \varphi_2$

третьего шкивов реактивные силы  $R_2$  и  $R_3$  могут образовать с горизонтальной осью  $x$  соответственно углы  $\beta_2$  и  $\beta_3$  [10–15]:

$$\beta_2 = \begin{cases} \frac{\varphi_4 - \varphi_2}{2} & \text{при } \varphi_4 > \varphi_2; \\ 0 & \text{при } \varphi_4 = \varphi_2; \\ \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{2} & \text{при } \varphi_4 < \varphi_2; \end{cases}$$

$$\beta_3 = \begin{cases} \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{2} & \text{при } \varphi_3 > \varphi_1; \\ 0 & \text{при } \varphi_3 = \varphi_1; \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2} & \text{при } \varphi_3 < \varphi_1. \end{cases}$$

*Динамические и кинематические условия стационарного вращения передачи с растяжимым ремнем. Условия непрерывности движения на поверхности шкивов принимают вид [12–15]:*

$$x_1^{\bullet} dt = -\cos \varphi_1 ds_1;$$

$$y_1^{\bullet} dt = -\sin \varphi_1 ds_1;$$

$$x_2^{\bullet} dt = \cos \varphi_2 ds_2;$$

$$y_2^{\bullet} dt = \sin \varphi_2 ds_2;$$

$$x_3^{\bullet} dt = \cos \varphi_3 ds_3;$$

$$y_3^{\bullet} dt = -\sin \varphi_3 ds_3;$$

$$x_4^{\bullet} dt = -\cos \varphi_4 ds_4;$$

$$y_4^{\bullet} dt = \sin \varphi_4 ds_4.$$

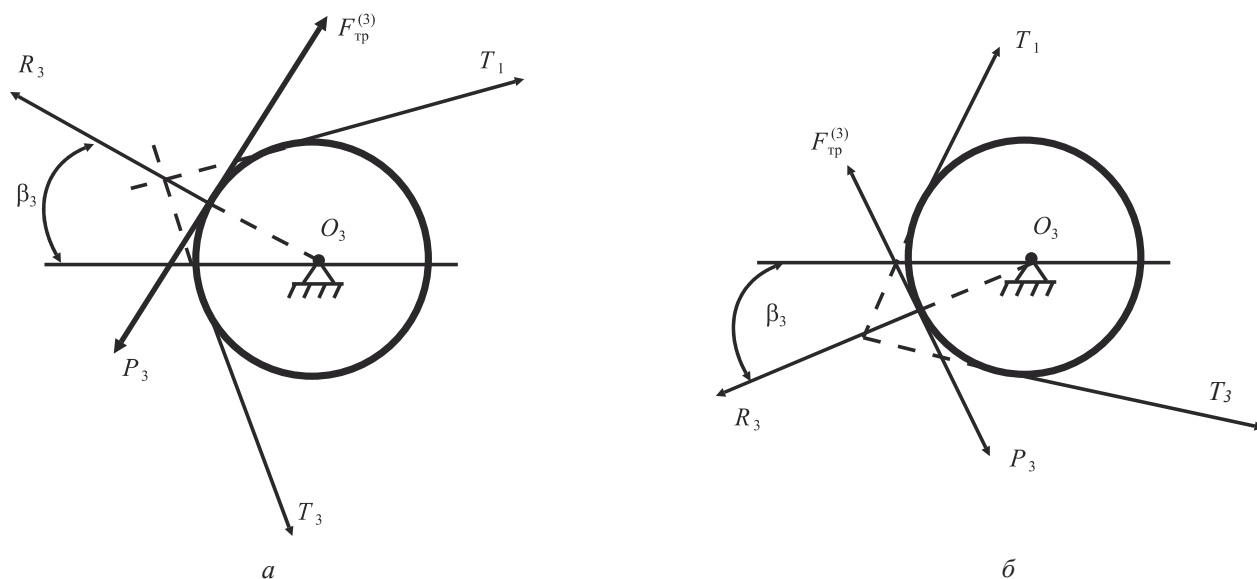


Рис. 5. Схема действия сил на ремень поверхности третьего шкива: *а* – при угле  $\beta_3$ , соответствующем условию  $\varphi_3 > \varphi_1$ ; *б* – при условии  $\varphi_3 < \varphi_1$

Знак «минус» означает, что направления составляющих скоростей  $\dot{x}_1^*$ ,  $\dot{x}_4^*$  и  $\dot{y}_1^*$ ,  $\dot{y}_3^*$  противоположны направлениям соответственно горизонтальной и вертикальной оси,  $ds$  – длина элемента на участке криволинейного движения ремня на поверхности шкива.

Закон сохранения количества движения имеет вид:

– на поверхности первого шкива:

$$\rho_1 F_1 ds_1 (\dot{x}_1^* - \dot{x}_2^*) = (-T_1 \cos \varphi_1 - T_2 \cos \varphi_2 + R_1 \cos \beta_1 - fR_1 \sin \beta_1 + P_1 \sin \beta_1) dt;$$

$$\rho_1 F_1 ds_1 (\dot{y}_1^* - \dot{y}_2^*) = (-T_1 \sin \varphi_1 - T_2 \sin \varphi_2 + R_1 \sin \beta_1 + fR_1 \cos \beta_1 - P_1 \cos \beta_1) dt;$$

– на поверхности второго шкива:

$$\rho_2 F_2 ds_2 (\dot{x}_2^* - \dot{x}_4^*) = (T_2 \cos \varphi_2 + T_4 \cos \varphi_4 - R_2 \cos \beta_2 \mp fR_2 \sin \beta_2 \mp P_2 \sin \beta_2) dt;$$

$$\rho_2 F_2 ds_2 (\dot{y}_2^* - \dot{y}_4^*) = (T_2 \sin \varphi_2 - T_4 \sin \varphi_4 \pm R_2 \sin \beta_2 - fR_2 \cos \beta_2 + P_2 \cos \beta_2) dt,$$

где верхние знаки берутся при  $\varphi_4 > \varphi_2$  (рис. 4, *а*), нижние – при  $\varphi_4 < \varphi_2$  (рис. 4, *б*);

– на поверхности третьего шкива:

$$\rho_3 F_3 ds_3 (\dot{x}_3^* - \dot{x}_1^*) = (T_1 \cos \varphi_1 + T_3 \cos \varphi_3 - R_3 \cos \beta_3 \pm fR_3 \sin \beta_3 \mp P_3 \sin \beta_3) dt;$$

$$\rho_3 F_3 ds_3 (\dot{y}_3^* - \dot{y}_1^*) = (T_1 \sin \varphi_1 - T_3 \sin \varphi_3 \pm R_3 \sin \beta_3 + fR_3 \cos \beta_3 - P_3 \cos \beta_3) dt,$$

где верхние знаки берутся при  $\varphi_3 > \varphi_1$  (рис. 5, *а*), нижние – при  $\varphi_3 < \varphi_1$  (рис. 5, *б*);

– на поверхности четвертого шкива:

$$\rho_4 F_4 ds_4 (\dot{x}_4^* - \dot{x}_3^*) = (-T_4 \cos \varphi_4 - T_3 \cos \varphi_3 + R_4 \cos \beta_4 + fR_4 \sin \beta_4 - P_4 \sin \beta_4) dt;$$

$$\rho_4 F_4 ds_4 (\dot{y}_4^* - \dot{y}_3^*) = (T_4 \sin \varphi_4 + T_3 \sin \varphi_3 - R_4 \sin \beta_4 + fR_4 \cos \beta_4 - P_4 \cos \beta_4) dt.$$

Знаки «плюс» или «минус» принимаются в зависимости от рассматриваемых рис. 4–5, *а* или *б*;  $P_1, P_2, P_3, P_4$  – силы, прилагаемые на соответствующие ветви ремня шкивами (рис. 2–5). Известны работы, в которых силы  $P_1, P_2, P_3, P_4$  отдельно не рассматриваются, потому что их наличие учитывается законами трения и сохранения количества движения. Пренебрежение отдельным рассмотрением наличия этих сил в данном случае не приводит к противоречиям [13].

Решение задачи стационарного движения растяжимого ремня. Используя кинематические и динамические условия, последние уравнения представим в следующем виде [12–15]:

$$\frac{\varepsilon_1}{(1 + \varepsilon_{001})(1 + \varepsilon_1)} (\varepsilon_1 \cos \varphi_1 - \varepsilon_2 \cos \varphi_2) =$$

$$= \varepsilon_1 \cos \varphi_1 + \varepsilon_2 \cos \varphi_2 - \hat{R}_1 \eta_{11} - \hat{P}_1 \sin \beta_1;$$

$$\frac{\varepsilon_1}{(1 + \varepsilon_{001})(1 + \varepsilon_1)} (\varepsilon_1 \sin \varphi_1 - \varepsilon_2 \sin \varphi_2) =$$

$$= \varepsilon_1 \sin \varphi_1 + \varepsilon_2 \sin \varphi_2 - \hat{R}_1 \eta_{12} + \hat{P}_1 \cos \beta_1;$$

$$\frac{\varepsilon_2}{(1 + \varepsilon_{002})(1 + \varepsilon_2)} (-\varepsilon_2 \cos \varphi_2 + \varepsilon_4 \cos \varphi_4) =$$

$$= \varepsilon_2 \cos \varphi_2 + \varepsilon_4 \cos \varphi_4 - \hat{R}_2 \eta_{21} \mp \hat{P}_2 \sin \beta_2;$$



$$\frac{\varepsilon_2}{(1+\varepsilon_{002})(1+\varepsilon_2)}(-\varepsilon_2 \sin \varphi_2 - \varepsilon_4 \sin \varphi_4) = \\ = \varepsilon_2 \sin \varphi_2 - \varepsilon_4 \sin \varphi_4 - \hat{R}_2 \eta_{22} + \hat{P}_2 \cos \beta_2;$$

$$\frac{\varepsilon_3}{(1+\varepsilon_{003})(1+\varepsilon_3)}(-\varepsilon_3 \cos \varphi_3 + \varepsilon_1 \cos \varphi_1) = \\ = \varepsilon_1 \cos \varphi_1 + \varepsilon_3 \cos \varphi_3 - \hat{R}_3 \eta_{31} \mp \hat{P}_3 \sin \beta_3;$$

$$\frac{\varepsilon_3}{(1+\varepsilon_{003})(1+\varepsilon_3)}(-\varepsilon_3 \sin \varphi_3 - \varepsilon_1 \sin \varphi_1) = \\ = -\varepsilon_1 \sin \varphi_1 + \varepsilon_3 \sin \varphi_3 - \hat{R}_3 \eta_{32} + \hat{P}_3 \cos \beta_3;$$

$$\frac{\varepsilon_4}{(1+\varepsilon_{004})(1+\varepsilon_4)}(\varepsilon_4 \cos \varphi_4 - \varepsilon_3 \cos \varphi_3) = \\ = \varepsilon_4 \cos \varphi_4 + \varepsilon_3 \cos \varphi_3 - \hat{R}_4 \eta_{41} + \hat{P}_4 \sin \beta_4.$$

$$\frac{\varepsilon_4}{(1+\varepsilon_{004})(1+\varepsilon_4)}(\varepsilon_4 \sin \varphi_4 - \varepsilon_3 \sin \varphi_3) = \\ = \varepsilon_4 \sin \varphi_4 + \varepsilon_3 \sin \varphi_3 - \hat{R}_4 \eta_{42} - \hat{P}_4 \cos \beta_4;$$

$$\eta_{11} = \cos \beta_1 - f \sin \beta_1;$$

$$\eta_{12} = \sin \beta_1 + f \cos \beta_1;$$

$$\eta_{21} = \cos \beta_2 \pm f \sin \beta_2;$$

$$\eta_{22} = \mp \sin \beta_2 + f \cos \beta_2;$$

$$\eta_{31} = \cos \beta_3 \mp f \sin \beta_3;$$

$$\eta_{32} = \pm \sin \beta_3 + f \cos \beta_3;$$

$$\eta_{41} = \cos \beta_4 + f \sin \beta_4;$$

$$\eta_{42} = \sin \beta_4 - f \cos \beta_4;$$

$$\hat{R}_i = \frac{R_i}{\rho_{00} F_{00} a_0^2}, \quad \hat{P}_i = \frac{P_i}{\rho_{00} F_{00} a_0^2},$$

$$i = 1, 2, 3, 4.$$

Путем несложных преобразований последние уравнения приводим к виду [15]:

$$\frac{\varepsilon_2}{\lambda_{11}} \left[ \frac{\varepsilon_1}{(1+\varepsilon_{001})(1+\varepsilon_1)} + 1 \right] + \hat{P}_1 \frac{\cos(\varphi_1 - \beta_1)}{\lambda_{11} \sin(\varphi_2 - \varphi_1)} = \\ = \frac{\varepsilon_1}{\lambda_{12}} \left[ \frac{\varepsilon_1}{(1+\varepsilon_{001})(1+\varepsilon_1)} - 1 \right] + \hat{P}_1 \frac{\cos(\varphi_2 - \beta_1)}{\lambda_{12} \sin(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

$$\frac{\varepsilon_4}{\lambda_{21}} \left[ \frac{\varepsilon_2}{(1+\varepsilon_{002})(1+\varepsilon_2)} - 1 \right] + \hat{P}_2 \frac{\cos(\varphi_2 \mp \beta_2)}{\lambda_{21} \sin(\varphi_2 + \varphi_4)} = \\ = \frac{-\varepsilon_2}{\lambda_{22}} \left[ \frac{\varepsilon_2}{(1+\varepsilon_{002})(1+\varepsilon_2)} + 1 \right] - \hat{P}_2 \frac{\cos(\varphi_4 \pm \beta_2)}{\lambda_{22} \sin(\varphi_2 + \varphi_4)};$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\lambda_{31}} \left[ \frac{\varepsilon_3}{(1+\varepsilon_{003})(1+\varepsilon_3)} - 1 \right] + \hat{P}_3 \frac{\cos(\varphi_3 \mp \beta_3)}{\lambda_{31} \sin(\varphi_1 + \varphi_3)} = \\ = \frac{-\varepsilon_3}{\lambda_{32}} \left[ \frac{\varepsilon_3}{(1+\varepsilon_{003})(1+\varepsilon_3)} + 1 \right] - \hat{P}_3 \frac{\cos(\varphi_1 \pm \beta_3)}{\lambda_{32} \sin(\varphi_1 + \varphi_3)};$$

$$\frac{\varepsilon_3}{\lambda_{41}} \left[ \frac{\varepsilon_4}{(1+\varepsilon_{004})(1+\varepsilon_4)} + 1 \right] - \hat{P}_4 \frac{\cos(\varphi_4 - \beta_4)}{\lambda_{41} \sin(\varphi_3 - \varphi_4)} = \\ = \frac{\varepsilon_4}{\lambda_{42}} \left[ \frac{\varepsilon_4}{(1+\varepsilon_{004})(1+\varepsilon_4)} - 1 \right] - \hat{P}_4 \frac{\cos(\varphi_3 - \beta_4)}{\lambda_{42} \sin(\varphi_3 - \varphi_4)};$$

$$\lambda_{11} = \eta_{11} \sin \varphi_1 - \eta_{12} \cos \varphi_1;$$

$$\lambda_{12} = \eta_{11} \sin \varphi_2 - \eta_{12} \cos \varphi_2;$$

$$\lambda_{21} = \eta_{21} \sin \varphi_2 - \eta_{22} \cos \varphi_2;$$

$$\lambda_{22} = \eta_{21} \sin \varphi_4 + \eta_{22} \cos \varphi_4;$$

$$\lambda_{31} = \eta_{31} \sin \varphi_3 - \eta_{32} \cos \varphi_3;$$

$$\lambda_{32} = \eta_{31} \sin \varphi_1 + \eta_{32} \cos \varphi_1;$$

$$\lambda_{41} = \eta_{41} \sin \varphi_4 - \eta_{42} \cos \varphi_4;$$

$$\lambda_{42} = \eta_{41} \sin \varphi_3 - \eta_{42} \cos \varphi_3.$$

Последние уравнения образуют систему нелинейных алгебраических уравнений относительно искомых деформаций растяжения. Если пренебречь начальными деформациями, т. е. если предположить, что  $\varepsilon_{001} = 0$ ,  $\varepsilon_{002} = 0$ ,  $\varepsilon_{003} = 0$  и  $\varepsilon_{004} = 0$ , то последние уравнения легко приводятся к виду:

$$\lambda_{12} \varepsilon_2 (1 + 2\varepsilon_1) + \lambda_{11} \varepsilon_1 = (1 + \varepsilon_1) \gamma_1; \quad (1)$$

$$-\lambda_{22} \varepsilon_4 + \lambda_{21} \varepsilon_2 (1 + 2\varepsilon_2) = (1 + \varepsilon_2) \gamma_2; \quad (2)$$

$$-\lambda_{32} \varepsilon_1 + \lambda_{31} \varepsilon_3 (1 + 2\varepsilon_3) = (1 + \varepsilon_3) \gamma_3; \quad (3)$$

$$\lambda_{42} \varepsilon_3 (1 + 2\varepsilon_4) + \lambda_{41} \varepsilon_4 = (1 + \varepsilon_4) \gamma_4; \quad (4)$$

$$\gamma_1 = \frac{\hat{P}_1}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)} [\lambda_{11} \cos(\varphi_2 - \beta_1) - \lambda_{12} \cos(\varphi_1 - \beta_1)];$$

$$\gamma_2 = \frac{\hat{P}_2}{\sin(\varphi_2 + \varphi_4)} \times \\ \times [-\lambda_{21} \cos(\varphi_4 \pm \beta_2) - \lambda_{22} \cos(\varphi_2 \mp \beta_2)];$$

$$\gamma_3 = \frac{\hat{P}_3}{\sin(\varphi_1 + \varphi_3)} \times \\ \times [-\lambda_{31} \cos(\varphi_1 \pm \beta_3) - \lambda_{32} \cos(\varphi_3 \mp \beta_3)];$$

$$\gamma_4 = \frac{\hat{P}_4}{\sin(\varphi_3 - \varphi_4)} \times \\ \times [-\lambda_{41} \cos(\varphi_3 - \beta_4) + \lambda_{42} \cos(\varphi_4 - \beta_4)].$$

Уравнения (1) и (2) можно представить таким образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\gamma_1 - \lambda_{12}\varepsilon_2}{2\lambda_{12}\varepsilon_2 + \gamma_{11}}; \\ \varepsilon_4 &= \frac{\lambda_{21}\varepsilon_2(1 + 2\varepsilon_2) - \gamma_2(1 + \varepsilon_2)}{\lambda_{22}}; \\ \gamma_{11} &= \lambda_{11} - \gamma_1. \end{aligned}$$

Рассмотрим уравнение (4):

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= \frac{\gamma_4 - \gamma_{44}\varepsilon_4}{\lambda_{42}(1 + 2\varepsilon_4)}; \\ \gamma_{44} &= \lambda_{41} - \gamma_4. \end{aligned}$$

Исключая  $\varepsilon_4$ , последнее выражение представим так:

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= \frac{q_0 + q_1\varepsilon_2 + q_2\varepsilon_2^2}{c_0 + c_1\varepsilon_2 + c_2\varepsilon_2^2}; \\ q_0 &= \lambda_{22}\gamma_4 + \gamma_2\gamma_{44}; \\ q_1 &= \gamma_{44}(\gamma_2 - \lambda_{21}); \\ q_2 &= -2\lambda_{21}\gamma_{44}; \\ c_0 &= \lambda_{42}(\lambda_{22} - 2\gamma_2); \\ c_1 &= 2\lambda_{42}(\lambda_{21} - \gamma_2); \\ c_2 &= 4\lambda_{21}\lambda_{42}. \end{aligned}$$

Подставляя полученные выражения  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$  и  $\varepsilon_4$  в уравнение (3), будем иметь:

$$\begin{aligned} m_0 + m_1\varepsilon_2 + m_2\varepsilon_2^2 + m_3\varepsilon_2^3 + m_4\varepsilon_2^4 + m_5\varepsilon_2^5 + \\ + (n_0 + n_1\varepsilon_2 + n_2\varepsilon_2^2 + n_3\varepsilon_2^3)(k_0 + k_1\varepsilon_2 + k_2\varepsilon_2^2) = \\ = (t_0 + t_1\varepsilon_2 + t_2\varepsilon_2^2 + t_3\varepsilon_2^3)(h_0 + h_1\varepsilon_2 + h_2\varepsilon_2^2); \\ m_0 &= -\lambda_{32}\gamma_1c_0^2; \\ m_1 &= \lambda_{32}c_0(-2\gamma_1c_1 + \lambda_{12}c_0); \\ m_2 &= \lambda_{32}[-\gamma_1(c_1^2 + 2c_0c_2) + 2\lambda_{12}c_0c_1]; \\ m_3 &= \lambda_{32}[c_1(\lambda_{12}c_1 - 2\gamma_1c_2) + 2\lambda_{12}c_0c_2]; \\ m_4 &= \lambda_{32}c_2(2\lambda_{12}c_1 - \gamma_1c_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_5 &= \lambda_{12}\lambda_{32}c_2^2; \\ n_0 &= \lambda_{31}\gamma_{11}q_0; \\ n_1 &= \lambda_{31}(2\lambda_{12}q_0 + \gamma_{11}q_1); \\ n_2 &= \lambda_{31}(2\lambda_{12}q_1 + \gamma_{11}q_2); \\ n_3 &= 2\lambda_{31}\lambda_{12}q_2; \\ k_0 &= c_0 + 2q_0; \\ k_1 &= c_1 + 2q_1; \\ k_2 &= c_2 + 2q_2; \\ t_0 &= \gamma_{11}\gamma_3c_0; \\ t_1 &= \gamma_3(2\lambda_{12}c_0 + \gamma_{11}c_1); \\ t_2 &= \gamma_3(2\lambda_{12}c_1 + \gamma_{11}c_2); \\ t_3 &= 2\lambda_{12}\gamma_3c_2; \\ h_0 &= c_0 + q_0; \\ h_1 &= c_1 + q_1; \\ h_2 &= c_2 + q_2. \end{aligned}$$

Раскрывая все скобки, найдем:

$$\begin{aligned} b_0 + b_1\varepsilon_2 + b_2\varepsilon_2^2 + b_3\varepsilon_2^3 + m_4\varepsilon_2^4 + b_5\varepsilon_2^5 = 0; \\ b_0 &= m_0 + n_0k_0 - t_0h_0; \\ b_1 &= m_1 + n_0k_1 + k_0n_1 - t_0h_1 - t_1h_0; \\ b_2 &= m_2 + n_0k_2 + k_1n_1 + n_2k_0 - t_0h_2 - t_1h_1 - t_2h_0; \\ b_5 &= m_5 + n_3k_2 - t_3h_2; \\ b_3 &= m_3 + n_1k_2 + k_1n_2 + n_3k_0 - t_1h_2 - t_2h_1 - t_3h_0; \\ b_4 &= m_4 + n_2k_2 + k_1n_3 - t_2h_2 - t_3h_1. \end{aligned}$$

*Случай малых относительных деформаций.* Если пренебречь значениями деформации второго и более высокого порядка малости, то уравнения (1)–(4) приводятся к виду:

$$\begin{aligned} \lambda_{12}\varepsilon_2 + (\lambda_{11} - \gamma_1)\varepsilon_1 &= \gamma_1; \\ -\lambda_{22}\varepsilon_4 + (\lambda_{21} - \gamma_2)\varepsilon_2 &= \gamma_2; \\ -\lambda_{32}\varepsilon_1 + (\lambda_{31} - \gamma_3)\varepsilon_3 &= \gamma_3; \\ \lambda_{42}\varepsilon_3 + (\lambda_{41} - \gamma_4)\varepsilon_4 &= \gamma_4. \end{aligned}$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} - \gamma_4)[\gamma_1(\lambda_{21} - \gamma_2) - \lambda_{12}\gamma_2] + \lambda_{12}\lambda_{22}[\lambda_{42}\gamma_3 - (\lambda_{31} - \gamma_3)\gamma_4]}{(\lambda_{11} - \gamma_1)(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} - \gamma_4) - \lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\lambda_{42}}; \\ \varepsilon_2 &= \frac{\lambda_{42}\lambda_{22}[\lambda_{32}\gamma_1 + (\lambda_{11} - \gamma_1)\gamma_3] - (\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{11} - \gamma_1)[\gamma_2(\lambda_{41} - \gamma_4) + \lambda_{22}\gamma_4]}{\lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\lambda_{42} - (\lambda_{11} - \gamma_1)(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} - \gamma_4)}; \\ \varepsilon_3 &= \frac{(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{41} - \gamma_4)[\gamma_3(\lambda_{11} - \gamma_1) + \lambda_{32}\gamma_1] - \lambda_{12}\lambda_{32}[(\lambda_{41} - \gamma_4)\gamma_2 + \lambda_{22}\gamma_4]}{(\lambda_{11} - \gamma_1)(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} - \gamma_4) - \lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\lambda_{42}}; \\ \varepsilon_4 &= \frac{\lambda_{32}\lambda_{42}[\gamma_1(\lambda_{21} - \gamma_2) - \lambda_{12}\gamma_2] + (\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{11} - \gamma_1)[\lambda_{42}\gamma_3 - (\lambda_{31} - \gamma_3)\gamma_4]}{\lambda_{12}\lambda_{22}\lambda_{32}\lambda_{42} - (\lambda_{11} - \gamma_1)(\lambda_{21} - \gamma_2)(\lambda_{31} - \gamma_3)(\lambda_{41} - \gamma_4)}. \end{aligned}$$

Таким образом, в случае передачи с растяжимым ремнем рассматриваемая задача сведена к решению алгебраического уравнения пятой степени относительно неизвестной деформации второй ветви ремня. А в случае малых относительных деформаций получено аналитическое решение задачи.

Коэффициенты последнего уравнения зависят от углов обхвата ремнем поверхности шкивов; коэффициента трения  $f$  и плотности материала  $\rho_0$ ; площади поперечного сечения ремня  $F_0$ ; скорости вращения шкивов и ведущей силы двигателя. Эти коэффициенты для каждой конкретной задачи существенно отличаются не только числовыми значениями, но и общим видом представления выражения:

$$\begin{aligned}\lambda_{ij} &= \lambda_{ij}(\rho_0, F_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, f, u); \\ \gamma_{ij} &= \gamma_{ij}(\rho_0, F_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, f, u); \\ & i, j = 1, 2, 3, 4.\end{aligned}$$

*Обсуждения полученного решения и результатов числовых экспериментальных исследований.* Разработана программа для электронно-вычислительных машин на языке GWBASIC, позволяющая проводить численно-экспериментальные исследования зависимости натяжения ветвей ремня от конструктивных параметров и скорости вращения механизма.

Проведенные численно-экспериментальные исследования показали, что в случае, когда ведущим является первый шкив, натяжения ветвей ремня в каждый момент времени удовлетворяют следующим условиям:  $T_2 > T_4 > T_3 > T_1$ .

Если принять условия равенства

$$T_1 = \mu_2 T_2 = \mu_3 T_3 = \mu_4 T_4,$$

то коэффициенты  $\mu_2, \mu_3$  и  $\mu_4$  при условии  $f = 0,2$ ,  $\beta_i = 15^\circ$ ,  $\varphi_j = 60^\circ$ , где  $i = 2, 3, 4, j = 1, 2, 3, 4$ , принимают значения 1,22; 1,32 и 1,39 соответственно.

*Уравнения движения нерастяжимого ремня.* В этом случае уравнения закона сохранения количества движения принимают следующий вид:

$$\begin{aligned}\rho_{01} F_{01} ds_{01} (x_{01}^{\bullet} - x_{02}^{\bullet}) &= (-T_{01} \cos \varphi_{01} - T_{02} \cos \varphi_{02} + \\ &+ R_{01} \cos \beta_{01} - f R_{01} \sin \beta_{01} + P_{01} \sin \beta_{01}) dt; \\ \rho_{01} F_{01} ds_{01} (y_{01}^{\bullet} - y_{02}^{\bullet}) &= (-T_{01} \sin \varphi_{01} - T_{02} \sin \varphi_{02} + \\ &+ R_{01} \sin \beta_{01} + f R_{01} \cos \beta_{01} - P_{01} \cos \beta_{01}) dt; \\ \rho_{02} F_{02} ds_{02} (x_{02}^{\bullet} - x_{04}^{\bullet}) &= (T_{02} \cos \varphi_{02} + T_{04} \cos \varphi_{04} - \\ &- R_{02} \cos \beta_{02} \mp f R_{02} \sin \beta_{02} \mp P_{02} \sin \beta_{02}) dt; \\ \rho_{02} F_{02} ds_{02} (y_{02}^{\bullet} - y_{04}^{\bullet}) &= (T_{02} \sin \varphi_{02} - T_{04} \sin \varphi_{04} \pm \\ &\pm R_{02} \sin \beta_{02} - f R_{02} \cos \beta_{02} + P_{02} \cos \beta_{02}) dt; \\ \rho_{03} F_{03} ds_{03} (x_{03}^{\bullet} - x_{01}^{\bullet}) &= (T_{01} \cos \varphi_{01} + T_{03} \cos \varphi_{03} - \\ &- R_{03} \cos \beta_{03} \pm f R_{03} \sin \beta_{03} \mp P_{03} \sin \beta_{03}) dt;\end{aligned}$$

$$\rho_{03} F_{03} ds_{03} (y_{03}^{\bullet} - y_{01}^{\bullet}) = (T_{01} \sin \varphi_{01} - T_{03} \sin \varphi_{03} \pm R_{03} \sin \beta_{03} + f R_{03} \cos \beta_{03} - P_{03} \cos \beta_{03}) dt;$$

$$\rho_{04} F_{04} ds_{04} (x_{04}^{\bullet} - x_{03}^{\bullet}) = (-T_{04} \cos \varphi_{04} - T_{03} \cos \varphi_{03} + R_{04} \cos \beta_{04} + f R_{04} \sin \beta_{04} - P_{04} \sin \beta_{04}) dt;$$

$$\rho_{04} F_{04} ds_{04} (y_{04}^{\bullet} - y_{03}^{\bullet}) = (T_{04} \sin \varphi_{04} + T_{03} \sin \varphi_{03} - R_{04} \sin \beta_{04} + f R_{04} \cos \beta_{04} - P_{04} \cos \beta_{04}) dt.$$

Общий вид остальных выражений – закона сохранения массы при переходе элемента ремня поверхности шкива, условия нерастяжимости материала, непрерывности вращения передачи и др. – сохраняется в прежней форме.

*Решение задачи вращения нерастяжимого ремня.* Рассматриваемые в этом случае уравнения легко привести к следующему виду [15]:

$$\left. \begin{aligned}T_{01} \cos \varphi_{01} + T_{02} \cos \varphi_{02} - R_{01} \eta_{11} &= A_1; \\ T_{01} \sin \varphi_{01} + T_{02} \sin \varphi_{02} - R_{01} \eta_{12} &= A_2;\end{aligned} \right\} (5)$$

$$\left. \begin{aligned}T_{02} \cos \varphi_{02} + T_{04} \cos \varphi_{04} - R_{02} \eta_{21} &= B_1; \\ T_{02} \sin \varphi_{02} - T_{04} \sin \varphi_{04} - R_{02} \eta_{22} &= B_2;\end{aligned} \right\} (6)$$

$$\left. \begin{aligned}T_{01} \cos \varphi_{01} + T_{03} \cos \varphi_{03} - R_{03} \eta_{31} &= C_1; \\ T_{01} \sin \varphi_{01} - T_{03} \sin \varphi_{03} - R_{03} \eta_{32} &= C_2;\end{aligned} \right\} (7)$$

$$\left. \begin{aligned}T_{03} \cos \varphi_{03} + T_{04} \cos \varphi_{04} - R_{04} \eta_{41} &= D_1; \\ T_{03} \sin \varphi_{03} + T_{04} \sin \varphi_{04} - R_{04} \eta_{42} &= D_2;\end{aligned} \right\} (8)$$

где

$$\eta_{11} = \cos \beta_{01} - f \sin \beta_{01};$$

$$\eta_{12} = \sin \beta_{01} + f \cos \beta_{01};$$

$$\eta_{21} = \cos \beta_{02} \pm f \sin \beta_{02};$$

$$\eta_{22} = \mp \sin \beta_{02} + f \cos \beta_{02};$$

$$\eta_{31} = \cos \beta_{03} \mp f \sin \beta_{03};$$

$$\eta_{32} = \mp \sin \beta_{03} - f \cos \beta_{03};$$

$$\eta_{41} = \cos \beta_{04} + f \sin \beta_{04};$$

$$\eta_{42} = \sin \beta_{04} - f \cos \beta_{04};$$

$$A_1 = \rho_{00} F_{00} u_0^2 (\cos \varphi_{01} + \cos \varphi_{02}) + P_{01} \sin \beta_{01};$$

$$A_2 = \rho_{00} F_{00} u_0^2 (\sin \varphi_{01} + \sin \varphi_{02}) - P_{01} \cos \beta_{01};$$

$$B_1 = \rho_{00} F_{00} u_0^2 (\cos \varphi_{04} + \cos \varphi_{02}) \mp P_{02} \sin \beta_{02};$$

$$B_2 = \rho_{00} F_{00} u_0^2 (\sin \varphi_{04} + \sin \varphi_{02}) - P_{02} \cos \beta_{02};$$

$$C_1 = \rho_{00} F_{00} u_0^2 (\cos \varphi_{01} + \cos \varphi_{03}) \pm P_{03} \sin \beta_{03};$$

$$C_2 = \rho_{00} F_{00} u_0^2 (\sin \varphi_{01} - \sin \varphi_{03}) + P_{03} \cos \beta_{03};$$

$$D_1 = \rho_{00} F_{00} u_0^2 (\cos \varphi_{03} + \cos \varphi_{04}) - P_{04} \sin \beta_{04};$$

$$D_2 = \rho_{00} F_{00} u_0^2 (\sin \varphi_{04} + \sin \varphi_{03}) + P_{04} \cos \beta_{04}.$$



Уравнения (5)–(8) легко привести к следующему виду [15]:

$$\begin{aligned} & T_{01}(\eta_{12} \cos \varphi_{01} - \eta_{11} \sin \varphi_{01}) + \\ & + T_{02}(\eta_{12} \cos \varphi_{02} - \eta_{11} \sin \varphi_{02}) = A_1 \eta_{12} - A_2 \eta_{11}; \\ & T_{02}(\eta_{22} \cos \varphi_{02} - \eta_{21} \sin \varphi_{02}) + \\ & + T_{04}(\eta_{22} \cos \varphi_{04} + \eta_{21} \sin \varphi_{04}) = B_1 \eta_{22} - B_2 \eta_{21}; \\ & T_{01}(\eta_{32} \cos \varphi_{01} - \eta_{31} \sin \varphi_{01}) + \\ & + T_{03}(\eta_{32} \cos \varphi_{03} + \eta_{31} \sin \varphi_{03}) = C_1 \eta_{32} - C_2 \eta_{31}; \\ & T_{04}(\eta_{42} \cos \varphi_{04} - \eta_{41} \sin \varphi_{04}) + \\ & + T_{03}(\eta_{42} \cos \varphi_{03} - \eta_{41} \sin \varphi_{03}) = D_1 \eta_{42} - D_2 \eta_{41}. \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= \eta_{12} \cos \varphi_{01} - \eta_{11} \sin \varphi_{01}; \\ \alpha_{12} &= \eta_{12} \cos \varphi_{02} - \eta_{11} \sin \varphi_{02}; \\ A &= A_1 \eta_{12} - A_2 \eta_{11}; \\ \alpha_{21} &= \eta_{22} \cos \varphi_{02} - \eta_{21} \sin \varphi_{02}; \\ \alpha_{22} &= \eta_{22} \cos \varphi_{04} + \eta_{21} \sin \varphi_{04}; \\ B &= B_1 \eta_{22} - B_2 \eta_{21}; \\ \alpha_{31} &= \eta_{32} \cos \varphi_{01} - \eta_{31} \sin \varphi_{01}; \\ \alpha_{32} &= \eta_{32} \cos \varphi_{03} + \eta_{31} \sin \varphi_{03}; \\ C &= C_1 \eta_{32} - C_2 \eta_{31}; \\ \alpha_{41} &= \eta_{42} \cos \varphi_{04} - \eta_{41} \sin \varphi_{04}; \\ \alpha_{42} &= \eta_{42} \cos \varphi_{03} - \eta_{41} \sin \varphi_{03}; \\ D &= D_1 \eta_{42} - D_2 \eta_{41}. \end{aligned}$$

Тогда последние уравнения принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} T_{01} \alpha_{11} + T_{02} \alpha_{12} &= A; \\ T_{02} \alpha_{21} + T_{04} \alpha_{22} &= B; \\ T_{01} \alpha_{31} + T_{03} \alpha_{32} &= C; \\ T_{04} \alpha_{41} + T_{03} \alpha_{42} &= D. \end{aligned}$$

Отсюда найдем следующее решение:

$$\begin{aligned} T_{01} &= \frac{(A\alpha_{21} - B\alpha_{12})\alpha_{41}\alpha_{32} - (C\alpha_{42} - D\alpha_{32})\alpha_{22}\alpha_{12}}{\alpha_{11}\alpha_{21}\alpha_{41}\alpha_{32} - \alpha_{31}\alpha_{42}\alpha_{22}\alpha_{12}}; \\ T_{02} &= \frac{A}{\alpha_{12}} - \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} \frac{(A\alpha_{21} - B\alpha_{12})\alpha_{41}\alpha_{32}}{\alpha_{11}\alpha_{21}\alpha_{41}\alpha_{32} - \alpha_{31}\alpha_{42}\alpha_{22}\alpha_{12}} - \\ & - \frac{(C\alpha_{42} - D\alpha_{32})\alpha_{22}\alpha_{12}}{\alpha_{11}\alpha_{21}\alpha_{41}\alpha_{32} - \alpha_{31}\alpha_{42}\alpha_{22}\alpha_{12}}; \\ T_{03} &= \frac{D}{\alpha_{42}} - \frac{\alpha_{41}}{\alpha_{42}} \frac{(A\alpha_{21} - B\alpha_{12})\alpha_{31}\alpha_{42}}{\alpha_{42} - \alpha_{22}\alpha_{12}\alpha_{31}\alpha_{42} + \alpha_{41}\alpha_{32}\alpha_{11}\alpha_{21}} - \\ & - \frac{(C\alpha_{42} - D\alpha_{32})\alpha_{11}\alpha_{21}}{-\alpha_{22}\alpha_{12}\alpha_{31}\alpha_{42} + \alpha_{41}\alpha_{32}\alpha_{11}\alpha_{21}}; \end{aligned}$$

$$T_{04} = \frac{(A\alpha_{21} - B\alpha_{12})\alpha_{31}\alpha_{42} - (C\alpha_{42} - D\alpha_{32})\alpha_{11}\alpha_{21}}{-\alpha_{22}\alpha_{12}\alpha_{31}\alpha_{42} + \alpha_{41}\alpha_{32}\alpha_{11}\alpha_{21}}.$$

Подставляя эти выражения в равенства (5)–(8), найдем:

$$\begin{aligned} R_{01} &= \frac{T_{01} \sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}) - A_1 \sin \varphi_{02} + A_2 \cos \varphi_{02}}{\eta_{11} \sin \varphi_{02} - \eta_{12} \cos \varphi_{02}}; \\ R_{02} &= \frac{T_{02} \sin(\varphi_{04} - \varphi_{02}) - B_1 \sin \varphi_{04} + B_2 \cos \varphi_{04}}{\eta_{21} \sin \varphi_{04} - \eta_{22} \cos \varphi_{04}}; \\ R_{03} &= \frac{T_{03} \sin(\varphi_{03} - \varphi_{01}) - C_1 \sin \varphi_{01} + C_2 \cos \varphi_{01}}{\eta_{31} \sin \varphi_{01} - \eta_{32} \cos \varphi_{01}}; \\ R_{04} &= \frac{T_{04} \sin(\varphi_{03} - \varphi_{04}) - D_1 \sin \varphi_{03} + D_2 \cos \varphi_{03}}{\eta_{41} \sin \varphi_{03} - \eta_{42} \cos \varphi_{03}}. \end{aligned}$$

Последние выражения являются аналитическим решением рассматриваемой задачи о вращении в стационарном режиме нерастяжимого ремня передачи, общая схема которого представлена на рис. 1.

Анализ проведенных расчетов при одинаковых исходных значениях коэффициента трения, углов обхвата ремнем поверхности шкивов, скорости вращения ведущего шкива и других параметров показал, что натяжения ветвей нерастяжимого ремня всегда превосходит соответствующие натяжения растяжимого материала на 10–15% в зависимости от значения исходных данных.

*Определение начальных (наладочных) натяжений ремня.* Рациональные значения и степень распределения начальных натяжений между ветвями ремня устанавливаются соответствующими нормами в каждой конкретной машине. Существует множество методов измерения натяжения ветвей ремня [5–7].

Для проведения численно-экспериментальных исследований рациональных распределений начальных натяжений и оценки их влияния на текущие напряженные состояния материала ремня при работе механизма необходимо иметь алгоритм расчета. Приведем решение задачи, которое может быть использовано при установлении текущих параметров вращения передачи.

Приравняв к нулю скорости вращения рассматриваемой передачи, найдем условия равновесия ремня:

– на поверхности первого шкива:

$$\begin{aligned} T_{001} \cos \varphi_{001} + T_{002} \cos \varphi_{002} - \\ - R_{001} (\cos \beta_{001} + f \sin \beta_{001}) = P_{001} \sin \beta_{001}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{001} \sin \varphi_{001} + T_{002} \sin \varphi_{002} - \\ - R_{001} (\sin \beta_{001} + f \cos \beta_{001}) = -P_{001} \cos \beta_{001}; \end{aligned}$$

– на поверхности второго шкива:

$$\begin{aligned} T_{002} \cos \varphi_{002} + T_{004} \cos \varphi_{004} - \\ - R_{002} (\cos \beta_{002} \pm f \sin \beta_{002}) = \mp P_{002} \sin \beta_{002}; \end{aligned}$$

$$T_{002} \sin \varphi_{002} - T_{004} \sin \varphi_{004} - R_{002} (\pm \sin \beta_{002} + f \cos \beta_{002}) = -P_{002} \cos \beta_{002};$$

– на поверхности третьего шкива:

$$T_{001} \cos \varphi_{001} + T_{003} \cos \varphi_{003} - R_{003} (\cos \beta_{003} \mp f \sin \beta_{003}) = \pm P_{003} \sin \beta_{003};$$

$$T_{001} \sin \varphi_{001} - T_{003} \sin \varphi_{003} - R_{003} (\mp \sin \beta_{003} - f \cos \beta_{003}) = P_{003} \cos \beta_{003};$$

– на поверхности четвертого шкива:

$$T_{004} \cos \varphi_{004} + T_{003} \cos \varphi_{003} - R_{004} (\cos \beta_{004} + f \sin \beta_{004}) = -P_{004} \sin \beta_{004};$$

$$T_{004} \sin \varphi_{004} + T_{003} \sin \varphi_{003} - R_{004} (\sin \beta_{004} - f \cos \beta_{004}) = P_{004} \cos \beta_{004}.$$

Введем обозначения:

$$M_1 = P_{001} \sin \beta_{001};$$

$$N_1 = \mp P_{002} \sin \beta_{002};$$

$$N_2 = -P_{002} \cos \beta_{002};$$

$$K_1 = \pm P_{003} \sin \beta_{003};$$

$$K_2 = P_{003} \cos \beta_{003};$$

$$E_1 = -P_{004} \sin \beta_{004};$$

$$E_2 = P_{004} \cos \beta_{004}.$$

Тогда последние уравнения принимают вид:

$$T_{001} \cos \varphi_{001} + T_{002} \cos \varphi_{002} - R_{001} \eta_{11} = M_1;$$

$$T_{001} \sin \varphi_{001} + T_{002} \sin \varphi_{002} - R_{001} \eta_{12} = M_2;$$

$$T_{002} \cos \varphi_{002} + T_{004} \cos \varphi_{004} - R_{002} \eta_{21} = N_1;$$

$$T_{002} \sin \varphi_{002} - T_{004} \sin \varphi_{004} - R_{002} \eta_{22} = N_2;$$

$$T_{001} \cos \varphi_{001} + T_{003} \cos \varphi_{003} - R_{003} \eta_{31} = K_1;$$

$$T_{001} \sin \varphi_{001} - T_{003} \sin \varphi_{003} - R_{003} \eta_{32} = K_2;$$

$$T_{004} \cos \varphi_{004} + T_{003} \cos \varphi_{003} - R_{004} \eta_{41} = E_1;$$

$$T_{004} \sin \varphi_{004} + T_{003} \sin \varphi_{003} - R_{004} \eta_{42} = E_2,$$

где

$$\eta_{11} = \cos \beta_{001} - f \sin \beta_{001};$$

$$\eta_{12} = \sin \beta_{001} + f \cos \beta_{001};$$

$$\eta_{21} = \cos \beta_{002} \pm f \sin \beta_{002};$$

$$\eta_{22} = \mp \sin \beta_{002} + f \cos \beta_{002};$$

$$\eta_{31} = \cos \beta_{003} \mp f \sin \beta_{003};$$

$$\eta_{32} = \mp \sin \beta_{003} - f \cos \beta_{003};$$

$$\eta_{41} = \cos \beta_{004} + f \sin \beta_{004};$$

$$\eta_{42} = \sin \beta_{004} - f \cos \beta_{004}.$$

Исключая неизвестные реактивные силы, получим

$$T_{001} (\eta_{12} \cos \varphi_{001} - \eta_{11} \sin \varphi_{001}) + T_{002} (\eta_{12} \cos \varphi_{002} - \eta_{11} \sin \varphi_{002}) = M_1 \eta_{12} - M_2 \eta_{11};$$

$$T_{002} (\eta_{22} \cos \varphi_{002} - \eta_{21} \sin \varphi_{002}) + T_{004} (\eta_{22} \cos \varphi_{004} + \eta_{21} \sin \varphi_{004}) = N_1 \eta_{22} - N_2 \eta_{21};$$

$$T_{001} (\eta_{32} \cos \varphi_{001} - \eta_{31} \sin \varphi_{001}) + T_{003} (\eta_{32} \cos \varphi_{003} + \eta_{31} \sin \varphi_{003}) = K_1 \eta_{32} - K_2 \eta_{31};$$

$$T_{004} (\eta_{42} \cos \varphi_{004} - \eta_{41} \sin \varphi_{004}) + T_{003} (\eta_{42} \cos \varphi_{003} - \eta_{41} \sin \varphi_{003}) = E_1 \eta_{42} - E_2 \eta_{41};$$

Обозначим:

$$M = M_1 \eta_{12} - M_2 \eta_{11};$$

$$N = N_1 \eta_{22} - N_2 \eta_{21};$$

$$K = K_1 \eta_{32} - K_2 \eta_{31};$$

$$E = E_1 \eta_{42} - E_2 \eta_{41};$$

$$\alpha_{11} = \eta_{12} \cos \varphi_{001} - \eta_{11} \sin \varphi_{001};$$

$$\alpha_{12} = \eta_{12} \cos \varphi_{002} - \eta_{11} \sin \varphi_{002};$$

$$\alpha_{21} = \eta_{22} \cos \varphi_{002} - \eta_{21} \sin \varphi_{002};$$

$$\alpha_{22} = \eta_{22} \cos \varphi_{004} + \eta_{21} \sin \varphi_{004};$$

$$\alpha_{31} = \eta_{32} \cos \varphi_{001} - \eta_{31} \sin \varphi_{001};$$

$$\alpha_{32} = \eta_{32} \cos \varphi_{003} + \eta_{31} \sin \varphi_{003};$$

$$\alpha_{41} = \eta_{42} \cos \varphi_{004} - \eta_{41} \sin \varphi_{004};$$

$$\alpha_{42} = \eta_{42} \cos \varphi_{003} - \eta_{41} \sin \varphi_{003}.$$

Тогда последние уравнения принимают вид:

$$T_{001} \alpha_{11} + T_{002} \alpha_{12} = M;$$

$$T_{002} \alpha_{21} + T_{004} \alpha_{22} = N;$$

$$T_{001} \alpha_{31} + T_{003} \alpha_{32} = K;$$

$$T_{004} \alpha_{41} + T_{003} \alpha_{42} = E,$$

или

$$T_{001} = \frac{(M \alpha_{21} - N \alpha_{12}) \alpha_{41} \alpha_{32} - (K \alpha_{42} - E \alpha_{32}) \alpha_{22} \alpha_{12}}{\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{41} \alpha_{32} - \alpha_{31} \alpha_{42} \alpha_{22} \alpha_{12}};$$

$$T_{002} = \frac{M}{\alpha_{12}} - \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12}} \frac{(M \alpha_{21} - N \alpha_{12}) \alpha_{41} \alpha_{32}}{\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{41} \alpha_{32} - \alpha_{31} \alpha_{42} \alpha_{22} \alpha_{12}} - \frac{(K \alpha_{42} - E \alpha_{32}) \alpha_{22} \alpha_{12}}{\alpha_{11} \alpha_{21} \alpha_{41} \alpha_{32} - \alpha_{31} \alpha_{42} \alpha_{22} \alpha_{12}};$$

$$T_{003} = \frac{E}{\alpha_{42}} - \frac{\alpha_{41}}{\alpha_{42}} \frac{(M \alpha_{21} - N \alpha_{12}) \alpha_{31} \alpha_{42}}{\alpha_{22} \alpha_{12} \alpha_{31} \alpha_{42} + \alpha_{41} \alpha_{32} \alpha_{11} \alpha_{21}} - \frac{(K \alpha_{42} - E \alpha_{32}) \alpha_{11} \alpha_{21}}{\alpha_{22} \alpha_{12} \alpha_{31} \alpha_{42} + \alpha_{41} \alpha_{32} \alpha_{11} \alpha_{21}};$$

$$T_{004} = \frac{(M\alpha_{21} - N\alpha_{12})\alpha_{31}\alpha_{42} - (K\alpha_{42} - E\alpha_{32})\alpha_{11}\alpha_{21}}{-\alpha_{22}\alpha_{12}\alpha_{31}\alpha_{42} + \alpha_{41}\alpha_{32}\alpha_{11}\alpha_{21}}.$$

Неизвестные реактивные силы определяются из уравнения равновесия:

$$R_{001} = \frac{T_{001} \sin(\varphi_{002} - \varphi_{001}) - M_1 \sin \varphi_{002} + M_2 \cos \varphi_{002}}{\eta_{11} \sin \varphi_{002} - \eta_{12} \cos \varphi_{002}};$$

$$R_{002} = \frac{T_{002} \sin(\varphi_{004} - \varphi_{002}) - N_1 \sin \varphi_{004} + N_2 \cos \varphi_{004}}{\eta_{21} \sin \varphi_{004} - \eta_{22} \cos \varphi_{004}};$$

$$R_{003} = \frac{T_{003} \sin(\varphi_{003} - \varphi_{001}) - K_1 \sin \varphi_{001} + K_2 \cos \varphi_{001}}{\eta_{31} \sin \varphi_{001} - \eta_{32} \cos \varphi_{001}};$$

$$R_{004} = \frac{T_{004} \sin(\varphi_{003} - \varphi_{004}) - E_1 \sin \varphi_{003} + E_2 \cos \varphi_{003}}{\eta_{41} \sin \varphi_{003} - \eta_{42} \cos \varphi_{003}}.$$

Полученное решение позволяет устанавливать зависимости начальных натяжений от свойств материала, конструкции рассматриваемого механизма и внешней силы натяжения. С помощью полученных выражений можно вести поиск рациональных значений начальных натяжений и закона распределения натяжения ветвей ремня. Очевидно, что наиболее рациональным является случай, когда значения натяжения всех ветвей будут наиболее близкими.

**Выводы.** Получены решения, которые могут быть использованы при проектировании новых и прогнозировании рациональных конструктивных и технологических параметров заданного механизма передачи, выявлении причин появления и мер устранения различных пороков, возникающих при работе механизмов передачи и технологических машин.

### Список литературы

1. Иванов М. Н., Финогенов В. А. Детали машин. М.: Машиностроение, 2007. 408 с.
2. Седов Л. И. Механика сплошных сред. М.: Наука, 1984. 580 с.
3. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
4. Шахмейстер Л. Г., Дмитриев В. Г. Теория и расчет ленточных конвейеров. М.: Машиностроение, 1978. 392 с.
5. Вейц В. Л., Кочура А. Е., Мартиненко А. М. Динамические расчеты приводов машин. Л.: Машиностроение, 1971. 352 с.
6. Воробьев И. И. Ременные передачи. М.: Машиностроение, 1979. 168 с.
7. Мамасаидов М. Т., Эргашов М., Тавбаев Ж. С. Прочность гибких элементов и трубопроводов бурильных установок. Бишкек: Илим, 2001. 76 с.
8. Папин Б. Д., Сазонов А. С. Динамика ременной передачи // Механизация и электрификация сельского хозяйства. 2001. № 12. С. 24.
9. Analysis of belting stiffness transmission impact on rotating mass motion law of technological machines / D. A. Mamatova [et al.] // Journal of Machinery Manufacturing and Automation (JMMA). 2016. Vol. 1. P. 15–20.
10. Mamatova D. A., Djuraev A. Analysis of changes in tension in leading branch belt drive // Journal of Textile Science & Engineering. 2017. Vol. 7. P. 1–3.
11. Эргашов М. Исследование процессов распространения упругих волн в намоточных связях при учете эффектов их вращения при растяжении // Известия Академии наук России. 1992. Т. 56, вып. 1. С. 134–142.
12. Эргашов М., Максудов Р. Х., Усманкулов А. К. Теория расчета натяжения передаточного механизма. Ташкент: Фан, 2004. 265 с.
13. Эргашов М., Мавлонов М. Т. Скольжение гибкой нити по поверхности неподвижного твердого тела // Международный журнал «Прикладная механика». Национальная академия наук Украины. 2002. № 6. С. 89–96.
14. Эргашов М. Свойства и взаимодействия волн в нити. Ташкент: Фан, 2001. 174 с.
15. Эргашов М. Вопросы соударения нити с твердыми телами. Ташкент: Фан, 2001. 116 с.

### References

1. Ivanov M. N., Finogenov V. A. *Detali mashin* [Machine details]. Moscow, Mashinostroeniye Publ., 2007. 408 p. (In Russian).
2. Sedov L. I. *Mekhanika sploshnykh sred* [Mechanics of continuous media]. Moscow, Nauka Publ., 1984. 580 p. (In Russian).
3. Rabotnov Yu. N. *Mekhanika deformiruemogo tela* [Mechanics of a deformable body]. Moscow, Nauka Publ., 1988. 712 p. (In Russian).
4. Shakhmeister L. G., Dmitriev V. G. *Teoriya i raschet lentochnykh konveyerov* [Theory and calculation of belt conveyors]. Moscow, Mashinostroeniye Publ., 1978. 392 p. (In Russian).
5. Veits V. L., Kochura A. E., Martinenko A. M. *Dinamicheskie raschety privodov mashin* [Dynamic calculations of bus drives]. Leningrad, Mashinostroeniye Publ., 1971. 352 p. (In Russian).

6. Vorobyev I. I. *Remennye peredachi* [Belt drives]. Moscow, Mashinostroeniye Publ., 1979. 168 p. (In Russian).
7. Mamasaidov M. T., Ergashov M., Tavbaev Zh. S. *Prochnost' gibkikh elementov i truboprovodov buril'nykh ustanovok* [Strength of flexible elements and pipelines of drilling rigs]. Bishkek, Ilim Publ., 2001. 76 p. (In Russian).
8. Papin B. D., Sazonov A. S. Dynamics of belt transmission. *Mekhanizatsiya i elektrifikatsiya sel'skogo khozyaystva* [Mechanization and electrification of agriculture], 2001, no. 12, p. 24 (In Russian).
9. Mamatova D. A., Shangyong Zhang, Djuraev A., Mansurova M. A. Analysis of belting stiffness transmission impact on rotating mass motion law of technological machines. *Journal of Machinery Manufacturing and Automation (JMMA)*, 2016, vol. 1, pp. 15–20.
10. Mamatova D. A., Djuraev A. Analysis of changes in tension in leading branch belt drive. *Journal of Textile Science & Engineering*, 2017, vol. 7, pp. 1–3.
11. Ergashov M. Investigation of the processes of propagation of elastic waves in winding connections taking into account the effects of their rotation during stretching. *Izvestiya Akademii nauk Rossii* [Proceedings of the Academy of Sciences of Russia], 1992, vol. 56, issue 1, pp. 134–142 (In Russian).
12. Ergashov M., Maksudov R. H., Usmankulov A. K. *Teoriya rascheta natyazheniya peredatochnogo mekhanizma* [The theory of calculating the tension of the transfer mechanism]. Tashkent, Fan Publ., 2004. 265 p. (In Russian).
13. Ergashov M., Mavlonov M. T. Sliding of a flexible thread on the surface of a non-movable solid body. *Mezhdunarodnyy zhurnal "Prikladnaya mekhanika". Natsional'naya akademiya nauk Ukrainy* [International Journal "Applied Mechanics". National Academy of Sciences of Ukraine], 2002, no. 6, pp. 89–96 (In Russian).
14. Ergashov M. *Svoystva i vzaimodeystviya voln v niti* [Properties and interactions of waves in the filament]. Tashkent, Fan Publ., 2001. 174 p. (In Russian).
15. Ergashov M. *Voprosy soudareniya niti s tverdymi telami* [Issues of thread collision with solids]. Tashkent, Fan Publ., 2001. 116 p. (In Russian).

#### Информация об авторах

**Эргашов Махаматрасул** – доктор технических наук, профессор кафедры машиностроения и сервиса. Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности (100100, г. Ташкент, ул. Шохжахон, 5, Республика Узбекистан). E-mail: maxamatrasul@bk.ru

**Бабаханова Халима Абишевна** – доктор технических наук, профессор кафедры технологии полиграфического и упаковочного процессов. Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности (100100, г. Ташкент, ул. Шохжахон, 5, Республика Узбекистан). E-mail: halima300@inbox.ru

**Абдуназаров Мансур Мехридинович** – старший преподаватель кафедры технологии полиграфического и упаковочного процессов. Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности (100100, г. Ташкент, ул. Шохжахон, 5, Республика Узбекистан). E-mail: abduazarov.1977@mail.ru

**Абдухалилова Мухлиса Ганижон кизи** – докторант. Наманганский инженерно-строительный институт (160100, г. Наманган, ул. Ислама Каримова, 12, Республика Узбекистан). E-mail: m\_abduhalilova@mail.ru

**Громыко Ирина Григорьевна** – кандидат технических наук, доцент, заведующая кафедрой полиграфических производств. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: gromyko@belstu.by

#### Information about the authors

**Ergashov Makhamatrasul** – DSc (Engineering), Professor, the Department of Mechanical Engineering and Service. Tashkent Institute of Textile and Light Industry (5, Shokhzhakhon str., 100100, Tashkent, Republic of Uzbekistan). E-mail: maxamatrasul@bk.ru

**Babakhanova Khalima** – DSc (Engineering), Professor, the Department of Technology of Printing and Packaging Production. Tashkent Institute of Textile and Light Industry (5, Shokhzhakhon str., 100100, Tashkent, Republic of Uzbekistan). E-mail: halima300@inbox.ru

**Abduazarov Mansur Mekhridinovich** – Senior Lecturer, the Department of Technology of Printing and Packaging Production. Tashkent Institute of Textile and Light Industry (5, Shokhzhakhon str., 100100, Tashkent, Republic of Uzbekistan). E-mail: ikromzhon.ismailov@bk.ru

**Abduxalilova Muxlisa** – Post-doctoral Student. Namangan Engineering and Construction Institute (12, Islam Karimov str., 160100, Namangan, Republic of Uzbekistan). E-mail: m\_abduhalilova@mail.ru

**Gromyko Irina Grigor'yevna** – PhD (Engineering), Associate Professor, Head of the Department of Printing Production. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: gromyko@belstu.by

Поступила 15.06.2022